

### Άσκηση 3.12

[Βλ. λ.

<https://eclass.duth.gr/modules/document/index.php?course=TMB292&openDir=/56b1f766WXj3>

Χωρισμός των Μεταβλητών (ΑΣΚ\_3.12).pdf]

Θεωρούμε την *Κυματική Εξίσωση του Schrodinger* της Κβαντομηχανικής,

$$\frac{i\hbar}{2\pi} \Phi_t = -\frac{\hbar^2}{8m\pi^2} (\Phi_{xx} + \Phi_{yy} + \Phi_{zz}) + V \cdot \Phi$$

όπου  $\hbar$ ,  $m$  θεωρούνται σταθερές,  $\Phi = \Phi(x,y,z,t)$  και  $V = V(x,y,z)$ .

α) Να αποδειχτεί ότι η *Κυματική Εξίσωση του Schrodinger* μπορεί να μετασχηματιστεί στην εξίσωση

$$u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} + \frac{8m\pi^2}{\hbar^2} (E - V)u = 0,$$

θέτοντας

$$\Phi(x, y, z, t) = e^{\frac{i2\pi Et}{\hbar}} u(x, y, z)$$

όπου  $E$  σταθερή.

β) Για  $V(x,y,z) = 0$  έχουμε την *Εξίσωση του Helmholtz*. Να βρεθούν οι διαφορικές εξισώσεις που διέπουν τις συναρτήσεις  $X(x)$ ,  $Y(y)$  και  $Z(z)$  με τη μέθοδο του ‘χωρισμού των μεταβλητών’.