Βέλτιστη υδραυλική διατομή

~~Ελαχιστοποίηση ...~~

Για σταθερό κλίση, S_0, συντελεστή Manning n, δοσμένη επιφάνεια A, ~~παροχή~~ η παροχή αυξάνει όταν αυξάνει η υδραυλική ακτίνα → μειώνεται η βρεχόμενη περίμετρος → βέλτιστη διατομή.

$$\Pi(x_1, \dots x_n) \rightarrow \min$$, βρεχόμενη περίμετρος

$$A(x_1, \dots x_n) = 0$$ εμβαδόν

άρα και μικρότερο μήκος → όγκος, για το υλικό πλήρωσης της διατομής.

Άρα βέλτιστη υδραυλική διατομή

$$\left\{ \begin{array}{l} \Pi(x_1, \dots x_n) \rightarrow \min \\ A(x_1, \dots, x_n) = 0 \end{array} \right\}$$ $x_1, \dots x_n$ παράμετροι σχήματος

⟹ Θ. Lagrance, βελτιστοποίηση με περιορισμούς ισότητας

$$\boxed{\text{Ακρότατα υπό συνθήκη (ισότητες)}}$$

$f(x, y, z) =$ ακρότατο →

$g(x, y, z) = 0$, με συνεχείς μερικές παραγώγους.

Τότε αρκεί να βρούμε τις τιμές x, y, z, λ, που ικανοποιούν τις συνθήκες:

$$\nabla f = \lambda \nabla g, \quad g(x, y, z) = 0$$

Όπου $\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}$ = κλίση.

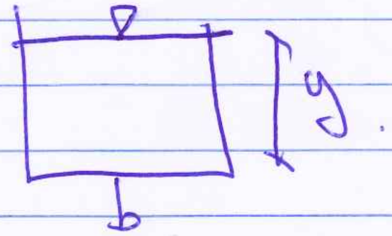
Άρα:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_i} - \lambda \frac{\partial A}{\partial x_i} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial(\Pi - \lambda A)}{\partial x_i} = 0$$

$\forall i$, παράμετρο σχήματος.

16ο Χριστοδούλου

Ορθογωνικό σχήμα:



Παράμετροι σχήματος: b, y.

$$\frac{\partial(\Pi-\lambda A)}{\partial b}=0 \Leftrightarrow \frac{\partial(b+2y-\lambda b y)}{\partial b}=0 \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1-\lambda y=0 \rightarrow \left(\lambda=\frac{1}{y}\right)$$

Όμοια:

$$\frac{\partial(\Pi-\lambda A)}{\partial y}=0 \rightarrow 2-\lambda b=0 \Rightarrow \left(\lambda=\frac{2}{b}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{b=2y}$$

Τότε: $A=2y^2$, $\Pi=4y$, $Fr=\left(\frac{Q^2}{4gy^5}\right)^{1/2}$.

τότε όμως για την περίπτωση της ομοιόμορφης ροής προσδιορίζω το βάθος ροής χωρίς δοκιμής !!.

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} \cdot S_0^{1/2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{n} 2y^2 \left(\frac{2y^2}{4y}\right)^{2/3} \cdot S_0^{1/2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \left[\left(\frac{1}{2^{1/3}}\right)\left(\frac{nQ}{S_0^{1/2}}\right)\right]^{3/8}$$

βάθος ομοιόμορφης ροής

υδραυλικά βέλτιστη διατομή (κόλ.)

ορθ/κη διατομή.