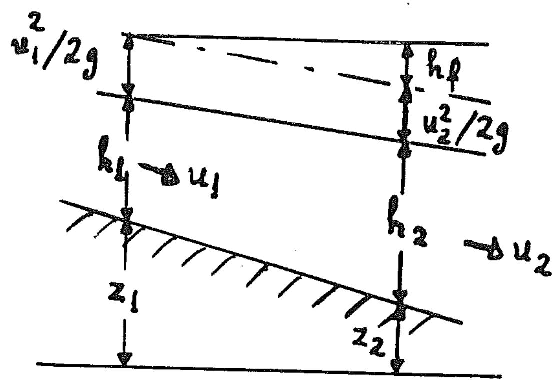
Θεωρία κρίσιμου βάθους

Μ.Σπηλιώτη
Λέκτορα

9. ΕΙΔΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ



Ολικό φορτίο ή ύψος ενέργειας: $H = \frac{p}{\rho g} + z + \frac{u^2}{2g}$

Για ανοικτούς αγωγούς: $H = h + z + \frac{u^2}{2g}$

- μικρή κλίση
- ροϊκές γραμμές ευθείες και παράλληλες

$$\boxed{E = h + \frac{u^2}{2g}}$$

E : ειδική ενέργεια

$u = \frac{Q}{A} \Rightarrow E = h + \frac{Q^2}{2gA^2}$

Χρυσάνθου, 2014

Ειδική ενέργεια

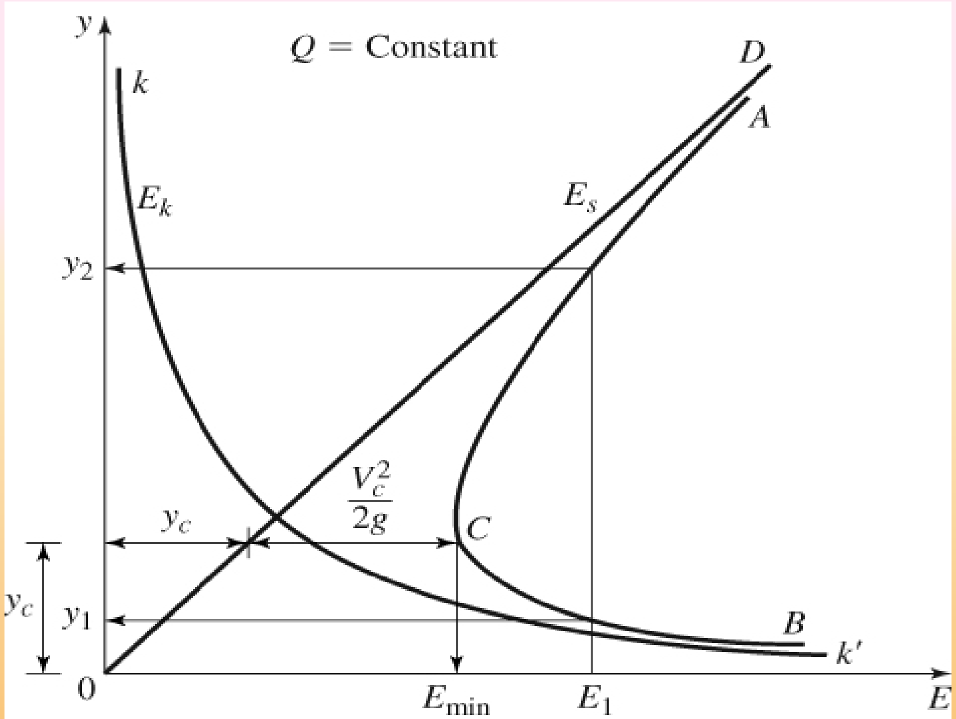
$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

f(E, Q, y) = 0

Ειδική ενέργεια για δεδομένη παροχή συνάρτηση του βάθους ροής

$E = E_s + E_k$ όπου $E_s = y$ και $E_k = \frac{Q^2}{2gA^2}$ $=f'(y)$

Διάγραμμα ειδικής ενέργειας



Διάγραμμα ειδικής ενέργειας

- E_s μεταβάλλεται γραμμικά με το y

- E_k μεταβάλλεται μη γραμμικά με το y

- για δοσμένηE: δύο συζυγή βάθη(y_1 & y_2)

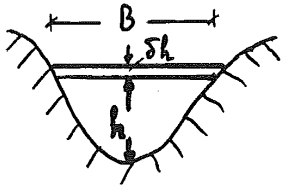
- Για δεδομένη παροχή υπάρχουν δύο βάθη με την ίδια ειδική ενέργεια

-E_{min} : κρίσιμο βάθος

Κρίσιμες συνθήκες, ελάχιστη ειδική ενέργεια

(26)

Ανοικτοί αγωγοί μη ορθογωνικής διατομής



B : πλάτος της διατομής στην επιφάνεια του νερού

$$E = h + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$\frac{dE}{dh} = 1 + \frac{Q^2}{2g}\left(-\frac{2}{A^3}\frac{dA}{dh}\right)$$

$$dA = B\,dh \Rightarrow \frac{dA}{dh} = B$$

$$\frac{dE}{dh} = 1 + \frac{Q^2}{2g}\left(-\frac{2B}{A^3}\right) \Rightarrow 0 = 1 + \frac{Q^2}{g}\left(-\frac{B}{A^3}\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{Q^2}{g} = \left(\frac{A^3}{B}\right)_{h = h_c}}$$

$$Q = A_c u_c$$

$$\frac{A_c^2 u_c^2}{g} = \frac{A_c^3}{B_c}$$

$$\boxed{u_c = \sqrt{\frac{A_c g}{B_c}}}$$

Κρίσιμες συνθήκες ροής:

Ελάχιστη ειδική ενέργεια

Froude = 1

$$\frac{Q^2}{g}\left(\frac{B}{A^3}\right)_c = 1 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{Q^2}{g}\left(\frac{B}{A^3}\right)_c} = 1 \Leftrightarrow \frac{Q}{A}\sqrt{\left(\frac{B}{gA}\right)_c} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_c}{\sqrt{g\frac{A_c}{B_c}}} = 1 \Leftrightarrow Fr = 1$$

Χρυσάνθου, 2014

Χρήσιμα συμπεράσματα για την κρίσιμη ροή

- Κρίσιμη ροή

$$\frac{Q^2}{g}\left(\frac{B}{A^3}\right)_c = 1$$

- Για δεδομένη παροχή αντιστοιχεί ένα κρίσιμο βάθος (ανεξάρτητα από άλλους παράγοντες παρά μόνο από τη γεωμετρία της διατομής)
- Τότε η ειδική ενέργεια είναι **ελάχιστη**

Γιατί dA/dy=B

Ο ΚΑΝΟΝΑΣ ΤΟΥ LEIBNITZ

Έστω η συνάρτηση $F(x) = \int_{A(x)}^{B(x)} f(x,t)dt$ όπου οι συναρτήσεις *A(x)* και *B(x)* είναι παραγωγίσιμες ως προς x και *f(x,t)* και $\partial f(x,t)/\partial x$ είναι συνεχείς ως προς *x*, *t*. Τότε η παράγωγος *dF/dx* δίδεται από την εξίσωση:

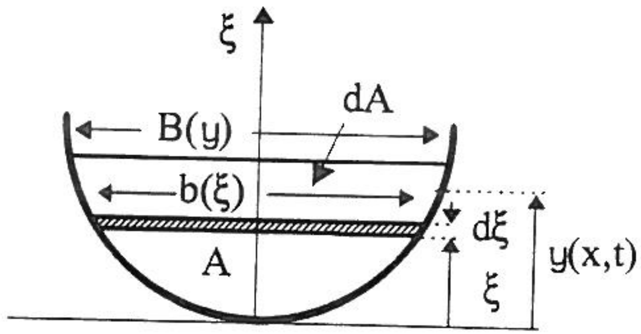
$$\frac{dF}{dx} = \int_{A(x)}^{B(x)} \frac{\partial f(x,t)}{\partial x} dt + f(x,B(x))\frac{dB}{dx} - f(x,A(x))\frac{dA}{dx}$$

Αλλά, όπως αποδεικνύεται στη συνέχεια, το πλάτος της ελεύθερης επιφάνειας B είναι ίσο με τη μεταβολή του εμβαδού A ως προς y. Πράγματι, είναι :

$$A = \int_0^y b(\xi)\, d\xi$$

και :

$$\frac{\partial A}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\int_0^y b(\xi)\, d\xi$$



Σχήμα 3.3

Διευκρίνιση στοιχείων διατομής

Σύμφωνα με τον κανόνα του Leibnitz η παράγωγος του ολοκληρώματος αυτού γίνεται :

$$\frac{\partial A}{\partial y} = \int_0^y \cancelto{0}{\frac{\partial}{\partial y}}\left[b(\xi)\right] d\xi \; + \; 1\cdot[b]_{\xi=y} = B \qquad \Rightarrow \qquad B = \frac{\partial A}{\partial y}$$

Δαμασκηνίδου και Σιδηρόπουλος, 1996

Αριθμός Froude

Αριθμός Froude και έλεγχος κρίσιμης ροής

Ο αριθμός Froude μπορεί να ερμηνευθεί ως ο αδιάσταος αριθμός που υποδηλώνει το λόγο των δυνάμεων αδράνειας προς τις δυνάμεις βαρύτητας:

$$\boxed{F = \frac{\delta\upsilon\nu.\alpha\delta\rho\acute{\alpha}\nu\varepsilon\iota\alpha\varsigma}{\delta\upsilon\nu.\beta\alpha\rho\acute{\upsilon}\tau\eta\tau\alpha\varsigma} = \frac{V}{\sqrt{g y_{\mu}}}\left(= \frac{Q}{\sqrt{g\,\dfrac{A^{3}}{B}}}\right), y_{\mu} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}}$$

- συζυγή βάθη ροής
- υποκρίσιμη, υπερκρίσιμη, κρίσιμη ροή

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = Fr^2 \Rightarrow \text{αριθμός Froude (Fr)}$$

$Fr < 1 \Rightarrow$ υποκρίσιμη ροή

$Fr > 1 \Rightarrow$ υπερκρίσιμη ροή

$Fr = 1 \Rightarrow$ κρίσιμη ροή

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c \Rightarrow Q^2 = \frac{g A^3}{B} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{g A^3}{B}} \Rightarrow Q = \sqrt{g}\, A \sqrt{\frac{A}{B}}$$

$\boxed{f_c = A\sqrt{\frac{A}{B}} \text{ : συνάρτηση κρίσιμης ροής}}$

Έλεγχος κρίσιμης ροής με βάση τον αριθμό Fr ή το κρίσιμο βάθος

Κρίσιμο βάθος

Κρίσιμη ροή:

$y > y_c \rightarrow$ ροή υποκρίσιμη.

$y < y_c \rightarrow$ ροή υπερκρίσιμη

$y = y_c \rightarrow$ ροή κρίσιμη.

y_n: Βάθος ομοιόμορφης ροής (y = σταθ, v = σταθ).

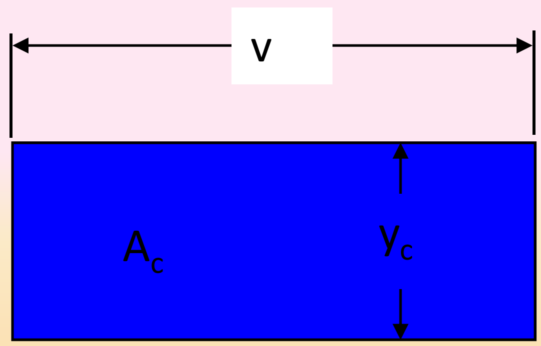
μπορεί να είναι κρίσιμο, υπερκρίσιμο ή υποκρίσιμο, y_n καθορίζεται από την κλίση.

Ορθογωνική διατομή

- Συνήθως, σε δύσκολες περιπτώσεις ορθογωνική διατομή (π.χ. εκχειλιστή, υδραυλικό άλμα)
- Συνήθως οι ασκήσεις ταχέως μεταβαλλόμενης ροής αναφέρονται σε ορθογωνικούς αγωγούς
- Ειδική παροχή (μόνο σε ορθογωνικους αγωγούς) , q=Q/b

Κρίσιμη ροή σε ορθογωνικές διατομές

$$1 = \frac{Q^2 b}{g A_c^3} \qquad b = b_c$$



$$Q = qb \qquad A_c = y_c b$$

$$1 = \frac{q^2 b^3}{g y_c^3 b^3} = \frac{q^2}{g y_c^3}$$

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}$$

Μόνο για ορθογωνικές διατομές!

$$q = \sqrt{g y_c^3}$$

αντίστροφα!

Κρίσιμη ροή σε ορθογωνικές διατομές

$$Fr=\frac{V_c}{\sqrt{gy_c}}=1\rightarrow y_c=\left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} \qquad y_c^3=\left(\frac{V_c^2 y_c^2}{g}\right)$$

εφόσον $q = V_c y_c$

$$\frac{V_c}{\sqrt{y_c g}} = 1$$

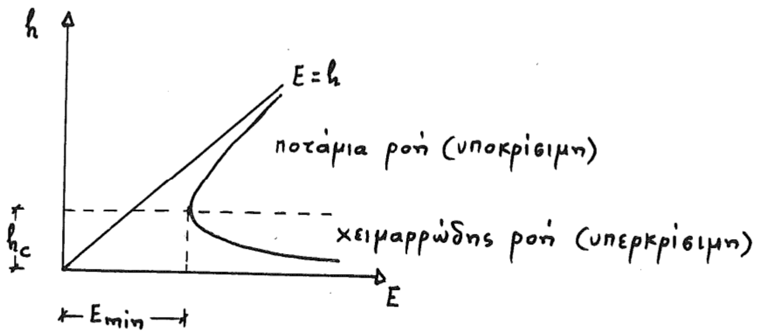
Froude number $\sqrt{\frac{\text{Δύναμη αδράνειας}}{\text{Δύναμη βαρύτητας}}}$ $\sqrt{\frac{Kinetic\ energy}{Potential\ energy}}$

$$\frac{V_c^2}{2g}=\frac{q^2}{2gy_c^2}=\frac{gy_c^3}{2gy_c^2}=\frac{y_c}{2}\longrightarrow \frac{y_c}{2}=\frac{V_c^2}{2g}$$

Ύψος κιν. ενέργειας= 0.5× (κρ. βάθος)

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \longrightarrow E = y_c + \frac{y_c}{2} \longrightarrow y_c = \frac{2}{3}E$$

q : σταθ.



$$u = \frac{Q}{bh} = \frac{q}{h} \qquad\qquad E = h + \frac{u^2}{2g}$$

- Όταν $h \to 0$, τότε $u \to \infty$ και $E \to \infty$
- Όταν $h \to \infty$, τότε $u \to 0$ και $E \to h$
- E_{min} για h_c : κρίσιμο βάθος ροής
- για οποιαδήποτε άλλη τιμή E δύο τιμές του h : εναλλακτικά βάθη ροής

- $E = h + \frac{1}{2g}\frac{q^2}{h^2} \Rightarrow \frac{\partial E}{\partial h} = 1 + \frac{q^2}{2g}(-$

$$\frac{\partial E}{\partial h} = 0 \Rightarrow \frac{q^2}{gh^3} = 1 \Rightarrow h^3$$

$$\boxed{h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}}$$

$$\boxed{E_{min} = \frac{3}{2} h_c}$$

ΜΟΝΟ ΓΙΑ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΙΑΤΟΜΗ

Β’ τρόπος αντικατάσταση στη γενική σχέση

$$\frac{Q}{\sqrt{g\frac{A^3}{B}}}$$

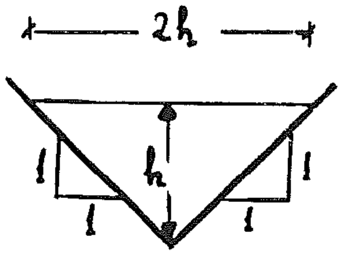
Αριθμός Froude από ελαχιστοποίηση ειδικής ενέργειας

Για κάποια ενδιάμεση τιμή του βάθους y η ειδική ενέργεια λαμβάνει ελάχιστη τιμή. Η τιμή αυτή λέγεται **κρίσιμο βάθος**. Η τιμή του κρισίμου βάθους μπορεί να προκύψει από την παραγώγιση της Εξ. 2.26 και την εξίσωση της παραγώγου με το μηδέν ήτοι:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{\alpha Q^2 B}{gA^3} = 0 \quad \text{ή}$$

$$\frac{\alpha Q^2 B}{gA^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c \tag{2.29}$$

Παράδειγμα:



- Αγωγός τριγωνικής διατομής
- Σταθερή και ομοιόμορφη ροή
- $Q = 0.3962\ m^3/s$
- Κλίση πρανών 1:1
- Κατά μήκος κλίση πυθμένα $S_0 = 0.006$
- $n = 0.012$ (συντελεστής Manning)
- Ροή υπερκρίσιμη ή υποκρίσιμη;

A) Υπολογισμός βάθους ομοιόμορφης ροής

Λύση

- Βρεχόμενη επιφάνεια (υγρή διατομή): $A = \frac{1}{2}(2h)h = h^2$
- Βρεχόμενη περίμετρος : $P = 2\sqrt{2}\,h = 2.83h$
- $Q = uA \Rightarrow Q = \frac{1}{n} R^{2/3} S_o^{1/2} A$

$$0.3962 = \frac{1}{0.012}\left(\frac{h^2}{2.83h}\right)^{2/3} 0.006^{1/2} h^2 \Rightarrow$$

$\underline{h \simeq 0.45\ m}$ ομοιόμορφο βάθος ροής

Χρυσάνθου, 2014

β) Υπολογισμός κρισίμου βάθους γ) έλεγχος

$$\boxed{\frac{Q^2}{g} = \left(\frac{A^3}{B}\right)_{h=h_c}}$$

$$\frac{0.3962^2}{9.81} = \frac{(h_c^2)^3}{2h_c} \Rightarrow 0.032 = h_c^5 \Rightarrow$$

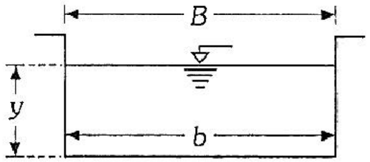
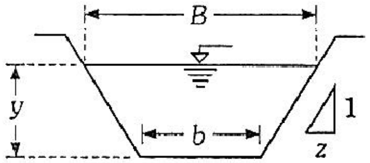
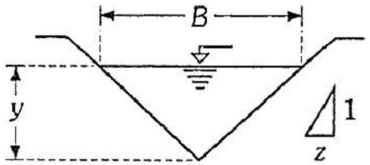
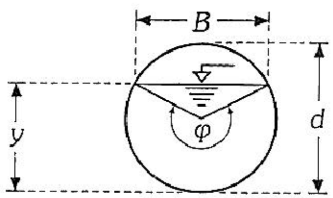
$\underline{h_c \simeq 0.50 \text{ m}}$ κρίσιμο βάθος ροής

$h < h_c \Rightarrow$ υπερκρίσιμη ροή

Σχεδιαστικά

- **Έλεγχος** ώστε η ροή να είναι υποκρίσιμη, γενικά και ειδικά στα τμήματα με ομοιόμορφη ροή (ποικιλία διατομών, συνήθως τραπεζοειδή διατομή)
- Απαραίτητη η θεωρία του κρισίμου βάθους για τον προσδιορισμό του **προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας** σε ειδικά τμήματα της διώρυγας (συνήθως επιλέγω ορθογωνική διατομή)

Πίν. 3.1: *Γεωμετρικά στοιχεία αγωγών*

Διατομή	Επιφάνεια A	Βρεχ. περίμετρος P	Υδραυλική ακτίνα $R = A/P$	Πλάτος ελεύθερης επιφάνειας B	Υδραυλικό βάθος $y_\mu = A/B$	Αριθμός Froude F
Ορθογωνική 	by	$b+2y$	$\dfrac{by}{b+2y}$	b	y	$\sqrt{\dfrac{Q^2}{b^2y^3g}}$
Τραπεζοειδής 	$(b+zy)\,y$	$b+2y\sqrt{1+z^2}$	$\dfrac{(b+zy)\,y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}$	$b+2zy$	$\dfrac{(b+zy)\,y}{b+2zy}$	$\sqrt{\dfrac{(b+2zy)\,Q^2}{(b+zy)^3y^3g}}$
Τριγωνική 	zy^2	$2y\sqrt{1+z^2}$	$\dfrac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$	$2zy$	$\dfrac{y}{2}$	$\sqrt{\dfrac{2Q^2}{z^2y^5g}}$
Κυκλική 	$\dfrac{d^2}{8}(\varphi - \sin\varphi)$	$d\dfrac{\varphi}{2}$	$\dfrac{d}{4}\left(1 - \dfrac{\sin\varphi}{\varphi}\right)$	$d\left(\sin\dfrac{\varphi}{2}\right)$ ή $2\sqrt{y(d-y)}$	$\dfrac{d}{8}\left\{\dfrac{\varphi - \sin\varphi}{\sin\dfrac{\varphi}{2}}\right\}$	$\sqrt{\dfrac{512\,Q^2\sin\left(\dfrac{\varphi}{2}\right)}{gd^5(\varphi - \sin\varphi)^3}}$

Για να χαρακτηρισθεί το είδος της ροής διακρίνω περιπτώσεις:

1) **F<1. Ροή υποκρίσιμη,** υπερέχουν οι δυνάμεις βαρύτητας των δυνάμεων αδράνειας, *ενώ για μία συγκεριμένη κλίση πυθμένα το βάθος ομοιόμορφης ροής για την υποκρίσιμη ροή θα είναι μεγαλύτερο από το αντοίστηχο (με την κλίση) κρίσιμο βάθος.*
2) **F>1. Ροή υπερκρίσιμη,** υπερέχουν οι δυνάμεις αδράνειας των δυνάμεων βαρύτητας (ύπαρξη σημαντικών ταχυτήτων), *ενώ για μία συγκεριμένη κλίση πυθμένα το βάθος ομοιόμορφης ροής για την υποκρίσιμη ροή θα είναι μικρότερο από το αντοίστηχο (με την κλίση) κρίσιμο βάθος.*
3) **F=1. Ροή κρίσιμη, το βάθος ροής είναι ίσο με το κρίσιμο βάθος.**

Η ταχύτητα σε ανοικτούς αγωγούς καθορίζεται από την κλίση του αγωγού και τις οριακές συνθήκες, συνεπώς, για σημαντικές κλίσεις που συνήθως επικρατούν σε ορεινές περιοχές η ροή είναι συνήθως υπερκρίσιμη.

Σε πεδινές περιοχές, όπου και υπάρχει αυξημένος κίνδυνος πλυμμηρών, οι κλίσεις είναι ήπιες, η ταχύτητα σχετικά μικρή και η ροή συνήθως υποκρίσιμη.

Στα τεχνικά έργα (εκτός από ειδικά έργα) επιλέγεται <u>υποκρίσιμη ροή.</u>

Μεθοδολογικές παρατηρήσεις

- Για να ελεχθεί αν η ροή είναι υπερκρίσημη ή υποκρίσημη ροή αρκεί να προσδιορισθεί ο αριθμός **Froude** και να συγκριθεί με τη μονάδα.

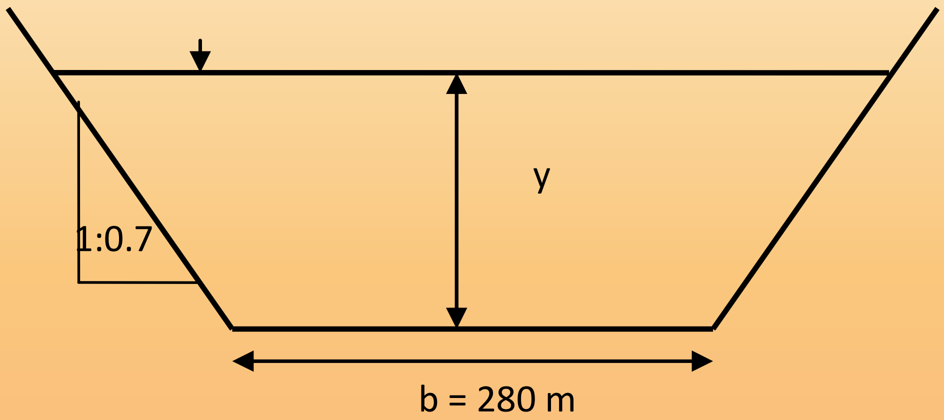
- Προκειμένου να προσδιορισθεί το κρίσιμο βάθος (βάθος ροής όταν η ροή είναι κρίσιμη) *εξισώνω τον αριθμό Froude με τη μονάδα* και με ***δοκιμές*** προσδιορίζω το συνακόλουθο μκρίσιμο βάθος ροής y_c

(με εξαίρεση την ορθογωνική διατομή, όπου $y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}$ *, q = Q/b, παροχή ανά μονάδα πλάτους, μέγεθος που ορίζεται σε ορθογωνικούς αγωγούς)*

Ασκηση 2

Αν η κλίση του πυθμένα είναι So = 1:240 να προσδιορισθεί η παροχή της παρακάτω τραπεζοειδούς διατομής αν ο συντελεστής Manning στο διεθνές σύστημα είναι n = 0.042 και η παροχή Q = 98,200 m^3s^-1 να προσδιορισθεί το ομοιόμορφο το βάθος ροής. Να ελεγχθεί αν η ροή είναι κρίσιμη, υπερκρίσιμη ή υπερκρίσιμη και να προσδιοριστεί το κρίσιμο βάθος ροής.

(a)



A) Ομοιόμορφη ροή

Εξίσωση Manning για τραπεζοειδής διατομή

$$V=\frac{1}{n}\left(\frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}\right)^{2/3}S_0^{1/2}\Leftrightarrow Q=((b+zy)y)\frac{1}{n}\left(\frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}\right)^{2/3}S_0^{1/2}$$

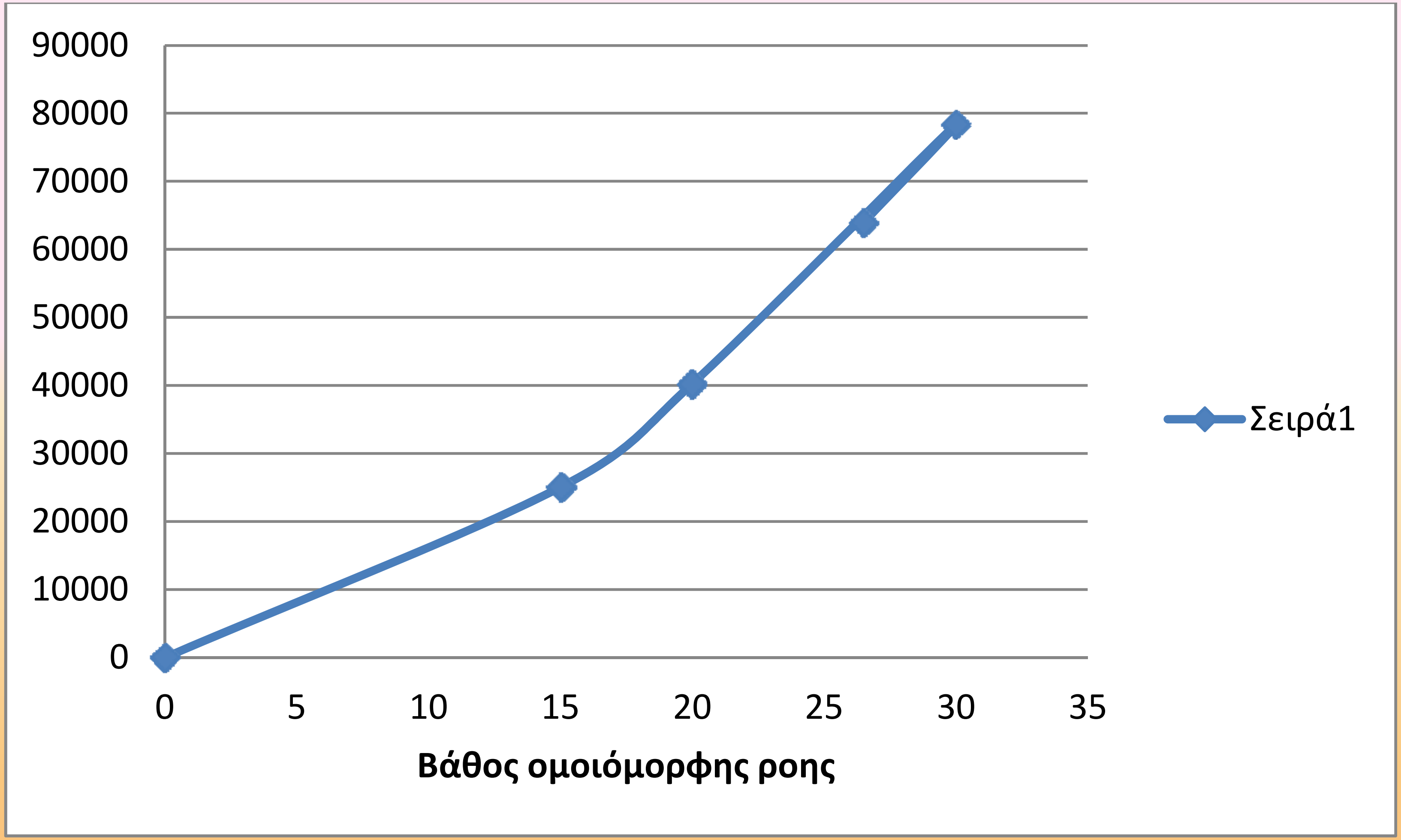
$$\Leftrightarrow\frac{n\cdot Q}{S_0^{1/2}}=((b+zy)y)\left(\frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}\right)^{2/3}\Leftrightarrow$$

$$\frac{0.042\cdot 98,200}{(1/240)^{1/2}}=((280+0.7\cdot y)y)\left(\frac{(280+0.7\cdot y)y}{280+2\cdot y\sqrt{1+0.7^2}}\right)^{2/3}=63,894.93$$

Δοκιμές:

y = 20 m => f(y)= 40208.5< 63894.93 (Q = 61,800 m^3s^{-1})

y = 30 m => f(y)= 78361.04> 63894.93 (Q = 120,450 m^3s^{-1})



Τελικά Q = 98,000 m^3s^{-1} για βάθος ομοιόμορφης ροής , <u>yo = 26.5 m.</u>

(b) Ο αριθμός Froude Number είναι:

$$F = \frac{V}{\sqrt{g y_\mu}} = \sqrt{\frac{Q^2 \left(b + 2zy\right)}{g\left(b + zy\right)^3 y^3}} = \sqrt{\frac{98,200^2 \left(280 + 2 \cdot 0.7 \cdot 26.5\ \right)}{g\left(280 + 0.7 \cdot 26.5\right)^3 \cdot 26.5^3}} = 0.793378963$$

Εφόσον Fr < 1, η ροή είναι υποκρίσιμη

(γ) Εύρεση κρίσιμου βάθους με δοκιμές:

$$F = \frac{V}{\sqrt{g y_\mu}} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{Q^2 \left(b + 2zy_c\right)}{g\left(b + zy_c\right)^3 {y_c}^3}} = \sqrt{\frac{98,200^2 \left(280 + 2 \cdot 0.7 \cdot y_c\ \right)}{g\left(280 + 0.7 \cdot y_c\right)^3 \cdot {y_c}^3}} = 1$$

…….(αφήνεται για άσκηση στους σπουδαστές)

Αντί του βήματος (2) μπορώ να προσδιορίσω το yc
και να το συγκρίνω με το βάθος ομοιόμορφης ροής,
yn . Ροή υποκρίσιμη θα πρέπει yn>yc

Θεωρία κρίσιμης ροής
έλεγχος κλίσης πυθμένα

Θεωρία κρίσιμης ροής

Κρίσιμη ροή

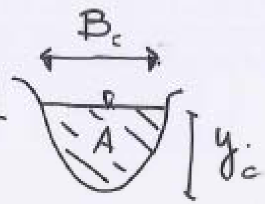
E (ειδική ενέργεια) → ελάχιστη $\left(\frac{dE}{dy}=0\right)$

όπου:

$$E = y + \left(\frac{Q}{A}\right)^2 \frac{1}{2g}, \quad A = f(y)$$

Κρίσιμη ροή, τότε

$$F_r = \frac{V_c}{\sqrt{g\frac{A_c}{B_c}}} = \frac{Q}{\sqrt{g\frac{A_c^3}{B_c}}} = 1$$



Κρίσιμο βάθος

Κρίσιμη ροή:

$y > y_c \rightarrow$ ροή υποκρίσιμη.

$y < y_c \rightarrow$ ροή υπερκρίσιμη

$y = y_c \rightarrow$ ροή κρίσιμη.

y_n: βάθος ομοιόμορφης ροής (y = σταθ, v = σταθ).

μπορεί να είναι κρίσιμο, υπερκρίσιμο ή υποκρίσιμο, y_n καθορίζεται από την κλίση.

Σχεδιαστικά

- Έλεγχος κλίσης πυθμένα. Όταν το βάθος ομοιόμορφης ροής είναι μεγαλύτερο από το κρίσιμο βάθος τότε η κλίση είναι ήπια.
- Όταν το βάθος ομοιόμορφης ροής είναι μικρότερο από το κρίσιμο βάθος τότε η κλίση είναι απότομη
- Όταν το βάθος ομοιόμορφης ροής είναι ίσο με το κρίσιμο βάθος τότε η κλίση είναι κρίσιμη

Ομοιόμορφη ροή, έλεγχος κρίσιμων συνθηκών

- Αρχικά προσδιορίζω το κρίσιμο βάθος

$$(\kappa\rho\acute{\iota}\sigma\iota\mu o\ \beta\acute{\alpha}\theta o\varsigma\ \gamma\nu)\frac{Q}{\sqrt{g\frac{A_c^{\,3}}{B_c}}}=1$$

Για δεδομένη παροχή, το κρίσιμο βάθος εξαρτάται μόνο από τα γεωμετρικά στοιχεία της διατομής

- Από την εξίσωση του Manning υπολογίζω την κρίσιμη κλίση (βάθος ομοιόμορφης ροής ίσο με κρίσιμο)

$$Q=\frac{1}{n}A_cR_c^{2/3}S_0^{1/2}\Leftrightarrow S_0=\left(\frac{Q\cdot n}{A_cR_c^{2/3}}\right)^2$$

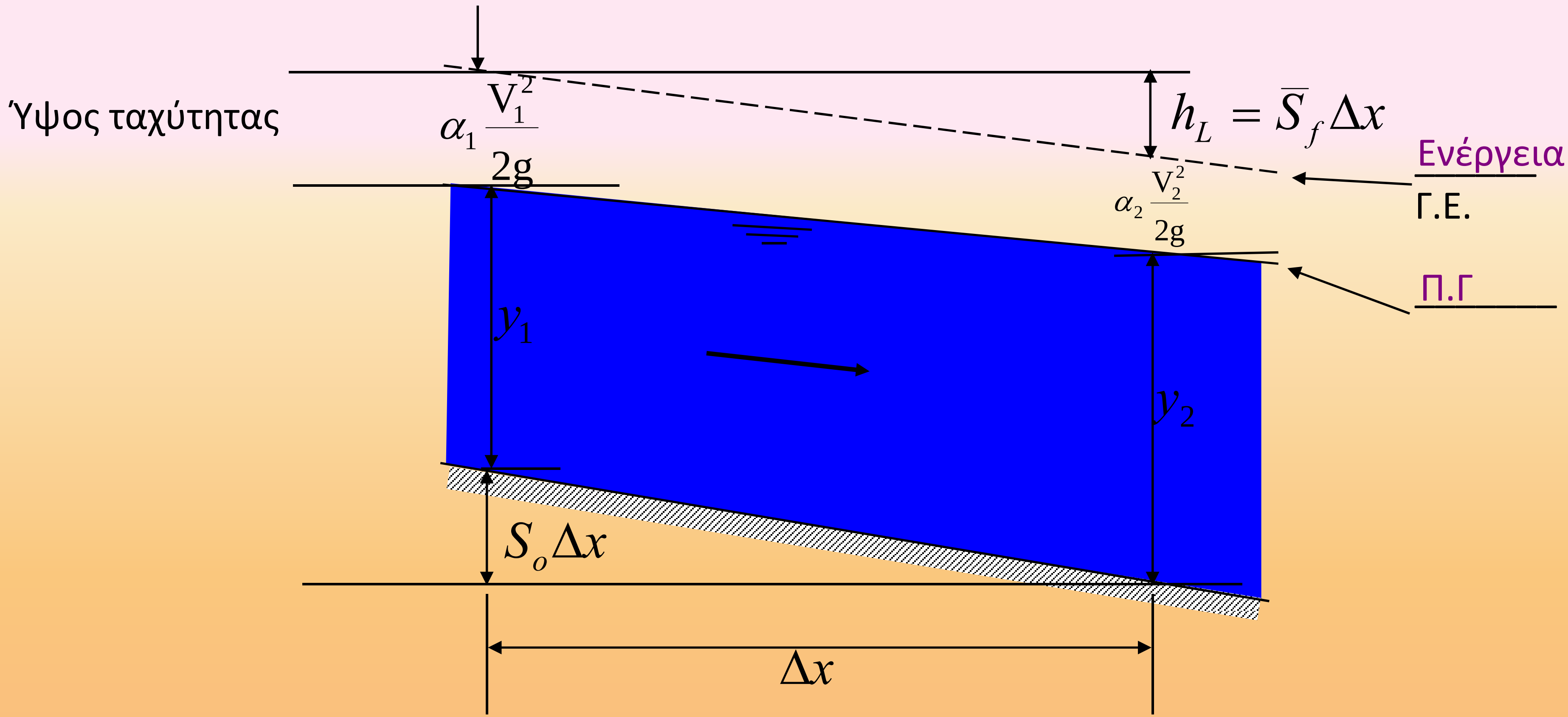
- Η κρίσιμη κλίση εξαρτάται, για δεδομένη γεωμετρία και παροχή <u>και από το συντελεστή Manning</u>

- Η ροή θα είναι η κρίσιμη ή υποκρισιμη ή υπερκρίσιμη
- Η ροή μπορεί να είναι ή να μην είναι ομοιόμορφη
- Η έννοια της κρίσιμης ροής έχει ευρύτερη εφαρμογή στην υδραυλική των ανοικτών αγωγών από την ομοιόμορφη ροή (εφαρμόζεται και την ομοιόμορφη και την ανομοιόμορφη ροή)
- το κρίσιμο βάθος δεν εφαρμόζεται στην υδραυλική των κλειστών αγωγών

Θεωρία κρίσιμου βάθους και προφίλ επιφανείας

- Το διάγραμμα ειδικής ενέργειας θα χρησιμοποιηθεί για να κατασκευασθεί το προφίλ της επιφανείας του νερού
- Δεν υπάρχει διατήρηση της ειδικής ενέργειας αλλά της ενέργειας. Μόνο για οριζόντιο αγωγό και μηδενικές απώλειες ενέργειας η ειδική ενέργεια είναι σταθερή
- Για μία πλήρη λύση ελέγχω αρχικά το είδος της ροής
- Συνήθως χρησιμοποιείται σε μικρές διαφορές συναρμογής. Θωρώ αμελητέες απώλειες ενέργειας. Η ειδική ενέργεια ακολουθεί το ανάγλυφο του πυθμένα:

Ανοικτοί αγωγοί: Διατήρηση της ενέργειας



Κλίση πυθμένα (S_o) όχι απαραίτητη ίση με την κλίση της γραμμής ενέργειας (S_f)

Διατήρηση της ενέργειας

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \beta_1 \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \beta_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

z από στάθμη αναφοράς

$$y_1 + S_o \Delta x + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + S_f \Delta x$$

Τυρβώδη ροή ($\alpha \cong 1$)

y – βάθος ροής

Ενεργειακή σχέση ανοικτών αγωγών

$$\left(y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \right) + S_o \Delta x = \left(y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \right) + S_f \Delta x \Leftrightarrow$$

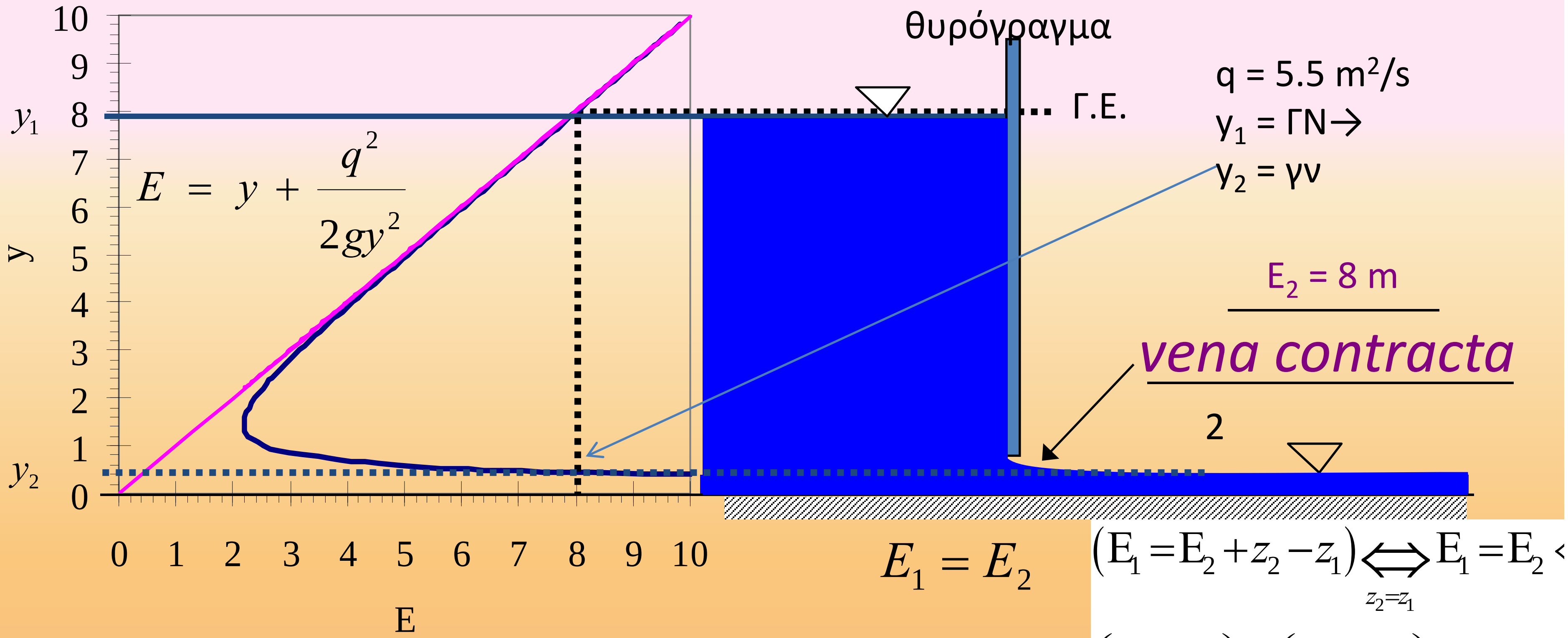
$$\mathrm{E}_1 + z_1 = \mathrm{E}_2 + z_2 + h_f$$

Ειδική ενέργεια για αμελητέες απώλειες ενέργειας

$$E_1 + z_1 = E_2 + z_2 + h_f \Leftrightarrow \left(\alpha\nu\ h_f \to 0\right)$$

$$E_1 = E_2 + z_2 - z_1$$

Θυρόφραγμα



$$\left(E_1 = E_2 + z_2 - z_1\right) \underset{z_2 = z_1}{\Leftrightarrow} E_1 = E_2 <$$

$$\left(\frac{V_1^2}{2g} + y_1\right) = \left(\frac{V_2^2}{2g} + y_2\right)$$

ορθ.διατομή:

$$Q = by_1V_1 = by_2V_2$$

Μετάβαση σε διαφορές συναρμογές

Αύξηση z πυθμένα

Θεωρείστε ανάντη **υποκρίσιμη ροή** & αρχική E_1 γνωστή

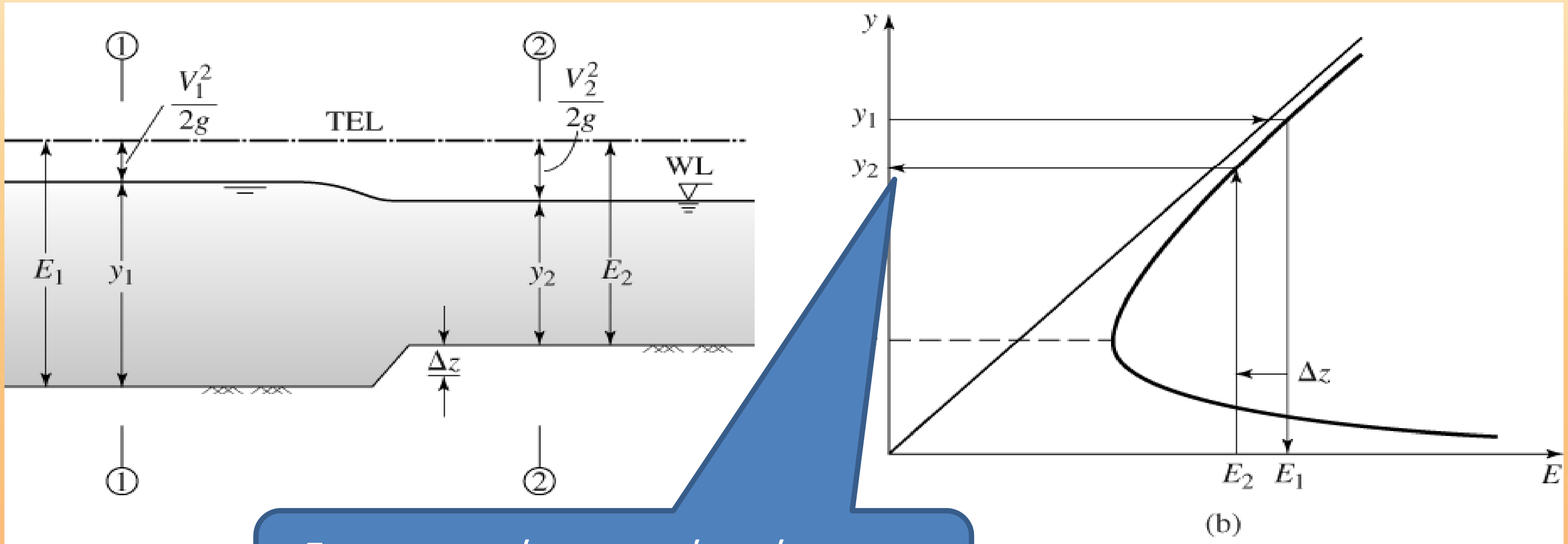
Δz αφαιρείτε , μηδενικές απώλειες, Ε στη θέση (2) μειώνεται:

$$\left(\mathrm{E}_1=\mathrm{E}_2+z_2-z_1\right)\underset{z_2=z_1}{\Leftrightarrow}\mathrm{E}_1+z_1-z_2=\mathrm{E}_2+\underset{\Delta z=z_2-z_1}{\Leftrightarrow}$$

$$\left(\frac{V_1^2}{2g}+y_1\right)-\Delta z=\left(\frac{V_2^2}{2g}+y_2\right)$$

$$\textit{ορθ.διατομή}:$$

$$Q=by_1V_1=by_2V_2$$



(b)

Για υπορκρίσιμη ροή ανάντη, το βάθος ροής κατάντη μειώνεται!!

Μετάβαση σε διαφορές συναρμογές

Θεωρείστε ανάντη **<u>υπερκρίσιμη ροή</u>** & αρχική E_1 γνωστή

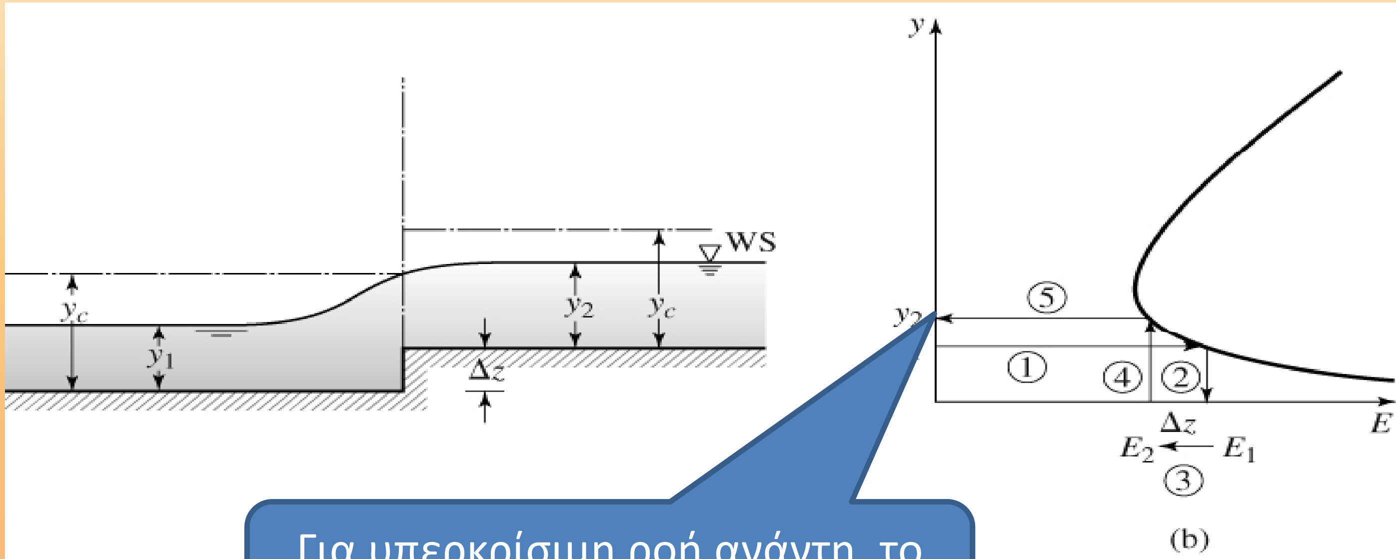
Δz αφαιρείτε , μηδενικές απώλειες, Ε στη θέση (2) μειώνεται:

$$\left(E_1 = E_2 + z_2 - z_1\right) \underset{z_2 = z_1}{\Longleftrightarrow} E_1 + z_1 - z_2 = E_2 + \underset{\Delta z = z_2 - z_1}{\Leftrightarrow}$$

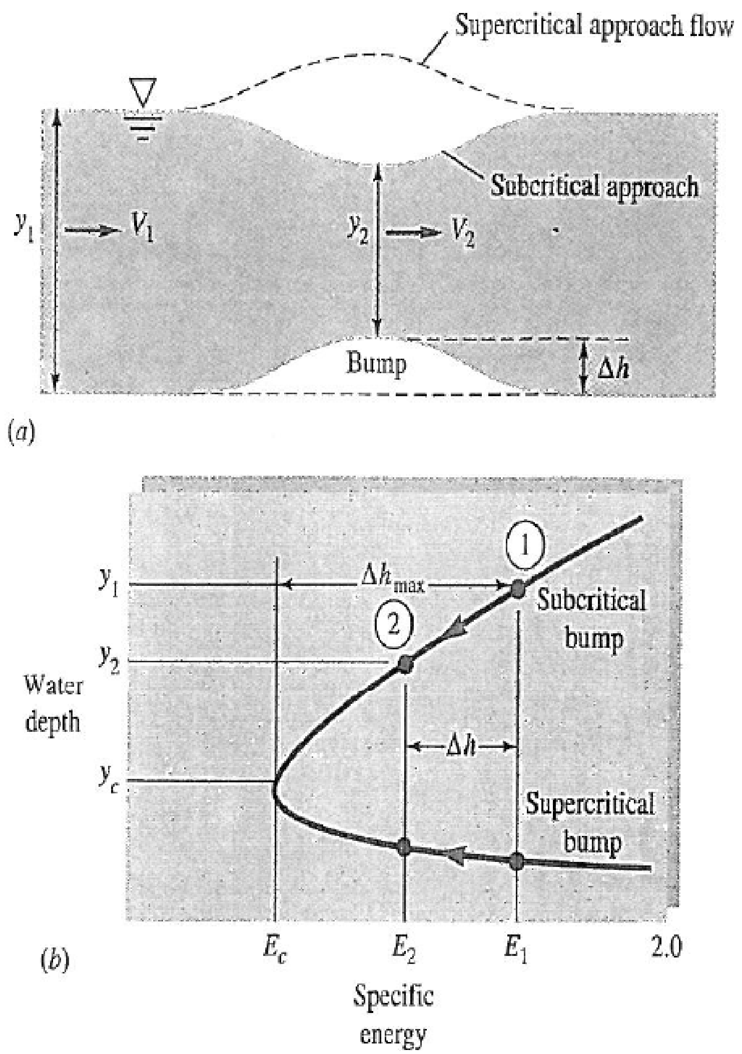
$$\left(\frac{V_1^2}{2g} + y_1\right) - \Delta z = \left(\frac{V_2^2}{2g} + y_2\right)$$

$$\textit{ορθ.διατομή}:$$

$$Q = b y_1 V_1 = b y_2 V_2$$

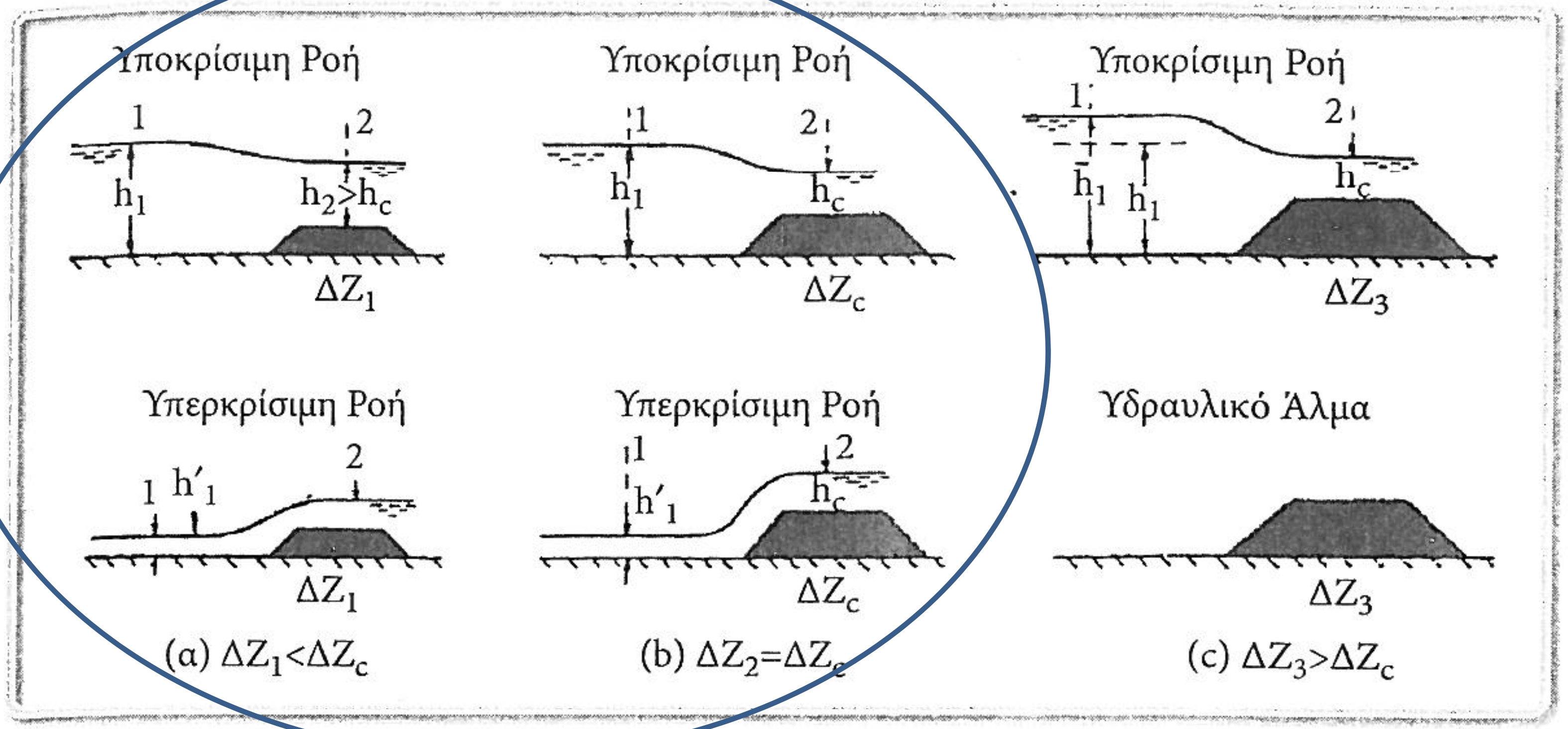


Για υπερκρίσιμη ροή ανάντη, το βάθος ροής κατάντη αυξάνεται!!



Supercritical approach flow
Subcritical approach
y_1
V_1
y_2
V_2
Bump
Δh
(a)
y_1
Δh_{max}
1
2
Subcritical bump
y_2
Water depth
Δh
y_c
Supercritical bump
(b)
E_c
E_2
E_1
2.0
Specific energy

Η ροή ανάντη και στο εμπόδιο θα είναι υποκρίσιμη παντού ή υπερκρίσιμη παντού, το πολύ να φτάσει το κρίσιμο βάθος για μεγάλο ύψος εμποδίου. Διαφορετικά περίπτωση για μεγαλύτερο ύψος εμποδίου περίπτωση ©



Σχήμα 7.15: Ροή σε αγωγό με αναβαθμό, Πρίνος, 2013