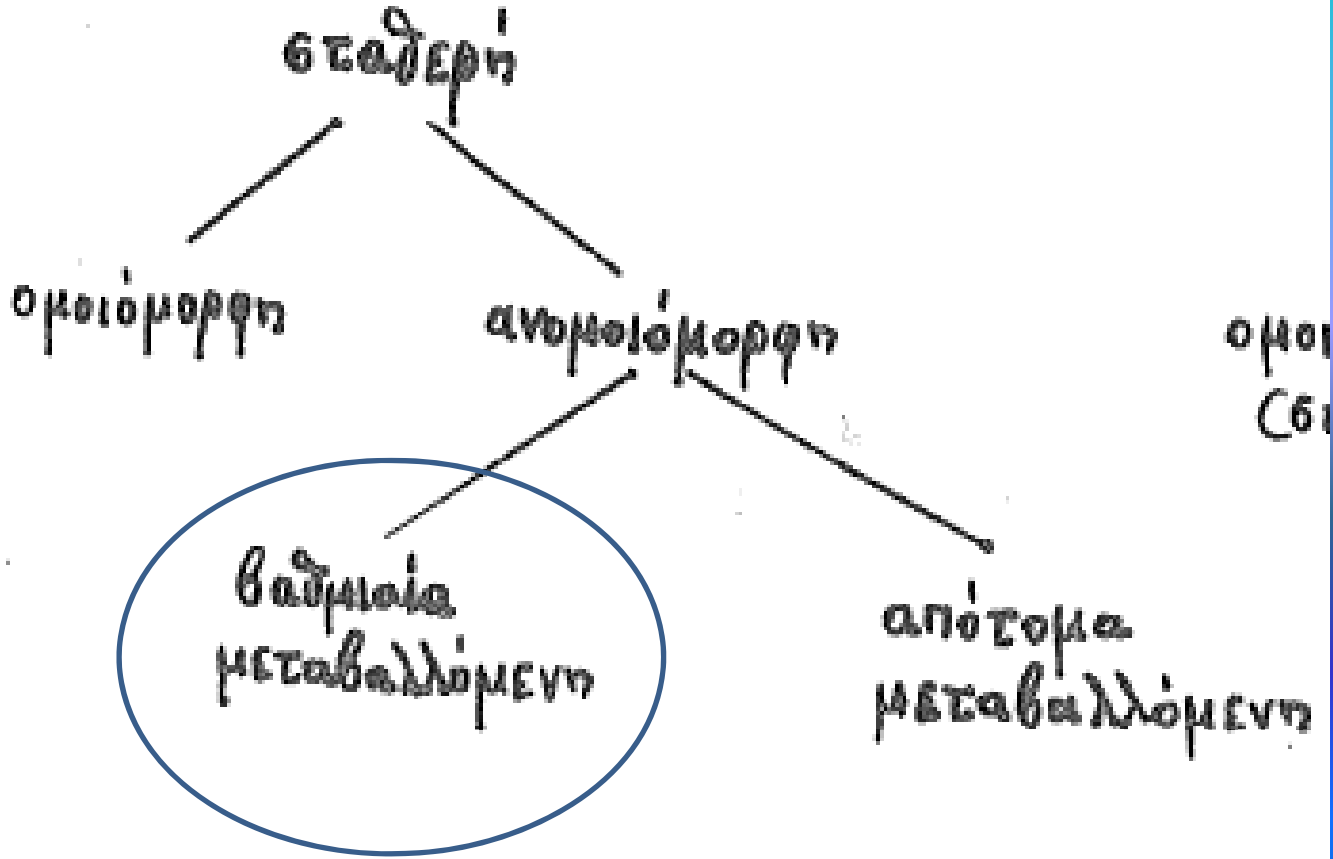


Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή 2  
(συνέχεια...)

Είδη ροής



# Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

- $|dy/dx| < 1$  (Δημητρίου, 1988)
- Υδροστατική διανομή πιέσεων, αμελητέες κατακόρυφες κινήσεις
- Ισχύς της εξίσωσης του Manning για τη διατμητική τάση στερεού ορίου με βάση όμως την κλίση της γραμμής ενέργειας

Σχόλιο: Στη BMP η κλίση πυθμένα, στάθμης ελεύθερης επιφανείας αλλά και γραμμής ενέργειας δε συμπίπτουν.

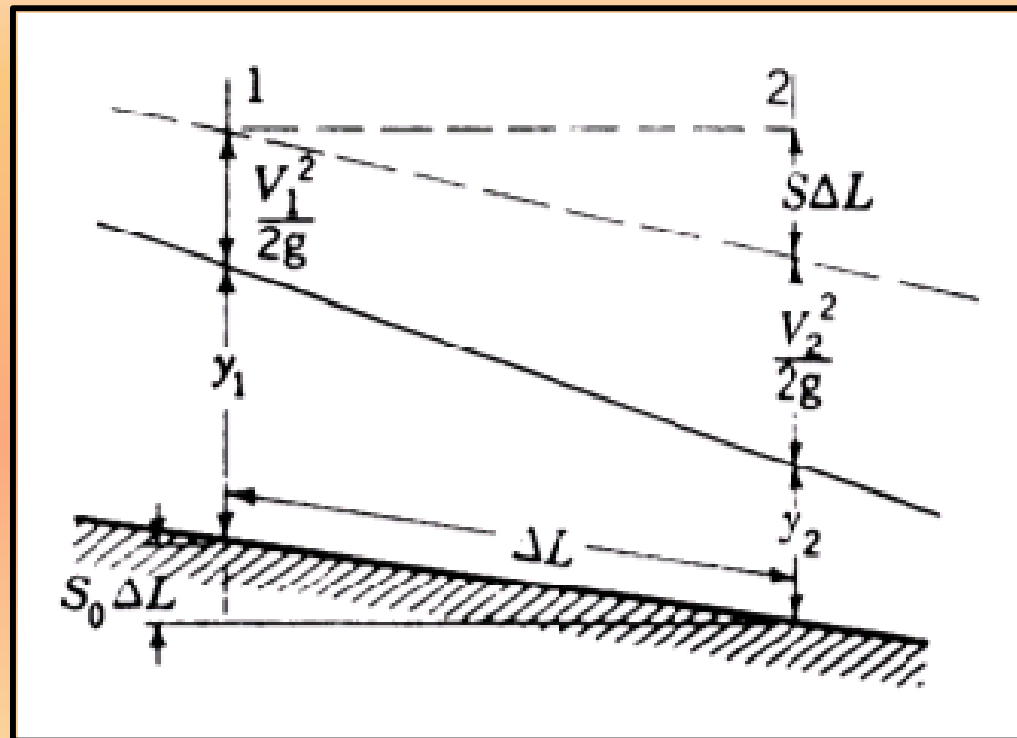
# Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

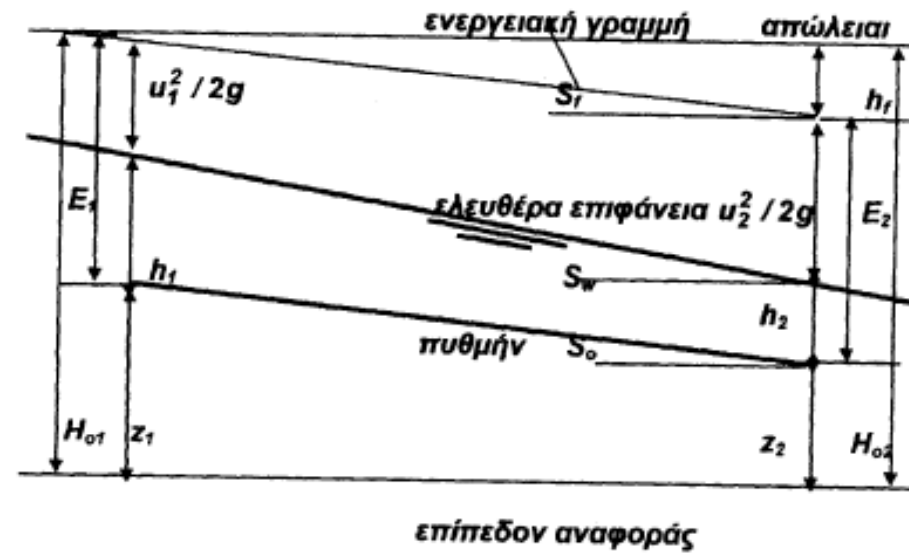
- Γενική εξίσωση: Ενέργειας σε διάφορες μορφές
- Μορφή καμπύλης στάθμης (βλπ πίνακες)
- Ισχύς εξίσωσης Manning σε διατομή μόνο που αντί της κλίσης πυθμένας θέτω την κλίση γραμμής ενέργειας
- Μέση κλίση της γραμμής ενέργειας μεταξύ δύο τμημάτων
- Δύο βασικές περιπτώσεις προβλημάτων:
  - Γνωστό υψόμετρο και  $\Delta L$ , άγνωστο το ανάντη (ή κατάντη υψόμετρο)
  - Γνωστά δύο υψόμετρα και άγνωστο το μήκος  $\Delta L$  (θέμα)

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

Μορφή καμπύλης στάθμης  
ελεύθερης επιφανείας

**Σχήμα:** Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή





Σχήμα 11.1 Σχέσεις ενεργείας εις την βαθμιαίως μεταβαλλομένην ροήν

Η εφαρμογή της ενεργειακής εξισώσεως μεταξύ των διατομών 1 και 2 του Σχήματος 11.1 δίδει,

$$z_1 + h_1 + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + h_f \quad (11.6)$$

επειδή,

$$z_1 - z_2 = S_0 L \quad (11.7)$$

όπου  $L$  αποστάσεις μεταξύ των οιατομών 1 και 2 και

$$h_f = S_f L \quad (11.8)$$

αι απώλεια φορτίου, η ενεργειακή εξίσωση (11.6) γράφεται,

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2g} = h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + L(S_f - S_o) \quad (11.9)$$

Η εξίσωση κατά Manning, η οποία ισχύει μόνον διά ομοιόμορφον ροήν, δύναται να εφαρμοσθή και εις την βαθμιαίως μεταβαλλομένην ροήν με ακρίβειαν οποία εξαρτάται εκ του μήκους των επί μέρους κατατμήσεων  $\Delta x$  του ανοικτού αγωγού.

Για  $L = dx \rightarrow 0$



# Μορφή καμπύλης

$$\frac{dE}{dx} = S_0 - S_f = \frac{dE}{dy} \frac{dy}{dx} = \left(1 - \frac{Q^2 B}{gA^3}\right) \frac{dy}{dx} = \left(1 - \frac{Q^2}{gA^3} \frac{dA}{dy}\right) \frac{dy}{dx}$$

$$S_0 - S_f = \left(1 - \frac{Q^2 B}{gA^3}\right) \frac{dy}{dx} = (1 - Fr^2) \frac{dy}{dx} \Rightarrow$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$

Για  $y > y_n \Rightarrow S_0 > S_f$   
Για  $y < y_n \Rightarrow S_0 < S_f$   
Γιατί? Βλπ επόμενη  
διαφάνεια

Για  $y > y_{cr} \Rightarrow Fr < 1$   
Για  $y < y_{cr} \Rightarrow Fr > 1$   
Για  $y = y_{cr} \Rightarrow Fr = 1$

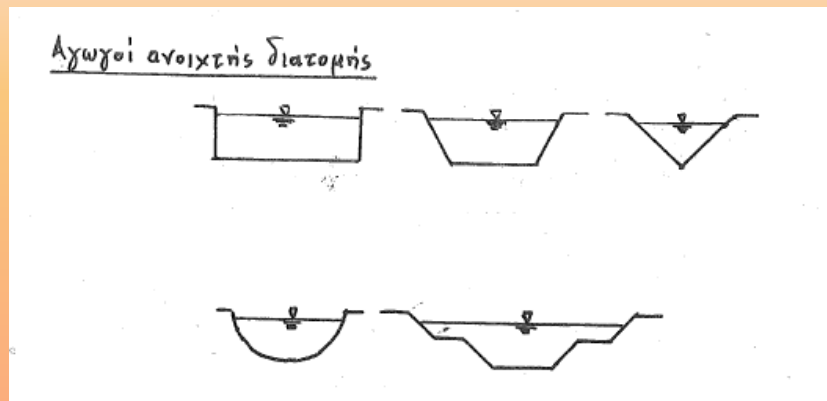
- κλίση πυθμένα

- α) ήπια, όταν  $y_n > y_{cr}$
- β) απότομη, όταν  $y_n < y_{cr}$
- γ) κρίσιμη, όταν  $y_n = y_{cr}$

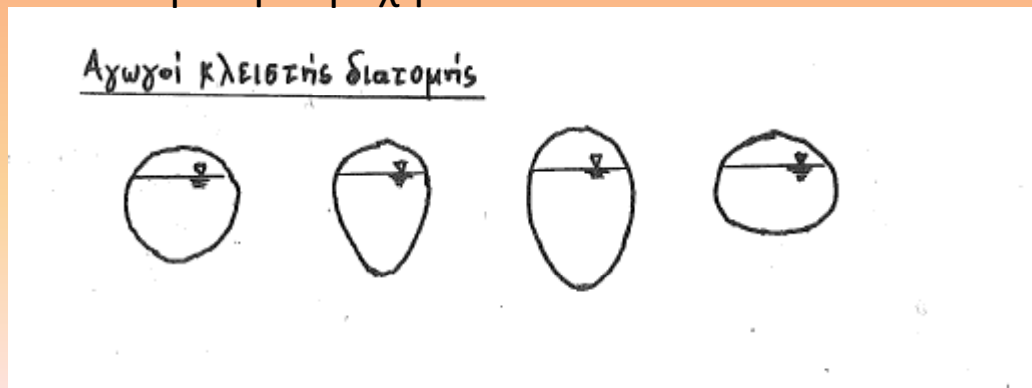
Προτιμώ τη σύγκριση με βάθη ροής και όχι με τις κλίσεις

## Δύο ειδών διατομές

Τύπου α μία βάθους ροής για δεδομένη παροχή, όσο αυξάνει το βάθος ροής αυξάνει η υδραυλική διοχετευτικότητα και η παροχή



Τύπου β δύο λύσεις βάθους ροής για δεδομένη παροχή



- $S_0$  (κλίση πυθμένα)  $> S_f$

*Τυπου Α*

$$\left. \begin{array}{l}
 S_0 \text{ (κλίση πυθμένα) } > S_f, \\
 \text{δεδομένη παροχή} \\
 \frac{1}{n} A_n R_n^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1}{n} A R^{2/3} S_f^{1/2}
 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$A_n R_n^{2/3} < A R^{2/3} \rightarrow$$

*υδραυλική διοχετευτικότητα  
ομοιomorφο βάθοςροής*

$$y_n < y$$

Επειδή το βάθος ροής  $y$  στη ΒΜΡ μεταβάλλεται, ορίζουμε τις ακόλουθες μορφές των καμπυλών της ελεύθερης επιφάνειας:

εάν  $dy/dx = 0$       τότε     $J_o = J_E$  (ομοιόμορφη ροή)

εάν  $dy/dx > 0$       τότε    καμπύλη υπερύψωσης

εάν  $dy/dx < 0$       τότε    καμπύλη κατάπτωσης.

# Προφίλ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F_r^2}$$

- Για να δω αν υπάρχει κατάπτωση η ανύψωση ε.ε. συγκρίνω τον αριθμητή και τον παρονομαστή.
- Ο όρος  $S_0$  αναφέρεται στην κλίση και είναι ίσιος με την κλίση ομοιόμορφης ροής. Ο όρος  $S_f$  στις πραγματικές απώλειες ενέργειας
- Έλεγχος κρίσιμης ροής στον παρονομαστή (πραγματική)
- Προτιμώ τη χρήση πινάκων

$$\begin{aligned} \text{Για } y > y_n &\Rightarrow S_0 > S_f \\ \text{Για } y < y_n &\Rightarrow S_0 < S_f \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Για } y > y_{cr} &\Rightarrow F_r < 1 \\ \text{Για } y < y_{cr} &\Rightarrow F_r > 1 \\ \text{Για } y = y_{cr} &\Rightarrow F_r = 1 \end{aligned}$$

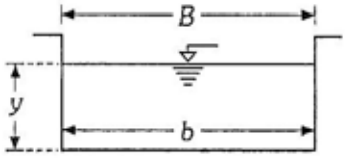
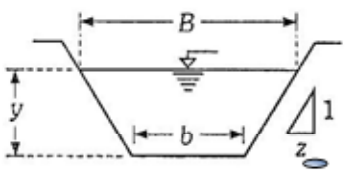
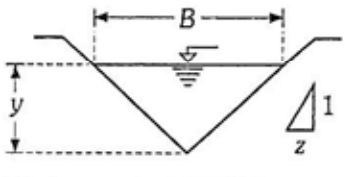
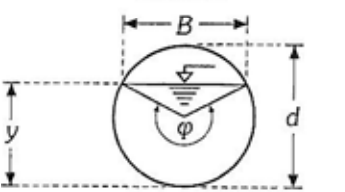
# Μεθοδολογία με πίνακες

- Πρώτα τσεκάρω την κλίση. Αν είχαμε ροή ομοιόμορφη (υπόθεση δεν συμβαίνει πάντα, αποκλειστικά για έλεγχο κλίσης) η ροή θα ήταν υποκρίσιμη, υπερκρίσιμη ή κρίσιμη? Εξαίρεση αποτελεί η περίπτωση της οριζόντιας και της αντίστροφης κλίσης που είναι καλό να αποφεύγονται για μεγάλα μήκη
- Αφού προσδιορίσω την καμπύλη (γράμμα) τότε με βάση τις πραγματικές συνθήκες ελέγχω το πραγματικό βάθος ροής με βάση τους πίνακες και αντιστοιχώ τον αριθμό

Προσδιορισμός ομοιόμορφου βάθους από  
εξίσωση Manning  
Προσδιορισμός κρίσιμου βάθους από την  
εξίσωση  $Fr = 1$

Είναι απαραίτητο να προσδιοριστούν αυτά τα  
βάθη, δεν σημαίνει όμως ότι στην περιοχή όπου  
μελετώ θα εμφανιστούν αυτά (δηλαδή «μπορεί  
να μην συμβαίνουν»)

**Πίν. 3.1:** Γεωμετρικά στοιχεία αγωγών

Διατομή	Επιφάνεια A	Βρεχ. περίμετρος P	Υδραυλική ακτίνα $R = A/P$	Πλάτος ελεύθερης επιφάνειας B	Υδραυλικό βάθος $y_{\mu} = A/B$	Αριθμός Froude F
<p>Ορθογωνική</p> 	$by$	$b + 2y$	$\frac{by}{b + 2y}$	$b$	$y$	$\sqrt{\frac{Q^2}{b^2 y^3 g}}$
<p>Τραπεζοειδής</p> 	$(b + zy)y$	$b + 2y\sqrt{1 + z^2}$	$\frac{(b + zy)y}{b + 2y\sqrt{1 + z^2}}$	$b + 2zy$	$\frac{(b + zy)y}{b + 2zy}$	$\sqrt{\frac{(b + 2zy)Q^2}{(b + zy)^3 y^3 g}}$
<p>Τριγωνική</p> 	$zy^2$	$2y\sqrt{1 + z^2}$	$\frac{zy}{2\sqrt{1 + z^2}}$	$2zy$	$\frac{y}{2}$	$\sqrt{\frac{2Q^2}{z^2 y^5 g}}$
<p>Κυκλική</p> 	$\frac{d^2}{8}(\varphi - \sin\varphi)$	$d\frac{\varphi}{2}$	$\frac{d}{4}\left(1 - \frac{\sin\varphi}{\varphi}\right)$	$d\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)$ ή $2\sqrt{y(d-y)}$	$\frac{d}{8}\left\{\frac{\varphi - \sin\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}}\right\}$	$\sqrt{\frac{512Q^2\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{gd^5(\varphi - \sin\varphi)^3}}$



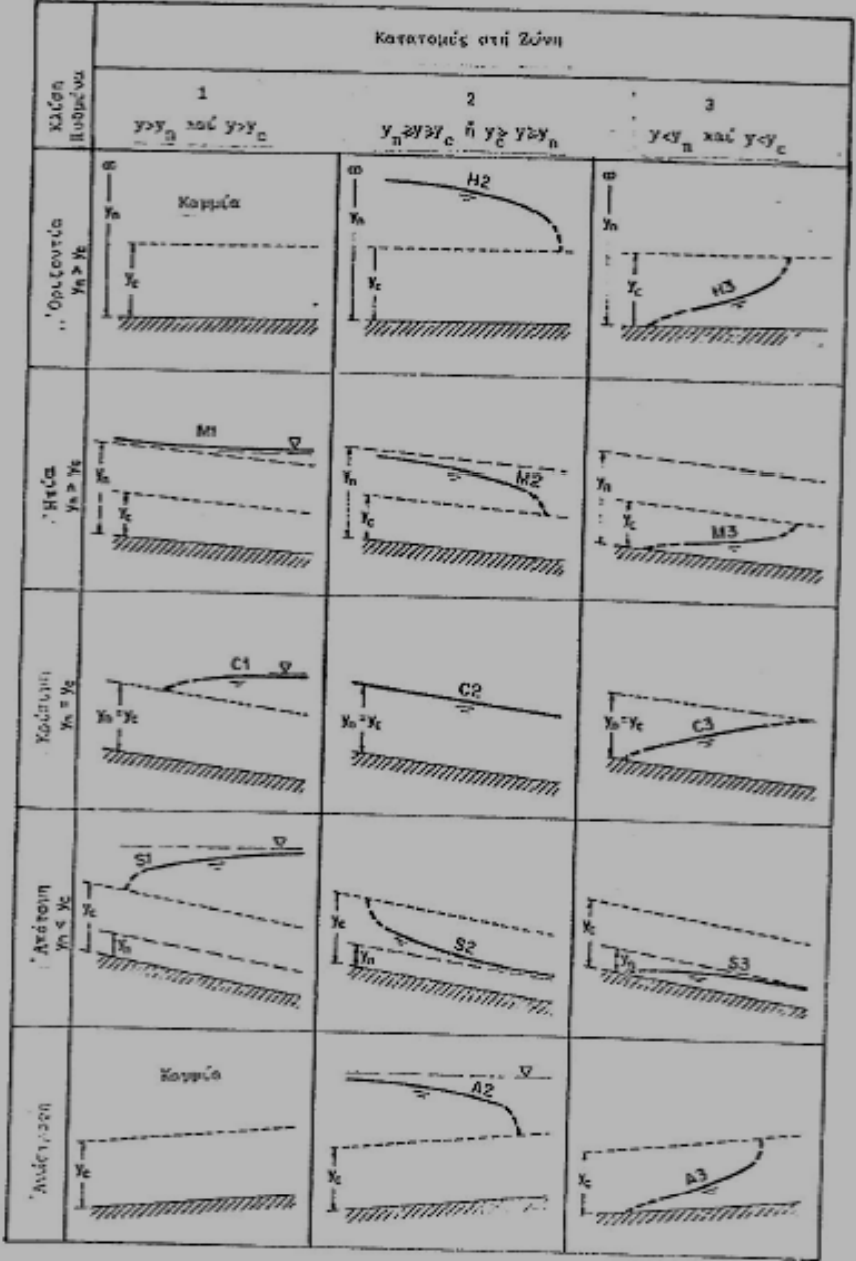
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1  
 ΤΥΠΟΙ ΚΑΤΑΤΟΜΩΝ ΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΤΟΥ ΥΔΑΤΟΣ  
 ΣΕ ΠΡΙΣΜΑΤΙΚΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

Κλίση κυθμένα άγωγου	Συμβολισμός			Εχέση του βάθους $y$ πρός $y_n$ και $y_c$	Γενικός τύπος καμπύλης*	κατάσταση τής ροής
	ζώνη 1	ζώνη 2	ζώνη 3			
Όριζόντια $S_0 = 0$	—θ—			—θ—	—θ—	—θ—
		$H_2$		$y_n > y > y_c$	K	*Υποκρίσιμη
			$H_3$	$y_n > y_c > y$	Y	*Υπερκρίσιμη
Ήπια $0 < S_0 < S_c$	$M_1$			$y > y_n > y_c$	Y	*Υποκρίσιμη
		$M_2$		$y_n > y > y_c$	K	>>
			$M_3$	$y_n > y_c > y$	Y	*Υπερκρίσιμη
Κρίσιμη $S_0 = S_c > 0$	$C_1$			$y > y_n = y_c$	Y	*Υποκρίσιμη
		$C_2$		$y = y_n = y_c$	O	Κρίσιμη και ομοιόμορφη
			$C_3$	$y_n = y_c > y$	Y	*Υπερκρίσιμη
Απότομη $S_0 > S_c > 0$	$S_1$			$y > y_c > y_n$	Y	*Υποκρίσιμη
		$S_2$		$y_c > y > y_n$	K	*Υπερκρίσιμη
			$S_3$	$y_c > y_n > y$	Y	>>
Ανάστροφη $S_0 < 0$	—θ—			—θ—	—θ—	—θ—
		$A_2$		$ y_n  > y > y_c$	K	*Υποκρίσιμη
			$A_3$	$ y_n  > y_c > y$	Y	*Υπερκρίσιμη

\* ) K = καμπύλη καταπτώσεως, Y = καμπύλη υπερυψώσεως, O = ομοιόμορφη ροή

Σακκάς, 1988

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$



Σακκάς, 1988

4.1 Σχηματική παράσταση και ταξινόμηση των κατατομών της

Κλίση Ποθούμενα	Κατατομιές στη Ζώνη		
	1 $y > y_n$ και $y > y_c$	2 $y_n > y > y_c$ ή $y_c > y > y_n$	3 $y < y_n$ και $y < y_c$
Οριζοντία $y_n > y_c$	Καμμία 	H2 	H3 
Ηπεία $y_n > y_c$	M1 	M2 	M3 

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$

$$\text{Για } y > y_n \Rightarrow S_0 > S_f$$

$$\text{Για } y < y_n \Rightarrow S_0 < S_f$$

$$\text{Για } y > y_{c1} \Rightarrow Fr < 1$$

$$\text{Για } y < y_{c1} \Rightarrow Fr > 1$$

$$\text{Για } y = y_{c1} \Rightarrow Fr = 1$$

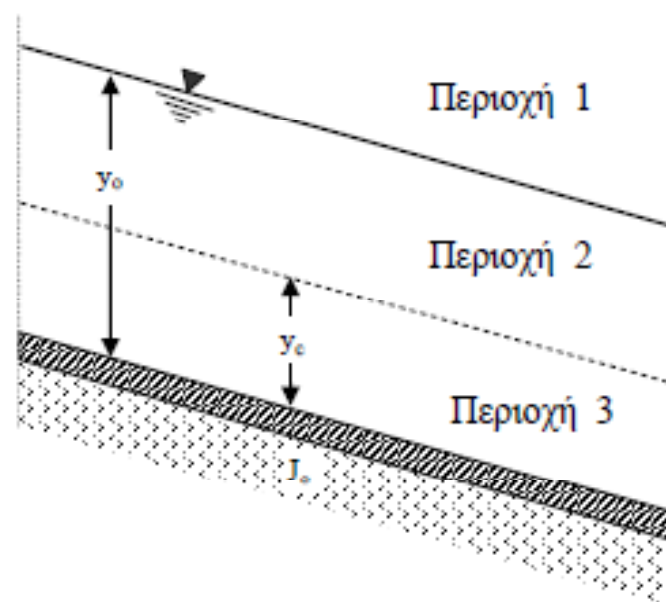
Θέμα, M2

Θέμα

- Κλίση ποθούμενα

Κλίση πυθμένα	Χαρακτηρισμός καμπύλης	Παρατηρήσεις
$0 < J_0 < J_c$	καμπύλη M	(από το Αγγλικό MILD = ήπια)
$J_0 = J_c$	καμπύλη C	(από το CRITICAL = κρίσιμη)
$J_0 > J_c$	καμπύλη S	(από το SUPERCRITICAL = υπερκρίσιμη)
$J_0 = 0$	καμπύλη H	(από το HORIZONTAL = οριζόντιος αγωγός)
$J_0 < 0$	καμπύλη A	(από το ADVERSE = ανάστροφη κλίση)

Για δεδομένη την κλίση, την παροχή και τη γεωμετρία της διατομής ενός ανοικτού αγωγού, μπορούμε να υπολογίσουμε το κρίσιμο καθώς επίσης και το ομοιόμορφο βάθος ροής με τη μεθοδολογία που αναπτύχθηκε σε προηγούμενα κεφάλαια, τα οποία είναι διαφορετικά εν γένει. Χαράζουμε τον πυθμένα του αγωγού με τη δεδομένη κλίση, ενώ στη συνέχεια χαράσουμε παράλληλα με τον πυθμένα τις γραμμές του κρίσιμου και ομοιόμορφου βάθους στις αντίστοιχες αποστάσεις όπως φαίνεται από το σχήμα που ακολουθεί. Οι γραμμές του κρίσιμου και του ομοιόμορφου βάθους δεν συμπίπτουν εν γένει.



**Σχήμα 6.1** Περιοχές όπου μπορεί να βρίσκεται η ελεύθερη επιφάνεια.

Ο χώρος όπου μπορεί να βρίσκεται η ελεύθερη επιφάνεια χωρίζεται επομένως σε τρεις περιοχές που ονομάζονται:

**Περιοχή 1** ανάμεσα στο ομοιόμορφο ή το κρίσιμο βάθος και το άπειρο

**Περιοχή 2** ανάμεσα στο κρίσιμο και το ομοιόμορφο βάθος και

**Περιοχή 3** ανάμεσα στον πυθμένα και το κρίσιμο ή το ομοιόμορφο βάθος

Η καμπύλη (προφίλ) της ελεύθερης επιφάνειας σε βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή ορίζεται με βάση την κλίση του πυθμένα από την οποία προσδιορίζεται ο τύπος της καμπύλης και δείκτη τον αριθμό του υποχώρου που βρίσκεται. Για παράδειγμα καμπύλη ελεύθερης επιφάνειας M2, σημαίνει υποκρίσιμη κλίση πυθμένα ( $J_0 < J_c$ ) και βάθος ροής στην Περιοχή 2, ανάμεσα στο ομοιόμορφο και το κρίσιμο ( $y_c < y < y_0$ ).

Κλίση Ποθμένα	Κατατομές στη Ζώνη		
	1 $y > y_n$ και $y > y_c$	2 $y_n > y > y_c$ ή $y_c > y > y_n$	3 $y < y_n$ και $y < y_c$
Οριζοντία $y_n > y_c$			
Ηπιεία $y_n > y_c$			

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$

$$\text{Για } y > y_n \Rightarrow S_0 > S_f$$

$$\text{Για } y < y_n \Rightarrow S_0 < S_f$$

$$\text{Για } y > y_{c1} \Rightarrow Fr < 1$$

$$\text{Για } y < y_{c1} \Rightarrow Fr > 1$$

$$\text{Για } y = y_{c1} \Rightarrow Fr = 1$$

Θέμα, M2

Θέμα

- Κλίση ποθμένα

### Γενικές παρατηρήσεις.

- Για όλες τις θετικές κλίσεις  $J_0 > 0$ , από τη σχέση (6.14) προκύπτει ότι η κλίση της ελεύθερης επιφάνειας  $dy/dx \rightarrow 0$  όταν  $y \rightarrow y_0$  και επομένως το προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας τείνει ασυμπτωτικά προς το ομοιόμορφο βάθος, δηλαδή η ελεύθερη επιφάνεια γίνεται παράλληλη με τον πυθμένα.
- Για όλες τις κλίσεις, όταν  $y \rightarrow y_c$ , τότε από τη σχέση (6.14) προκύπτει ότι η κλίση της ελεύθερης επιφάνειας  $dy/dx \rightarrow \infty$ , δηλαδή η καμπύλη της ελεύθερης επιφάνειας τείνει προς τη γραμμή του κρίσιμου βάθους με κατακόρυφη εφαπτομένη.
- Η κλίση της γραμμής ενέργειας ορίζεται από τη σχέση (6.9)

### Πάντα θετική, δηλαδή, πτώση

- Όταν  $dy/dx > 0$  (καμπύλη υπερύψωσης) τότε από την εξίσωση (12.9) προκύπτει ότι η κλίση της γραμμής ενέργειας μειώνεται κατά μήκος του αγωγού και επομένως η γραμμή ενέργειας στρέφει τα κοίλα προς τα επάνω.
- Όταν  $dy/dx < 0$  (καμπύλη κατάπτωσης) τότε από την εξίσωση (12.9) προκύπτει ότι η κλίση της γραμμής ενέργειας αυξάνεται κατά μήκος του αγωγού και επομένως η γραμμή ενέργειας στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω.

ΠΙΝΑΚΑΣ: Κατηγορίες Προφίλ σε Πρισματικούς Αγωγούς

Κλίση Αγωγού	Ζώνες			Τύπος καμπύλης	Κοίλα.	Τύπος Ροής
	Ζώνη 1	Ζώνη 2	Ζώνη 3			
Ηπια $S_0 < S_c$ $h_n > h_c$	$M_1$ $(h > h_n)$	$M_2$ $(h_n > h >$ $h_c)$	$M_3$ $(h < h_c)$	Υπερύψωση	Κοίλα επάνω	Υποκρίσιμη
				Κατάπτωση	Κοίλα κάτω	Υποκρίσιμη
				Υπερύψωση	Κοίλα επάνω	Υπερκρίσ.
Κρίσιμη $S_0 = S_c$ $h_n = h_c$	$C_1$ $(h > h_c)$		$C_3$ $(h < h_c)$	Υπερύψωση	Πρακτικά Ευθεία	Υποκρίσιμη
				Υπερύψωση		Υπερκρίσ.
Απότομη $S_0 > S^c$ $h_n < h_c$	$S_1$ $(h > h^c)$	$S_2$ $(h^n < h <$ $h_c)$	$S_3$ $(h < h^c)$	Υπερύψωση	Κοίλα κάτω	Υποκρίσιμη
				Κατάπτωση	Κοίλα επάνω	Υπερκρίσ.
				Υπερύψωση	Κοίλα κάτω	Υπερκρίσ.
Οριζόντια $S_0 = 0$ $h_n = \infty$		$H_2$ $(h > h_c)$	$H_3$ $(h < h_c)$	Κατάπτωση	Κοίλα κάτω	Υποκρίσιμη
				Υπερύψωση	Κοίλα επάνω	Υπερκρίσ.
Αντίθετη $S_0 < 0$ $h_n = \delta\epsilon\nu$ ορίζεται		$A_2$ $(h > h_c)$	$A_3$ $(h < h_c)$	Κατάπτωση	Κοίλα κάτω	Υποκρίσιμη
				Υπερύψωση	Κοίλα επάνω	Υπερκρίσ.



## Φορά υπολογισμών

- Υποκρίσιμη ροή: Από κατάντη σε ανάντη (θέμα) εφόσον (τα κύματα βαρύτητας μετακινούνται και ανάντη και κατάντη, 'φορείς πληροφοριών')
- Υπερκρίσιμη ροή: Από ανάντη σε κατάντη. «Η υπερκρίσιμη ροή δε γνωρίζει τη συμβαίνει κατάντη αυτής» (τα κύματα βαρύτητας μετακινούνται μόνο κατάντη)

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

Άλλης μορφής διατύπωση της  
εξίσωσης της ενέργειας για διακριτό  
βήμα, ευθεία μέθοδος

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή  
Διάφορες φόρμουλες

Ενέργεια

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g}$$

Ειδική ενέργεια

$$E = y + \frac{V^2}{2g}$$

$$H = z + E$$

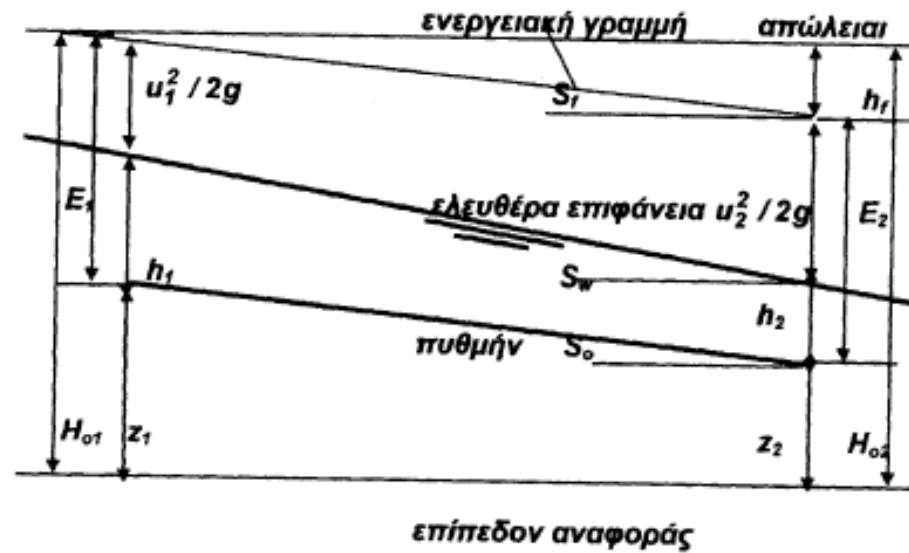
$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dx}$$

$$\frac{dE}{dx} = S_o - S_f$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - Fr^2}$$

# A Μέθοδος

- Ασκησιολογικά
  - Όταν γνωρίζω τα βάθη ροής, η μπορώ να υποθέσω μεταξύ αρχικού και τελικού και ζητούνται τα μήκη  $L$
  - Εύκολη εφαρμογή σε θέμα
  - Μόνο για πρισματικούς αγωγούς



Σχήμα 11.1 Σχέσεις ενεργείας εις την βαθμιαίως μεταβαλλομένην ροήν

Σούλης, 2015

Η εφαρμογή της ενεργειακής εξισώσεως μεταξύ των διατομών 1 και 2 του Σχήματος 11.1 δίδει,

$$z_1 + h_1 + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + h_f \quad (11.6)$$

επειδή,

$$z_1 - z_2 = S_o L \quad (11.7)$$

όπου  $L$  αποστάσεις μεταξύ των οιατομών 1 και 2 και

$$h_f = S_f L \quad (11.8)$$

αι απώλειαι φορτίου, η ενεργειακή εξίσωσις (11.6) γράφεται,

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2g} = h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + L(S_f - S_o) \quad (11.9)$$

Σούλης, 2015

Η εξίσωσις κατά Manning, η οποία ισχύει μόνον διά ομοιόμορφον ροήν, δύναται να εφαρμοσθή και εις την βαθμιαίως μεταβαλλομένην ροήν με ακρίβειαν οποία εξαρτάται εκ του μήκους των επί μέρους κατατμήσεων  $\Delta x$  του ανοικτού αγωγού.

Ούτως, όταν οι τιμές των  $S_0$  και  $n$  είναι γνωστές ενώ το βάθος ροής και η ταχύτητα εις τα άκρα μέρη του υπό θεώρησιν τμήματος είναι δεδομένα, τότε το μήκος  $L$  το αντιστοιχούν εις τα δεδομένα δίδεται υπό της εξισώσεως,

$$L = \frac{h_1 + \frac{u_1^2}{2g} - \left( h_2 + \frac{u_2^2}{2g} \right)}{S_f - S_0}$$

(11.12) Σούλης, 2015

ή

$$L = \frac{E_1 - E_2}{S_f - S_0}$$

(11.13)

δεδομένου ότι  $E = h + \frac{u^2}{2g}$ , ιδέ εξίσωσιν (9.2).

Επίσης, εις μικρές ανκλίσεις επιλέγουμε μικρές περιοχές καθ'εκάστη εκ των οποίων δυνατόν να έχη διαφορετικόν μήκος  $\Delta x$  ώστε η μεταβολή του βάθους  $h$  του ρευστού να είναι η αυτή εις κάθε εκάστην περιοχήν. Με τας ανωτέρω προϋποθέσεις εις κάθε μίαν περιοχήν  $\Delta x$  του χώρου ροής, η εξίσωσις κατά Manning δίδει,

$$S_f = \left( \frac{n u_m}{R_m^{2/3}} \right)^2$$



Εκτίμηση μέσης κλίσης

όπου  $u_m$  και  $R_m$  αι μέσαι τιμαί των ταχυτήτων και υδραυλικών ακτίνων αντιστοίχως των δύο άκρων κάθε μίας περιοχής αι οποίαι δίδονται υπό,

Σούλης, 2015

$$u_m = \frac{u_1 + u_2}{2} \quad , \quad R_m = \frac{R_1 + R_2}{2} \quad (11.11)$$



Σε γενικές γραμμές, πολύ διαδεδομένες είναι οι παρακάτω προσεγγίσεις για την εκτίμηση της μέσης κλίσης ενέργειας μεταξύ δύο διατομών:

$$1. \quad S_f = \frac{Q^2}{\left[ \frac{K_1 + K_2}{2} \right]^2}$$

$$2. \quad S_f = \left[ \frac{S_{f,1} + S_{f,2}}{2} \right]$$

$$3. \quad S_f = \frac{Q^2}{K_1 \cdot K_2}$$

$$4. \quad S_f = \frac{2S_{f,1} \cdot S_{f,2}}{S_{f,1} + S_{f,2}}$$

Όπου  $K = \frac{1}{n} AR^{2/3}$  ονομάζεται και διοχετευτικότητα.

Η πρώτη μέθοδος είναι προεπιλογή στο λογισμικό HEC-RAS, ενώ η δεύτερη μέθοδος θεωρείται πιο ακριβής για κατατομή  $M_1$  και η τέταρτη μέθοδος για κατατομή  $M_2$ .

(U.S. Army Corps of Engineers 1998).

**Υπολογισμός του  $\bar{S}_f$** 

(α) Με τη πρώτη μέθοδο υπολογίζονται οι κλίσεις στα δύο άκρα του βήματος με την εξ. Manning και το  $\bar{S}_f$  υπολογίζεται σαν ο μέσος όρος των δύο δηλ.

$$S_{f1} = \frac{U_1^2 n_o^2}{R_1^{4/3}} \qquad S_{f2} = \frac{U_2^2 n^2}{R_2^{3/4}}$$

και

$$\bar{S}_f = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2}$$

- Για προφίλς  $M_1$  και  $S_2$

(β) Με τη δεύτερη μέθοδο το  $\bar{S}_f$  υπολογίζεται σαν αυτό που αντιστοιχεί στο μέσο βάθος και στη μέση ταχύτητα του τμήματος αυτού, δηλ:

$$\bar{S}_f = \frac{\bar{U}^2 n^2}{\bar{R}^{4/3}}$$

όπου  $\bar{R}$  = υδραυλική ακτίνα που αντιστοιχεί σε βάθος  $(h_1+h_2)/2$  και  $\bar{U}$  = μέση ταχύτητα της διατομής με το παραπάνω βάθος.

- Για προφίλς  $M_2, M_3, S_1$  και  $S_3$

Εξίσωση Manning για ανομοιομορφη ροή:

- Υποδιαίρεση του αγωγού σε επιμέρους τμήματα, έτσι ώστε οι συνθήκες ροής να είναι περίπου ίδιες σε κάθε τμήμα.

$$S_f = \left( \frac{n u_m}{R_m^{2/3}} \right)^2$$

$u_m, R_m$  : μέγες τιμές των δύο ακραίων διατομών ενός τμήματος

$$L = \frac{\left( h_1 + \frac{u_1^2}{2g} \right) - \left( h_2 + \frac{u_2^2}{2g} \right)}{S_f - S_0}$$

$L = \frac{E_1 - E_2}{S_f - S_0}$
-----------------------------------

## Μέθοδοι ρητής επίλυσης

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή γίνεται διακριτοποίηση της Εξ. 2.26 οπότε προκύπτει:

$$\Delta x = (E_2 - E_1) / [S_0 - \frac{1}{2}(S_{f1} + S_{f2})] \quad \text{Μπέλλος μέσος όρος για κλίση} \quad (\text{Π1.18})$$

Η σειρά των υπολογισμών είναι η εξής: Θεωρούνται γνωστά τα υδραυλικά στοιχεία μιας διατομής η οποία θεωρείται οριακή συνθήκη. Στην εξεταζόμενη περίπτωση η διατομή αυτή είναι η Διατομή 1 όπου η ροή είναι κρίσιμη και το βάθος ροής είναι συνάρτηση της παροχής και της γεωμετρίας της διατομής. Κατόπιν, με φορά προς τα ανάντη, επειδή ο αγωγός σχεδιάζεται για συνθήκες υποκρίσιμης ροής, ορίζεται μια νέα τιμή του βάθους ροής και από την παραπάνω εξίσωση υπολογίζεται η απόσταση  $\Delta x$  του βάθους αυτού και ούτω καθεξής. Οι εκφράσεις που χρησιμοποιούνται για τους σχετικούς υπολογισμούς είναι όλες ρητές και έτσι διευκολύνεται η όλη διαδικασία.

Συνοπτικά είναι γνωστές οι τιμές  $y_1, A_1, R_1, V_1, S_{f1}, E_1$  στην αρχική θέση, στη συνέχεια ορίζεται μια τιμή  $y_2$  και ακολουθούν οι υπολογισμοί:

$$y_2 \Rightarrow A_2 \Rightarrow R_2 \Rightarrow V_2 \Rightarrow S_{f2} \Rightarrow \bar{S}_{f1,2} \Rightarrow E_2 \Rightarrow \Delta x_{1,2} \Rightarrow x_2 \quad (\text{Π1.19})$$

Η διαδικασία των υπολογισμών συνεχίζεται μέχρι την περιοχή της υδροληψίας ώστε να καλυφθεί η περιοχή στην οποία ζητείται η κατατομή του νερού.

### Έστω ρητή μέθοδος.

Εφαρμόζεται για πρισματικούς αγωγούς.

Ξέρω το εύρος για τα βάθη ροής αλλά δεν ξέρω την οριζόντια απόσταση. Αυθαίρετα επιλέγω μία διαμέριση στα βάθη ροής (προφανώς, η μικρή διαμέριση είναι εις βάρος της ακρίβειας, ασκησιολογικά όμως μπορεί να είναι ένα μόνο βήμα) . Ζητούμενο το  $\Delta x$

Από την εξίσωση της ενέργειας ισχύει:

$$\Delta x = \frac{E_1 - E_2}{S_f - S_0} = \frac{\left( y_1 + \frac{u_1^2}{2g} \right) - \left( y_2 + \frac{u_2^2}{2g} \right)}{\bar{S}_f - S_0}$$

Για αποφυγή αρνητικών  
πρόσημων (1) ανάντη (2)  
κατάντη

Για τη μέση εκτίμηση της κλίσης της γραμμής ενέργειας υπάρχουν πολλές προσεγγίσεις που στηρίζονται ότι τοπικά ισχύει η εξίσωση του Manning. Η αξιόπιστη προσέγγιση δίνει ήπια μεταβολή της κλίσης για βραδέως μεταβαλλόμενη ροή. Εκεί που πλησιάζω ομοιόμορφη ροή η κλίση πρέπει να είναι περίπου η κλίση του πυθμένα.

$$\text{Έστω } \bar{S}_f = \left( \frac{n \cdot \bar{u}}{\bar{R}^{2/3}} \right)^2 = \frac{n^2 \cdot \bar{u}^2}{\bar{R}^{4/3}}, \quad \bar{R} = \frac{R_1 + R_2}{2}, \quad \bar{u} = \frac{u_1 + u_2}{2}$$

π.χ. 'έστω ροή υποκρίσιμη, όπως στο σχήμα οι υπολογισμοί άρχονται από το κατάντη σημείο:

$$y > y_0 \} S_f < S_0$$

$$y < y_0 \} S_f > S_0$$

$$y > y_c \} F_r < 1$$

$$y < y_c \} F_r > 1$$

61

Παράδειγμα ανομοιόμορφης ροής

- Αγωγός ορθογωνικής διατομής πλάτους  $b = 1.8288 \text{ m}$
- Βάθος ροής  $h = 0.9144 \text{ m}$  σε μια ορισμένη διατομή
- Παροχή  $Q = 4.528 \text{ m}^3/\text{s}$
- Να υπολογισθεί η απόσταση από τη διατομή όπου  $h = 0.975$ .  
Εάν  $S_0 = 0.002$  και  $n = 0.012$

Λύση

$$Q = A \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$4.528 = (1.8288 h_n) \frac{1}{0.012} \left( \frac{1.8288 h_n}{1.8288 + 2h_n} \right)^{2/3} (0.002)^{1/2}$$

$$h_n = 1.0668 \text{ m}$$

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{b^2 g}} = \sqrt[3]{\frac{4.528^2}{1.8288^2 \times 9.81}} = 0.8549 \text{ m}$$

$$h_c < h < h_n$$

- υποκρίσιμη ροή, το βάθος του νερού αυξάνεται προς τα ανάντη της ροής, εκ της μελετωμένης διατομής
- Προφίλ M<sub>2</sub>



Κλίση Ποθμένα	Κατατομές στη Ζώνη		
	1 $y > y_n$ και $y > y_c$	2 $y_n > y > y_c$ ή $y_c > y > y_n$	3 $y < y_n$ και $y < y_c$
Οριζοντία $y_n > y_c$	Καμμία 	H2 	H3 
Ηπεία $y_n > y_c$	M1 	M2 	M3 

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$

$$\text{Για } y > y_n \Rightarrow S_0 > S_f$$

$$\text{Για } y < y_n \Rightarrow S_0 < S_f$$

$$\text{Για } y > y_{c1} \Rightarrow Fr < 1$$

$$\text{Για } y < y_{c1} \Rightarrow Fr > 1$$

$$\text{Για } y = y_{c1} \Rightarrow Fr = 1$$

Θέμα, M2

Θέμα

- Κλίση ποθμένα

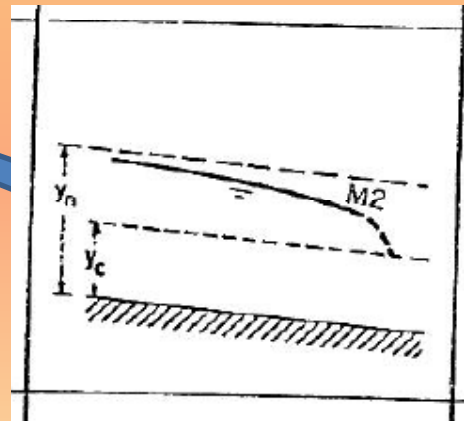
# Προφίλ καμπύλης

- $y_n > y_c \rightarrow$  κλίση ήπια  $\rightarrow$  καμπύλη M
- $y_n = 1.07 > y(\text{πραγματικό, εκφώνηση}) = 0.9144 - 0.975 > y_c = 0.85 \rightarrow$  **κατάπτωση** ακολουθώντας **την κίνηση του νερού**  $\rightarrow$  **καμπύλη M2**
- **Από 0.9144 m σε 0.975 m**  $< y$ , θα είναι ανάντη (πριν το σημείο που έχουμε την πληροφορία). Από καμπύλη M2 κάτω από το ομοιόμορφο βάθος και πάνω από το κρίσιμο μία μόνο περίπτωση υπάρχει, **κατάπτωση**
- Φορά υπολογισμών: Πραγματική ροή υποκρίσιμη  $\rightarrow$  από κατάντη (χαμηλό βάθος) σε ανάντη (υψηλότερο υψόμετρο)

Φορά κίνησης νερού

Φορά υπολογισμού: ροή υποκρίσιμη: από κατάντη σε ανάντη

	Βάθος	Εμβαδόν	Βρ. Περίμετρος	Υδραυλική ακτίνα	Ταχύτητα $V=Q/A$	Ειδική ενέργεια $E=y+V^2/2g$	$E_1-E_2$	μ. ταχύτητα $(V_1+V_2)/2$	μ. υδραυλ. Ακτίνα $(R_1+R_2)/2$	$S_f$ (μέση)	$S_f-S_0$	$\Delta x$
	m	m <sup>2</sup>	m	m	m/s	m	m	m/s	m			m
2	0.914	1.6715232	3.6568	0.457099978	2.7089065	1.288014996						
1	0.9445	1.7273016	3.7178	0.464603152	2.6214299	1.294749467	0.0067345	2.665168164	0.460851565	0.002873406	0.0008734	7.7105855
0	0.975	1.78308	3.7788	0.471864084	2.5394262	1.303679166	0.0089297	2.580428013	0.468233618	0.002637116	0.0006371	14.015818
												21.7264



$$L = \frac{E_1 - E_2}{S_f - S_0}$$

Προσοχή το ανάντη κάτω από το κατάντη στον πίνακα

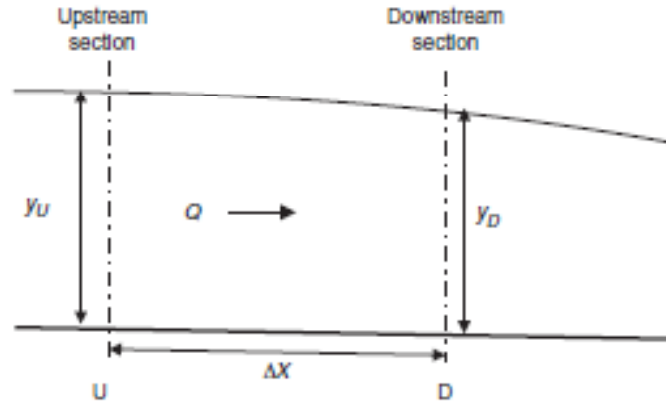


FIGURE 4.11  
Definition sketch  
for gradually-varied  
flow formulation

where  $S_{fm}$  = average friction slope in the reach, approximated as

$$S_{fm} = \frac{1}{2}(S_{fU} + S_{fD}) \quad (4.10)$$

By rearranging the Manning formula, the friction slopes at sections U and D are obtained as

$$S_{fU} = \frac{n^2 V_U^2}{k_n^2 R_U^{4/3}} \quad (4.11)$$

and

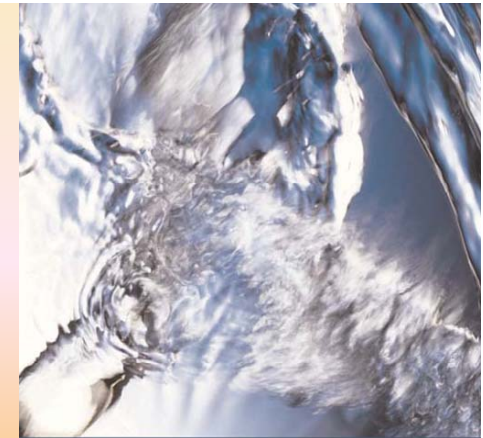
$$S_{fD} = \frac{n^2 V_D^2}{k_n^2 R_D^{4/3}} \quad (4.12)$$

The two most common methods used to perform the gradually-varied flow calculations are the *direct step method* and the *standard step method*.

#### 4.5.1 DIRECT STEP METHOD

In the direct step method, we write Equation 4.9 as

$$\Delta X = \frac{E_D - E_U}{S_0 - S_{fm}} = \frac{(y_D + V_D^2/2g) - (y_U + V_U^2/2g)}{S_0 - S_{fm}} \quad (4.13)$$



## OPEN CHANNEL HYDRAULICS

A. OSMAN AKAN

B  
H

Πίνακας 4

h	A	P (1.8288+2h)	R	u	$\frac{u^2}{2g}$	$h + \frac{u^2}{2g}$	αριθμητής $\Delta(h + \frac{u^2}{2g})$	u μέση m/s	R μέση m	$S_f$	παρανομ. $S_f - S_0$	L m
0.9144	1.6722	3.6576	0.457	2.7078	0.3737	1.288	0.0069	2.6641	0.4608	0.00287	0.00087	7.919
0.9449	1.728	3.7186	0.4647	2.6204	0.3499	1.2949	0.0089	2.5794	0.4683	0.00263	0.00063	<u>14.127</u>
0.9754	1.7838	3.7796	0.47195	2.5384	0.3284	1.3038						<u>ΣL=22.046</u>

Δεν είναι Δ  
E1-E2



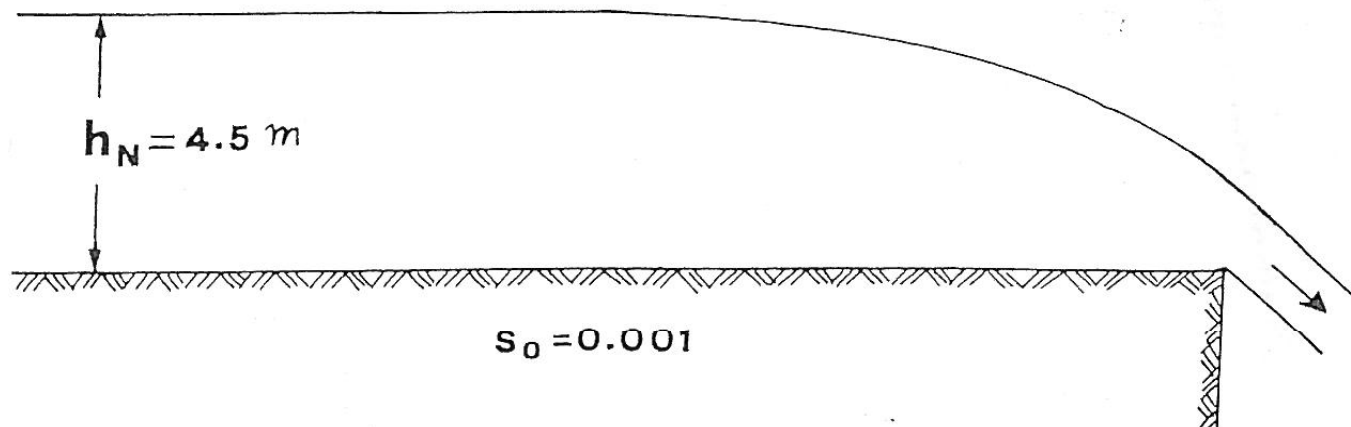
11-9-2015

ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ – ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2015

**ΘΕΜΑ 1**

Σ' έναν μακρύ ανοιχτό αγωγό ορθογωνικής διατομής, σταθερού πλάτους  $b=30$  m, προβλέπεται ελεύθερη πτώση του νερού σύμφωνα με το σχήμα. Το κανονικό βάθος ροής ανάντη της γωνίας είναι  $h_N=4.5$  m, η κλίση του πυθμένα του αγωγού ανάντη της γωνίας είναι 0.001 και ο συντελεστής Manning  $n$  έχει την τιμή  $0.023$  s/m<sup>1/3</sup>.

1. Ποιον τύπο καμπύλης ακολουθεί η ελεύθερη επιφάνεια του νερού ανάντη της γωνίας;
2. Να υπολογιστεί μ' ένα μόνο (υπολογιστικό) βήμα το μήκος της βαθμιαίως μεταβαλλόμενης (ανομοιόμορφης) ροής ανάντη της γωνίας.



## ΘΕΜΑ 1

Βέλος  
Ομογενούς εοη

$$V_N = \frac{1}{n} R_N^{2/3} S_o^{1/2}$$

$$R_N = \frac{B \times h_N}{B + 2h_N} = \frac{30 \times 4.5}{30 + (2 \times 4.5)} = 3.46 \text{ m}$$

$$V_N = 43.5 \times 3.46^{2/3} \times 0.001^{1/2} = 3.15 \text{ m/s}$$

$$Q = A \cdot V_N = (30 \times 4.5) \times 3.15 = 425.25 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$q = \frac{Q}{B} = \frac{425.25}{30} = 14.17 \text{ m}^2/\text{s}$$



$B = 30$   
Προδικριστική κρίση του βέλτου, ορθογωνίου διατομής

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{14.17^2}{9.81}} = 2.73 \text{ m}$$

$h_N > h_c \Rightarrow$  υποκρίσιμη ροή  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  Καμπύλη M2

$$V_c = \sqrt{g h_c} = \sqrt{9.81 \times 2.73} = 5.17 \text{ m/s}$$

$$r_c = \frac{B h_c}{B + 2h_c} = \frac{30 \times 2.73}{30 + (2 \times 2.73)} = 2.31 \text{ m}$$

Προσθήκη για μέση α>ίαν  
 δρ=μμύ  
 εντρεμ)

$$R_m = \frac{R_H + R_c}{2} = \frac{3.46 + 2.31}{2} = 2.88 \text{ m}$$

$$V_m = \frac{V_H + V_c}{2} = \frac{3.15 + 5.17}{2} = 4.16 \text{ m}$$

$$S_f = \left( \frac{n V_m}{R_m^{2/3}} \right)^2 = \left( \frac{0.023 \times 4.16}{2.88^{2/3}} \right)^2 = 0.0022$$

$$E_H = h_H + \frac{V_H^2}{2g} = 4.5 + \frac{3.15^2}{19.62} = 5.0 \text{ m}$$

$$E_c = h_c + \frac{V_c^2}{2g} = \frac{3}{2} h_c = 4.09 \text{ m}$$

Μήκος L, πρώτη προσέγγιση

$$L = \frac{E_H - E_c}{S_f - S_0} = \frac{5.0 - 4.09}{0.0022 - 0.001} = 758 \text{ m}$$