

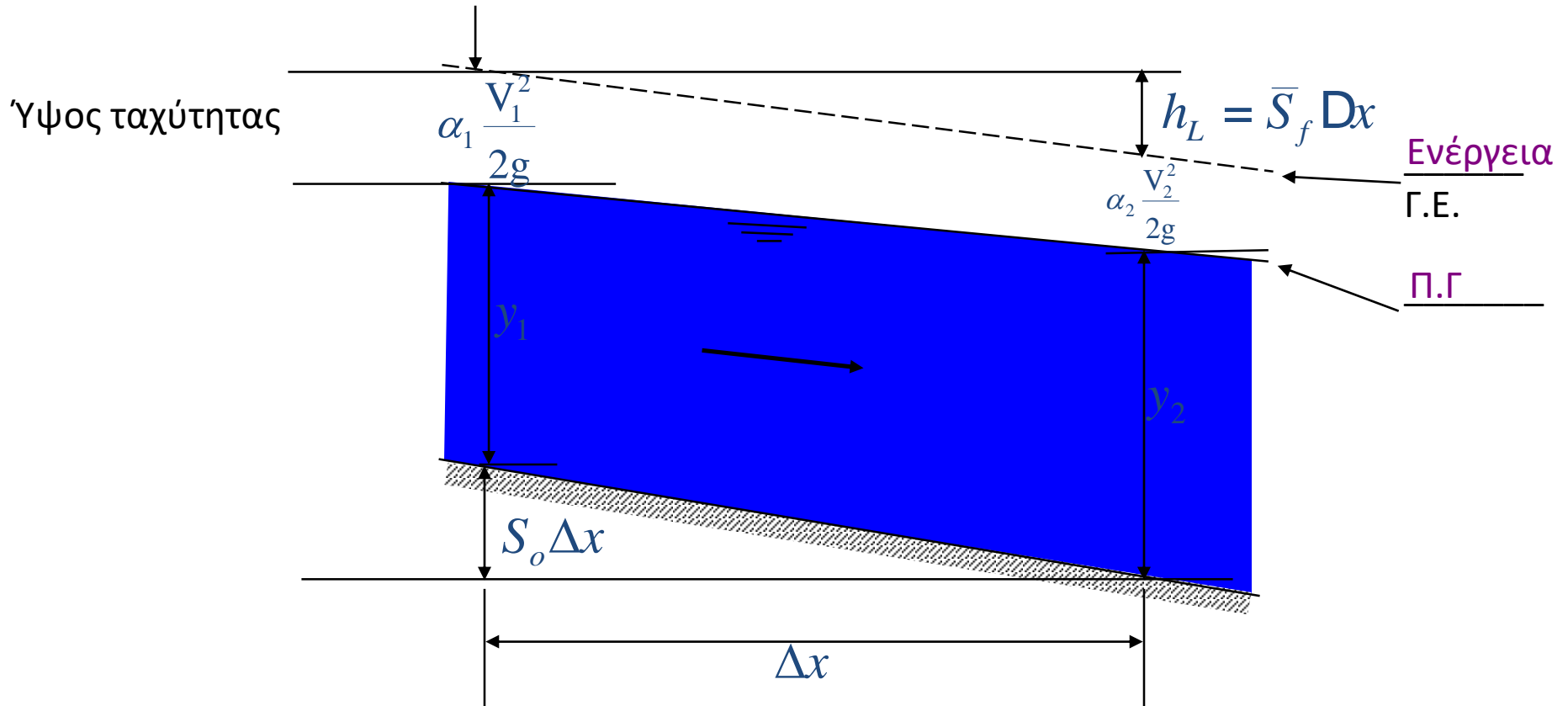
Ειδική ενέργεια  
Θυρόφραγμα και Ομαλές αλλαγές  
στον πυθμένα

Θεωρία κρίσιμου βάθους

ΑΔΕ

Ασκησιολογικά, είθισται ορθογωνικές διατομές

# Ανοικτοί αγωγοί: Διατήρηση της ενέργειας



Κλίση πυθμένα ( $S_o$ ) όχι απαραίτητη ίση με την κλίση της γραμμής ενέργειας ( $\bar{S}_f$ )

# Διατήρηση της ενέργειας

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + a_1 \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + a_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

$$y_1 + S_o \Delta x + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + S_f \Delta x$$

z από στάθμη αναφοράς

Τυρβώδη ροή ( $\alpha \cong 1$ )

$\gamma$  – βάθος ροής

Ενεργειακή σχέση ανοικτών αγωγών

$$\left( y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \right) + S_o \Delta x = \left( y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \right) + S_f \Delta x \Leftrightarrow$$

$$E_1 + z_1 = E_2 + z_2 + h_f$$

# Εξίσωση ενέργειας με απώλειες ενέργειας

ΑΔΕ:

$$E_{\text{αναντη}} + z_1 = E_{\text{καταντη}} + z_2 + h_f \Leftrightarrow (\text{αν } h_f \rightarrow 0)$$

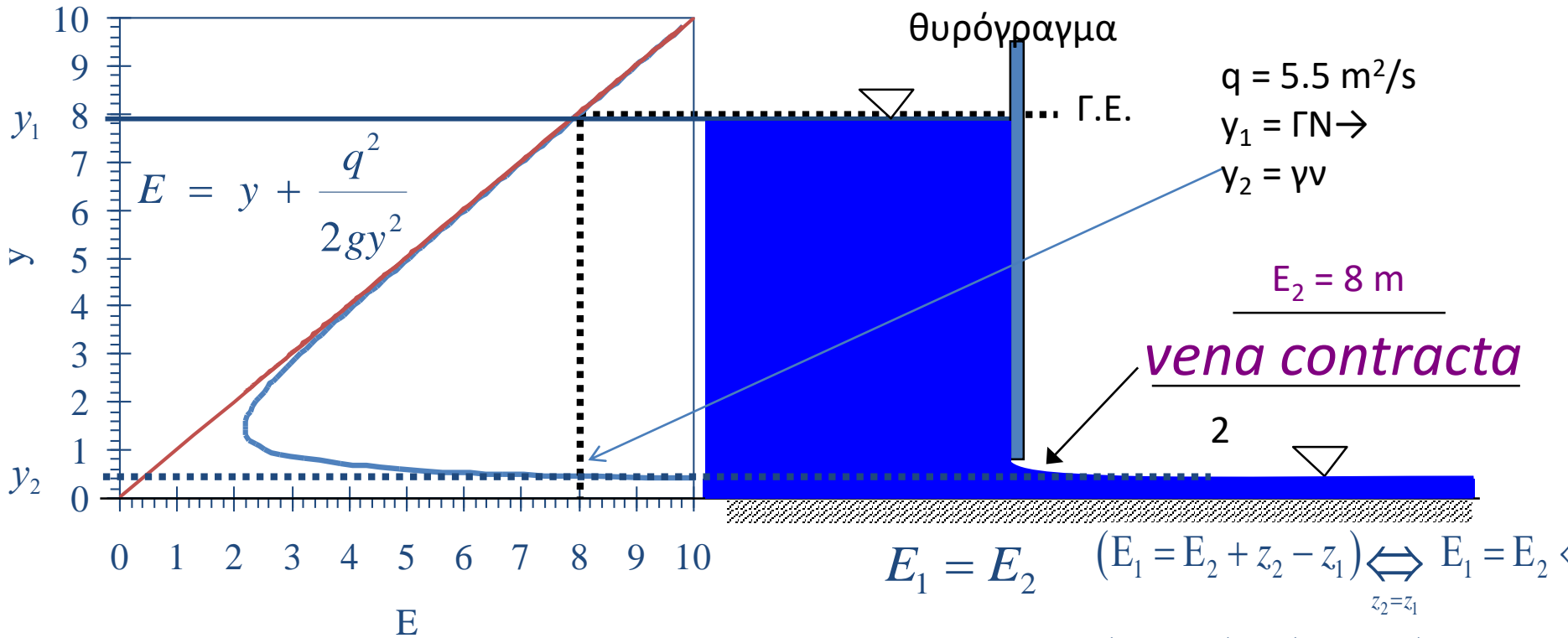
$$E_{\text{αναντη}} = E_{\text{καταντη}} + z_2 - z_1 + h_f \Leftrightarrow$$

$$\frac{E_{\text{αναντη}} - E_{\text{καταντη}}}{\Delta x} = \frac{z_2 - z_1}{\Delta x} + \frac{h_f}{\Delta x}$$

$$\frac{E_{\text{αναντη}} - E_{\text{καταντη}}}{\Delta x} = -S_0 + \bar{S}_f \Leftrightarrow \frac{dE}{dx} = +S_0 - \bar{S}_f$$

Εναλλακτικά βόθρη

# Θυρόφραγμα

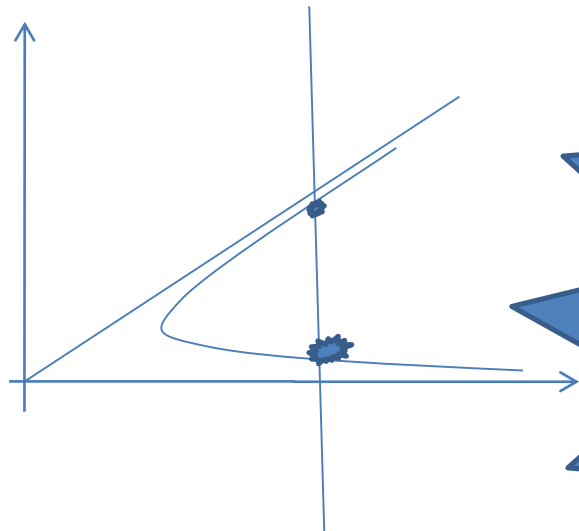


$$\left(\frac{V_1^2}{2g} + y_1\right) = \left(\frac{V_2^2}{2g} + y_2\right)$$

ορθ. διατομή:

$$Q = by_1V_1 = by_2V_2$$

- Εναλλακτά βάθη ροής:  $E_1=E_2$  (υποκρίσιμη και υπερκρίσιμη ροή), γενικά υπάρχουν 2 λύσεις στην ΑΔΕ
- Θυρόφραγμα οριζόντιος πυθμένας με αμελητέες απώλειες ενέργειας, συνυπάρχουν και οι 2 λύσεις



Η ειδική ενέργεια ορίζεται για **ομοιόμορφη ταχύτητα στη διατομή**. Όταν αυτή η παραδοχή δεν ισχύει το ρευστό **δεν** ακολουθεί το **διάγραμμα ειδικής ενέργειας**

# Ειδική ενέργεια για αμελητέες απώλειες ενέργειας- ομαλές διαφορές πυθμένα-χωρίς κλίση

Αρχή διατήρησης της ενέργειας: μεταβολή ειδικής ενέργειας σύμφωνα με την αλλαγή των υψομέτρων πυθμένα

$$E_1 + z_1 = E_2 + z_2 + h_f \Leftrightarrow (\text{αν } h_f \rightarrow 0)$$

$$E_1 = E_2 + z_2 - z_1$$

Διάγραμμα βάθους ροής-ειδικής ενέργειας-συνεχής περίπτωση

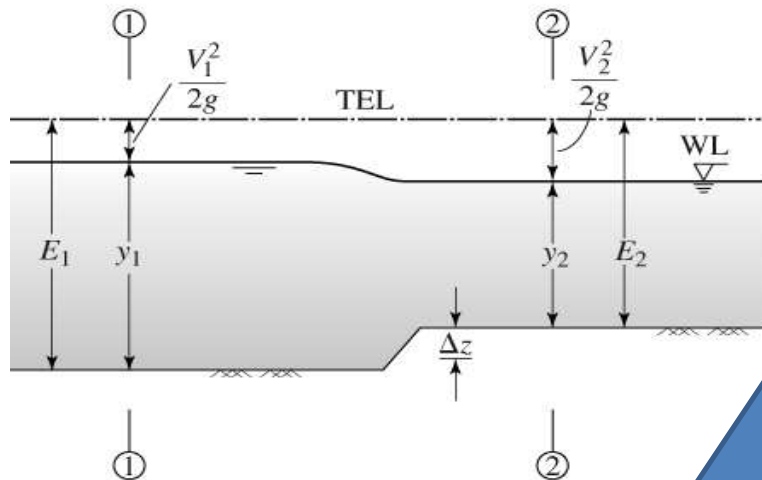


# Μετάβαση σε διαφορές συναρμογές

## Ομαλή Αύξηση $z$ πυθμένα

Θεωρείστε ανάντη υποκρίσιμη ροή & αρχική  $E_1$  γνωστή

$\Delta z$  αφαιρείτε, μηδενικές απώλειες,  $E$  στη θέση (2) μειώνεται:

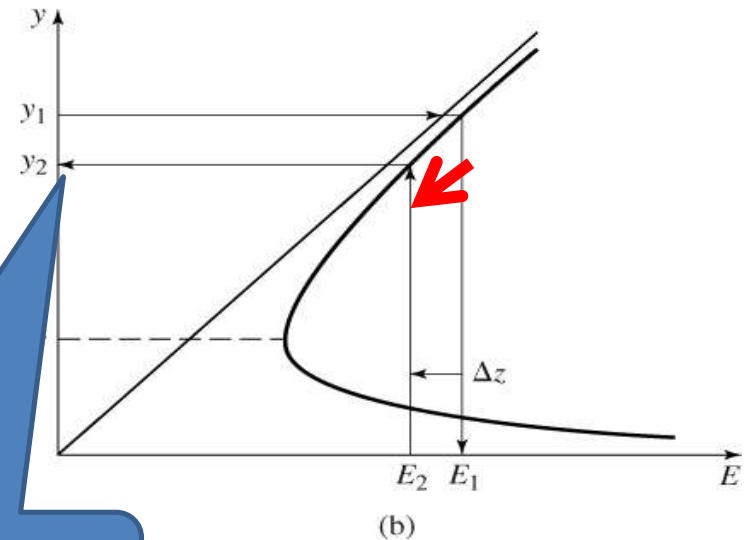


$$(E_1 = E_2 + z_2 - z_1) \Leftrightarrow_{z_2=z_1} E_1 + z_1 - z_2 = E_2 + \Leftrightarrow_{\Delta z=z_2-z_1}$$

$$\left( \frac{V_1^2}{2g} + y_1 \right) - \Delta z = \left( \frac{V_2^2}{2g} + y_2 \right)$$

ορθ. διατομή:

$$Q = by_1V_1 = by_2V_2$$



Για υποκρίσιμη ροή ανάντη, το βάθος ροής κατάντη μειώνεται!!

# Μετάβαση σε διαφορές συναρμογές

## Αύξηση $z$ πυθμένα

Θεωρείστε ανάντη υπερκρίσιμη ροή & αρχική  $E_1$  γνωστή

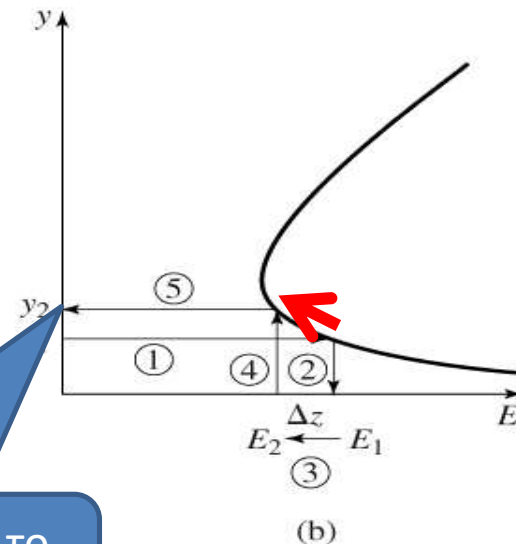
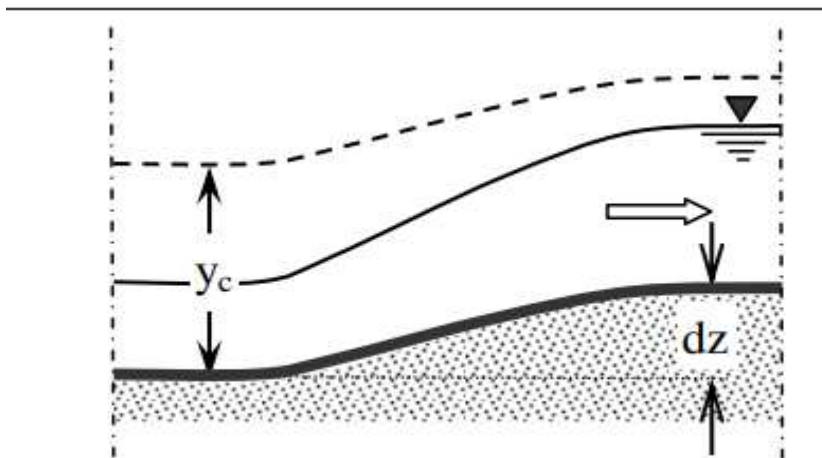
$\Delta z$  αφαιρείτε, μηδενικές απώλειες,  $E$  στη θέση (2) μειώνεται:

$$(E_1 = E_2 + z_2 - z_1) \underset{z_2=z_1}{\Leftrightarrow} E_1 + z_1 - z_2 = E_2 + \underset{\Delta z = z_2 - z_1}{\Leftrightarrow}$$

$$\left( \frac{V_1^2}{2g} + y_1 \right) - \Delta z = \left( \frac{V_2^2}{2g} + y_2 \right)$$

ορθ. διατομή:

$$Q = by_1V_1 = by_2V_2$$



Για υπερκρίσιμη ροή ανάντη, το βάθος ροής κατάντη αυξάνεται!!

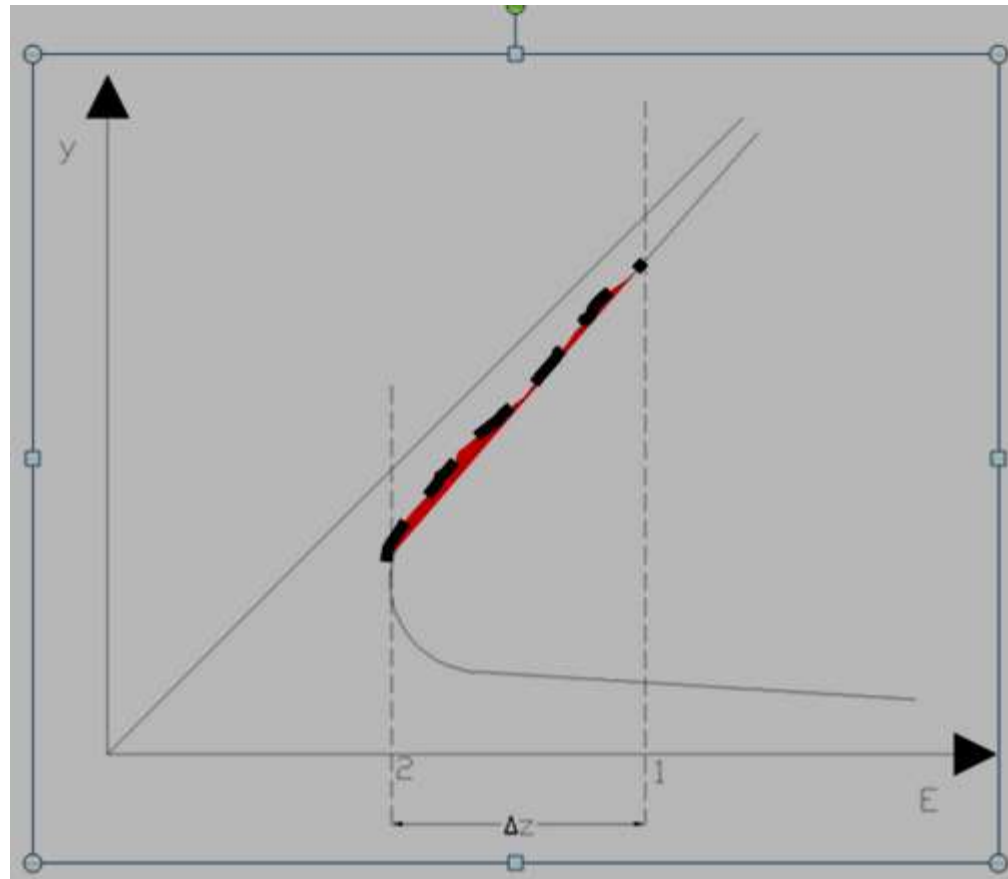
•το ύψος του εμποδίου, ώστε η ροή στο (2) να είναι κρίσιμη.

## Μέγιστη αύξηση $z$ πυθμένα

το ύψος του εμποδίου, ώστε η ροή στο (2) να είναι κρίσιμη.

$$\frac{V_1^2}{2g} + y_1 = \frac{V_c^2}{2g} + y_c + \Delta z \Leftrightarrow$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + y_1 = E_c + \Delta z$$



# Ορθογωνική διατομή

1) Η Ειδική Ενέργεια δίδεται από τον παρακάτω εξίσωση (ισχύει μόνο για ορθογωνική διατομή):

$$E(y) = \frac{V^2}{2g} + y = \frac{q^2}{2g} + y = \frac{q^2}{2gy^2} + y$$

Πραγματοποιώ τη γραφική παράσταση. Για να είναι πιο σωστή η καμπύλη  $y=f(E(y))$  θα πρέπει να προσδιορίσω το κρίσιμο βάθος που είναι για ορθογωνική διατομή

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3}$$

και αντιστοιχεί σε ειδική ενέργεια ελάχιστη σε ορθογωνική διατομή:

$$E_c = \frac{3}{2} y_c$$

$$\left. \begin{array}{l} q = \frac{Q}{b} \\ Q = V * by \end{array} \right\} \Rightarrow V = \frac{Q}{by} = \frac{q}{y}$$



# Μετάβαση σε διαφορές συναρμογές

## Ομαλή μείωση z πυθμένα

Θεωρείστε ανάντη υποκρίσιμη ροή & αρχική  $E_1$  γνωστή

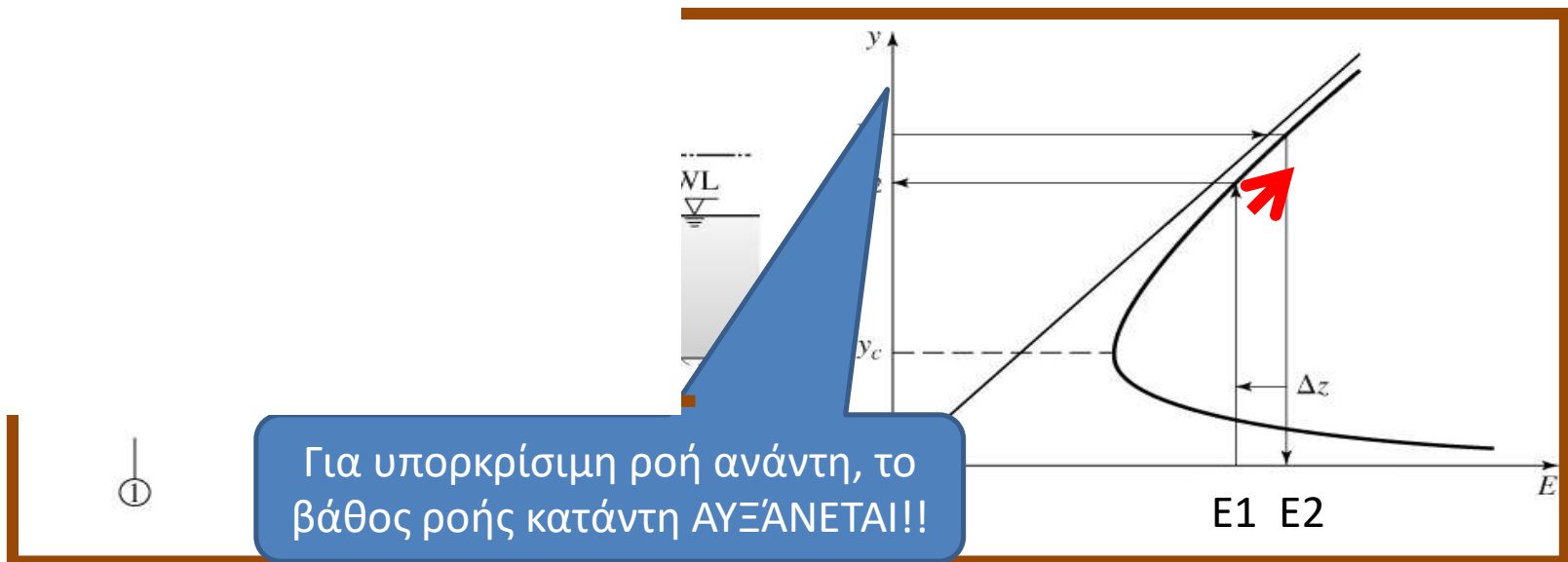
$\Delta z$ , μηδενικές απώλειες, E στη θέση (2) αυξάνεται:

$$(E_1 + z_1 = E_2 + z_2) \underset{z_2=z_1}{\Leftrightarrow} E_1 + z_1 - z_2 = E_2 + \underset{\Delta z=z_1-z_2}{\Leftrightarrow}$$

$$\left( \frac{V_1^2}{2g} + y_1 \right) + \Delta z = \left( \frac{V_2^2}{2g} + y_2 \right)$$

ορθ. διατομή:

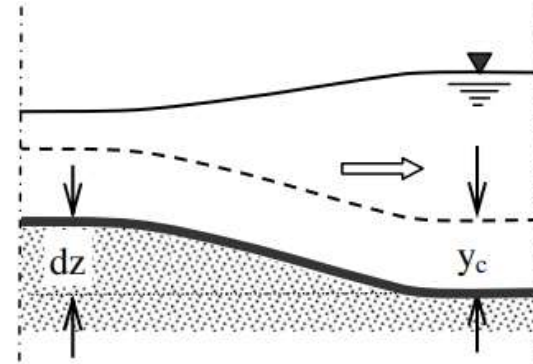
$$Q = by_1V_1 = by_2V_2$$



**Περίπτωση (ii)**

Ροή υποκρίσιμη ( $Fr < 1$ ) και  $dz/dx < 0$ .

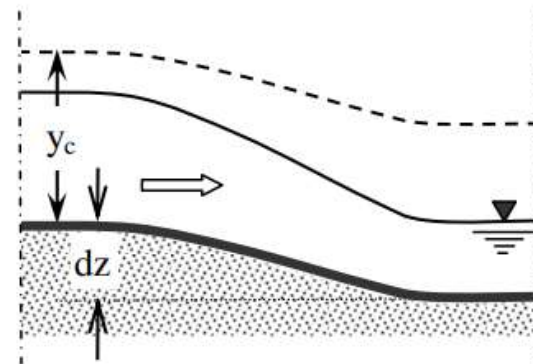
Από την εξίσωση (3.6) προκύπτει ότι  $dy/dx > 0$ .



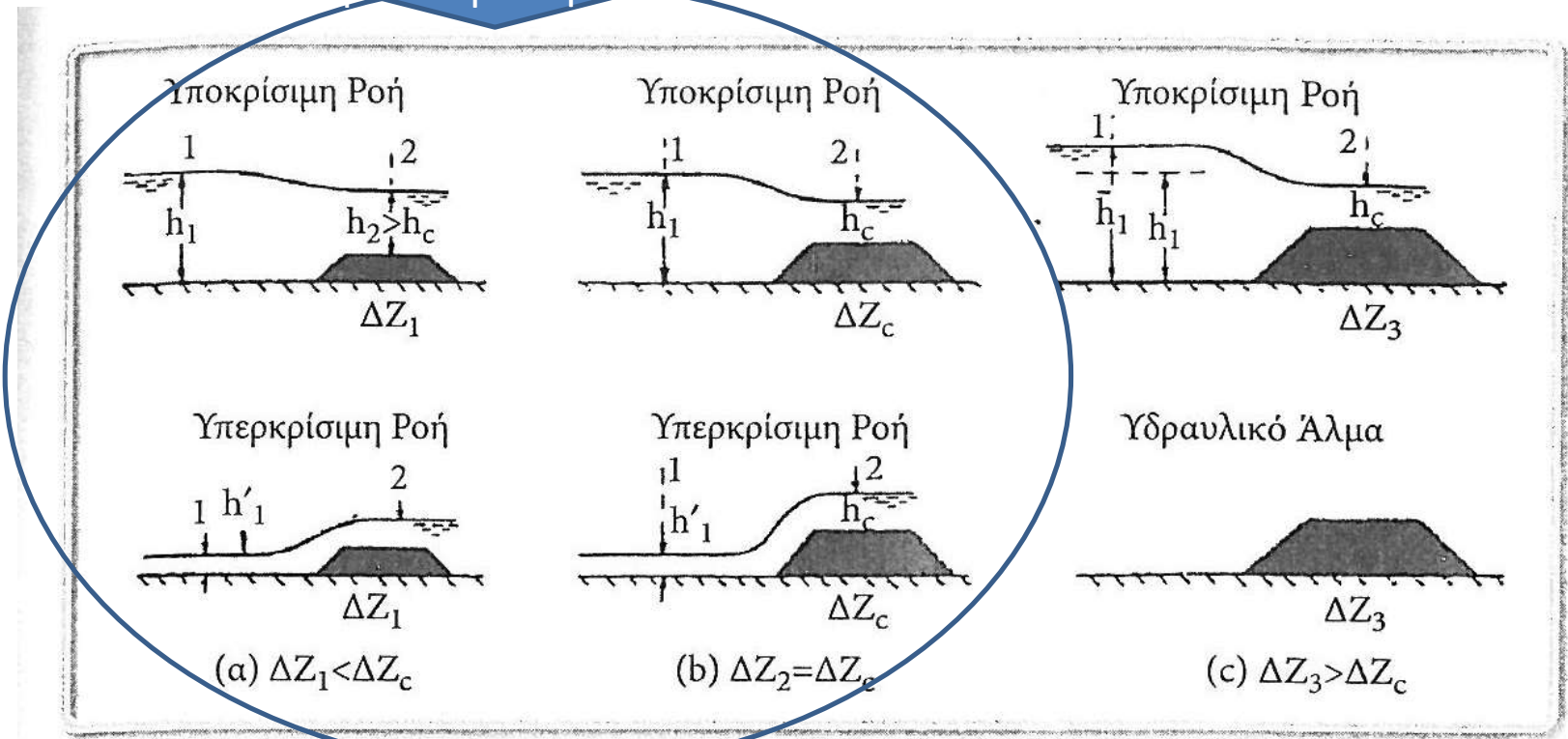
**Περίπτωση (iii)**

Ροή υπερκρίσιμη ( $Fr > 1$ ) και  $dz/dx < 0$ .

Από την εξίσωση (3.6) προκύπτει ότι  $dy/dx < 0$ .



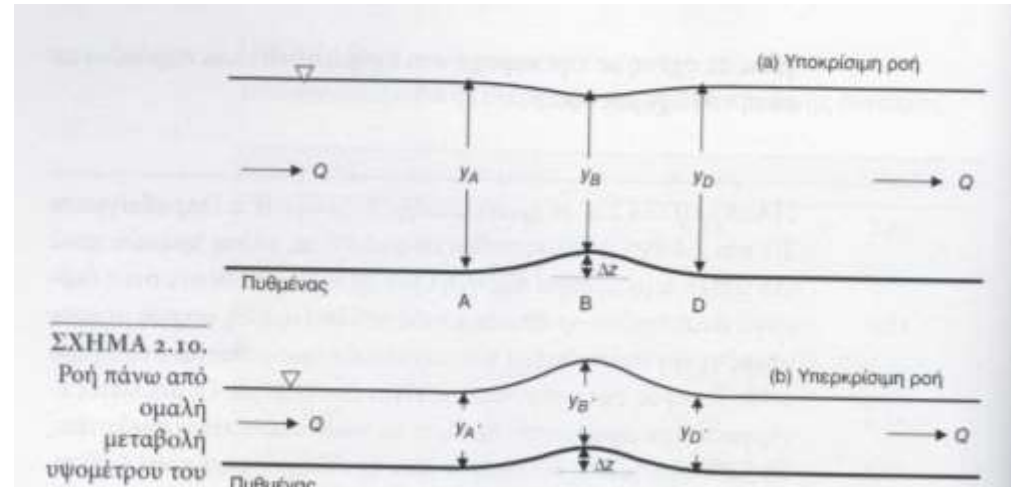
Η ροή ανάντη και στο εμπόδιο θα είναι υποκρίσιμη παντού ή υπερκρίσιμη παντού, το πολύ να φτάσει το κρίσιμο βάθος για μεγάλο ύψος εμποδίου. Διαφορετικά περίπτωση για μεγαλύτερο ύψος εμποδίου περίπτωση ©



Σχήμα 7.15: Ροή σε αγωγό με αναβαθμό, Πρίντζι, 2013

# Κατάντη

- Αν οι απώλειες ενέργειας είναι αμελητέες για τις τέσσερις βατές περιπτώσεις τότε επανέρχεται στο αρχικό βάθος ροής
- $\gamma_A = \gamma_D$
- $\gamma_{A'} = \gamma_{D'}$



Akan, 2021



# Υποκρίσιμη ροή, «ψηλό εμπόδιο»

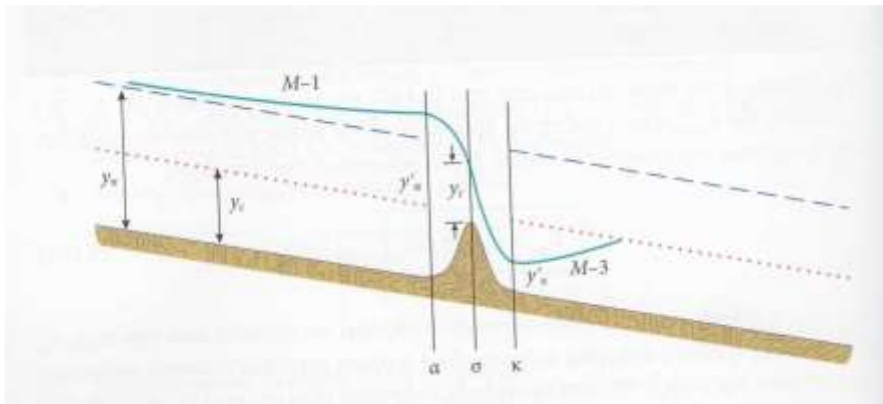
- Πάνω από το εμπόδιο κρίσιμη ροή
- Ανάντη περισσότερο βάθος ροή  
(στραγγαλισμός της ροής---»λάθος του καθηγητή στην εκφώνηση»)(ΑΔΕ)

# Υπεκρίσιμη ροή, «ψηλό εμπόδιο»

- Πάνω από το εμπόδιο κρίσιμη ροή
- Υδραυλικό άλμα

# Δημητρακόπουλος για κεκλειμένη επιφάνεια

Υποκρίσιμη ροή ανάντη



Υπερκρίσιμη ροή ανάντη

