Υδραυλική ανοικτών αγωγών
Χωματουργικά

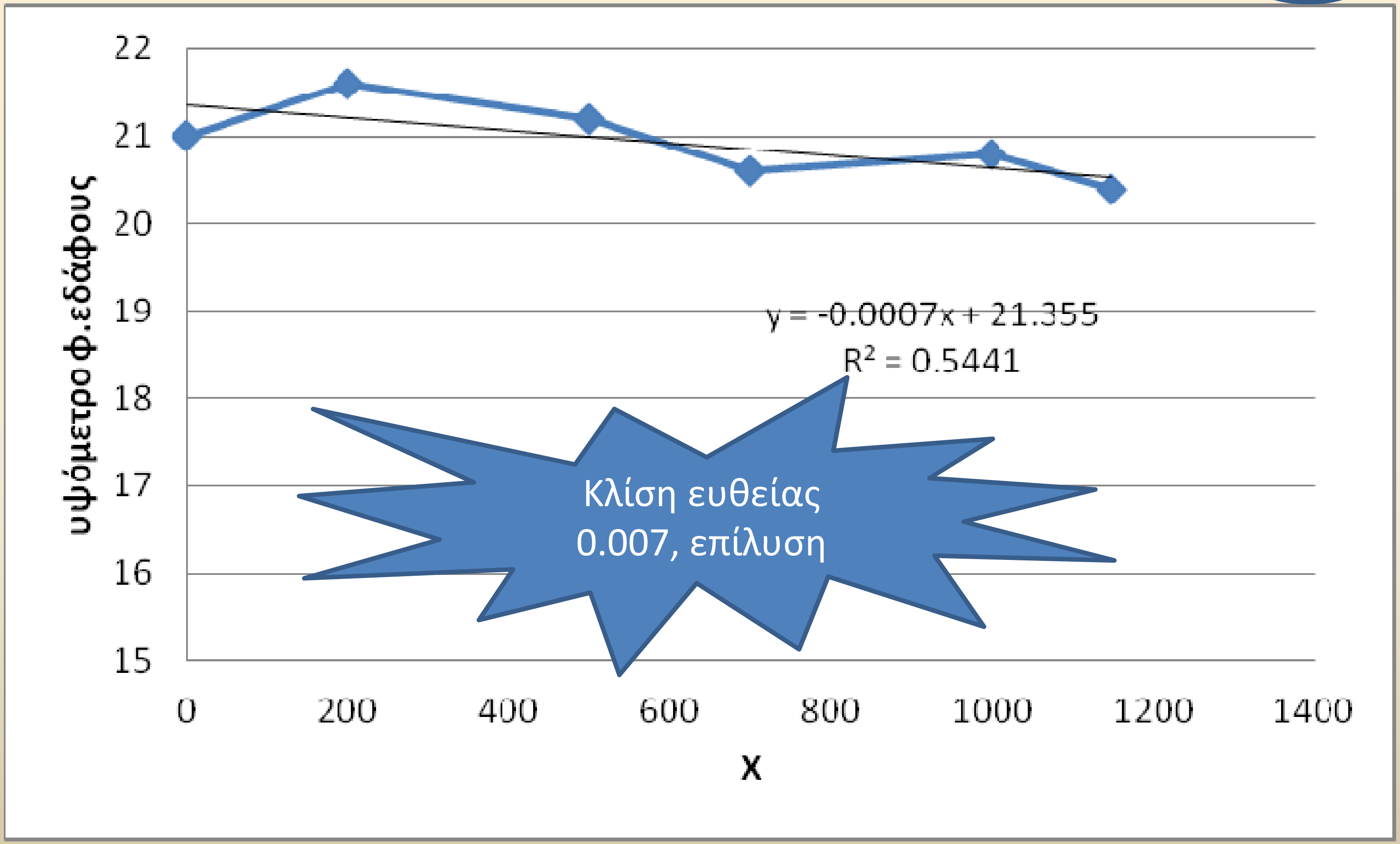
Δρ Μ. Σπηλιώτη
Λέκτορα

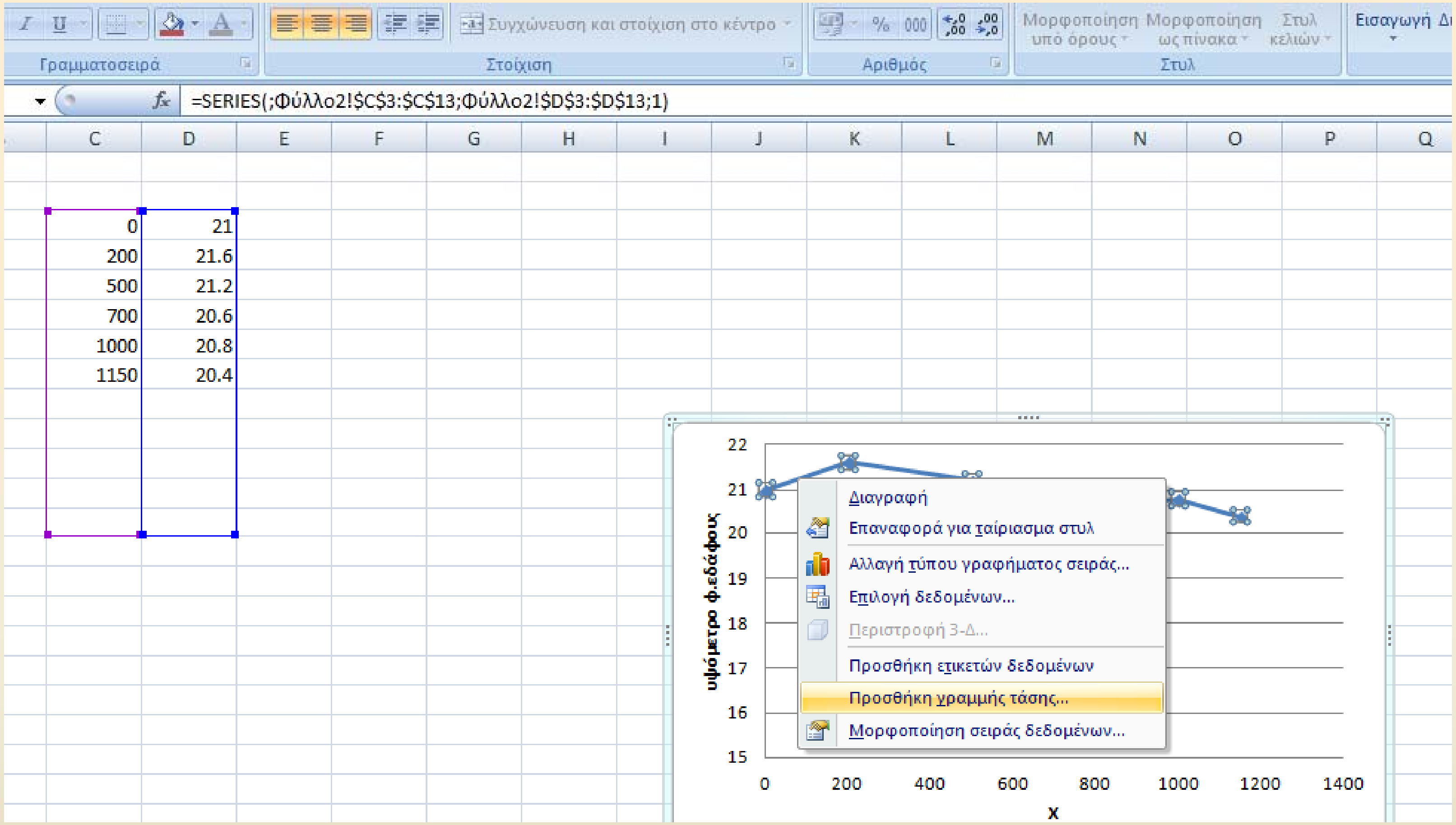
Κείμενα από Μπέλλος, 2008 και από τις σημειώσεις Χρυσάνθου, 2014

Επιλογή κλίσης πυθμένα: κατά το δυνατόν του εδάφους: γραμμική παλινδρόμηση

Εύρεση μέσης κλίσης με γραμμική παλινδρόμηση

θέμα




Γραμματοσειρά
Συγχώνευση και στοίχιση στο κέντρο
Στοίχιση
Αριθμός
Μορφοποίηση υπό όρους
Μορφοποίηση ως πίνακα
Στυλ κελιών
Στυλ
Εισαγωγή
=SERIES(;Φύλλο2!$C$3:$C$13;Φύλλο2!$D$3:$D$13;1)
C D E F G H I J K L M N O P Q
0 21
200 21.6
500 21.2
700 20.6
1000 20.8
1150 20.4
υψόμετρο φ.εδάφους
x
Διαγραφή
Επαναφορά για ταίριασμα στυλ
Αλλαγή τύπου γραφήματος σειράς...
Επιλογή δεδομένων...
Περιστροφή 3-Δ...
Προσθήκη ετικετών δεδομένων
Προσθήκη γραμμής τάσης...
Μορφοποίηση σειράς δεδομένων...

θέμα

Γραμμική παλινδρόμηση

- Η ανάλυση της γραμμικής παλινδρόμησης μοντελοποιήση της σχέσης μεταξύ των ανεξάρτητων μεταβλητών με την εξαρτημένη μεταβλητή σε μία γραμμική σχέση.
- Τα λαμβανόμενα δεδομένα είναι ανεξάρτητες μεταβλητές και το εξαγόμενο του μοντέλου της παλινδρόμησης θα πρέπει να προσεγγίζει τα λαμβανόμενα εξαγόμενα σύμφωνα με κριτήρια που ορίζει ο αναλυτής.

Συμβατική γραμμική παλινδρόμηση

Πυρήνας μεθόδου: Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς

Ανάλυση ισχύος της ανάλυσης με βάση τη στατιστική και γενίκευση των αποτελεσμάτων

Βασική μέθοδος: Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς

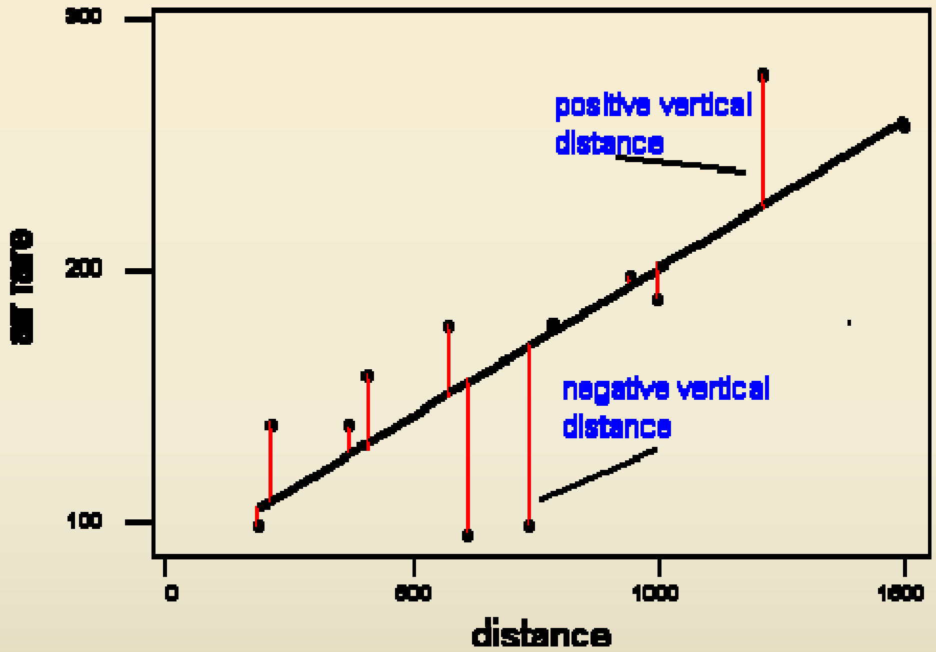
Επιλογή γραμμής παλινδρόμησης

- Σφάλμα κατακόρυφη απόσταση= (Y –Y’)
  - Θετικό ή αρνητικό
- Γραμμή παλινδρόμησης,

$Y' = \beta_0 + \beta_1 X$,

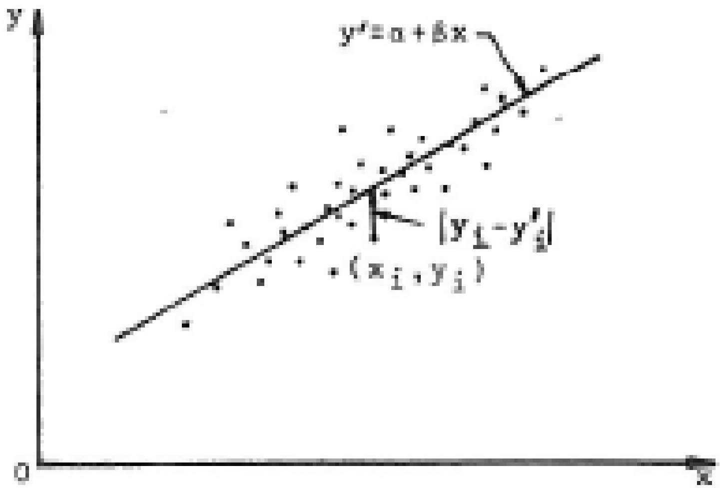
ώστε

$\sum(Y - Y')^2$, ελάχιστο



$|y_i' - y_i|$, όπου $y_i' = \alpha + \beta x_i$. Η βέλτιστη γραμμική σχέση είναι εκείνη της οποίας οι παράμετροι α καί β έλαχιστοποιοῦν τό ἄθροισμα τῶν τετραγώνων τῶν λαθῶν — δηλαδή, ἐλαχιστοποιοῦν τό

$$\Delta^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y_i')^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \alpha - \beta x_i)^2$$



Σχῆμα 7.1 Ἀνάλυση Γραμμικῆς Παλινδρόμησης Δύο Μεταβλητῶν

$\hat{y} = ax + b$

$y = b_1 x + b_0$ (συμβολισμός Τσιώρα)

Ang and Tang, μετ. Παναγιωτακόπουλος Δ

Ἡ μέθοδος αὐτή προσδιορισμοῦ τῶν α καί β ὀνομάζεται **μέθοδος τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων**. Γιά τήν ἐλαχιστοποίηση τῆς Δ^2 ἔχουμε:

(ελ/ση χωρίς περιορισμούς)

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial \alpha}=\sum_{i=1}^{n} 2(y_i-\alpha-\beta x_i)(-1)=0$$

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial \beta}=\sum_{i=1}^{n} 2(y_i-\alpha-\beta x_i)(-x_i)=0$$

όπου $a=b_0$, $\beta=b_1$

Ἀπό τίς σχέσεις αὐτές προκύπτουν οἱ ἑξῆς ἐκτιμήσεις γιά τίς παράμετρες α καί β:

$$\hat{\alpha}=\frac{1}{n}\Sigma y_i-\frac{\hat{\beta}}{n}\Sigma x_i=\bar{y}-\hat{\beta}\bar{x} \qquad (7.2)$$

καί

$$\hat{\beta}=\frac{\Sigma x_i y_i-n\bar{x}\bar{y}}{\Sigma x_i^2-n\bar{x}^2}=\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\Sigma(x_i-\bar{x})^2} \qquad (7.3)$$

ὅπου $\Sigma=\sum_{i=1}^{n}$. Ἡ κλίση β ὀνομάζεται **συντελεστής παλινδρόμησης**.

Η εξίσωση της ευθείας είναι της μορφής $\Psi = \beta_0 + \beta_1 X$ και θα προσδιορισθεί με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή οι παράμετροι β_1 και β_0 δίνονται από τις σχέσεις:

$$\beta_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \left(\sum x_i\right) \cdot \left(\sum y_i\right)}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}$$

$$\beta_0 = \frac{n\sum y_i - \beta_1 \sum x_i}{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2}$$

θέμα

Π1.1.1 Υδραυλικός υπολογισμός τμήματος *A - B*

Π1.1.1.1 Διαστασιολόγηση διατομής

Αρχικά θα πρέπει να επιλεγεί η κλίση S_o της Διώρυγας. Συνήθως η κλίση της Διώρυγας λαμβάνεται περίπου ίση με την μέση κλίση του εδάφους. Ο προσδιορισμός της μέσης κλίσης του εδάφους θα γίνει με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, η μέση ευθεία δίδεται από την εξίσωση:

$$y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x \tag{Π1.1}$$

όπου $\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}x$ και $\hat{\beta} = \dfrac{\sum x_i y_i - n\overline{xy}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}$ (Π1.2)

Για το τμήμα *A - B* είναι:

x	0	200	500	700	1000	1150
y	21.00	21.60	21.20	20.60	20.80	20.40

Δεδομένου ότι $n=6$, $\bar{x}=591.67$, $\bar{y}=20.93$ προκύπτει:

$$\sum x_i^2 = 3.102.500$$
$$\sum x_i y_i = 73.600$$

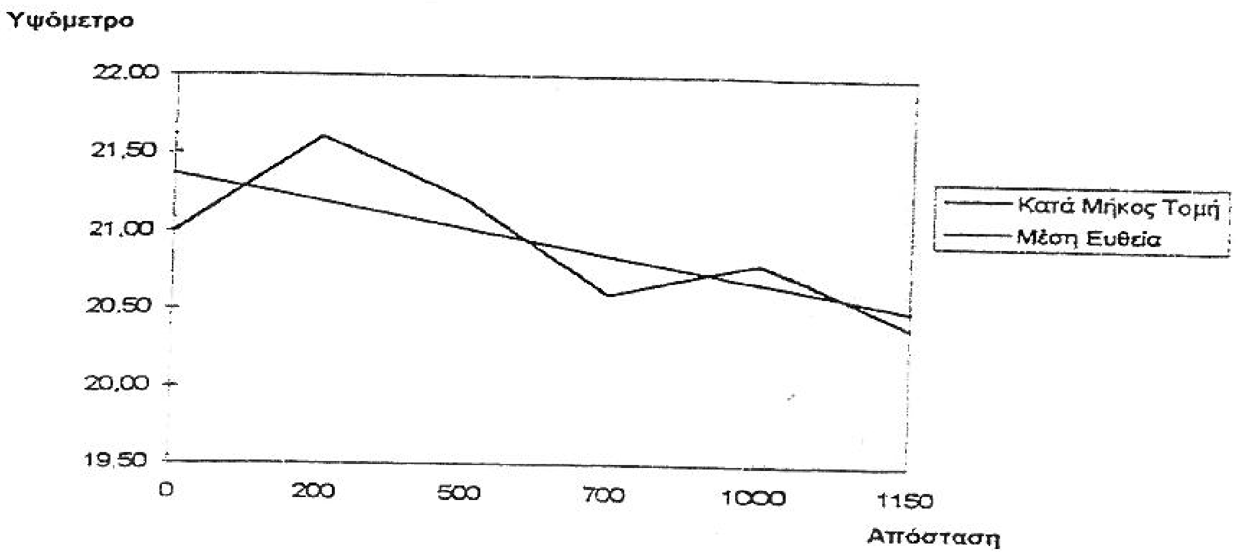
Με εφαρμογή των Εξ. Π1.1 και Π1.2 για τα παραπάνω δεδομένα, προκύπτει:

$\hat{\alpha} = 21.3545$ και $\hat{\beta} = -0.0007$

Έτσι η μέση ευθεία του εδάφους περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 21.3545 - 0.0007\,x \qquad (\Pi 1.3)$$

Στο Σχήμα Π1.1 που ακολουθεί φαίνεται η κατά μήκος τομή του εδάφους, καθώς και η μέση ευθεία του. Τελικά επιλέγεται σαν κλίση της διώρυγας για το τμήμα A - B η τιμή $S_o = 0.0007$.



Σχήμα Π1.1. Κατά μήκος τομή του εδάφους, και η μέση ευθεία για το τμήμα $A - B$

Σύνοψη υδραυλική επίλυσης

<u>ΤΡΑΠΕΖΟΕΙΔΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗ</u>

- **<u>Ομοιόμορφη ροή (σταθερό βάθος ροής)</u>**

  Εξ. Manning

  $\boxed{\bar{f}_n = \frac{Q \cdot n}{S_0^{1/2} b_0^{8/3}}}$ (από Εξ. Manning) =

  $$= \left(\bar{A}\bar{R}^{2/3} = \frac{A}{b^2}\left(\frac{A}{b^2}\right)^{2/3}\left(\frac{P}{b}\right)^{-2/3} = \bar{y}(1+z\bar{y})\cdot\left[\bar{y}(1+z\bar{y})\right]^{2/3}\cdot\left(1+2\bar{y}\sqrt{1+z^2}\right)^{-2/3} \right) =$$

  $\left(1+2\bar{y}\sqrt{1+z^2}\right)^{-2/3}\left(\bar{y}(1+z\bar{y})\right)^{5/3}$ =πίνακες Μπέλλου, εύρεση **y/b βάθος ομοιόμορφης ροής**

- **<u>Κρίσιμη ροή</u>**

  (ελάχιστη ειδική ενέργεια, Fr =1)

  $\boxed{\bar{f}_c = \frac{Q}{b_0^{5/2}\sqrt{g}}}$ (μόνο για Fr =1, κρίσιμη ροή)=

  $$= \left(\frac{1}{b_0^{5/2}} A\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{\bar{A}^3}{\bar{B}}} = \sqrt{\frac{\left[\bar{y}(1+z\bar{y})\right]^3}{1+2z\bar{y}}} \right)$$

  = πίνακες Μπέλλου, εύρεση **y/b κρίσιμο βάθος**

- **<u>Κρίσιμη και ομοιόμορφη ροή (ομοιόμορφη ροή με κρίσιμο βάθος)</u>**

  $\boxed{\bar{f}_t = \frac{n^2 \cdot g}{S_0 \cdot b_0^{1/3}}}$

  $$= \left(\frac{1}{b_0^{1/3}}\frac{BR^{4/3}}{A} = \frac{\left((1+2z\bar{y})\right)}{\bar{y}(1+z\bar{y})}\left(\frac{\bar{y}(1+z\bar{y})}{1+2\bar{y}\sqrt{1+z^2}}\right)^{4/3} \right)$$

  = πίνακες Μπέλλου, εύρεση **y/b κρίσιμο βάθος και ομοιόμορφη ροή <u>αλλά για άλλη παροχή</u>**

Γενίκευση για διάφορες διατομές

- **Ομοιόμορφη ροή (σταθερό βάθος ροής)**

  Εξ. Manning

  $\boxed{\overline{f}_n = \dfrac{Q \cdot n}{S_0^{1/2} L_0^{8/3}}}$ (από Εξ. Manning) =

  $$= \left(\overline{A}\overline{R}^{2/3} = \frac{A}{L_0^{\,2}} \left(\frac{A}{L_0^{\,2}} \right)^{2/3} \left(\frac{P}{L_0} \right)^{-2/3} \right) =$$ =πίνακες Μπέλλου, εύρεση **y/L_0 βάθος ομοιόμορφης ροής**

- **Κρίσιμη ροή**

  (ελάχιστη ειδική ενέργεια, Fr =1)

  $\boxed{\overline{f}_c = \dfrac{Q}{L_0^{5/2}\sqrt{g}}}$ (μόνο για Fr =1, κρίσιμη ροή)= $= \left(\dfrac{1}{L_0^{5/2}} A \sqrt{\dfrac{A}{B}} = \sqrt{\dfrac{\overline{A}^3}{\overline{B}}} \right) =$ πίνακες Μπέλλου, εύρεση **y/ L_0 κρίσιμο βάθος**

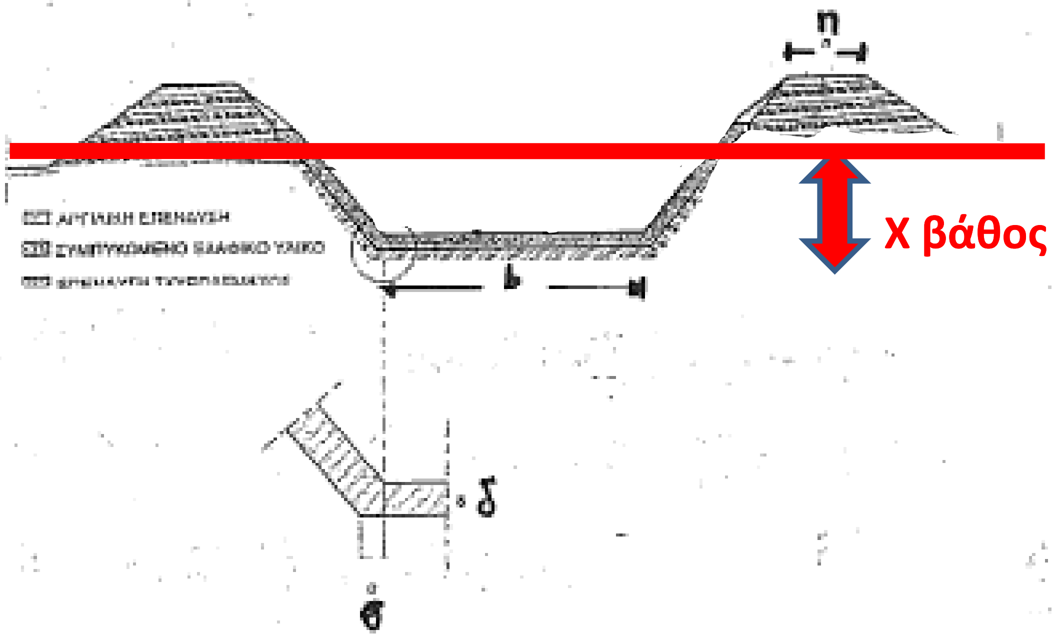
- **Κρίσιμη και ομοιόμορφη ροή (ομοιόμορφη ροή με κρίσιμο βάθος)**

  $\boxed{\overline{f}_t = \dfrac{n^2 \cdot g}{S_0 \cdot b_0^{1/3}}}$

  $$= \left(\frac{\overline{B}\overline{R}^{4/3}}{\overline{A}} = \frac{1}{L_0^{1/3}} \frac{BR^{4/3}}{A} \right)$$ = πίνακες Μπέλλου, εύρεση **y/ L_0 κρίσιμο βάθος και ομοιόμορφη ροή <u>αλλά για άλλη παροχή</u>**

Βασικές αρχές

- Επιθυμώ ροή υποκρίσιμη
- Προσοχή: Στην τελική διαμόρφωση των στάθμεων θα πρέπει να μην αλλάξει η κλίση γιατί αλλιώς αλλάζει η υδραυλική επίλυση
- Μετακινώ το πυθμένα ώστε κατά το δυνατόν όγκος εκσκαφών = όγκο επιχωσεων, ΧΩΡΙΣ ΝΑ ΑΛΛΑΞΕΙ Η ΚΛΙΣΗ



Σχήμα Π1.2. Τυπική διατομή της αρδευτικής διώρυγας

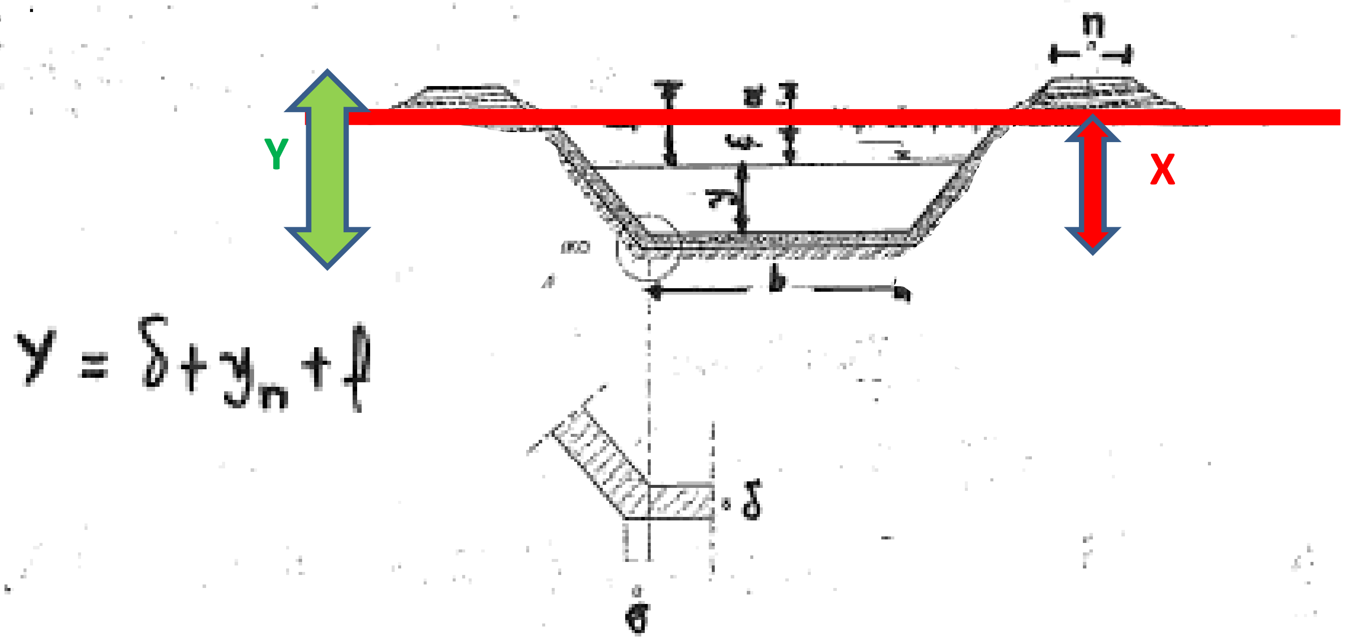
- Πλάτος εκσκαφής: $b_c = b + 2\sigma$ (Σχήμα Π1.2)

$$\sigma = \frac{\delta}{m + \sqrt{1+m^2}}$$

$\sigma = 2.42\ cm = 0.0242\ m$

$b_c = 5.5 + (2 \times 0.0242) = 5.548\ m$

θέμα



Σχήμα Π1.2. Τυπική διατομή της αρδευτικής διώρυγας

- Πλάτος εκσκαφής: $b_c = b + 2\sigma$ (Σχήμα Π1.2)

$$\sigma = \frac{\delta}{m + \sqrt{1+m^2}}$$

$\sigma = 2.42\ cm = 0.0242\ m$

$b_c = 5.5 + (2 \times 0.0242) = 5.548\ m$

θέμα

Επιφάνειες εκσκαφής και επίχωσης

- X: βάθος εκσκαφής

  Y: απόσταση μεταξύ πυθμένα εκσκαφής και στέψης αναχωμάτων

  $Y = \delta + y_n + f$

  h (ύψος αναχωμάτων) $= Y - X = (\delta + y_n + f) - X$

- E_k (εμβαδόν εκσκαφής) $= (b_c + mX)\,X$

- E_n (εμβαδόν επίχωσης) $= 2\,[n + m(Y - X)]\,(Y - X)$

  n: πλάτος στέψης αναχώματος (Σχήμα Π1.2)

θέμα

Εκφώνηση

- Ισοζύγιο εκσκαφών και επιχωμάτων: $E_K = E_\Pi$

$$b_c X + m X^2 - 2[n + mY - mX](Y - X) = 0$$

$$mX^2 - (b_c + 4mY + 2n)X + 2Y(n + mY) = 0$$

$$\boxed{AX^2 - BX + \Gamma = 0}$$

Από θέμα σε θέμα αλλάζει Y & bc

$$A = m = 1.5$$

$$B = b_c + 4mY + 2n = 5.548 + (4 \times 1.5 \times 2.93) + (2 \times 3.0) = 29.128$$

$$\Gamma = 2Y(n + mY) = 2 \times 2.93 \times [3.0 + (1.5 \times 2.93)] = 43.3347$$

$$Y = \delta + y_n + f = 0.08 + 1.75 + 1.10 = 2.93 \text{ m}$$

$X_1 = 17.7952$ m $\qquad X_2 = 1.6235$ m

Το X_1 απορρίπτεται

X_2: μέσο βάθος εκσκαφής

θέμα

- <u>Εξίσωση του πυθμένα εκσκαφής</u>: Προκύπτει αν από την εξίσωση της μέσης ευθείας του εδάφους αφαιρεθεί η ποσότητα $X = 1.6235$ m.

Εξίσωση μέσης ευθείας εδάφους:

$$y = 21.3545 - 0.0007\,x$$

$$y = 19.731 - 0.0007\,x$$

- Για τον υπολογισμό του βάθους εκσκαφής κάθε διατομής αφαιρείται από το υψόμετρο του φυσικού εδάφους το υψόμετρο του πυθμένα εκσκαφής (Πίνακας Π1.4).

Πρώτη διόρθωση

- Εξίσωση του πυθμένα εκσκαφής: Προκύπτει αν από την εξίσωση της μέσης ευθείας του εδάφους αφαιρεθεί η ποσότητα $X=1.6235\,m$.

Εξίσωση μέσης ευθείας εδάφους:

$y=21.3545-0.0007x$

$y=19.731-0.0007x$

21.3545-1.6235=19.731

Αν το φυσικό έδαφος είχε την κλίση της παλινδρόμησης θα είχαμε τελειώσει

Αυτό όμως δεν ισχύει. Κάνω ισοζύγιο χωματουργικών και προχωρώ στην επομένη διόρθωση

θέμα

Πίνακας Π1.4
Βάθος εκσκαφής σε κάθε διατομή

Διατομή	1	2	3	4	5	6
Απόσταση (m)	0	200	500	700	1000	1150
Υψόμ. Φυσ. Εδάφ.	21.000	21.600	21.200	20.600	20.800	20,400
Υψόμ.Πυθμ. εκσκ.	19.731	19.591	19.381	19.241	19.031	18.926
Βάθος εκσκαφής	1.269	2.009	1.819	1.359	1.769	1.474

0	200	500	700	1000
19.731	19.591	19.381	19.241	19.031

$y = 19.731 - 0.0007x$

θέμα

Πίνακας Π1.5

Προμέτρηση χωματουργικών για μέσο βάθος εκσκαφής X = 1.6235 m

ΔΙΑΤΟΜΗ		ΕΚΣΚΑΦΕΣ		ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ		
α/α	Χ.Θ	Βάθος εκσκαφής X	Όγκος V	Ύψος επιχωμ.Y	Όγκος V	Αλγεβρ. άθροισμα
1	0+000	1.27		1.66		0
			2666		2631	
2	0+200	2.01		0.92		34
			4838		2766	
3	0+500	1.82		1.11		2107
			2537		2720	
4	0+700	1.36		1.57		1923
			3723		4176	
5	1+000	1.77		1.16		1470
			1946		1958	
6	1+150	1.47		1.46		1458
ΑΘΡΟΙΣΜΑ			15709		14251	

Vk = (Εκ1+Εκ2)/2 *L

Σε σχέση με τον «εικονικό» πυθμένα της παλινδρόμησης

Αν υπολογισθεί αναλυτικά ο όγκος εκσκαφών και επιχώσεων για τα παραπάνω βάθη εκσκαφής (Πίνακας Π1.5), προκύπτει περίσσευμα εκσκαφών ίσο με 1.458 m^3.

θέμα

- Παρακάτω θα υπολογιστεί πόσο μειώνεται η διαφορά μεταξύ εκσκαφών και επιχωμάτων για μείωση του βάθους εκσκαφής κατά 1 cm.

$$E_k = (b_c + mX)X \quad \text{(αποδείχτηκε)}$$

$$\frac{dE_k}{dX} = b_c + 2mX \Rightarrow \Delta E_k = (b_c + 2mX)\,\Delta X$$

$$\Delta E_k = [5.548 + (2 \times 1.5 \times 1.6235)]\,\Delta X = 10.4\;\Delta X$$

Άρα για βάθος εκσκαφής 1.6235 μπορώ να δεχθώ μία μικρή διόρθωση, η εξίσωση ισχύει για τιμές του ΔΧ, μικρές ώστε *να είμαστε στη γειτονιά του 1.6235* (βλπ. Θεώρημα Taylor)

Επομένως, στη γειτονια του *1.6235* υπάρχει προσεγγιστικά μία γραμμική σχέση μεταξύ μεταβολής επιφανείας και μεταβολής του βάθους εκσκαφής

θέμα

Για $\Delta X = 1\,cm = 0.01\,m \Rightarrow \Delta E_K = 0.104\ m^2$

ΔV_K (μείωση όγκου εκσκαφών) $= 0.104 \times 1150 \simeq 120\ m^3$

(1150 m : μήκος τμήματος ΑΒ)

ΔV_Π (μείωση όγκου επιχωμάτων) $= 120\ m^3$

- Τελικά, για μείωση του βάθους εκσκαφής κατά 1 cm, η διαφορά μεταξύ εκσκαφών και επιχώσεων μειώνεται κατά $240\ m^3$ (120 + 120).

- Εάν μειωθούν τα βάθη εκσκαφής όλων των διατομών κατά 7 cm, επιτυγχάνεται καλύτερο ισοζύγιο μεταξύ εκσκαφών και επιχωμάτων (Πίνακας Πl.6). Υπάρχει περίσσευμα επιχωμάτων ίσο προς $350\ m^3$.

Μειωνω παντού το βάθος εκσκαφής, +0.07η κλίση πρέπει να παραμείνει η ίδια αλλιώς πρέπει να κάνω νέα υδραυλική επίλυση

Θα μπορούσα να συνεχίσω το αποτέλεσμα όμως είναι ικανοποιητικό

θέμα

Τελικά

X	0	200	500	700	1000	1150
ΠΑΛ-ΕΚΣΚΑΦΗ	19.801	19.661	19.451	19.311	19.101	18.996
ΦΥΣΙΚΟ ΕΔΑΦΟΣ	21	21.6	21.2	20.6	20.8	20.4
ΒΑΘΟΣ ΕΚΣΚΑΦΗΣ	1.20	1.94	1.75	1.29	1.70	1.40

	AB					
X	0	200	500	700	1000	1150
ΠΑΛ-ΕΚΣΚΑΦΗ	19.801	19.661	19.451	19.311	19.101	18.996
ΦΥΣΙΚΟ ΕΔΑΦΟΣ	21	21.6	21.2	20.6	20.8	20.4
ΒΑΘΟΣ ΕΚΣΚΑΦΗΣ	1.20	1.94	1.75	1.29	1.70	1.40

Εκσκαφή: 1.6235 – 0.07 = 1.5535

θέμα

Έλεγχος στάθμης του νερού κατάντη (Δ) σε σχέση με το φυσικό έδαφος

α5. Καθ' ύψος τοποθέτηση του πυθμένα της διώρυγας

- Όπως για το τμήμα ΑΒ
- Επιπλέον, πρέπει να ικανοποιείται η εξής προϋπόθεση (δεδομένο του παραδείγματος):

Η ελάχιστη στάθμη νερού στο σημείο Δ πρέπει να είναι +50 cm από την επιφάνεια του εδάφους, ήτοι:

$H_{\Delta\ min}$ = υψόμετρο εδάφους + 0.50 m = 17.40 + 0.50 = 17.90 m

Ελέγχω τη στάθμη του ύδατος

θέμα