Έλεγχος κρίσιμης ροής στο θέμα περισσότερα στη θεωρία κρίσιμου βάθους, διάγραμμα ειδικής ενέργειας και προφίλ ελεύθερης επιφανείας νερού

Δρ Μ. Σπηλιώτη
Λέκτορα

Κείμενα από Μπέλλος, 2008 και από τις σημειώσεις Χρυσάνθου, 2014

Έλεγχος κρίσιμης ροής

- Επιθυμώ ροή υποκρίσιμη
  - Έλεγχος με μειωμένο *n*
  - Έλεγχος κρίσιμης κλίσης

θέμα

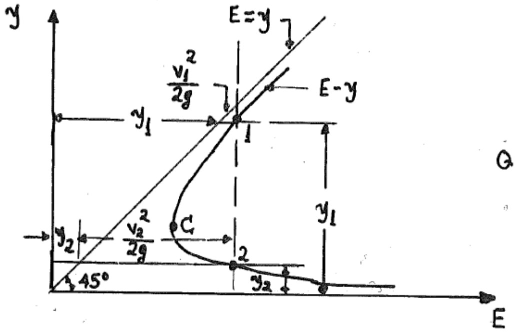
Κρίσιμη ροή

Ορίζεται για την ελάχιστη ειδική ενέργεια

Ειδική ενέργεια

- Ενέργεια ανά μονάδα βάρους του υγρού, σε μια διατομή, με επίπεδο αναφοράς τον πυθμένα του αγωγού $(z=0)$

$$E = y + \frac{v^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$



Q = σταθ.

Για $y \to 0$, $E \to \infty$, για $y \to \infty$, $E \to y \to \infty$

$E \to \min$, για $y = y_c$ (κρίσιμο βάθος)

$$\frac{dE}{dy} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{Q^2 B}{gA^3} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{Q^2 B}{gA^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c}$$

- συζυγή βάθη ροής
- υποκρίσιμη, υπερκρίσιμη, κρίσιμη ροή

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = Fr^2 \Rightarrow \text{αριθμός Froude } (Fr)$$

$Fr < 1 \Rightarrow$ υποκρίσιμη ροή

$Fr > 1 \Rightarrow$ υπερκρίσιμη ροή

$Fr = 1 \Rightarrow$ κρίσιμη ροή

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c \Rightarrow Q^2 = \frac{g A^3}{B} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{g A^3}{B}} \Rightarrow Q = \sqrt{g}\, A \sqrt{\frac{A}{B}}$$

$$\boxed{f_c = A\sqrt{\frac{A}{B}} \ : \text{ συνάρτηση κρίσιμης ροής}}$$

Έλεγχος κρίσιμης ροής με βάση τον αριθμό Fr ή το κρίσιμο βάθος

$$\ldots\ldots Fr = 1 \Leftrightarrow A\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{Q}{\sqrt{g}}$$

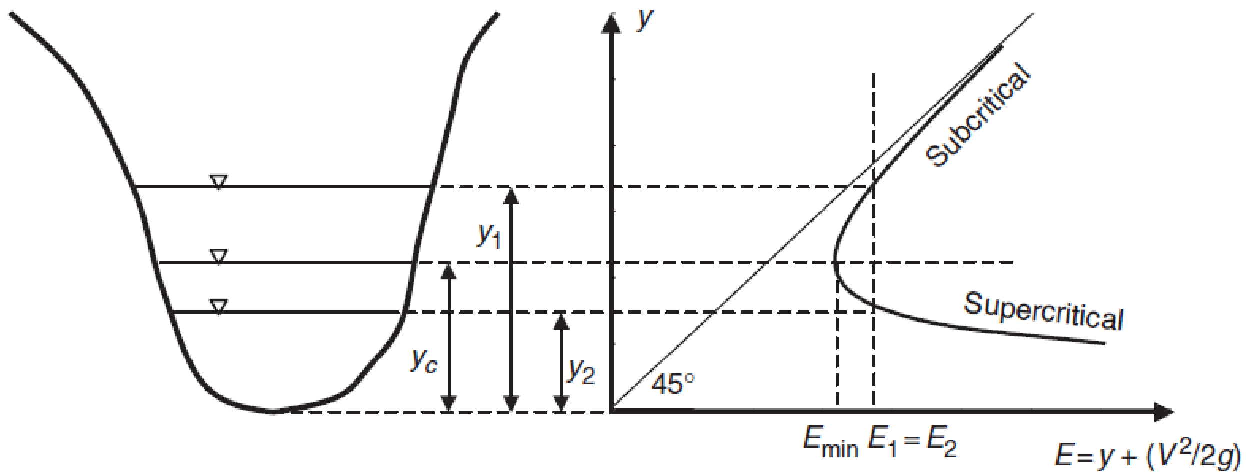


FIGURE 2.6 Specific energy diagram

Κρίσιμη ροή, αδιαστατοποίηση

$$\ldots\ldots Fr = 1 \Leftrightarrow \frac{Q}{\sqrt{g\frac{A}{B}A^{2}}} = 1 \Leftrightarrow A\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{Q}{\sqrt{g}}$$

Εξαρτάται μόνο από την παροχή Και τα γεωμετρικά στοιχεία της διατομής

$$f_c = \frac{Q}{\sqrt{g}} \rightarrow \overline{f}_c = \frac{Q}{b_0^{5/2}\sqrt{g}}$$

$$\ldots\ldots Fr = 1 \Leftrightarrow \overline{f}_c = \frac{Q}{b_0^{5/2}\sqrt{g}} = \frac{1}{b_0^{5/2}} A\sqrt{\frac{A}{B}}$$

Κρίσιμη ροή, τραπεζοειδής διατομή

$$.....Fr = 1 \Leftrightarrow \bar{f}_c = \frac{Q}{b_0^{5/2}\sqrt{g}} = \frac{1}{b_0^{5/2}} A\sqrt{\frac{A}{B}}$$

$$\bar{\mathrm{B}} = \frac{\mathrm{B}}{\mathrm{b}} = \frac{(\mathrm{b}+2\mathrm{yz})}{\mathrm{b}} = 1 + 2\mathrm{z}\bar{\mathrm{y}}, \quad \bar{\mathrm{A}} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{b}^2} = \frac{\mathrm{y}(\mathrm{b}+\mathrm{zy})}{\mathrm{b}^2} = \bar{\mathrm{y}}(1+\mathrm{z}\bar{\mathrm{y}})$$

$$\bar{f}_c = \frac{1}{b_0^{5/2}} A\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{\bar{A}^3}{\bar{B}}} = \sqrt{\frac{\left[\bar{y}(1+z\bar{y})\right]^3}{1+2z\bar{y}}}$$

- Αδιάστατη συνάρτηση κρίσιμης ροής $\bar{f}_c$

- Συνάρτηση κρίσιμης ροής: $f_c = A\sqrt{A/B}$

$$\bar{f}_c = \frac{A}{b_0^2}\,\frac{\sqrt{A/B}}{b_0^{1/2}} = \frac{f_c}{b_0^{5/2}}$$

$$\boxed{\bar{f}_c = \frac{f_c}{b_0^{5/2}}}$$

για κρίσιμη ροή, Fr =1

$$Q = A\sqrt{g\frac{A}{B}} = f_c\sqrt{g} = b_0^{5/2}\bar{f}_c\sqrt{g}$$

$$\boxed{Q = b_0^{5/2}\bar{f}_c\sqrt{g}}$$

$$\rightarrow f_c = \frac{Q}{\sqrt{g}\cdot b_0^{5/2}}$$

Εξαρτάται μόνο από την παροχή Και τα γεωμετρικά στοιχεία της διατομής

Έλεγχος κρίσιμης ροής

- Υπολογίζω:

$$f_c = \frac{Q}{\sqrt{g} \cdot b_0^{5/2}}$$

- Επίλυση με πίνακες προσδιορισμός κρίσιμου βάθους
- Έλεγχος: θα πρέπει $y_n > y_c$ (ροή υποκρίσιμη)

Για δεδομένη παροχή και γεωμετρικά στοιχεία διατομής αντιστοιχεί ένα κρίσιμο βάθος

θέμα

Ξανά («εικονικός» έλεγχος κρίσιμης ροής υπέρ της ασφάλειας)

- U.S. Bureau of Reclamation: Πρέπει $y_c < y_n'$, όπου y_n' το βάθος ομοιόμορφης ροής που προκύπτει για συντελεστή Manning $n' = n - 0.003$ (για μεγαλύτερη ασφάλεια)

Υπόθεση υπερ της ασφάλειας (εικονικό)

$$n' = 0.014 - 0.003 = 0.011$$

$$\bar{f}_n(\bar{y}_n') = \frac{n'Q}{b^{8/3} S_o^{1/2}} = 0.1345$$

Από τον Πίνακα Π3.1 $\Rightarrow \bar{y}_n' = 0.279$

$$y_n' = \bar{y}_n' \times b = 0.279 \times 5.5 = 1.535 \text{ m}$$

$y_c < y_n' \Rightarrow$ υποκρίσιμη ροή

θέμα

Διερεύνηση: πότε η ροή είναι και κρίσιμη και ομοιόμορφη?

Υπέρ της ασφαλείας:
Για δεδομένη παροχή ποια είναι η κρίσιμη κλίση?
για δεδομένη κλίση σε ποια παροχή το βάθος ροής είναι κρίσιμο?

Αδιάστατη συνάρτηση μεταβατική ροής, μόνο για κρίσιμη και ομοιόμορφη ροή ταυτόχρονα $\bar{f}_t$

Αδιάστατη συνάρτηση μεταβατικής ροής $\bar{f}_t$

- Συνάρτηση μεταβατικής ροής: $f_t = \frac{BR^{4/3}}{A}$

$$f_t = \left(\frac{f_n}{f_c}\right)^2 = \left(\frac{AR^{2/3}}{A\sqrt{A/B}}\right)^2 = \frac{BR^{4/3}}{A}$$

$$\bar{f}_t = \frac{BR^{4/3}/A}{b_o^{-1}\, b_o^{4/3}} = \frac{f_t}{b_o^{1/3}}$$

$$\boxed{\bar{f}_t = \frac{f_t}{b_o^{1/3}}}$$

$$\boxed{f_c = A\sqrt{\frac{A}{B}}\ :\ \text{συνάρτηση κρίσιμης ροής}}$$

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = 1 \qquad Q = vA = \frac{1}{n} R^{2/3} S_o^{1/2} A \qquad \text{(Manning)}$$

$$S_c = \frac{n^2 g}{\left(\frac{BR^{4/3}}{A}\right)_{y=y_c}}$$

S_c: κρίσιμη κλίση

$$\boxed{f_t = \frac{BR^{4/3}}{A}\ :\ \text{συνάρτηση μεταβατικής ροής}}$$

y_n: κανονικό βάθος (ομοιόμορφη και σταθερή ροή)

- Όταν $y_n = y_c$, τότε η κλίση του αγωγού λέγεται κρίσιμη κλίση και το αντίστοιχο βάθος ροής μεταβατικό βάθος.

Κρίσιμη ροή & ομοιόμορφη ροή

$$f_t = \left(\frac{f_n}{f_c} \right)^2 = \left(\frac{\dfrac{Q \cdot n}{S_0^{1/2}}}{\dfrac{Q}{\sqrt{g}}} \right)^2 = \frac{n^2 g}{S_0}$$

Απαλοιφή παροχής
Συνάρτηση της
κλίσης

$$\overline{f}_t = \frac{n^2 \cdot g}{S_0 \cdot b^{1/3}}$$

A. Επιπλέον έλεγχος. Για ποια παροχή η κλίση είναι μεταβατική?

(ομοιόμορφη ροή + κρίσιμη ροή)

Επιπλέον έλεγχος, κρίσιμης κλίσης

α4. Προσδιορισμός παροχής για την οποία $S_o = S_c = 0.0007$

$$\bar{f}_t = \frac{n^2 g}{S_c b^{1/3}}, \quad \text{για } S_c = 0.0007 \Rightarrow \bar{f}_t(\bar{y}_t) = 1.5561$$

- Επειδή η τιμή $\bar{f}_t = 1.5561$ είναι μεγαλύτερη της μέγιστης τιμής των πινάκων, το $\bar{y}$ θα υπολογιστεί προσεγγιστικά:

Η κρίσιμη κλίση εξαρτάται από την παροχή, τη διατομή αλλά και το συντελεστή Manning

θέμα

α4. Προσδιορισμός παροχής για την οποία $S_o = S_c = 0.0007$

$$\bar{f}_t = \frac{n^2 g}{S_c b^{1/3}}, \quad \text{για } S_c = 0.0007 \Rightarrow \bar{f}_t(\bar{y}_t) = 1.5561$$

- Επειδή η τιμή $\bar{f}_t = 1.5561$ είναι μεγαλύτερη της μέγιστης τιμής των πινάκων, το $\bar{y}_t$ θα υπολογιστεί προσεγγιστικά:

$$\bar{f}_t = \frac{\bar{B}\,\bar{R}^{4/3}}{\bar{A}}, \quad \bar{B} = \frac{B}{b} = 1 + 2m\bar{y}, \quad \bar{A} = \frac{A}{b^2} = (1+m\bar{y})\,\bar{y}$$

$$\bar{P} = \frac{P}{b} = 1 + 2\bar{y}\sqrt{1+m^2}, \quad \bar{R} = \frac{\bar{A}}{\bar{P}}$$

- Στον Πίνακα Π1.3, για διάφορες τιμές του $\bar{y}$ βρίσκεται το $\bar{f}_t(y_t)$
- Για $\bar{f}_t = 1.5560 \Rightarrow \bar{y}_t = 15.17 \Rightarrow y_t = 83.44$ m
- Για $y_c = y_t = 83.44$ m $\Rightarrow f_c = A\sqrt{\frac{A}{B}} = 10902.27\sqrt{\frac{10902.27}{255.82}} = 71171.83$

$$Q = f_c\sqrt{g} = 71171.83 \times \sqrt{9.81} = 222917 \ m^3/s$$

- Η τιμή του Q και του y_t (ή y_c) είναι εξωπραγματική και συνεπώς η ροή ουδέποτε γίνεται κρίσιμη στο θεωρούμενο αγωγό.

- B. Επιπλέον έλεγχος. Έστω ότι για τη πραγματική παροχή το βάθος ομοιόμορφης ροής είναι το κρίσιμο. Σε ποια κλίση αντιστοιχεί αυτό το φαινόμενο?
- (ομοιόμορφη ροή + κρίσιμη ροή)

(βαδίζω αντίστροφα…)

$\bar{f}_t$: αδιάστατη συνάρτηση μεταβατικής ροής

$$\bar{f}_t(\bar{y}_t) = \frac{n^2 g \cos\theta}{S_c b^{1/3} a}$$

$$y_t = y_c = 1.293 \text{ m} \Rightarrow \bar{y}_t = \frac{1.293}{5.5} = 0.235$$

Από τον Πίνακα Π3.1, για $\bar{y}_t = 0.235 \Rightarrow \bar{f}_t = 0.5133$

$$\frac{n^2 g}{S_c b^{1/3}} = 0.5133 \Rightarrow S_c = 0.0021$$

Σύνοψη

ΤΡΑΠΕΖΟΕΙΔΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗ

- **Ομοιόμορφη ροή (σταθερό βάθος ροής)**

  Εξ. Manning

  $$\boxed{\overline{f}_n = \frac{Q \cdot n}{S_0^{1/2} b_0^{8/3}}}$$ (από Εξ. Manning) =

  $$= \left(\overline{A}\overline{R}^{2/3} = \frac{A}{b^2}\left(\frac{A}{b^2}\right)^{2/3}\left(\frac{P}{b}\right)^{-2/3} = \overline{y}\left(1+z\overline{y}\right)\cdot\left[\overline{y}\left(1+z\overline{y}\right)\right]^{2/3}\cdot\left(1+2\overline{y}\sqrt{1+z^2}\right)^{-2/3} \right) =$$

  $$\left(1+2\overline{y}\sqrt{1+z^2}\right)^{-2/3}\left(\overline{y}\left(1+z\overline{y}\right)\right)^{5/3}$$ =πίνακες Μπέλλου, εύρεση **y/b βάθος ομοιόμορφης ροής**

- **Κρίσιμη ροή**

  (ελάχιστη ειδική ενέργεια, Fr =1)

  $$\boxed{\overline{f}_c = \frac{Q}{b_0^{5/2}\sqrt{g}}}$$ (μόνο για Fr =1, κρίσιμη ροή)=

  $$= \left(\frac{1}{b_0^{5/2}} A\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{\overline{A}^3}{\overline{B}}} = \sqrt{\frac{\left[\overline{y}\left(1+z\overline{y}\right)\right]^3}{1+2z\overline{y}}} \right)$$ = πίνακες Μπέλλου, εύρεση **y/b κρίσιμο βάθος**

- **Κρίσιμη και ομοιόμορφη ροή (ομοιόμορφη ροή με κρίσιμο βάθος)**

  $$\boxed{\overline{f}_t = \frac{n^2 \cdot g}{S_0 \cdot b_0^{1/3}}}$$

  $$= \left(\frac{1}{b_0^{1/3}} \frac{BR^{4/3}}{A} = \frac{\left(\left(1+2z\overline{y}\right)\right)}{\overline{y}\left(1+z\overline{y}\right)}\left(\frac{\overline{y}\left(1+z\overline{y}\right)}{1+2\overline{y}\sqrt{1+z^2}}\right)^{4/3} \right)$$ = πίνακες Μπέλλου, εύρεση **y/b κρίσιμο βάθος και ομοιόμορφη ροή <u>αλλά για άλλη παροχή</u>**

Γενίκευση για διάφορες διατομές

- **Ομοιόμορφη ροή (σταθερό βάθος ροής)**

  Εξ. Manning

  $$\boxed{\bar{f}_n = \frac{Q \cdot n}{S_0^{1/2} L_0^{8/3}}}$$ (από Εξ. Manning) =

  $$= \left(\bar{A}\bar{R}^{2/3} = \frac{A}{L_0^2}\left(\frac{A}{L_0^2}\right)^{2/3}\left(\frac{P}{L_0}\right)^{-2/3} \right) =$$ =πίνακες Μπέλλου, εύρεση **y/L_0 βάθος ομοιόμορφης ροής**

- **Κρίσιμη ροή**

  (ελάχιστη ειδική ενέργεια, Fr =1)

  $$\boxed{\bar{f}_c = \frac{Q}{L_0^{5/2}\sqrt{g}}}$$ (μόνο για Fr =1, κρίσιμη ροή)= $= \left(\frac{1}{L_0^{5/2}} A\sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{\bar{A}^3}{\bar{B}}} \right)$ = πίνακες Μπέλλου, εύρεση **y/ L_0 κρίσιμο βάθος**

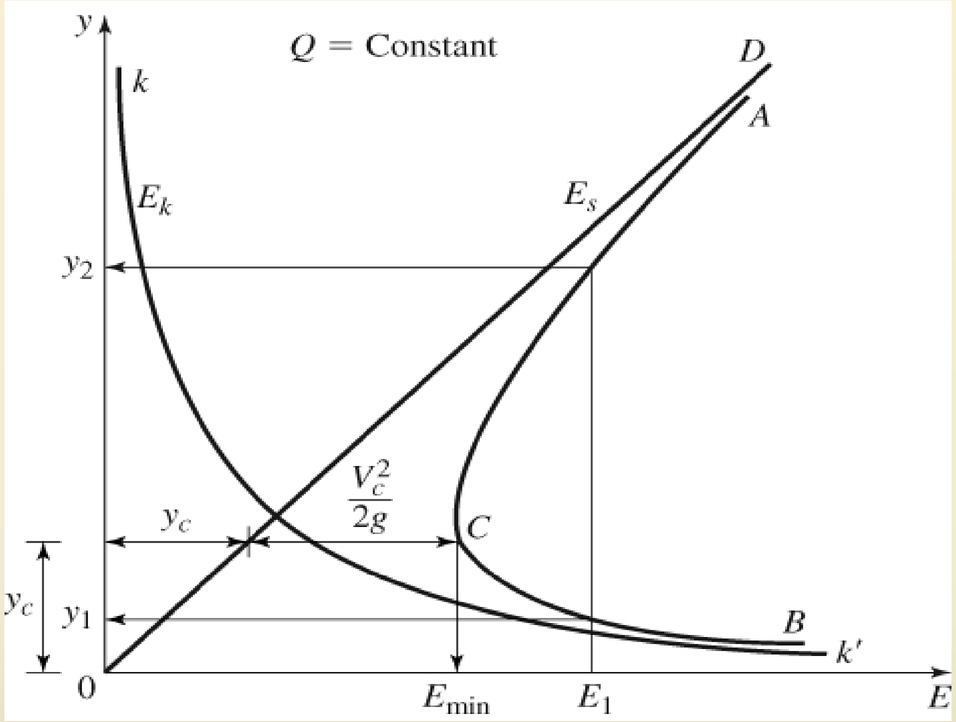
- **Κρίσιμη και ομοιόμορφη ροή (ομοιόμορφη ροή με κρίσιμο βάθος)**

  $$\boxed{\bar{f}_t = \frac{n^2 \cdot g}{S_0 \cdot b_0^{1/3}}}$$

  $$= \left(\frac{\bar{B}\bar{R}^{4/3}}{\bar{A}} = \frac{1}{L_0^{1/3}} \frac{BR^{4/3}}{A} \right)$$ = πίνακες Μπέλλου, εύρεση **y/ L_0 κρίσιμο βάθος και ομοιόμορφη ροή <u>αλλά για άλλη παροχή</u>**

Θεωρία κρισίμου βάθους: διάγραμμα ειδικής ενέργειας =f(y)

Διάγραμμα ειδικής ενέργειας



Διάγραμμα ειδικής ενέργειας

- E_s μεταβάλλεται γραμμικά με το y

- E_k μεταβάλλεται μη γραμμικά με το y

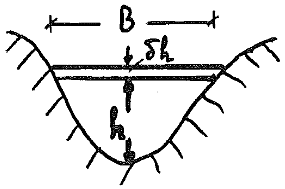
- για δοσμένηE: δύο συζυγή βάθη(y_1 & y_2)

- Για δεδομένη παροχή υπάρχουν δύο βάθη με την ίδια ειδική ενέργεια

-E_{min} : κρίσιμο βάθος

Κρίσιμες συνθήκες, ελάχιστη ειδική ενέργεια

Ανοικτοί αγωγοί μη ορθογωνικής διατομής



$$E = h + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$\frac{dE}{dh} = 1 + \frac{Q^2}{2g}\left(-\frac{2}{A^3}\frac{dA}{dh}\right)$$

B : πλάτος της διατομής στην επιφάνεια του νερού

$$dA = B\,dh \Rightarrow \frac{dA}{dh} = B$$

$$\frac{dE}{dh} = 1 + \frac{Q^2}{2g}\left(-\frac{2B}{A^3}\right) \Rightarrow 0 = 1 + \frac{Q^2}{g}\left(-\frac{B}{A^3}\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{Q^2}{g} = \left(\frac{A^3}{B}\right)_{h=h_c}}$$

$$Q = A_c u_c$$

$$\frac{A_c^2 u_c^2}{g} = \frac{A_c^3}{B_c}$$

$$\boxed{u_c = \sqrt{\frac{A_c g}{B_c}}}$$

$$\frac{Q^2}{g}\left(\frac{B}{A^3}\right)_c = 1 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{Q^2}{g}\left(\frac{B}{A^3}\right)_c} = 1 \Leftrightarrow \frac{Q}{A}\sqrt{\left(\frac{B}{gA}\right)_c} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_c}{\sqrt{g\frac{A_c}{B_c}}} = 1 \Leftrightarrow Fr = 1$$

Κρίσιμες συνθήκες ροής:

Ελάχιστη ειδική ενέργεια

Froude = 1

Χρήσιμα συμπεράσματα για την κρίσιμη ροή

- Κρίσιμη ροή

$$\frac{Q^2}{g}\left(\frac{B}{A^3}\right)_c = 1$$

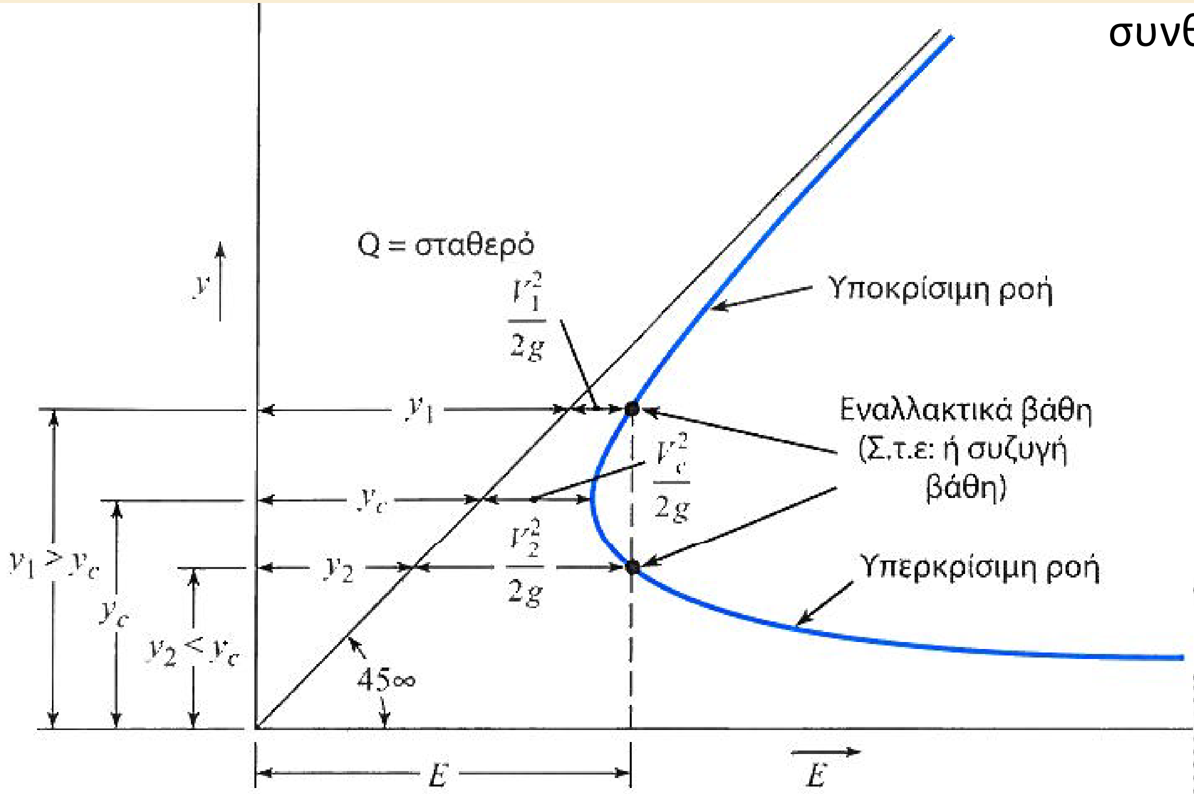
- Για δεδομένη παροχή αντιστοιχεί ένα κρίσιμο βάθος (ανεξάρτητα από άλλους παράγοντες παρά μόνο από τη γεωμετρία της διατομής)
- Τότε η ειδική ενέργεια είναι **ελάχιστη**

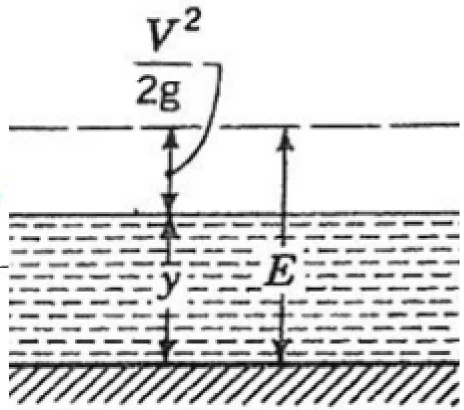
Θεωρία κρίσιμου βάθους και προφίλ επιφανείας

- Το διάγραμμα ειδικής ενέργειας θα χρησιμοποιηθεί για να κατασκευασθεί το προφίλ της επιφανείας του νερού
- Δεν υπάρχει διατήρηση της ειδικής ενέργειας αλλά της ενέργειας. Μόνο για οριζόντιο αγωγό και μηδενικές απώλειες ενέργειας η ειδική ενέργεια είναι σταθερή
- Για μία πλήρη λύση ελέγχω αρχικά το είδος της ροής
- Συνήθως χρησιμοποιείται σε μικρές διαφορές συναρμογής. Θωρώ αμελητέες απώλειες ενέργειας. Η ειδική ενέργεια ακολουθεί το ανάγλυφο του πυθμένα:

Ειδική ενέργεια

ΠΡΟΥΠΟΘΕΣΗ: Μικρές κλίσεις, περίπου ευθείες γραμμές ροής, περίπου ομοιόμορφη ταχύτητα
Π.χ. όχι σε βυθισμένες συνθήκες

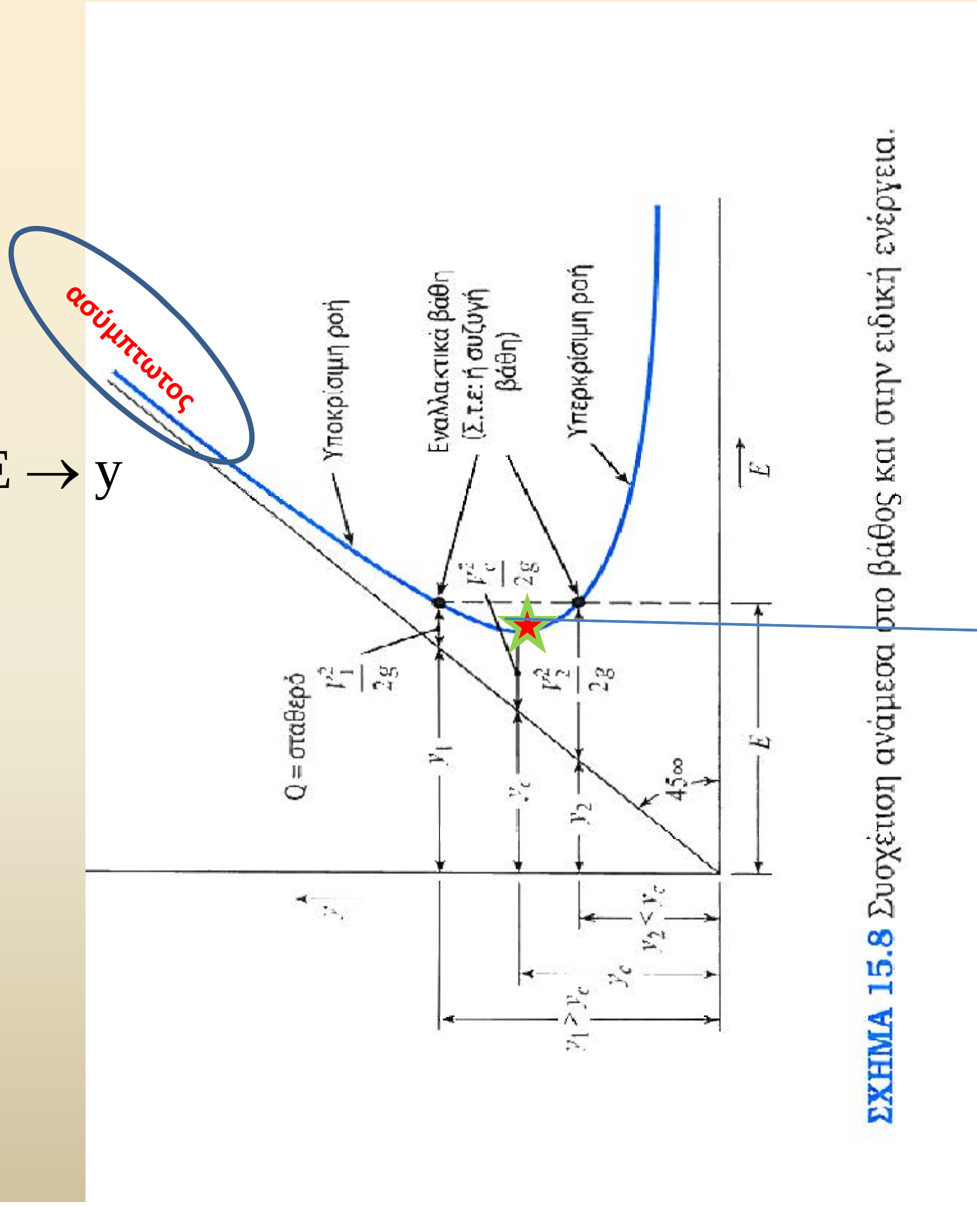




ΣΧΗΜΑ 15.8 Συσχέτιση ανάμεσα στο βάθος και στην ειδική ενέργεια.

Ειδική ενέργεια

$y \to \infty \Rightarrow E \to y$



ΣΧΗΜΑ 15.8 Συσχέτιση ανάμεσα στο βάθος και στην ειδική ενέργεια.

Διάγραμμα για

- σταθερή παροχή και
- διατομή (σχέση παροχής ταχύτητας ως συνάρτηση του υδραυλικού βάθους)
- Περίπου ομοιόμορφη κατανομή ταχύτητας

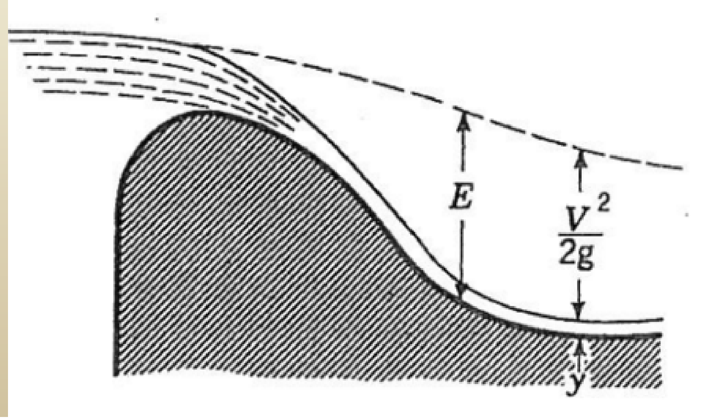
Ελάχιστη τιμή: κρίσιμη ροή

Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις για κάθε ειδική ενέργεια υπάρχουν δύο εναλλακτά βάθη ροής

Υπάρχει διατήρηση ενέργειας

- Πτωτική λόγω απωλειών, H=z+y+V^2/2g
- Η <u>ειδική</u> ενέργεια E=y+V^2/2g μπορεί να μειώνεται να αυξάνεται ή να παραμένει σταθερή (π.χ. ομοιόμορφη ροή)
- Δεν υπάρχει αρχή διατήρησης ειδικής ενέργειας

Περίπτωση αύξησης ειδικής ενέργειας



Ειδική ενέργεια

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$f(E, Q, y) = 0$

Ειδική ενέργεια για δεδομένη παροχή συνάρτηση του βάθους ροής

$E = E_s + E_k$ όπου $E_s = y$ και $E_k = \frac{Q^2}{2gA^2}$ $= f'(y)$

Ορθογωνική διατομή

- Συνήθως, σε δύσκολες περιπτώσεις ορθογωνική διατομή (π.χ. εκχειλιστή, υδραυλικό άλμα)
- Συνήθως οι ασκήσεις ταχέως μεταβαλλόμενης ροής αναφέρονται σε ορθογωνικούς αγωγούς
- Ειδική παροχή (μόνο σε ορθογωνικους αγωγούς) , $q=Q/b$

Ειδική ενέργεια-ορθογωνική διατομή

$$\mathrm{Fr} = \frac{V}{\sqrt{g\frac{A}{B}}} = \left(\begin{array}{l}\text{ΜΟΝΟ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΙΑΤΟΜΗ} \\ B = \sigma\tau\alpha\theta,\ A = By\end{array}\right) = \frac{V}{\sqrt{gy}}$$

Ορθογωνικοί αγωγοί

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \qquad A = By \qquad \boxed{E = y + \frac{q^2}{2gy^2}} \qquad q = Q/B$$

$$\frac{Q^2 B}{gA^3} = 1 \qquad Q = qB \qquad A = By \qquad \boxed{y_c = \sqrt[3]{q^2/g}}$$

$$E = y_c + \frac{g y_c^3}{2g y_c^2} = y_c + \frac{y_c}{2} = \frac{3}{2} y_c \qquad \boxed{y_c = \frac{2}{3} E_c}$$

Κρίσιμη ροή σε ορθογωνικές διατομές

$$Fr = \frac{V_c}{\sqrt{g y_c}} = 1 \rightarrow y_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}$$

$$y_c^3 = \left(\frac{V_c^2 y_c^2}{g}\right)$$ εφόσον $$q = V_c y_c$$

$$\frac{V_c}{\sqrt{y_c g}} = 1$$

Froude number

Δύναμη αδράνειας / Δύναμη βαρύτητας

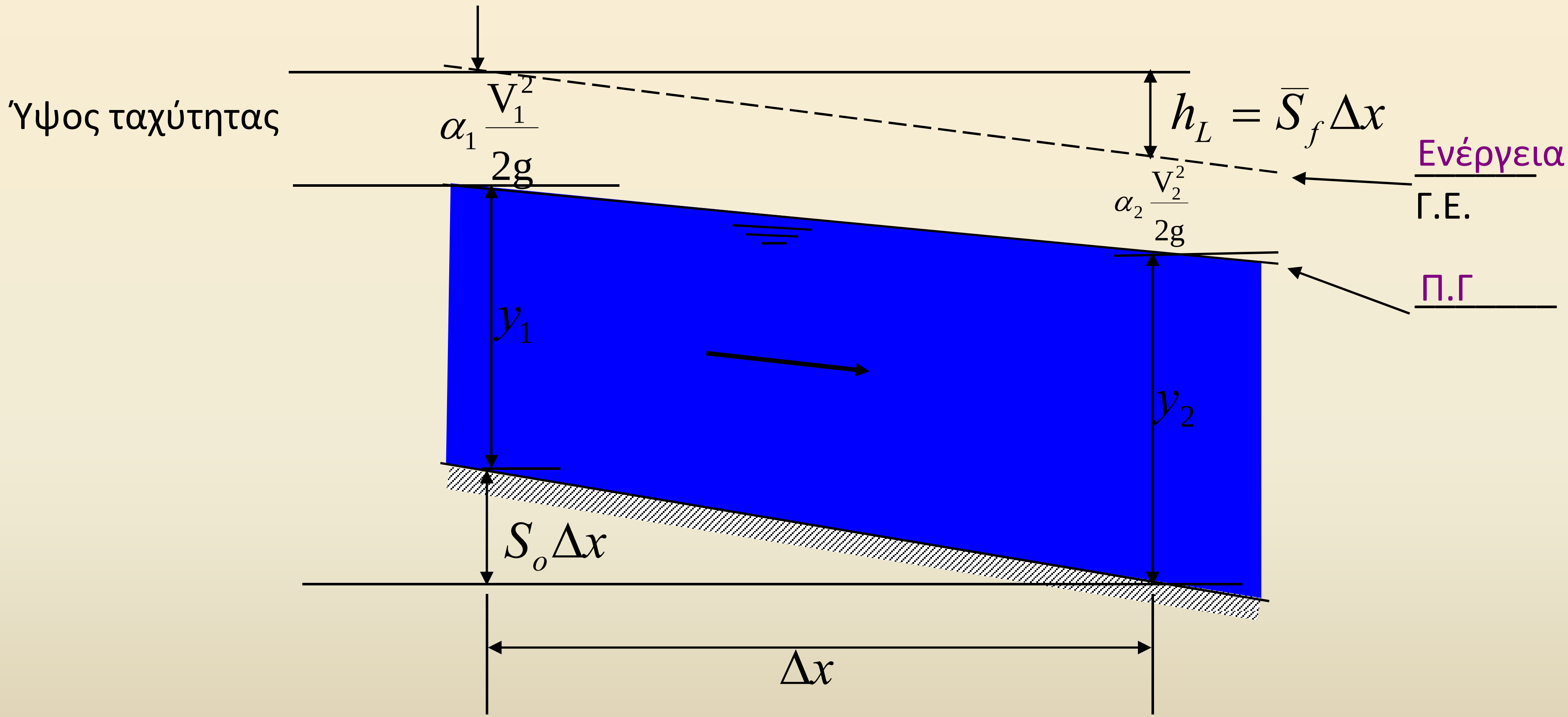
$$\sqrt{\frac{Kinetic\ energy}{Potential\ energy}}$$

$$\frac{V_c^2}{2g} = \frac{q^2}{2g y_c^2} = \frac{g y_c^3}{2g y_c^2} = \frac{y_c}{2} \longrightarrow \frac{y_c}{2} = \frac{V_c^2}{2g}$$

Ύψος κιν. ενέργειας= 0.5× (κρ. βάθος)

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \longrightarrow E = y_c + \frac{y_c}{2} \longrightarrow y_c = \frac{2}{3} E$$

Ανοικτοί αγωγοί: Διατήρηση της ενέργειας



Κλίση πυθμένα (S_o) όχι απαραίτητη ίση με την κλίση της γραμμής ενέργειας (S_f)

Διατήρηση της ενέργειας

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + a_1 \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + a_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

z από στάθμη αναφοράς

$$y_1 + S_o \Delta x + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + S_f \Delta x$$

Τυρβώδη ροή (α ≅ 1)

y – βάθος ροής

Ενεργειακή σχέση ανοικτών αγωγών

$$\left(y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \right) + S_o \Delta x = \left(y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \right) + S_f \Delta x \Leftrightarrow$$

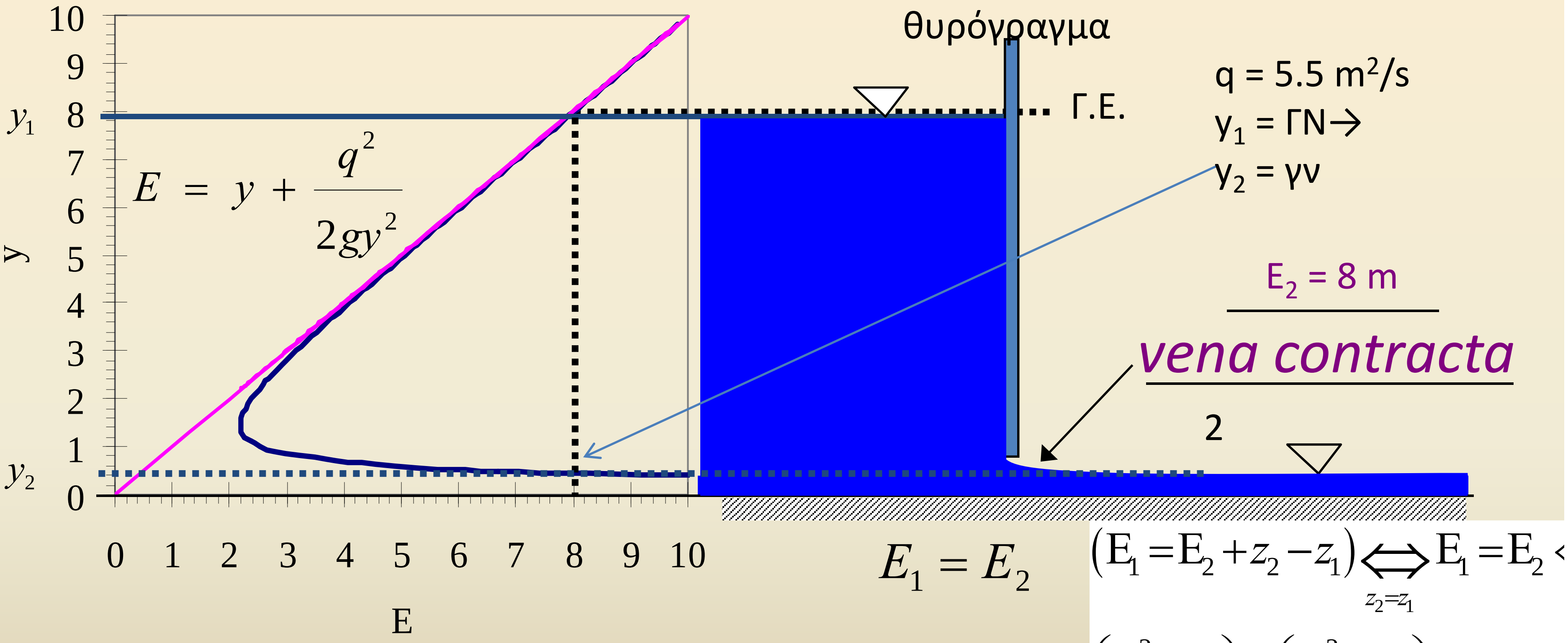
$$\mathrm{E}_1 + z_1 = \mathrm{E}_2 + z_2 + h_f$$

Ειδική ενέργεια για αμελητέες απώλειες ενέργειας (για μικρά μήκη, ποτέ για υδραυλικό άλμα)

$$E_1 + z_1 = E_2 + z_2 + h_f \Leftrightarrow \left(\alpha \nu \; h_f \rightarrow 0 \right)$$

$$E_1 = E_2 + z_2 - z_1$$

Θυρόφραγμα



Εναλλακτά βάθη ροή: ίδια ειδική ενέργεια
διαφορετική κατάσταση

$$\left(E_1 = E_2 + z_2 - z_1\right) \underset{z_2 = z_1}{\Longleftrightarrow} E_1 = E_2 <$$

$$\left(\frac{V_1^2}{2g} + y_1\right) = \left(\frac{V_2^2}{2g} + y_2\right)$$

$ορθ.διατομή$:

$$Q = by_1V_1 = by_2V_2$$

Μετάβαση σε διαφορές συναρμογές

Αύξηση z πυθμένα

Θεωρείστε ανάντη **υποκρίσιμη ροή** & αρχική E_1 γνωστή

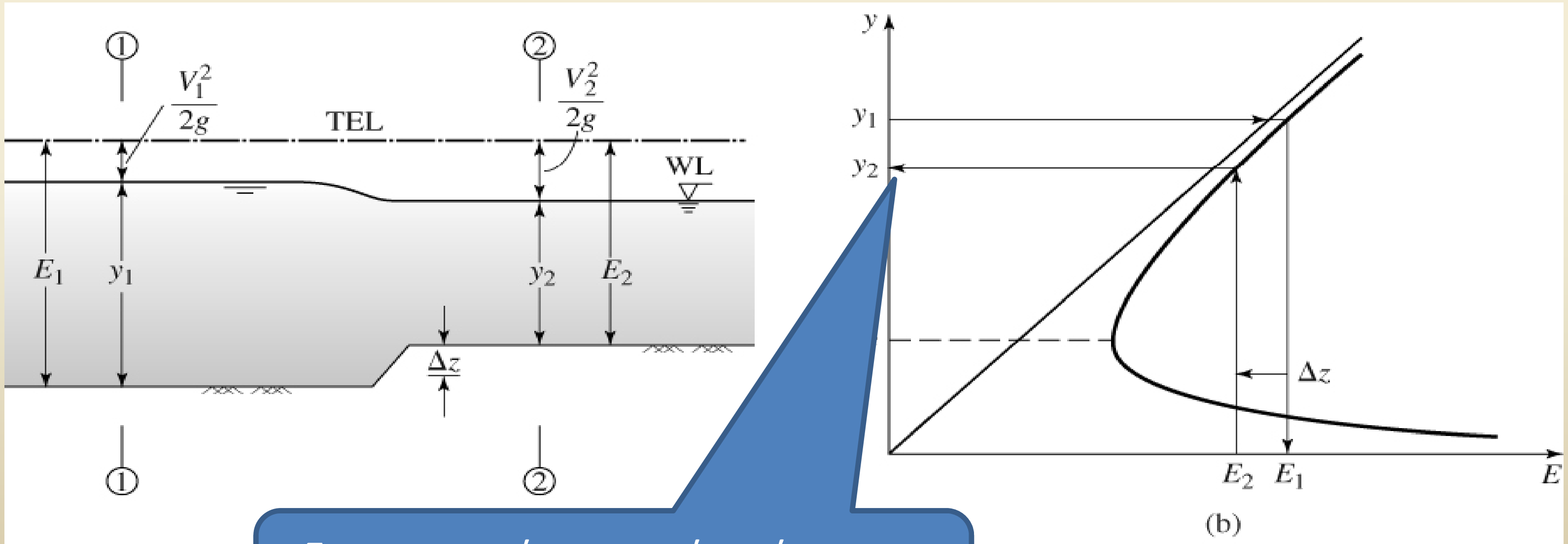
Δz αφαιρείτε , μηδενικές απώλειες, Ε στη θέση (2) μειώνεται:

$$\left(E_1 = E_2 + z_2 - z_1\right) \underset{z_2=z_1}{\Longleftrightarrow} E_1 + z_1 - z_2 = E_2 + \underset{\Delta z = z_2 - z_1}{\Leftrightarrow}$$

$$\left(\frac{V_1^2}{2g} + y_1\right) - \Delta z = \left(\frac{V_2^2}{2g} + y_2\right)$$

$$\textit{ορθ.διατομή}:$$

$$Q = b y_1 V_1 = b y_2 V_2$$



Για υπορκρίσιμη ροή ανάντη, το βάθος ροής κατάντη μειώνεται!!

Μετάβαση σε διαφορές συναρμογές

Θεωρείστε ανάντη **υπερκρίσιμη ροή** & αρχική E_1 γνωστή

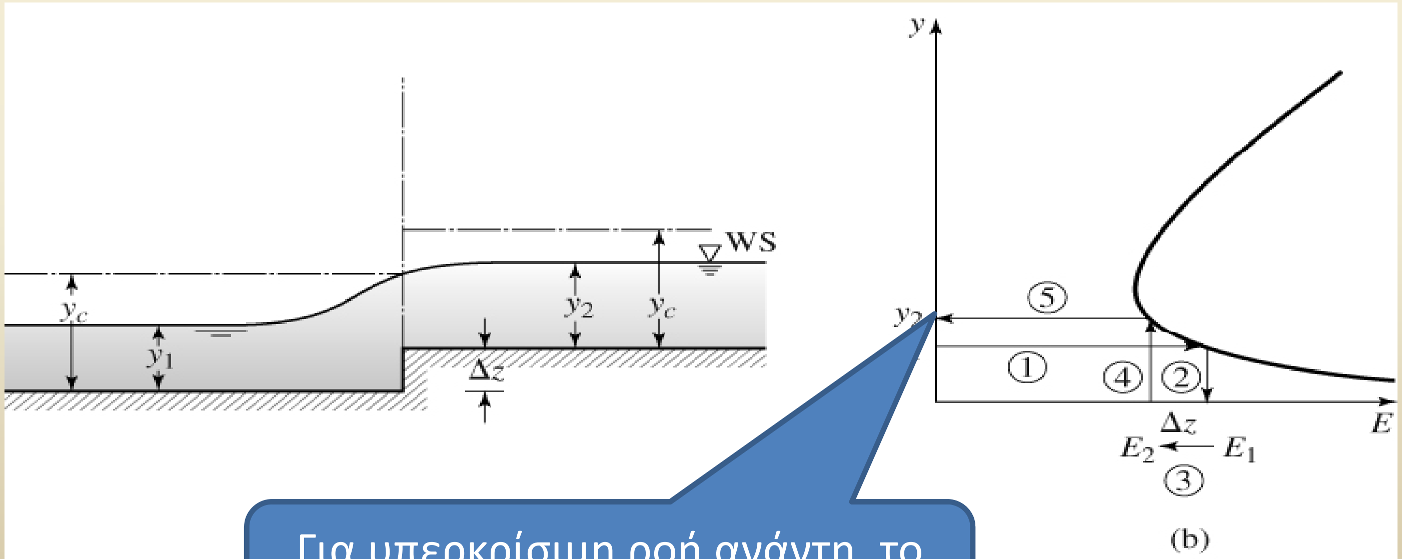
Δz αφαιρείτε , μηδενικές απώλειες, Ε στη θέση (2) μειώνεται:

$$\left(E_1 = E_2 + z_2 - z_1\right) \underset{z_2=z_1}{\Longleftrightarrow} E_1 + z_1 - z_2 = E_2 + \underset{\Delta z = z_2 - z_1}{\Leftrightarrow}$$

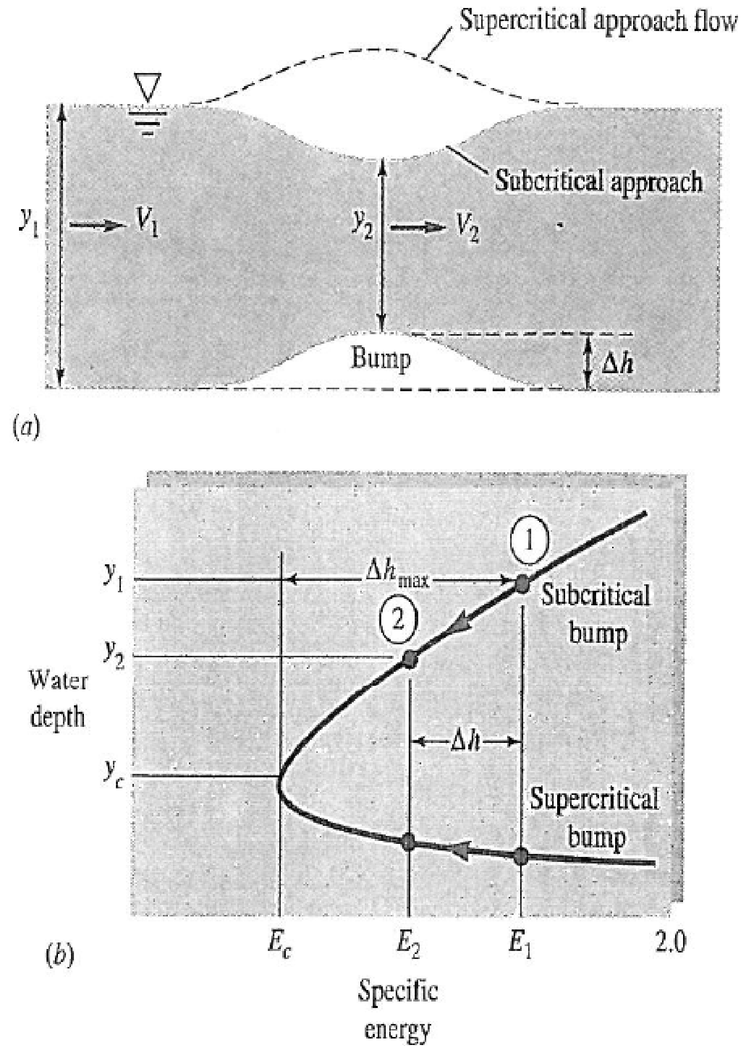
$$\left(\frac{V_1^2}{2g} + y_1\right) - \Delta z = \left(\frac{V_2^2}{2g} + y_2\right)$$

$ορθ.διατομή:$

$$Q = by_1V_1 = by_2V_2$$

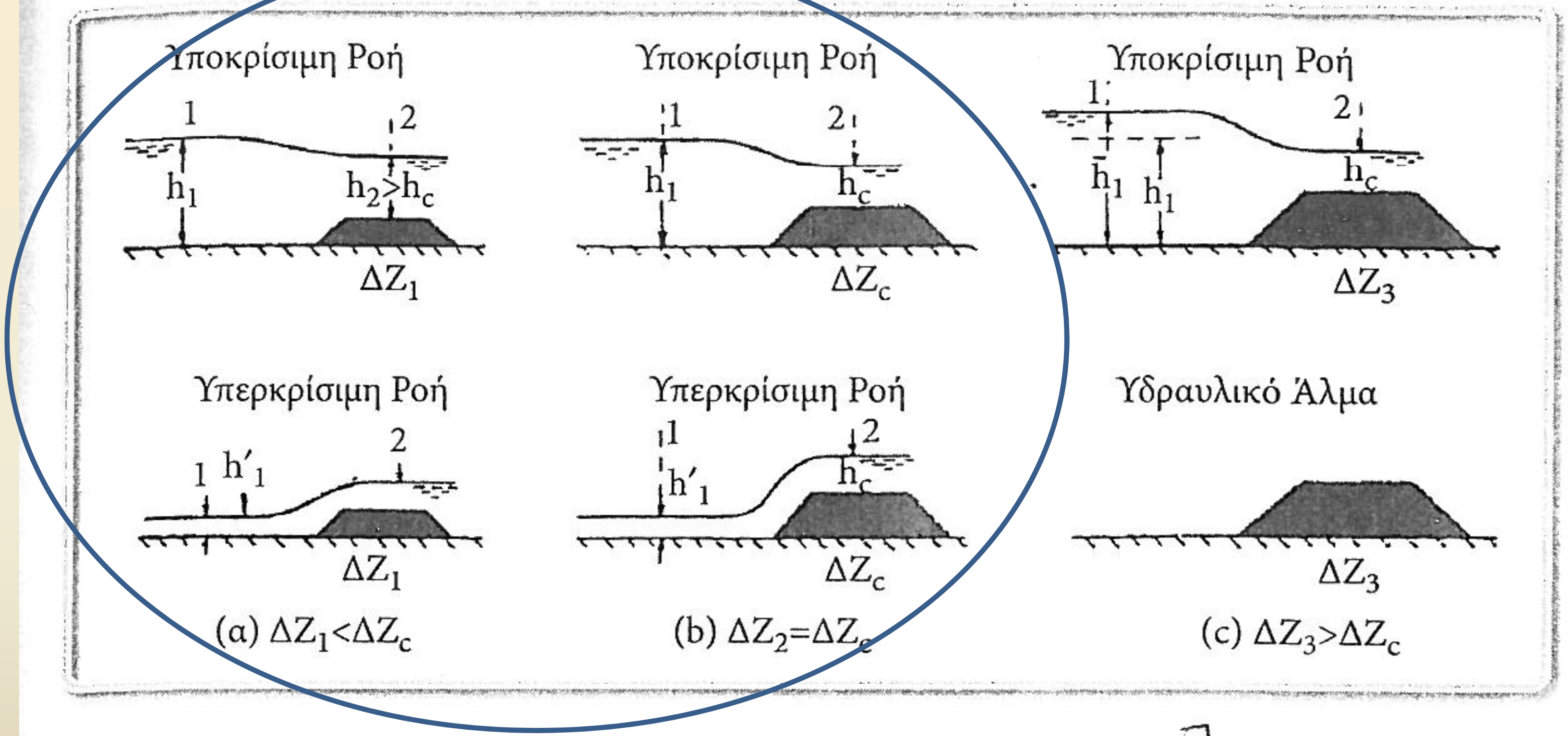


Για υπερκρίσιμη ροή ανάντη, το βάθος ροής κατάντη αυξάνεται!!



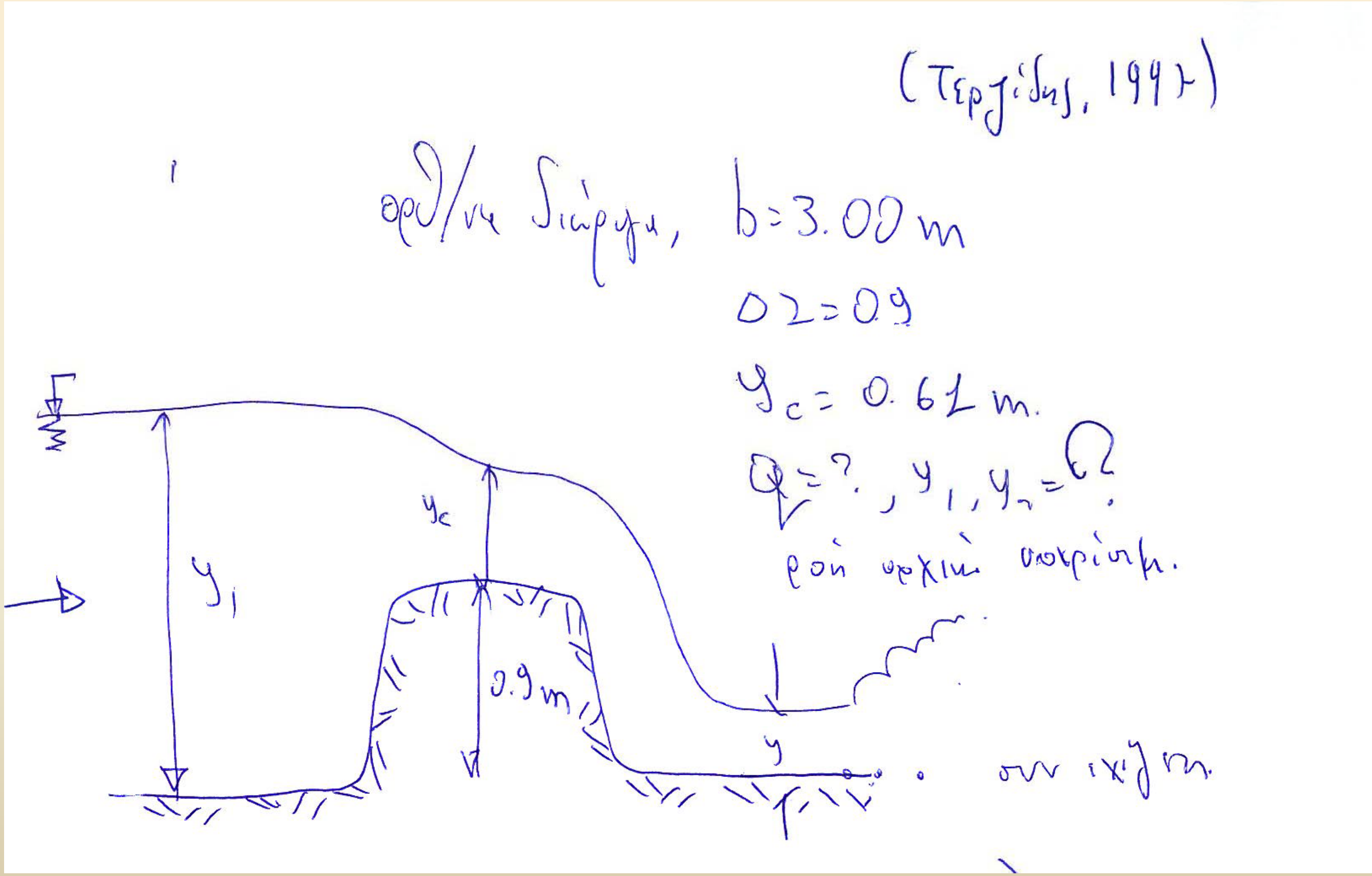
Supercritical approach flow
Subcritical approach
y_1
V_1
y_2
V_2
Bump
Δh
(a)
y_1
Δh_{max}
1
2
Subcritical bump
y_2
Water depth
Δh
y_c
Supercritical bump
(b)
E_c
E_2
E_1
2.0
Specific energy

Η ροή ανάντη και στο εμπόδιο θα είναι υποκρίσιμη παντού ή υπερκρίσιμη παντού, το πολύ να φτάσει το κρίσιμο βάθος για μεγάλο ύψος εμποδίου. Διαφορετικά περίπτωση για μεγαλύτερο ύψος εμποδίου περίπτωση ©



Σχήμα 7.15: Ροή σε αγωγό με αναβαθμό, Πρίνος, 2013

Άσκηση



Κρίσιμη ροή

(Α' μέρος άσκησης, συνεχίζεται).

Ορθ/μη διατομή, ροή ~~και~~ κρίσιμη =>

$$\Rightarrow \left(F_r = \frac{V = q/y_c}{\sqrt{g y_c}} = 1 \right) \Rightarrow q = \sqrt{g y_c^3} = 1.49\, m^3/s/m$$

ειδική παροχή $\frac{Q}{b} = q$.

$$V_c = \frac{q}{y_c} = \frac{1.49}{0.61}$$

Αρχή διατ. ενέργειας

β):

Θεωρώντας αμελητέες απώλειες ενέργειας:

$$Z_1 + \left(y_1 + \frac{V_1^2}{2g}\right) = Z_2 + \left(y_c + \frac{V_c^2}{2g}\right) = Z_3 + \left(y_3 + \frac{V_3^2}{2g}\right)$$

$$\Rightarrow \left(y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2}\right) = 0.9 + \left(0.61 + \frac{\left(\frac{1.49}{0.61}\right)^2}{2g}\right) = y_3 + \frac{q^2}{2gy_3^2}$$

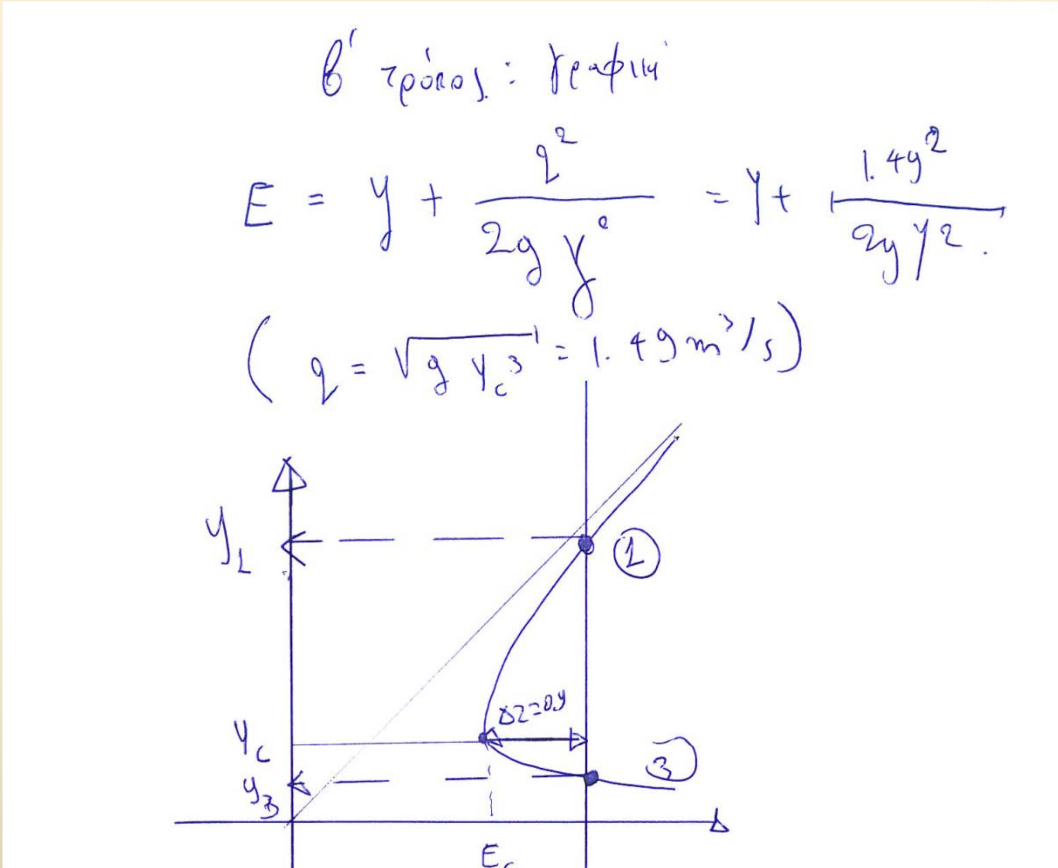
$$\left(\text{ή } \frac{2}{3}y_c\right)$$

ίδια στάθμη.

$$y_1 + \frac{2.23}{19.62y_1^2} = 1.815 = y_3 + \frac{2.23}{19.62y_3^2}$$

$$y_1 + \frac{2.23}{19.62\, y_1^2} = 1.815 \;\longrightarrow\; \begin{cases} y_1 = 1.8 & \text{αργή ροή υποκρίσιμη} \\ y_3 = 0.27 & \text{ταχεία ροή υπερκρίσιμη} \end{cases}$$

Κατασκευή καμπύλης

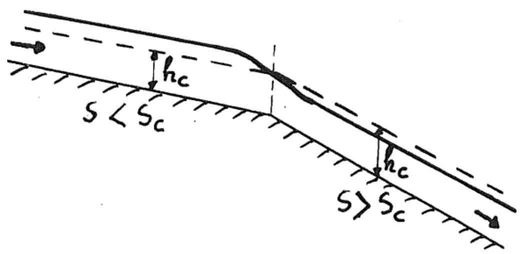


Βρίσκω το σημείο κρίσιμης ροής (ελάχιστο) και μετατοπίζω δεξιά κατά Δz . Τα δύο σημεία που η κατακόρυφος τέμνει την καμπύλη E(y) είναι τα ζητούμενα σημεία

10. ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΚΡΙΣΙΜΩΝ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΡΟΗΣ

- Σε διατομές του ανοικτού αγωγού, όπου έχουμε μετά από ποτάμια σε χειμαρρώδη ροή (ή αντίστροφα):
  - αλλαγή κλίσης του πυθμένα του αγωγού
  - αναβαθμός τοποθετημένος στον πυθμένα
  - σύγκλιση του πλάτους του αγωγού

<u>Αλλαγή κλίσης του πυθμένα</u>



- Σε απότομη αλλαγή της κλίσης η καμπυλότητα των ροϊκών γραμμών είναι μεγάλη, οπότε δεν ισχύει η παραδοχή της υδροστατικής κατανομής της πίεσης.

Παχιάς στέψεως ορθ. Εκχειλιστής για πλήρης διατομή

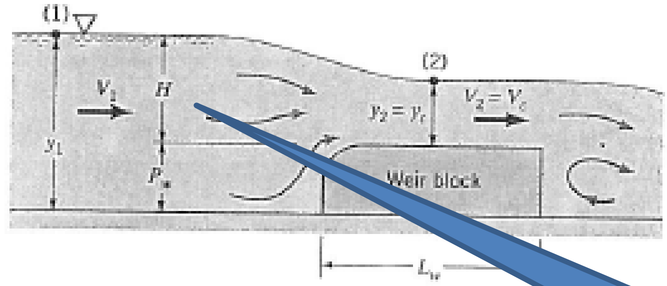


FIGURE 10.27
Broad-crested weir geometry.

$$0.08 \leq \frac{H}{L_W} \leq 0.5$$

$$Q = C_{wb}\, b \sqrt{g} \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} H^{3/2}$$

$$C_{wb} = \frac{0.65}{(1 + H/P_w)^{1/2}}$$

Μέτρηση συναρτηση του H (ανάντη του εκχειλιστή)