Υδραυλικό άλμα
ισορροπία ροής ορμής-
συνισταμένης δυνάμεων
ειδική δύναμη

Δρ Μ.Σπηλίώτη

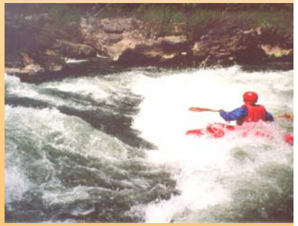
Υδραυλικό άλμα

<u>ΠΑΝΤΑ συμβαίνει όταν: ροή από υπερκρίσιμη μεταβαίνει σε υποκρίσιμη</u>

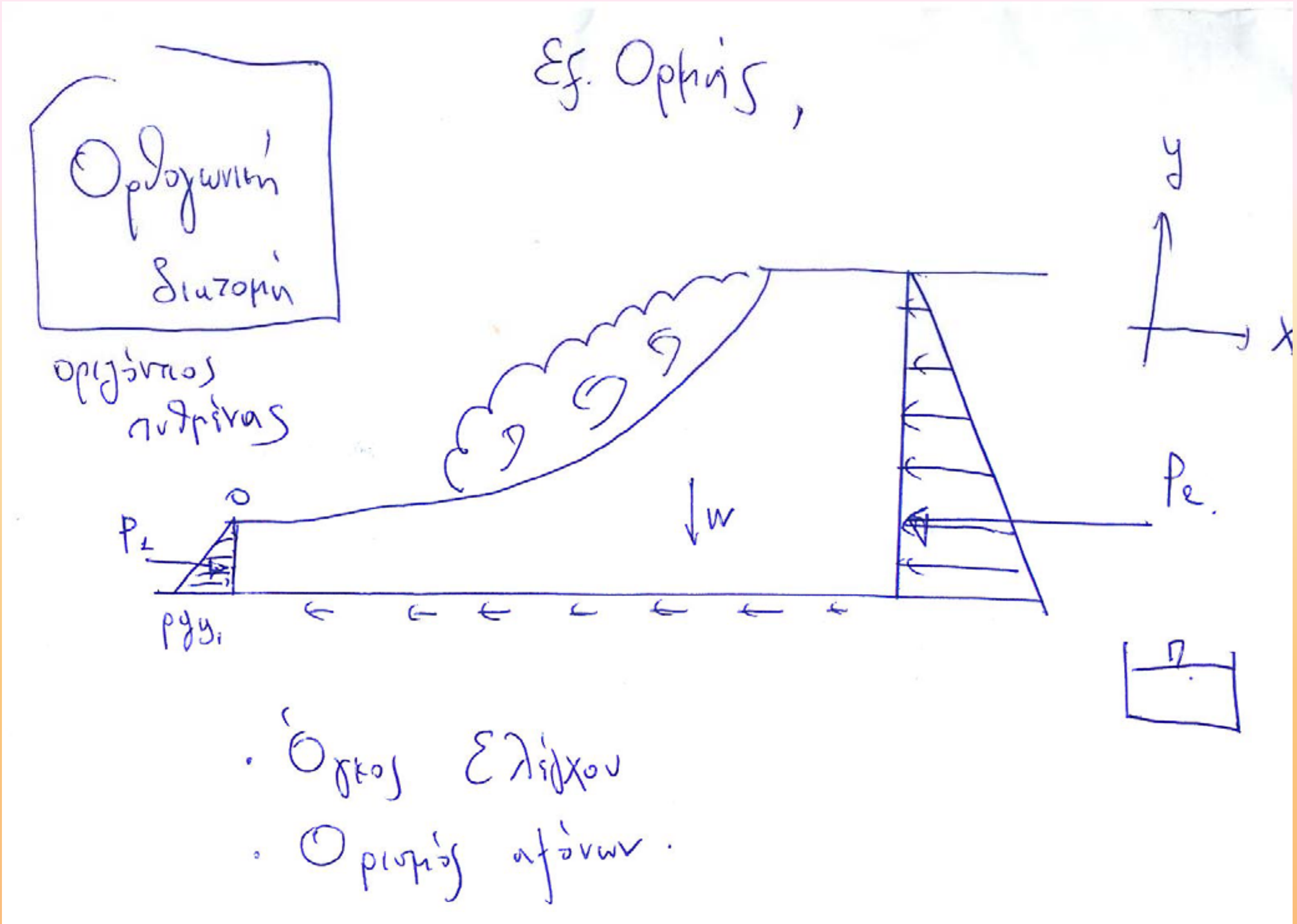
(το αντίστροφο ΔΕΝ ισχύει)

Υδραυλικό άλμα

- Χρησιμοποιείται για καταστροφή ενέργειας
- Γενικά δεν επιθυμείτε στο σχεδιασμό
- **<u>ΠΑΝΤΑ συμβαίνει όταν: ροή από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη</u>**
  - υπερχειλιστής
  - Από απότομη κλίση σε ήπια
- **<u>Δαπάνη ενέργειας</u>**
- Περιορισμένο μήκος
- Επιδράσεις στον αγωγό από ανάντη και κατάντη
- Ποια εξίσωση, Ενέργειας η <u>ορμής</u>?



Όγκος ελέγχου, εξίσωση ορμής



Διατήρηση ποσότητας κίνησης

Διατήρηση της ορμής

- Όγκος ελέγχου
- Διατομές κάθετες στην ταχύτητα
- Δυνάμεις λόγω πίεσης πάντα θλιπτικές, κάθετες στην επιφάνεια
- Σχεδιάζω τις δυνάμεις και ελέγχω τη φορά τους με βάση το θεωρούμενο σύστημα αξόνων
- **Η συνισταμένη των δυνάμεων εξισορροπεί τη (καθαρή) διαφορά ορμής εκροής- εισροής για μόνιμη ροή**
- Οι ταχύτητες ελέγχονται ως προς τη φορά με το θεωρούμενο σύστημα αξόνων

$$\Sigma F_x = \rho Q \left(\underset{\substack{\text{V εκροής}\\ \text{σύγκριση φοράς}\\ \text{με άξονες}}}{V_x \,\text{εκροής}} - \underset{\substack{\text{V εισροής}\\ \text{σύγκριση φοράς}\\ \text{με άξονες}}}{V_x \,\text{εισροής}} \right)$$

Μόνιμη μονοδιάστατη ροή χωρίς διακλαδώσεις

7.1 ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Οι εξισώσεις Navier-Stokes προκύπτουν από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα και είναι η διαφορική έκφρασή του. Η αντίστοιχη ολοκληρωτική έκφραση του νόμου αυτού για κινούμενο ρευστό εκφράζεται από την παρακάτω διανυσματική εξίσωση

$$\vec{F} = \frac{\partial}{\partial t}\iiint_{CV} \rho \vec{V} dU + \iint_{CS} (\rho \vec{V})(\vec{V} \cdot \vec{dA}) \qquad (7.1)$$

Η εξίσωση (7.1) είναι η μαθηματική έκφραση του θεωρήματος διατήρησης της ορμής. Το θεώρημα αυτό ορίζει ότι η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ των εξωτερικών δυνάμεων, που ασκούνται σ' έναν όγκο αναφοράς ενός ρευστού, ισούται με τη μεταβολή της ορμής του όγκου αναφοράς στη μονάδα του χρόνου συν την εισροή και εκροή της ορμής από την επιφάνεια που περιβάλλει τον όγκο αναφοράς.

Η εξίσωση (7.1) σε καρτεσιανές συντεταγμένες γράφεται

$$\Sigma F_x = \frac{\partial}{\partial t}\iiint_{CV} \rho V_x dU + \iint_{CS} (\rho V_x)(\vec{V} \cdot \vec{dA}) \qquad (7.2)$$

$$\Sigma F_y = \frac{\partial}{\partial t}\iiint_{CV} \rho V_y dU + \iint_{CS} (\rho V_y)(\vec{V} \cdot \vec{dA}) \qquad (7.3)$$

$$\Sigma F_z = \frac{\partial}{\partial t}\iiint_{CV} \rho V_z dU + \iint_{CS} (\rho V_z)(\vec{V} \cdot \vec{dA}) \qquad (7.4)$$

Παντοκράτορας, Μηχ Ρευστών

μόνιμη ροή ασυμπίεστου ρευστού. Για μόνιμη ροή οι τρεις εξισώσεις μπορούν να γραφούν ως εξής

$$\Sigma F_x = \sum_{\varepsilon\xi} \rho Q V_x - \sum_{\varepsilon\iota\sigma} \rho Q V_x \qquad (7.5)$$

$$\Sigma F_y = \sum_{\varepsilon\xi} \rho Q V_y - \sum_{\varepsilon\iota\sigma} \rho Q V_y \qquad (7.6)$$

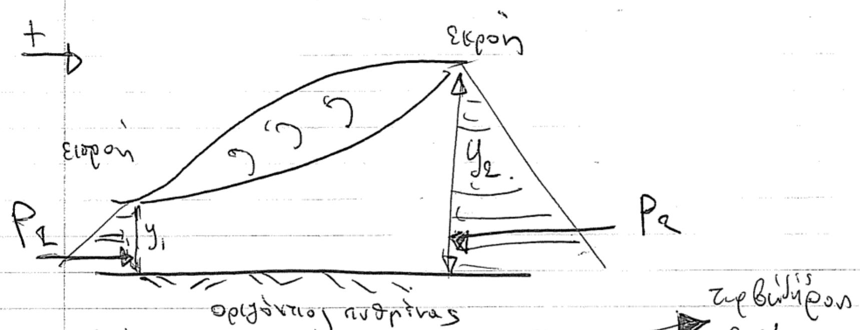
$$\Sigma F_z = \sum_{\varepsilon\xi} \rho Q V_z - \sum_{\varepsilon\iota\sigma} \rho Q V_z \qquad (7.7)$$

Οι εξισώσεις αυτές εφαρμόζονται ως εξής: Επιλέγεται ο κατάλληλος όγκος αναφοράς και σχεδιάζονται όλες οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτόν. Συνήθως πρόκειται για δυνάμεις πίεσης, βαρύτητας και τριβής. Σε πολλές περιπτώσεις οι δυνάμεις τριβής αγνοούνται. Επίσης στον όρο ΣF περιλαμβάνεται και η αντίδραση που ασκεί ο αγωγός στον όγκο αναφοράς του ρευστού. Κατόπιν υπολογίζονται οι κατά x συνιστώσες των δυνάμεων αυτών και τέλος υπολογίζεται η ΣF_x. Ο όρος $\sum_{\varepsilon\xi} \rho Q V_x$ υπολογίζεται ως εξής: Σε κάθε τμήμα της επιφάνειας του όγκου αναφοράς που υπάρχει έξοδος ρευστού υπολογίζεται η παροχή Q. Υπολογίζεται η κατά x συνιστώσα της ταχύτητας V που έχει το ρευστό στην επιφάνεια εξόδου. Η συνιστώσα αυτή V_x πολλαπλασιάζεται με την πυκνότητα και την παροχή του τμήματος της επιφάνειας εξόδου. Κατόπιν υπολογίζεται το άθροισμα των γινομένων $\rho Q V_x$ για όλα τα τμήματα του όγκου αναφοράς, όπου υπάρχει έξοδος ρευστού. Το κάθε γινόμενο λαμβάνει το κατάλληλο πρόσημο που εξαρτάται από το πρόσημο της συνιστώσας V_x. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται για τον υπολογισμό του όρου $\sum_{\varepsilon\iota\sigma} \rho Q V_x$ στις επιφάνειες, όπου υπάρχει είσοδος ρευστού στον όγκο αναφοράς.

Διατήρηση ορμής μόνιμη μονοδιάστατη ροή
Παντοκράτορας, Μηχανική Ρευστών

$$\overset{\text{εκροή}}{}\quad\overset{\text{εισροή}}{}$$

$$F_{p_1} - F_{p_2} = \rho Q (V_2 - V_1)$$



τυρβώδης ροή $\beta \simeq 1$ συντ. διόρθωσης ορμής

$$\sum F_x \overset{(+)}{=} P_1 - P_2 = \beta \rho Q (V_2 - V_1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\rho g \bar{y}_1) A_1 - (\rho g \bar{y}_2) A_2 = \rho Q \left(\frac{Q}{A_2} - \frac{Q}{A_1}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \bar{y}_1 A_1 - \bar{y}_2 A_2 = \frac{Q^2}{gA_2} - \frac{Q^2}{gA_1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\bar{y}_1 A_1 + \frac{Q^2}{gA_1}}_{M_1} = \underbrace{\bar{y}_2 A_2 + \frac{Q^2}{gA_2}}_{M_2}$$

$$\boxed{M = \bar{y} A + \frac{Q^2}{gA}}$$

Διατήρηση της ορμής (όγκος ελέγχου)

Δύναμη λόγω πίεσης= πίεση στο κέντρο βάρους της επίπεδης επιφάνειας επί την επιφάνεια

Ορθογωνική διατομή

$$\bar{y} = \frac{y}{2}, \quad A = by$$

$$M = \frac{Q^2}{gby} + \frac{by^2}{2}$$

Η ειδική δύναμη αλλάζει από διατομή σε διατομή.

Δ. ορμής, σε οριζόντιο άλμα, ορθ. Διατομή, αμελητέες τριβές

$$\Sigma F_x = \rho Q \left(V_{1x}^{\text{εκροής}} - V_x^{\text{εισροής}} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{P_1 - P_2}_{\text{πίεσης}} + \cancel{W \sin\theta}^{\,0} + \underbrace{\cancel{F_{T.}}^{\,0}}_{\text{μικρό μήκος}} = \underbrace{\rho Q V_2 - \rho Q V_1}_{\text{μεταβολή ορμής}}$$

$$b \frac{\rho g y_1^2}{2} - b \frac{\rho g y_2^2}{2} = \rho Q \left(\frac{Q}{b y_2} \right) - \rho Q \left(\frac{Q}{b y_1} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow b \frac{\cancel{\rho} g y_1^2}{2} + \cancel{\rho} \frac{Q^2}{b y_1} = \frac{\cancel{\rho} g y_2^2}{2} b + \cancel{\rho} \frac{Q^2}{b y_2} \Leftrightarrow$$

ΔΙΑΛΛΕΙΜΑ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΛΟΓΩ ΠΙΕΣΗΣ

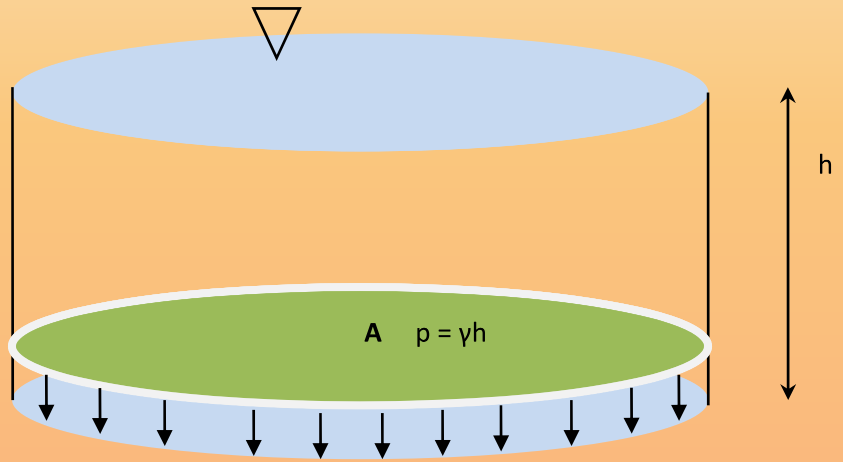
Ανάλυση δυνάμεων λόγω πίεσης

- Υδροστατική κατανομή
- Θλιπτική πάντα
- Η πίεση αλλάζει με το βάθος κατακόρυφη επιφάνεια
- Λύση: Κατακόρυφη επιφάνεια, δύναμη από πιέσεις= πίεση στο κέντρο βάρους επί επιφάνεια (για υδροστατική κατανομή των πίεσεων)
- «άσχετο»: η δύναμη λόγω πίεσης ασκείται σε μεγαλύτερο βάθος στο κέντρο πίεσης

Επανάληψη

1) Συνισταμένη πίεσης σε οριζόντια επιφάνεια (π.χ. πυθμένας δεξαμενής). Σε αυτήν την περίπτωση η πίεση είναι παντού ίδια $p = \gamma h =$ σταθ.

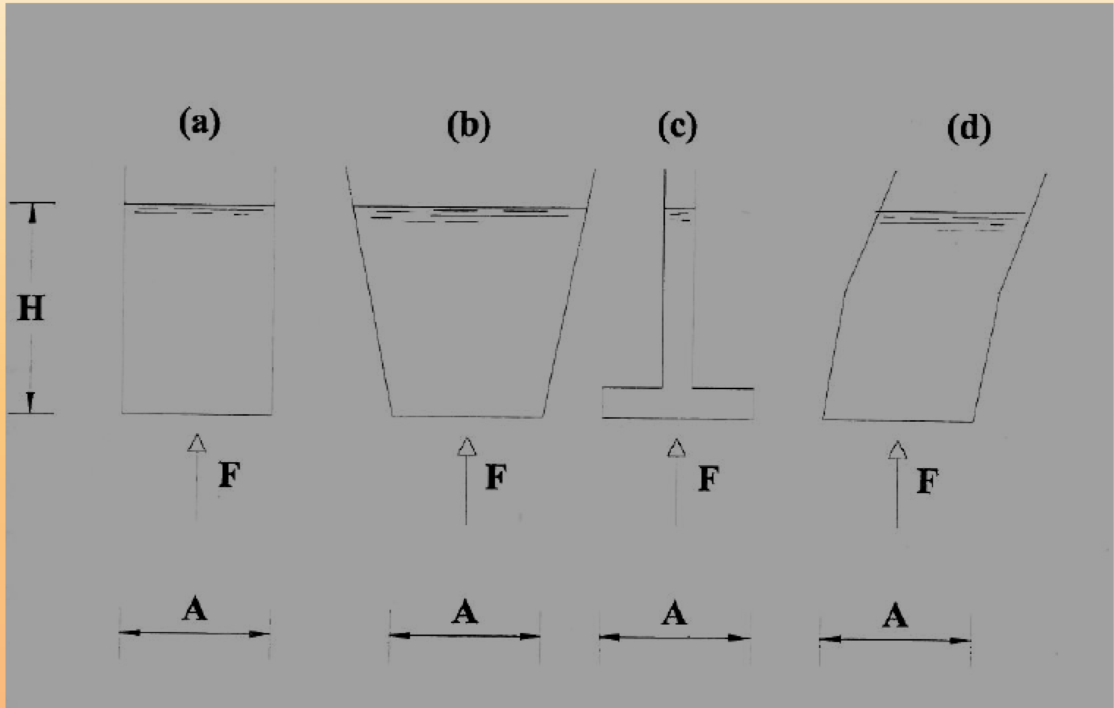
- Η δύναμη πίεσης που εξασκείται στο πυθμένα είναι $F = \gamma h A$
- Το κέντρο πίεσης (σημείο εφαρμογής της συνισταμένης πίεσης) ταυτίζεται με το κέντρο βάρους της επιφανείας



Σχ. Κατανομή των πιέσεων στον πυθμένα δεξαμενής.

Συνισταμένη πίεσης σε οριζόντια επιφάνεια (συνέχεια)

- **Υδροστατικό παράδοξο: Η πίεση που ασκείται στον πυθμένα ενός δοχείου είναι ανεξάρτητη από το σχήμα του δοχείου ενώ για μερικά δοχεία η δύναμη αυτή μπορεί να είναι πολλαπλάσια από το βάρος του υπερκείμενου ρευστού**



- **2)Συνισταμένη πίεσης σε κεκλιμένη ή κατακόρυφη επιφάνεια που κείται σε επίπεδο.(Στην υδραυλική στα τοιχώματα συνήθως θ=90$^{0)}$**
  - **Προσδιορίζω την κατακόρυφη απόσταση από το κέντρο βάρους h_c(μοναδική κατακόρυφη απόσταση που χρησιμοποιώ επιφάνεια). Η δύναμη πίεσης θα είναι:**

$$F = \left(= \int_A p dA = \int_A \rho g \cdot \sin\alpha \cdot y dA = \rho g \cdot \sin\alpha \int_A y dA = \right) \rho g \cdot \sin\alpha \cdot y_C \mathrm{A}$$

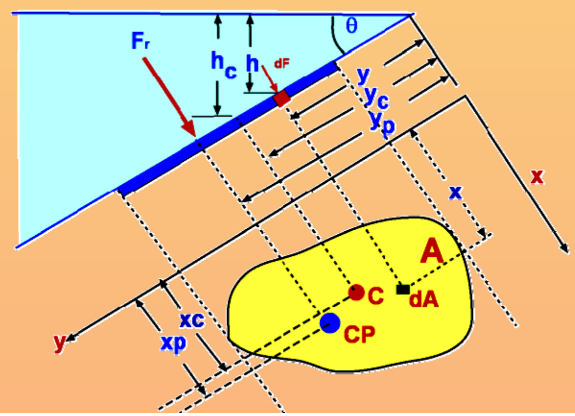
$$= \bar{p} A \sin\alpha = \gamma h_c \,(y \ = \kappa\alpha\tau\alpha\kappa.\ \alpha\pi\acute{o}\sigma\alpha\tau\sigma\eta \ \ \alpha\pi\acute{o} \ \ \kappa.\beta\acute{\alpha}\rho o\upsilon\varsigma)$$

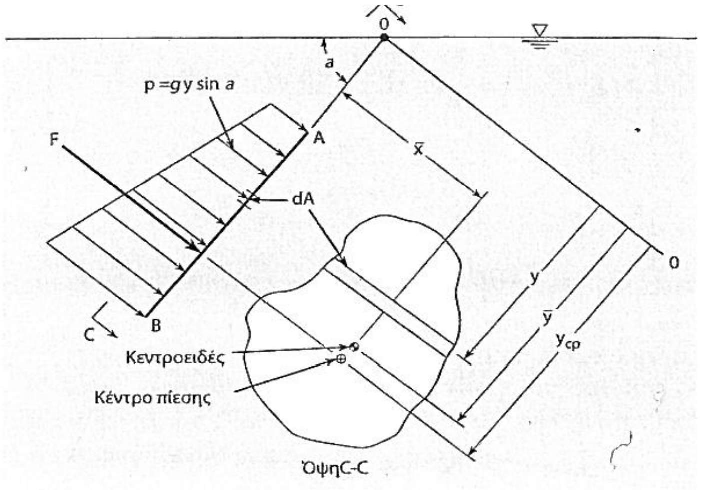
- **Στην υδραυλική στα**

τοιχώματα συνήθως θ=90^0

yc=hc

$$F_p \underset{\substack{\theta=90 \\ yc=hc}}{=} (\rho g y_c) A$$





Από επιφάνεια

ΣΧΗΜΑ 3.20 Κατανομή της υδροστατικής πίεσης σε επίπεδη επιφάνεια.

ως τον οριζόντιο άξονα μέσω του κεντροειδούς συμβολίζεται με $\bar{y}$. Η απόσταση από το $0 - 0$ έως τη διαφορική επιφάνεια dA είναι ίση με y.

Η δύναμη που οφείλεται στην πίεση δίνεται από την Εξίσωση (3.23) η οποία απλοποιείται ως

$$F_p = \int_A p dA \tag{3.24}$$

Στην Εξίσωση (3.24), η πίεση μπορεί να βρεθεί από την υδροστατική εξίσωση

$$p = \gamma \Delta z = \gamma y \sin\alpha \tag{3.25}$$

Συνδυάζοντας τις Εξισώσεις (3.24) και (3.25) θα λάβουμε

$$F_p = \int_A p dA = \int_A \gamma y \sin\alpha dA = \gamma \sin\alpha \int_A y dA \tag{3.26}$$

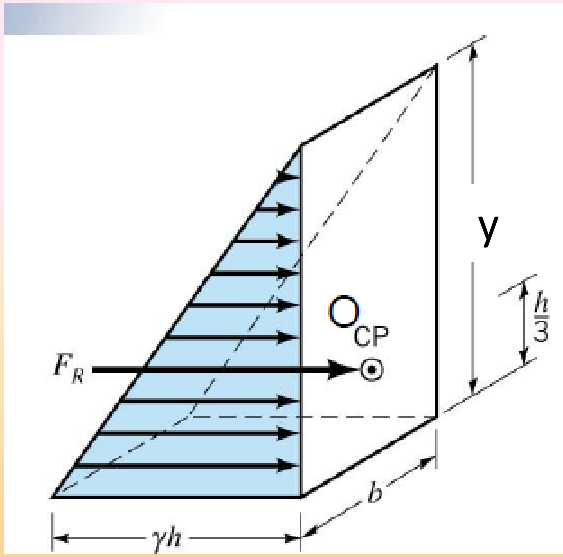
Επειδή το ολοκλήρωμα στο δεξί μέλος της Εξίσωσης (3.26) είναι η πρώτη ροπή της επιφάνειας, ας αντικαταστήσουμε το ολοκλήρωμα με την ισοδύναμη τιμή του $\bar{y}A$. Θα είναι λοιπόν

$$F_p = \gamma \bar{y} \sin\alpha = (\gamma \bar{y} \sin\alpha) A \tag{3.27}$$

Χρησιμοποιώντας την υδροστατική εξίσωση μπορούμε να δείξουμε πως οι μεταβλητές μέσα στις παρενθέσεις στο δεξί μέλος της Εξίσωσης (16.27) είναι η πίεση στο κεντροειδές της επιφάνειας. Θα είναι λοιπόν

$$F_p = \bar{p} A \tag{3.28}$$

Για ορθογωνική διατομή μόνο



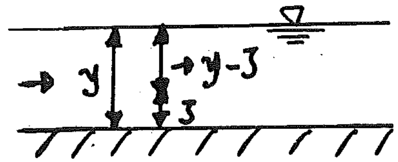
F_p = (ρgy/2) A = (ρgy/2) (by) = 1/2 ρgy^2b

ΠΡΟΣΟΧΗ ΤΟ ΣΗΜΕΙΟ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΈΙΝΑΙ ΒΑΘΥΤΕΡΑ (ΚΕΝΤΡΟ ΠΙΕΣΗΣ)

Συνάρτηση υδροστατικής δύναμης

- Υδροστατική δύναμη F σε μια κατακόρυφη διατομή:

$$F(y) = \gamma \int_0^y (y-\zeta)\, b(\zeta)\, d\zeta$$



γ: ειδικό βάρος νερού

- Αδιάστατη υδροστατική δύναμη $\bar{F}$:

$$\frac{F(y)}{\gamma b_0^3} = \bar{F}(\bar{y}) = \frac{1}{b_0^3} \int_0^y (y-\zeta)\, b(\zeta)\, d\zeta = \int_0^{\bar{y}} (\bar{y}-\bar{\zeta})\, \bar{b}(\bar{\zeta})\, d\bar{\zeta}$$

$$\boxed{F(y) = \gamma b_0^3 \bar{F}(\bar{y})}$$

Τέλος διαλλείματος

Ορισμός εικονικού μεγέθους της ειδικής δύναμης με βάση την ορμή και την πίεση --- εξαρτάται από την διατομή---σε υδραυλικό άλμα ισχύει

$$\frac{b y_1^2}{2} + \frac{Q^2}{b y_1 g} = \frac{b y_2^2}{2} + \frac{Q^2}{b y_2 g}$$

$$\overset{\text{ορ}}{\|} \qquad\qquad\qquad \overset{\text{ορ}}{\|}$$

$$M_1 \qquad\qquad\qquad M_2$$

$$M \overset{\text{ορ}}{=} \text{ειδική δύναμη} = \frac{b y^2}{2} + \frac{Q^2}{b y g} \cdot \left\{ \begin{matrix} \text{εικονικό} \\ \text{μέγεθος.} \end{matrix} \right\}$$

Δύο τρόποι επίλυσης για ορθογωνική διατομή

Υδραυλικό άλμα $M_1 = M_2$ (από διατήρηση ορμής)

Επίλυση α' τρόπος $M_1 = M_2$.

β' τρόπος ... πράξεις:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2}\left(-1 + \sqrt{1 + 8F_1^2}\right) \qquad F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{g y_1}}$$

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2}\left(-1 + \sqrt{1 + 8F_2^2}\right) \qquad F_2 = \frac{V_2}{\sqrt{g y_2}}.$$

Η εξ. (8.2-6) στην περίπτωση του ορθογωνικού αγωγού, βλ. εξ. (8.2-8), γράφεται ως εξής

$$\frac{Q^2}{gby_1}+\frac{1}{2}by_1^2=\frac{Q^2}{gby_2}+\frac{1}{2}by_2^2 \;\; ή \;\; \frac{(V_1by_1)^2}{gby_1}+\frac{1}{2}by_1^2=\frac{(V_2by_2)^2}{gby_2}+\frac{1}{2}by_2^2 \;\; ή$$

$$\frac{V_1^2}{gy_1}+\frac{1}{2}=\frac{V_1^2}{gy_1\left(\frac{y_2}{y_1}\right)}+\frac{1}{2}\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 \;\; ή \;\; F_1^2+\frac{1}{2}=\frac{F_1^2}{\left(\frac{y_2}{y_1}\right)}+\frac{1}{2}\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 \;\; ή$$

$$-\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2-\left(\frac{y_2}{y_1}\right)+2F_1^2=0$$

όπου $F_1=\frac{V_1}{\sqrt{gy_1}}$

είναι ο αριθμός Froude στην ανάντη διατομή 1, όπου η ροή είναι υπερκρίσιμη.

Λύνοντας την εξ. (8.4-1) προκύπτει η εξ. (8.4-3)

$$\frac{y_2}{y_1}=\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+8F_1^2}-1\right) \quad (8.4\text{-}3)$$

Η εξ. (8.4-3) μπορεί να γραφτεί και με την ακόλουθη μορφή

$$\frac{y_1}{y_2}=\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+8F_2^2}-1\right) \quad (8.4\text{-}4)$$

όπου $F_2=\frac{V_2}{\sqrt{gy_2}}$ (8.4-5)

είναι ο αριθμός Froude στην κατάντη διατομή 2, όπου η ροή είναι υποκρίσιμη.

Οι απώλειες ενέργειας μπορεί να υπολογιστούν από την εξ. (6.3-2) που γράφεται για περίπου οριζόντιο αγωγό με την ακόλουθη μορφή

$$\Delta H_{1-2}=y_1-y_2+\frac{V_1^2}{2g}-\frac{V_2^2}{2g}=\frac{(y_2-y_1)^3}{4y_1y_2} \quad (8.3\text{-}6)$$

Μόνο για οριζόντια άλματα, ορθογωνική διατομή

Απόδειξη: β ‘ εξίσωση με μεταβλητή y_2/y_1

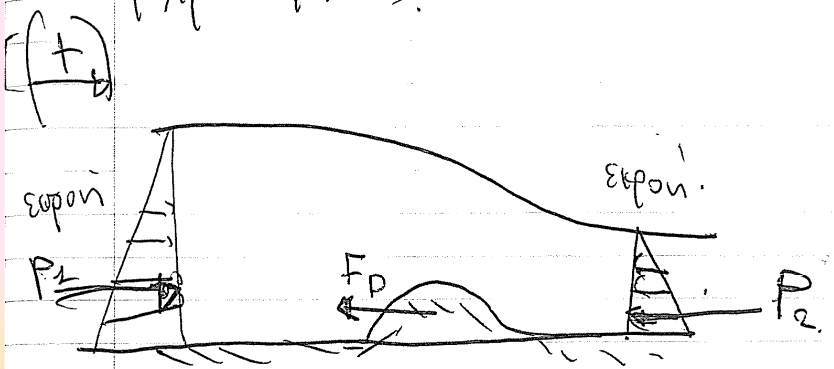
Στάμου, 2014

Πίνακας 8.1: Ειδική Δύναμη M για αγωγούς διαφόρων διατομών

Διατομή	Ειδική Δύναμη Μ
Ορθογωνική	$\frac{Bh^2}{2}+\frac{Q^2}{gBh}$
Τραπεζοειδής	$\frac{Bh^2}{2}+\frac{zh^3}{3}+\frac{Q^{\ 2}}{gh(B+zh)}$ Εις το τετράγωνο τυπογραφικό λάθος
Τριγωνική	$\frac{zh^3}{3}+\frac{Q^2}{gzh^2}$
Κυκλική	$\left[3\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)-\sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)-3\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]\frac{D^3}{24}+\frac{Q^2}{\frac{gD^2(\theta-\sin\theta)}{8}}$ $\left(\theta=2\cos^{-1}\left[1-2\left(\frac{h}{D}\right)\right]\right)$

Οριζόντιο άλμα χωρίς εμπόδιο: M1=M2 για όλα τα είδη της διατομής

Εμπόδιο σε (περίπου) οριζόντιο πυθμένα μικρού μήκους.



Διατήρηση ποσότητας κίνησης:

$$\boxed{\frac{-F_D}{\rho g} = M_2 - M_1}$$

όπου: $M = \frac{Q^2}{gA} + A\bar{y}$ = ειδική δύναμη

ενσωματώνει τα όρους ορμή και πίεση.

Για ορθογωνική διατομή…

- Για οριζόντιο αγωγό $F_g = 0$
- Για μικρή απόσταση των διατομών 1 και 2 $F_\tau \simeq 0$

$$-\frac{F_D}{\rho g} = M_2 - M_1$$

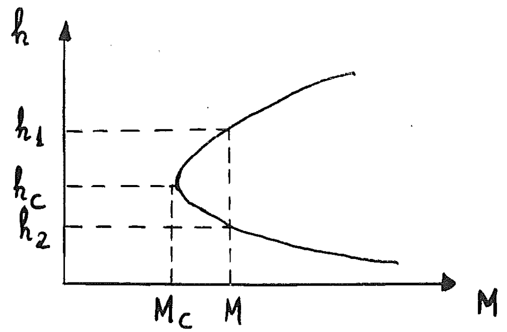
- Για ορθογωνική διατομή $q = \frac{Q}{b}$ $\bar{h} = \frac{h}{2}$

$$\boxed{M = \frac{q^2}{gh} + \frac{h^2}{2}}$$

M : ειδική δύναμη ανά μονάδα πλάτους

Ορθογωνική διατομή

49



q : δεδομένο

- Ανάλογο προς το διάγραμμα ειδικής ενέργειας

$h \to \infty \qquad M \to \infty$

$h \to 0 \qquad M \to \infty$

$$\frac{dM}{dh} = -\frac{q^2}{gh^2} + h = 0 \Rightarrow \boxed{h = h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}} \Rightarrow M_{min}$$

h_1, h_2 : συζυγή βάθη

Στο κρίσιμο βάθος ελάχιστη ειδική δύναμη

Συμπέρασμα που γενικεύεται για κάθε διατομή

Χρυσάνθου, 2014

Υδραυλικό άλμα

+οριζόντιος πυθμένας

- Για ορθογωνική διατομή:

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \qquad M = \frac{q^2}{gy} + \frac{y^2}{2}$$

E: ειδική ενέργεια [m]

M: ειδική δύναμη ανά μονάδα πλάτους [m^2]

M1=M2

- Για τα συζυγή βάθη ροής y_2, y_3 ισχύει:

$$\boxed{y_3 = \frac{y_2}{2}\left(-1+\sqrt{1+8Fr_2^2}\right)}$$

$$Fr_2 = \frac{v_2}{\sqrt{gy_2}} = \frac{q}{\sqrt{gy_2^3}}$$

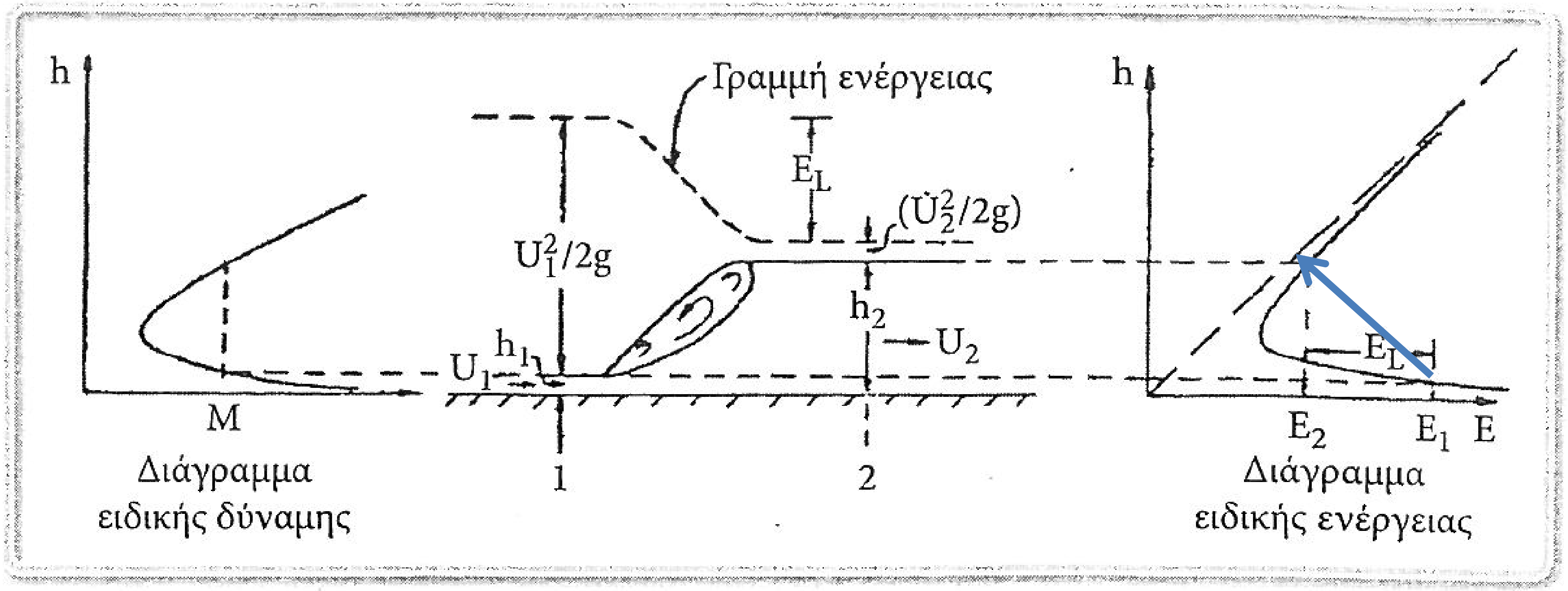
$dE = E_2 - E_3$ dE: ύψος απωλειών ενεργείας στο υδραυλικό άλμα

$$\boxed{dE = \frac{(y_3-y_2)^3}{4y_3y_2}}$$

Χρυσάνθου, 2014

Άλλα στοιχεία θεωρίας υδραυλικού άλματος…

Οριζόντιο υδραυλικό άλμα

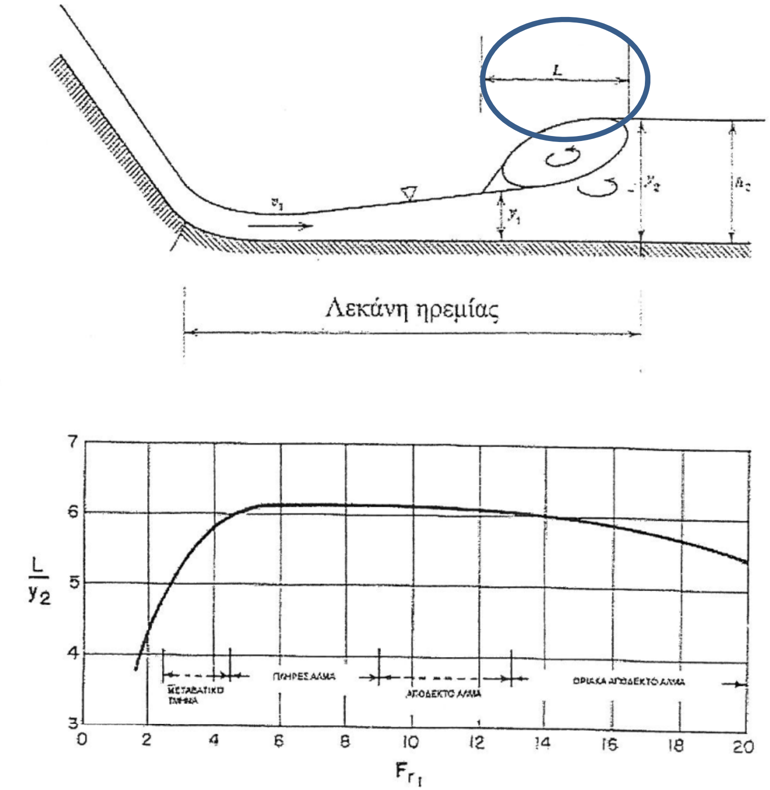


***Σχήμα 3.7:** Διαγράμματα ειδικής ενέργειας και ειδικής δύναμης για το υδραυλικό άλμα*

Πρίνος, 2013

Μήκος άλματος περιορισμένο, L≈ 6y$_2$

$$4.5 < Fr_1 < 13$$

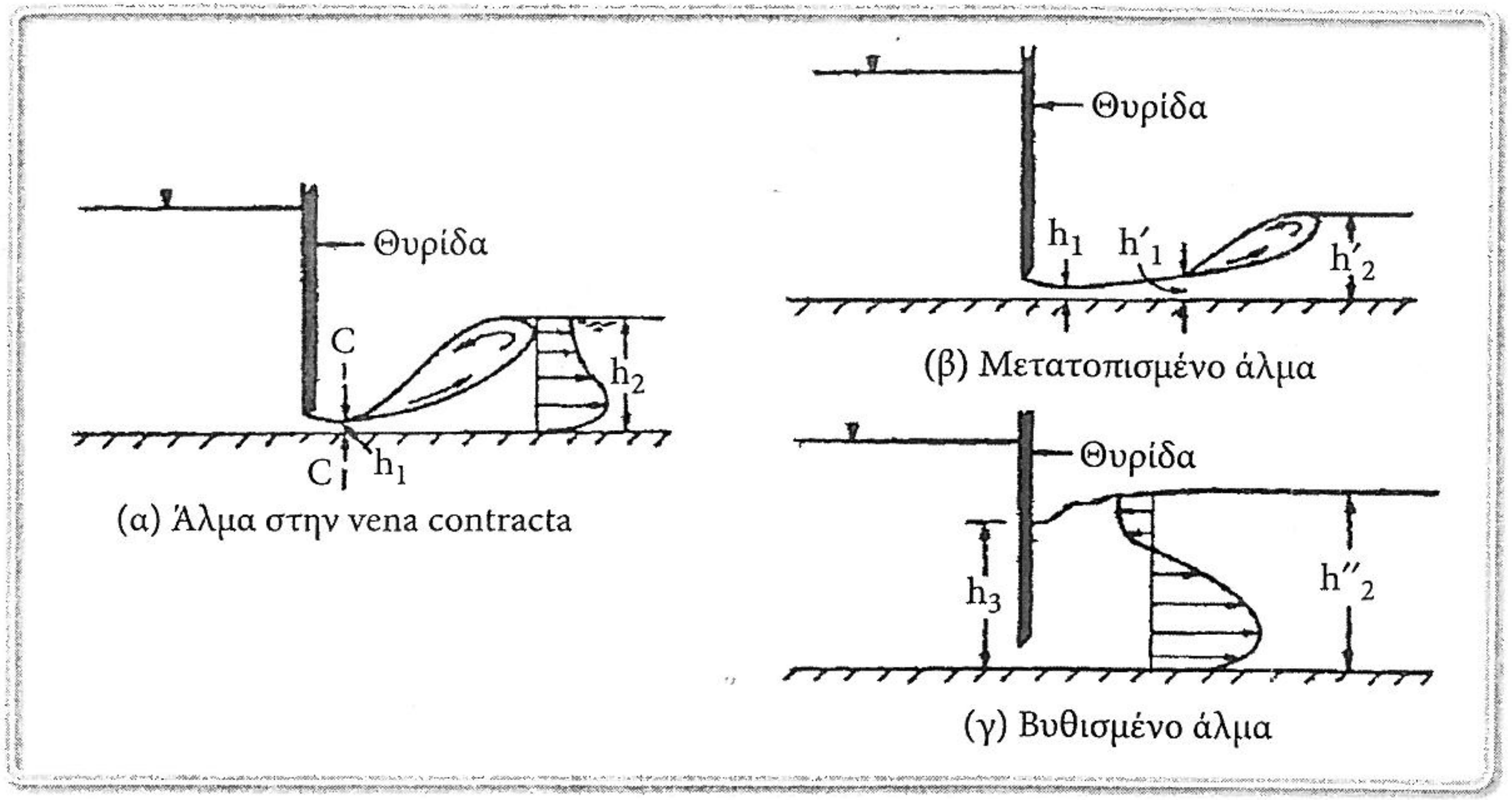


Σχ. Π2.8 Μήκος υδραυλικού άλματος

Περιπτώσεις Υδραυλικού άλματος

1. Όταν μειώσουμε απότομα την κλίση του πυθμένα του αγωγού από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη, οπότε και η ροή μεταβαίνει από υπερκρίσιμη σε υποκρίσιμη.
2. Όταν σε ένα αγωγό με υποκρίσιμη ροή τοποθετήσουμε θυρόφραγμα μικρού ανοίγματος ($<y_c$), τότε αναγκάζουμε τη ροή να γίνει πρώτα υπερκρίσιμη αμέσως κατάντη του θυροφράγματος ($y_1>y_c$) και στη συνέχεια υποκρίσιμη ($y_2<y_c$), βλ. Παράδειγμα 9.3-1.
3. Όταν σε ένα αγωγό με υπερκρίσιμη ροή αναγκάσουμε τη ροή να ανέλθει σε σχετικά μεγάλο ύψος αποκτώντας μεγάλο βάθος ροής ($>y_c$). Αυτό μπορούμε να το πετύχουμε τοποθετώντας στη ροή υψηλό υπερχειλιστή ή εμπόδιο ή όταν η ροή πρέπει να καταλήξει σε υψηλό υψόμετρο, π.χ. της επιφάνειας του νερού ενός ταμιευτήρα, βλ. Παράδειγμα 9.3-1.

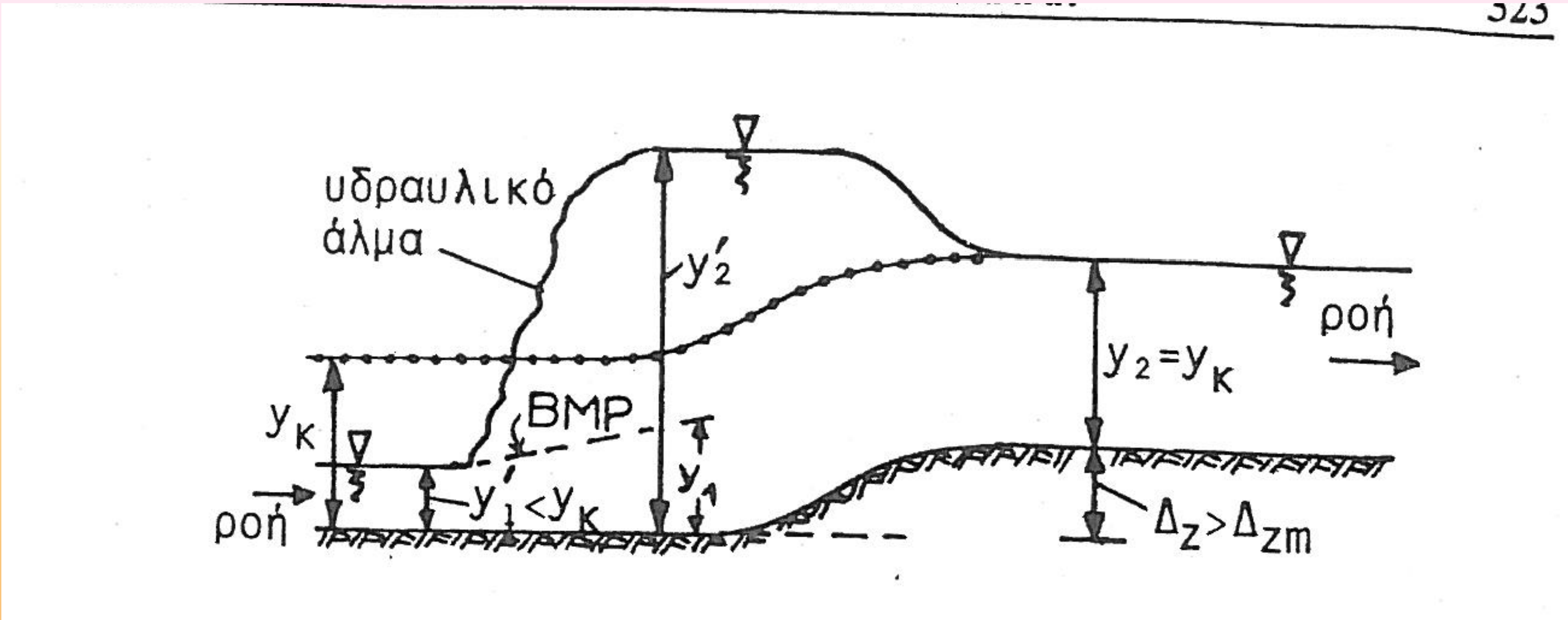
Υδραυλικό άμα μετά από θυρίδα, περίπτωση 2



Σχήμα 3.5: Ελεύθερο και Βυθισμένο άλμα

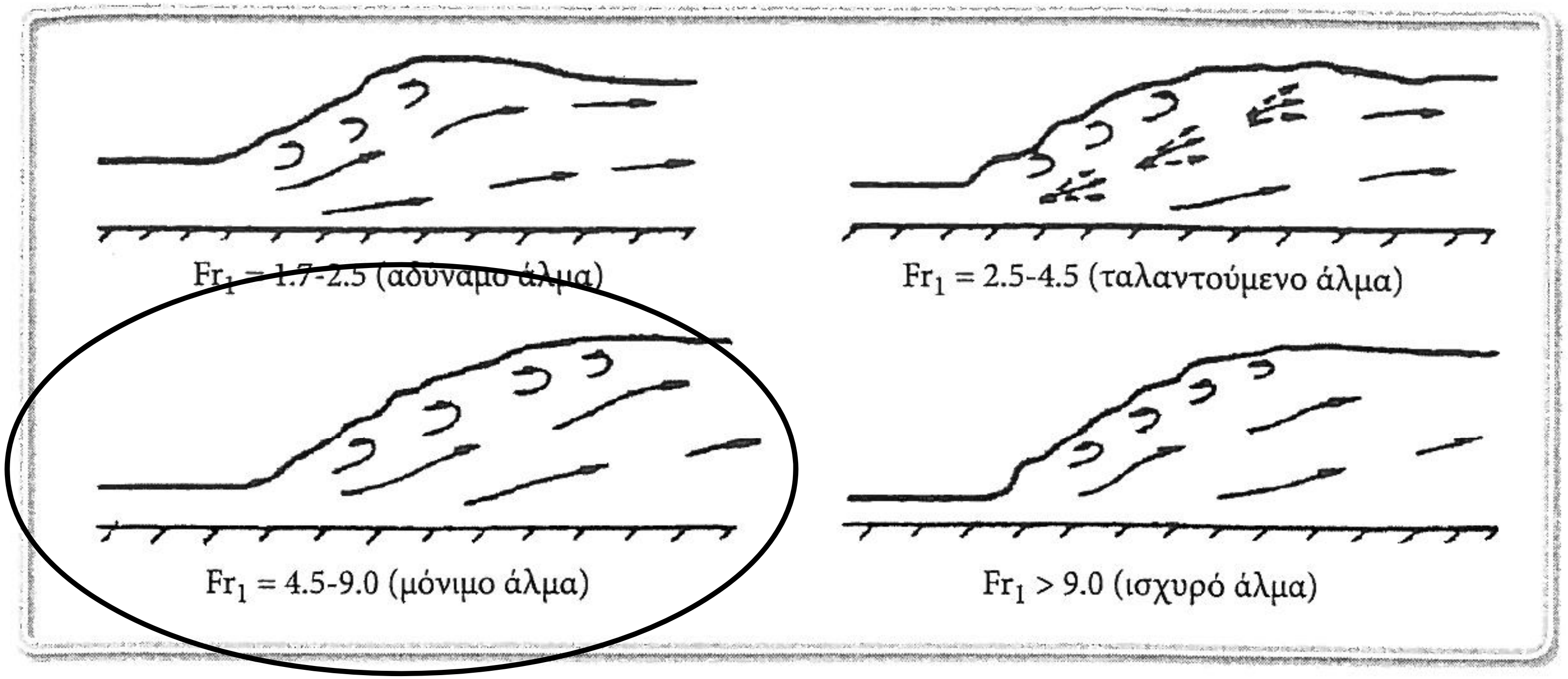
Πρίνος, 2013

Υπερκρίσιμη ροή σε υψηλό εμπόδιο, περίπτωση (3), Δημητρίου…



Σχήμα 104

Είδη άλματος



Σχήμα 8.6: *Επίδραση του αριθμού Froude στο τύπο του άλματος*

Πρίνος, 2013

Εφαρμογή

Υδραυλικό άλμα εμφανίζεται σε αγωγό τραπεζοειδούς διατομής πλάτους πυθμένα $b_o = 5m$, κλίση πρανών 2:1. Το συζυγές βάθος ανάντη του άλματος είναι $y = 1m$ και η παροχή $Q = 50\ m^3/s$. Ποιο είναι το συζυγές βάθος y_2 κατάντη του άλματος? (Πυθμένας περίπου οριζόντιος)

Λύση: **α' τρόπος** 1

Οριζόντιος πυθμένας
Τραπεζοειδής διατομή } $M_1 = M_2$.

Σε τραπεζοειδή διατομή $M = \dfrac{b y_1^2}{2} + \dfrac{2 y_1^3}{3} + \dfrac{Q^2}{g y_1 (b + 2y_1)} =$

$$M_1 = \frac{5 \cdot 1^2}{2} + \frac{2 \cdot 1^3}{3} + \frac{50^2}{g \cdot 1 (5 + 2 \cdot 1)}$$

$$\|$$

$$M_2 = \frac{5 \cdot y_2^2}{2} + \frac{2 \cdot y_2^3}{3} + \frac{50}{g y_2 (5 + 2 y_2)}$$

= επίλυση με δοκιμές

$y_2 = 2.66 m.$

Οριζόντιο άλμα Μ1=Μ2

Ειδική δύναμη με βάση την εξίσωση της ορμής, διαφέρει από διατομή σε διατομή

Λύση:
Α τρόπος
Μ1=Μ2, για οριζόντιο υδραυλικό άλμα, προσοχή στην άσκηση μη ορθογωνική διατομή, επίλυση με δοκιμές

Πίνακας 8.1: Ειδική Δύναμη M για αγωγούς διαφόρων διατομών

Διατομή	Ειδική Δύναμη M
Ορθογωνική	$\frac{Bh^2}{2}+\frac{Q^2}{gBh}$
Τραπεζοειδής	$\frac{Bh^2}{2}+\frac{zh^3}{3}+\frac{Q^2}{gh(B+zh)}$
Τριγωνική	$\frac{zh^3}{3}+\frac{Q^2}{gzh^2}$
Κυκλική	$\left[3\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)-\sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)-3\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]\frac{D^3}{24}+\frac{Q^2}{\frac{gD^2(\theta-\sin\theta)}{8}}$ $\left(\theta=2\cos^{-1}\left[1-2\left(\frac{h}{D}\right)\right]\right)$

Πρίνος, 2014

Οριζόντιο άλμα χωρίς εμπόδιο: M1=M2 για όλα τα είδη της διατομής

Η απώλεια ενέργειας θα είναι

$$H_1 = H_2 + \Sigma h_{f o \lambda} \quad (2)$$

$$\Sigma h_{f o \lambda} \cong \Sigma h_{\upsilon\delta.\ \acute{\alpha}\lambda\mu\alpha\tau o\varsigma}$$

$$\Rightarrow \cancel{z_1} + E_1 = \cancel{z_2} + E_2 + \Sigma h_{\upsilon\delta.\ \acute{\alpha}\lambda} \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow E_1 - E_2 = \Sigma h_{\upsilon\delta.\ \acute{\alpha}\lambda\mu\alpha\tau o\varsigma} \rightarrow$$

Λόγω άλματος, δευτερεύουσες ροές δίνες κλπ καταστροφή ενέργειας πάντα, δεν ισχύει η εξίσωση DARCY-Weisbach, manning κλπ

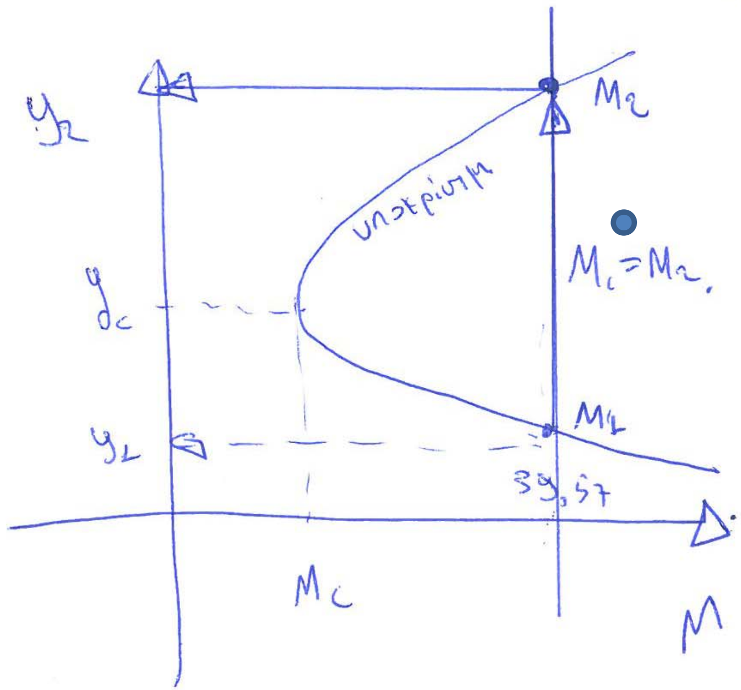
Λύση:
β τρόπος
M1=M2, για οριζόντιο υδραυλικό άλμα, γραφική επίλυση από διάγραμμα

β' τρόπος

Καταστρώνω την καμπύλη $M(y)$

$$M(y) = \frac{\overset{5}{\overset{\shortparallel}{b}}\,y^2}{2} + \frac{\overset{2}{\overset{\shortparallel}{z}}\,y^3}{3} + \frac{Q^{2} = 50^2}{g y (\underset{\underset{5}{\shortparallel}}{b} + \underset{\underset{2}{\shortparallel}}{z} y)}$$

Β' τρόπος
γραφική
επίλυση



$M(y_1) = 39.57\,m^3$ (υπερκρίσιμη)

$M_1 = M_2 \Rightarrow$ φέρω κατακόρυφη $\rightarrow y_2 = y_\nu$.

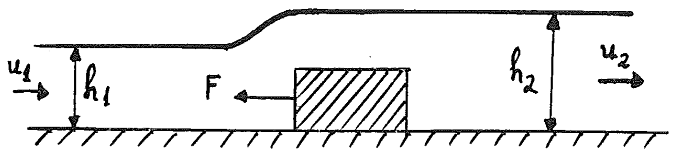
Πίνακας 8.1: Ειδική Δύναμη M για αγωγούς διαφόρων διατομών

Διατομή	Ειδική Δύναμη M
Ορθογωνική	$\frac{Bh^2}{2}+\frac{Q^2}{gBh}$
Τραπεζοειδής	$\frac{Bh^2}{2}+\frac{zh^3}{3}+\frac{Q^2}{gh(B+zh)}$
Τριγωνική	$\frac{zh^3}{3}+\frac{Q^2}{gzh^2}$
Κυκλική	$\left[3\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)-\sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)-3\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]\frac{D^3}{24}+\frac{Q^2}{\frac{gD^2(\theta-\sin\theta)}{8}}$ $(\theta=2\cos^{-1}\left[1-2\left(\frac{h}{D}\right)\right])$

Οριζόντιο άλμα χωρίς εμπόδιο: M1=M2 για όλα τα είδη της διατομής

ΕΜΠΟΔΙΟ ΣΤΗΝ ΚΙΝΗΣΗ ΤΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ ΚΑΙ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΟΡΜΗΣ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Παράδειγμα (Νόμος διατήρησης ποσότητας κίνησης)



- Εύρεση δύναμης F που ασκεί ένα εμπόδιο (βάθρο γέφυρας, αγκυροβολημένο πλοίο) πάνω στο νερό.
- Αμελητέες δυνάμεις τριβής με τα τοιχώματα
- Μοναδιαίο πλάτος αγωγού

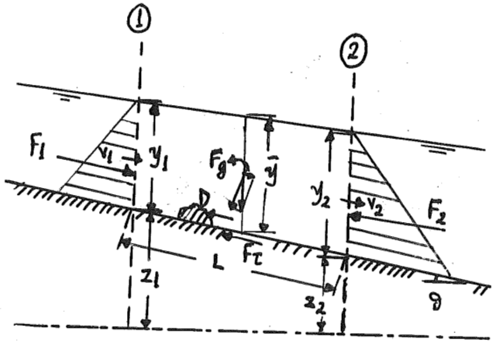
$$\rho g \frac{h_1}{2} h_1 - F - \rho g \frac{h_2}{2} h_2 = \rho Q (u_2 - u_1)$$

$$\rho g \frac{h_1}{2} h_1 - F - \rho g \frac{h_2}{2} h_2 = \rho q (u_2 - u_1)$$

- Εάν η ανάντη ροή είναι ποτάμια, τότε $h_2 < h_1$
- Εάν η ανάντη ροή είναι χειμαρρώδης, τότε $h_2 > h_1$

(αποτέλεσμα της δύναμης F)

Ειδική δύναμη



Εξίσωση διατήρησης της ορμής: $-F_\tau + F_1 - F_2 - D + F_g = \rho Q (V_2 - V_1)$

F_τ: δύναμη τριβών στα τοιχώματα του αγωγού

F_1: υδροστατική δύναμη στη διατομή 1 $\quad F_1 = \rho g \bar{y}_1 A_1$

F_2: υδροστατική δύναμη στη διατομή 2 $\quad F_2 = \rho g \bar{y}_2 A_2$

F_g: συνιστώσα του βάρους κατά τη διεύθυνση της ροής

D: αντίσταση (αντίδραση) του εμποδίου

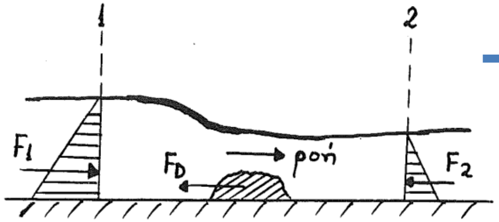
$$\frac{-F_\tau + F_g - D}{\rho g} = \left(\frac{Q^2}{gA_2} + A_2 \bar{y}_2\right) - \left(\frac{Q^2}{gA_1} + A_1 \bar{y}_1\right) = M_2 - M_1$$

$$\boxed{M = \frac{Q^2}{gA} + A\bar{y}}$$

M: ειδική δύναμη $\left[\frac{\text{δύναμη}}{\text{ειδ. βάρος}}\right]$ ή $[L^3]$

- Όταν δεν υπάρχει εμπόδιο στη ροή, η κλίση του πυθμένα είναι μηδενική και η δύναμη τριβών στα τοιχώματα του αγωγού αμελητέα, τότε $M_2 = M_1$

Ειδική δύναμη



Νόμος της διατήρησης της ποσότητας κινήσεως (ορμής):

$$-F_\tau + F_g + F_1 - F_2 - F_D = \rho Q (u_2 - u_1)$$

F_τ : δύναμη τριβής στον πυθμένα και παρειές του αγωγού

F_g : συνιστώσα στη διεύθυνση του πυθμένα του βάρους του νερού

F_1 : υδροστατική δύναμη στη διατομή 1

F_2 : υδροστατική δύναμη στη διατομή 2

F_D : δύναμη ασκούμενη από το εμπόδιο στο νερό

$\rho Q u_1$: ώθηση (ποσότητα κινήσεως στη μονάδα χρόνου) στη διατομή 1

$\rho Q u_2$: ώθηση στη διατομή 2

$$F_1 = \rho g \bar{h}_1 A_1 \qquad F_2 = \rho g \bar{h}_2 A_2$$

$$\frac{-F_\tau + F_g - F_D}{\rho g} = \left(\frac{Q u_2}{g} + A_2 \bar{h}_2\right) - \left(\frac{Q u_1}{g} + A_1 \bar{h}_1\right)$$

$$u = Q/A \Rightarrow \frac{-F_\tau + F_g - F_D}{\rho g} = \left(\frac{Q^2}{g A_2} + A_2 \bar{h}_2\right) - \left(\frac{Q^2}{g A_1} + A_1 \bar{h}_1\right)$$

Εμπόδιο στην κίνηση του ρευστού : οριζόντια δύναμη αντίστασης στη ροή

αρνητικές οι δυνάμεις που είναι σε άλλη φορά από τη ροή

Χρυσάνθου, 2014

$$\boxed{M = \frac{Q^2}{gA} + A\bar{h}}$$

$\bar{h}$: απόσταση κέντρου βάρους της διατομής από την ελεύθερη επιφάνεια

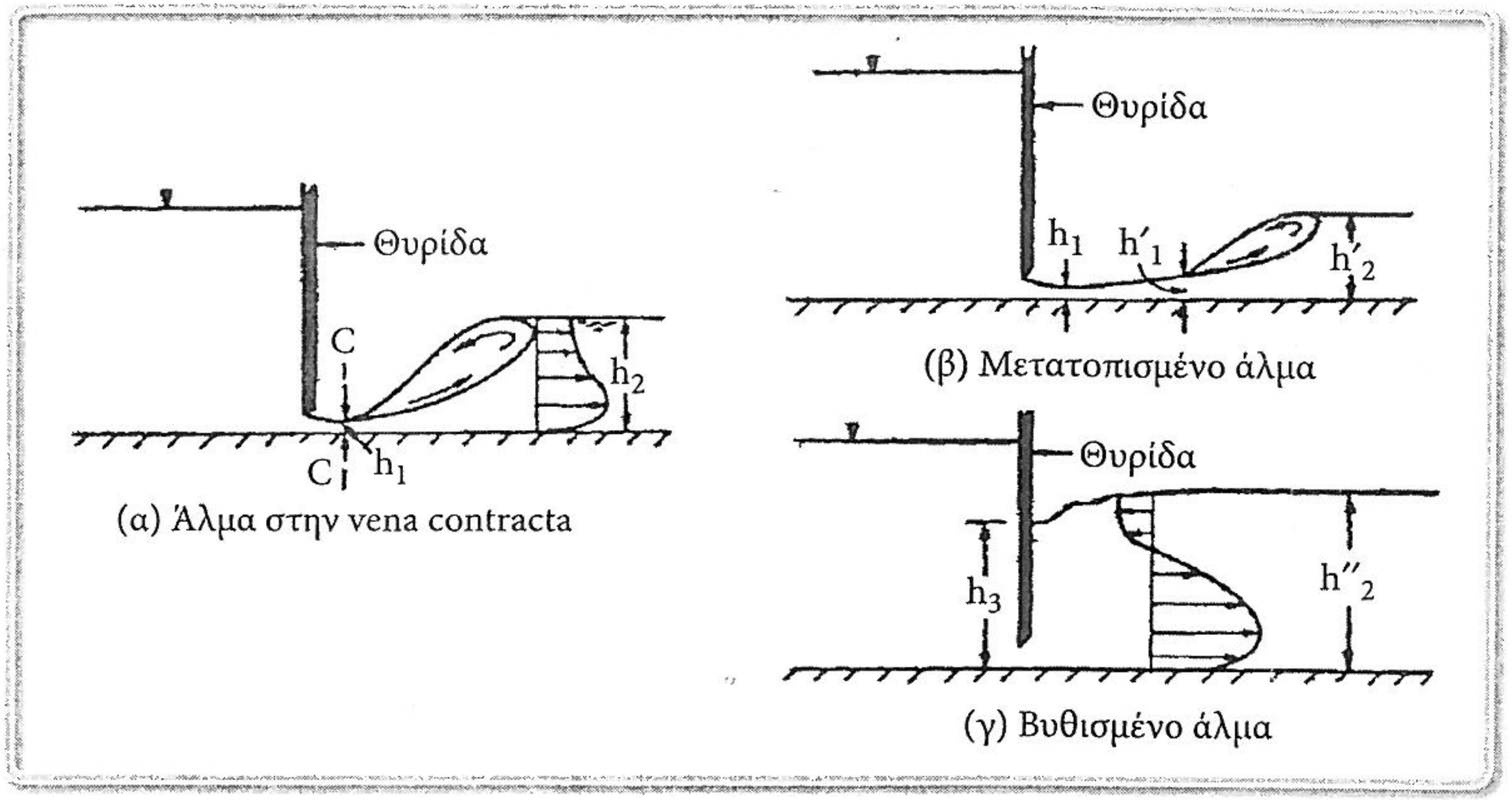
M : ειδική δύναμη [δύναμη/ειδ. βάρος]

$$\frac{F_g - F_\tau - F_D}{\rho g} = M_2 - M_1$$

Εμπόδιο στην κίνηση του ρευστού : οριζόντια δύναμη αντίστασης στη ροή

αρνητικές οι δυνάμεις που είναι σε άλλη φορά από

Υδραυλικό άμα μετά από θυρίδα, περίπτωση 2



Σχήμα 3.5: Ελεύθερο και Βυθισμένο άλμα

Πρίνος, 2013

Προσεγγιστική σχέση για υδραυλικό άλμα, ορθογωνικη διατομή

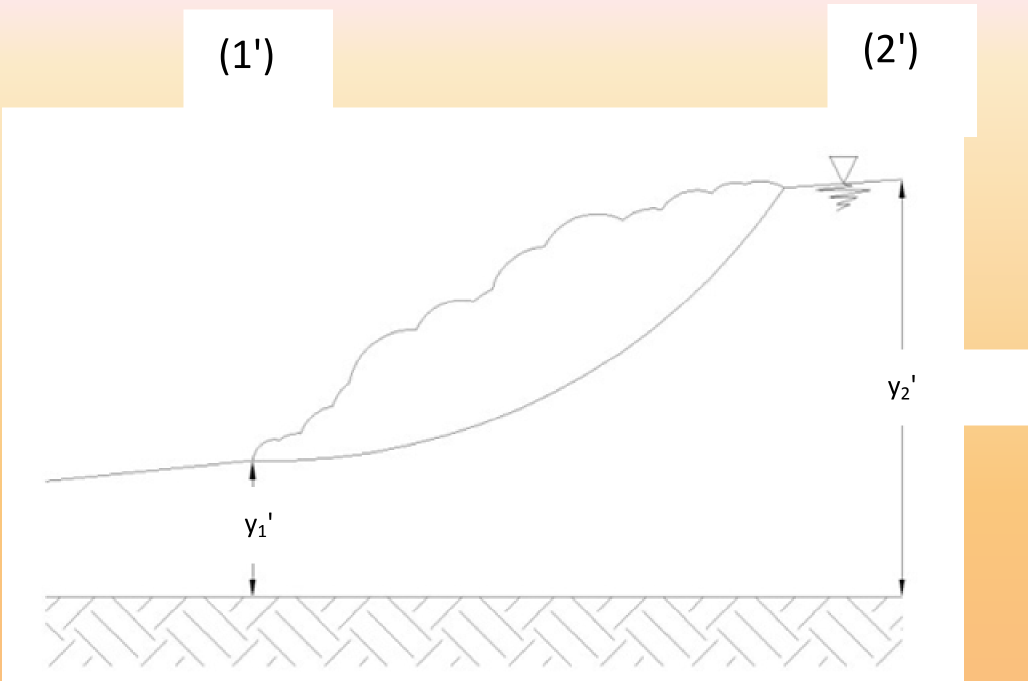


Fig. 1: Hydraulic jump in a horizontal open channel.

Προσέγγιση

$$\frac{y_2'}{y_1'} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{1+8\cdot Fr_1'^2} - 1\right) \tag{2}$$

where $Fr_1' = \dfrac{V_1'}{\sqrt{g y_1'}}$

$$8\cdot Fr_1'^2 >> 1, \tag{3}$$

hence, the author adopts the following approximation of Eq. 2:

$$\frac{y_2'}{y_1'} \approx \frac{1}{2}\left(\sqrt{8\cdot Fr_1'^2} - 1\right) \tag{4}$$

Αντικατάσταση παροχής από κρίσιμο βάθος

$$Fr_1'^2 = \frac{V_1'}{\sqrt{g y_1'}} = \frac{q}{\sqrt{g y_1'^3}} = \left(\frac{y_{cr}}{y_1'}\right)^{3/2} \quad (5)$$

and hence, the equation of the hydraulic jump becomes:

$$\frac{y_2'}{y_1'} \approx \frac{1}{2}\left(\sqrt{8 \cdot \left(\frac{y_{cr}}{y_1'}\right)^3} - 1\right) \quad (6)$$

ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

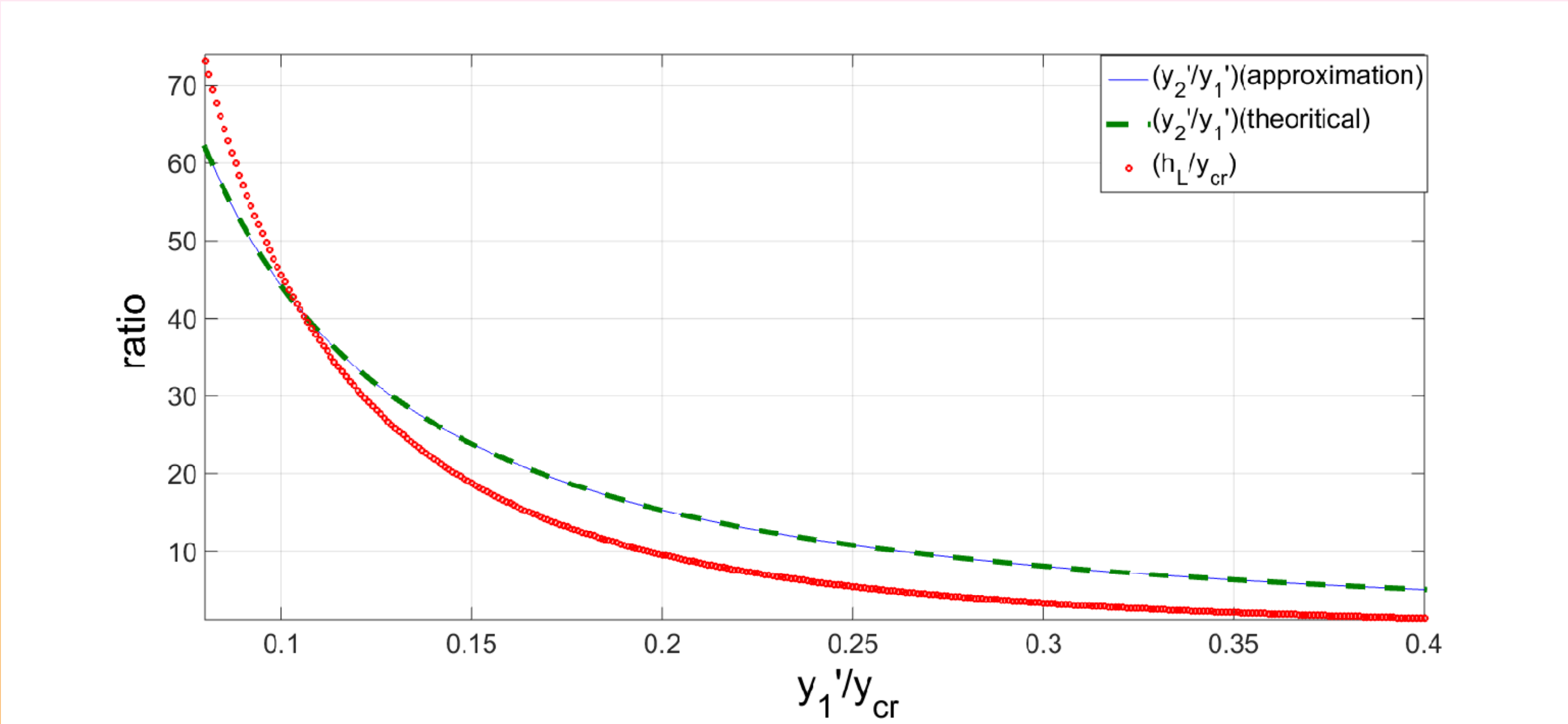
$$y_1' + \frac{q^2}{2g{y_1'}^2} = y_2' + \frac{q^2}{2g{y_2'}^2} + h_L \qquad (7)$$

$$y_1' + \frac{{y_{cr}'}^3}{2{y_1'}^2} = \frac{y_1'}{2}\left(\sqrt{8\cdot\left(\frac{y_{cr}}{y_1'}\right)^3} - 1\right) + \frac{{y_{cr}}^3}{2\left(\frac{y_1'}{2}\left(\sqrt{8\cdot\left(\frac{y_{cr}}{y_1'}\right)^3} - 1\right)\right)^2} + h_L$$

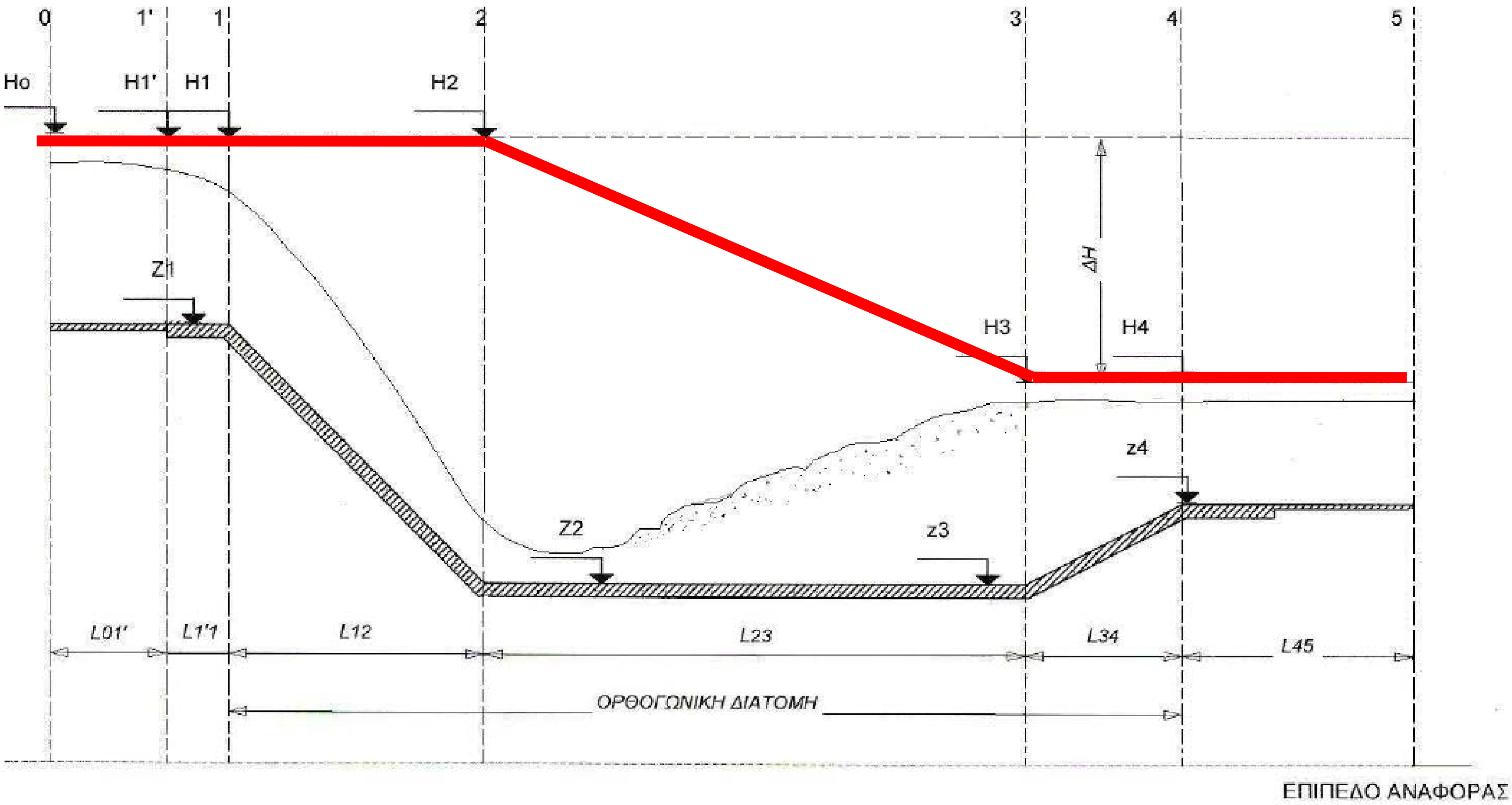
Πεπλεγμένη σχέση

$$\frac{3}{2}\frac{y_1'}{y_{cr}}+\frac{1}{2}\left(\frac{y_1'}{y_{cr}}\right)^{-2}-\sqrt{2}\left(\frac{y_1'}{y_{cr}}\right)^{-0.5}-\frac{2}{\left(\frac{y_1'}{y_{cr}}\right)^{2}\left(\sqrt{8\cdot\left(\frac{y_1'}{y_{cr}}\right)^{-3}}-1\right)^{2}}=\frac{h_L}{y_{cr}} \tag{8}$$

Διάγραμμα



(y2'/y1')(approximation)
(y2'/y1')(theoritical)
(hL/ycr)
ratio
y1'/ycr
70
60
50
40
30
20
10
0.1
0.15
0.2
0.25
0.3
0.35
0.4

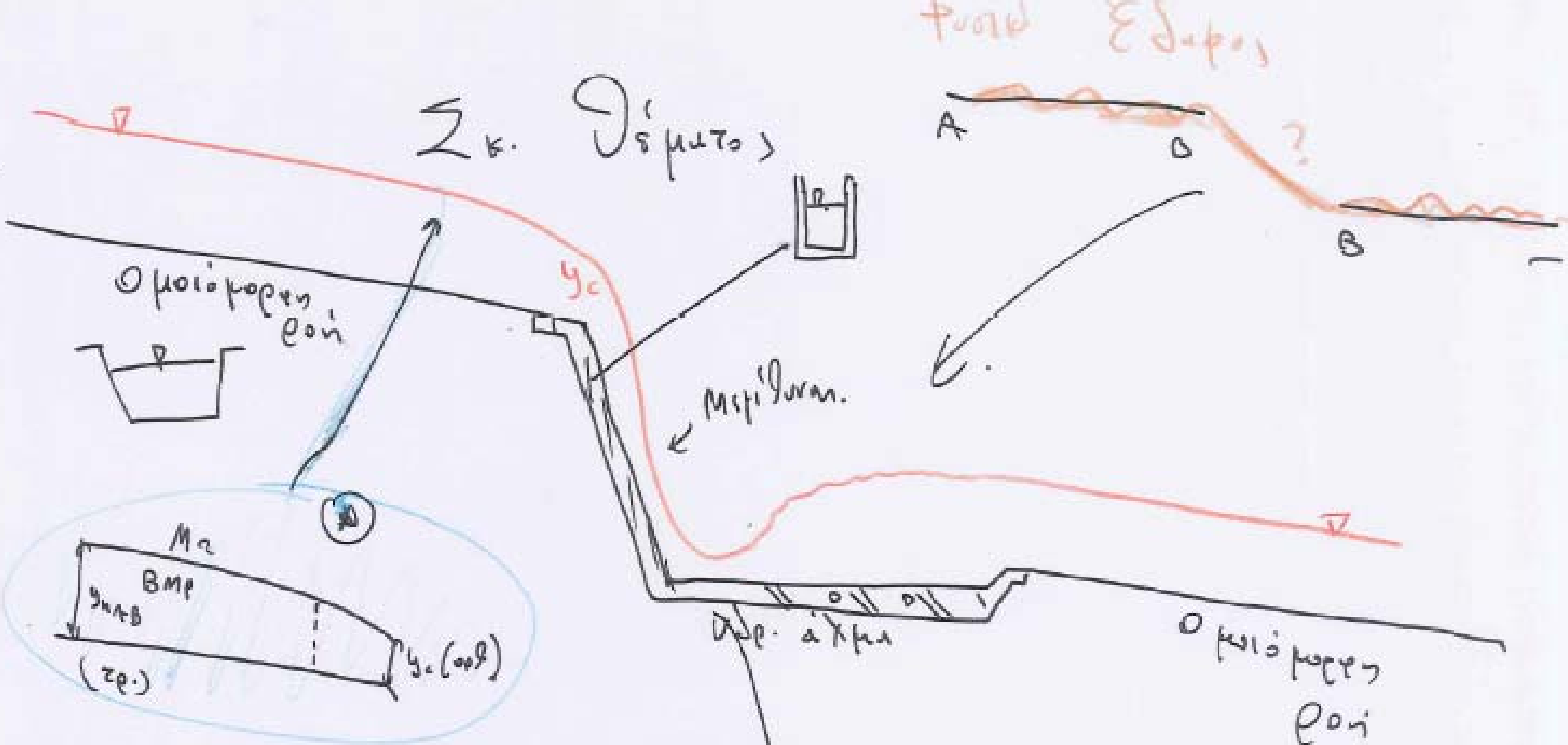


0
1'
1
2
3
4
5
Ho
H1'
H1
H2
ΔH
H3
H4
Z1
Z2
z3
z4
L01'
L1'1
L12
L23
L34
L45
ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΙΑΤΟΜΗ
ΕΠΙΠΕΔΟ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

θέμα

Υδραυλ. (15)

Βυθισμένο υδ. άλμα + ανάντη θυρόφραγμα



Σε ομοιόμορφη ροή:

AB, ΓΔ, δεν θέλω

η ροή να είναι κρίσιμη

θέλω να είναι "ασφαλώς"

Υποκρίσιμη.

ροή από

Υπερκρίσιμη σε

Υποκρίσιμη →

→ Υδραυλικό άλμα, Προσοχή!!!, Καταστροφή ενέργειας

ΘΕΜΑ

- $y1'=y2$ (θέμα, πριν το άλμα)
- $y2'=y3$ (θέμα, μετά το άλμα)

- Εκσκαφή ώστε να αποφευχθεί καμπύλη Η3

Πίνακες. Καθ. Μπέλλου

ΔH	0.00		0.05		0.10		0.15		0.20	
Yc	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2
0	1.000	1.00	0.738	1.78	0.681	2.07	0.643	2.29	0.615	2.40
1	0.436	4.44	0.430	4.54	0.425	4.63	0.419	4.73	0.415	4.82
2	0.356	6.18	0.353	6.26	0.350	6.33	0.348	6.41	0.345	6.49
3	0.311	7.66	0.309	7.73	0.308	7.80	0.306	7.87	0.304	7.94
4	0.281	9.00	0.280	9.07	0.279	9.13	0.277	9.19	0.276	9.26
5	0.259	10.25	0.258	10.31	0.257	10.38	0.256	10.44	0.255	10.50
6	0.241	11.44	0.241	11.50	0.240	11.55	0.239	11.61	0.238	11.67
7	0.227	12.57	0.227	12.63	0.226	12.68	0.225	12.74	0.225	12.79
8	0.215	13.66	0.215	13.72	0.214	13.77	0.214	13.82	0.213	13.88
9	0.205	14.72	0.205	14.77	0.204	14.82	0.204	14.87	0.203	14.93
10	0.196	15.74	0.196	15.79	0.196	15.84	0.195	15.89	0.195	15.95
11	0.189	16.74	0.188	16.79	0.188	16.84	0.188	16.89	0.187	16.94
12	0.182	17.72	0.182	17.77	0.181	17.81	0.181	17.86	0.181	17.91
13	0.176	18.67	0.176	18.72	0.175	18.77	0.175	18.81	0.175	18.86
14	0.170	19.61	0.170	19.65	0.170	19.70	0.170	19.75	0.169	19.79
15	0.165	20.53	0.165	20.57	0.165	20.62	0.165	20.66	0.164	20.71
16	0.161	21.43	0.161	21.47	0.160	21.52	0.160	21.56	0.160	21.61
17	0.157	22.32	0.156	22.36	0.156	22.41	0.156	22.45	0.156	22.50
18	0.153	23.19	0.153	23.24	0.152	23.28	0.152	23.32	0.152	23.37
19	0.149	24.06	0.149	24.10	0.149	24.14	0.149	24.19	0.148	24.23
20	0.146	24.91	0.146	24.95	0.145	24.99	0.145	25.04	0.145	25.08
21	0.143	25.75	0.143	25.79	0.142	25.83	0.142	25.88	0.142	25.92
22	0.140	26.58	0.140	26.62	0.139	26.66	0.139	26.71	0.139	26.75
23	0.137	27.40	0.137	27.44	0.137	27.48	0.137	27.53	0.136	27.57
24	0.134	28.22	0.134	28.26	0.134	28.30	0.134	28.34	0.134	28.38

ΔH	0.25		0.30		0.35		0.40		0.45	
Yc	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2	Y2/Yc	Y3/Y2
0	0.592	2.65	0.573	2.81	0.555	2.95	0.541	3.09	0.528	3.22
1	0.410	4.91	0.405	5.00	0.401	5.09	0.397	5.18	0.393	5.27
2	0.343	6.57	0.340	6.64	0.338	6.72	0.336	6.79	0.333	6.87
3	0.303	8.01	0.301	8.07	0.300	8.14	0.298	8.21	0.296	8.28
4	0.275	9.32	0.274	9.39	0.273	9.45	0.271	9.51	0.270	9.57
5	0.254	10.56	0.253	10.62	0.252	10.68	0.251	10.73	0.250	10.79
6	0.238	11.73	0.237	11.78	0.236	11.84	0.235	11.90	0.235	11.95
7	0.224	12.85	0.223	12.90	0.223	12.96	0.222	13.01	0.222	13.07
8	0.213	13.93	0.212	13.98	0.212	14.04	0.211	14.09	0.211	14.14
9	0.203	14.98	0.202	15.03	0.202	15.08	0.202	15.13	0.201	15.18
10	0.194	16.00	0.194	16.05	0.194	16.10	0.193	16.15	0.193	16.20
11	0.187	16.99	0.187	17.04	0.186	17.09	0.186	17.13	0.186	17.18
12	0.180	17.96	0.180	18.01	0.180	18.05	0.180	18.10	0.179	18.15
13	0.174	18.91	0.174	18.95	0.174	19.00	0.174	19.05	0.173	19.10
14	0.169	19.84	0.169	19.89	0.169	19.93	0.168	19.90	0.168	20.02
15	0.164	20.75	0.164	20.80	0.164	20.84	0.164	20.89	0.163	20.94
16	0.160	21.65	0.160	21.70	0.159	21.74	0.159	21.79	0.159	21.83
17	0.156	22.54	0.155	22.58	0.155	22.63	0.155	22.67	0.155	22.71
18	0.152	23.41	0.152	23.45	0.151	23.50	0.151	23.54	0.151	23.58
19	0.148	24.27	0.148	24.31	0.148	24.36	0.148	24.40	0.148	24.44
20	0.145	25.12	0.145	25.16	0.145	25.21	0.145	25.25	0.144	25.29
21	0.142	25.96	0.142	26.00	0.142	26.04	0.141	26.08	0.141	26.13
22	0.139	26.79	0.139	26.83	0.139	26.87	0.139	26.91	0.138	26.95
23	0.136	27.61	0.136	27.65	0.136	27.69	0.136	27.73	0.136	27.77
24	0.134	28.42	0.134	28.46	0.133	28.50	0.133	28.54	0.133	28.58

Πίνακας Π3.2 Υπολογισμός παραμέτρ

Υπολογισμός υδραυλικού άλματος (Σχήμα Π1.4)

- Το υδραυλικό άλμα λαμβάνει χώρα σε ορθογωνική διατομή
  Από διατομή 1 μέχρι διατομή 4: ορθογωνική κατασκευή.

- Από διατομή 0 έως διατομή 1 } μεταβατικά τμήματα με αναλογία προσαρμογής 1:5 (για τη μετάβαση από την τραπεζοειδή διατομή της διώρυγας στην ορθογωνική διατομή του αναβαθμού)
  " " 4 " " 5

Υπολογισμός του πλάτους της λεκάνης ηρεμίας (b)

- Εμπειρικός τύπος: $b = \frac{1}{5} Q = \frac{1}{5} \times 30.5 = 6.1 \ m$
- Προτείνεται αυξημένο πλάτος $b = 7 \ m$
- Παροχή ανά μονάδα πλάτους: $q = \frac{Q}{b} = \frac{30.5}{7} = 4.36 \ \frac{m^3}{s \cdot m}$

θέμα

Πριν το υδραυλικό άλμα

Προσέγγιση: Στο σημείο (Ο) βάθος ομοιόμορφης ροής η ενέργεια κατά προσέγγιση θεωρείται σταθερή μέχρι το υδραυλικό άλμα

Υπολογισμός στοιχείων του υδραυλικού άλματος

- Ύψος ολικής ενέργειας στη θέση Ο:

$$H_o = z_o + y_n + \frac{V_{AB}^2}{2g} = (20.40 - 1.40) + 1.75 + \frac{3.17^2}{2 \cdot 9.81} = 21.26\,m$$

20.40 m : υψόμετρο φυσικού εδάφους

1.40 m : βάθος εκσκαφής

Βάθος ομοιόμορφης ροής

θέμα

Αν θέλεις πρόσθεσε +δ

Μετά το υδραυλικό άλμα

Προσέγγιση: Σημείο (4) ομοιόμορφη ροή με ενέργεια ίση με την ενέργεια αμέσως μετά το άλμα.

- Ύψος ολικής ενέργειας στη θέση 4:

$$H_4 = z_4 + y_n + \frac{V_{ΓΔ}^2}{2g} = (17.50 - 1.79) + 2.31 + \frac{1.89^2}{2 \times 9.81} = 18.20\,m$$

- Παραδοχή: $H_0 \simeq H_1 \simeq H_2$ και $H_3 \simeq H_4$

- Ύψος απωλειών ενέργειας μεταξύ των διατομών 2 και 3:

$$\Delta H = 21.26 - 18.20 = 3.06\,m$$

Βάθος ομοιόμορφης ροής ΓΔ

θέμα

Αν θέλεις πρόσθεσε +δ

Κρίσιμη ροή σε ορθογωνική διατομή + επίλυση

- Βάθος νερού στη διατομή 1 (κρίσιμο βάθος)

$$y_1 = y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{4.36^2}{9.81}} = 1.25\ m$$

- Βάθη ροής ανάντη και κατάντη του υδραυλικού άλματος (y_2, y_3)
  - Χρήση Πίνακα Π3.2
  - $n = \frac{\Delta H}{y_c} = \frac{3.06}{1.25} = 2.45$
  - $\frac{y_2}{y_c} = 0.333 \Rightarrow y_2 = 0.333 \times 1.25 = 0.42\ m$
  - $\frac{y_3}{y_2} = 6.87 \Rightarrow y_3 = 6.87 \times 0.42 = 2.88\ m$

θέμα

Τελευταίος κρίσιμος υδραυλικός υπολογισμός για υδραυλικό άλμα

H3 = H4

- Υπολογισμός υψομέτρου του πυθμένα της λεκάνης ηρεμίας (z_2, z_3)

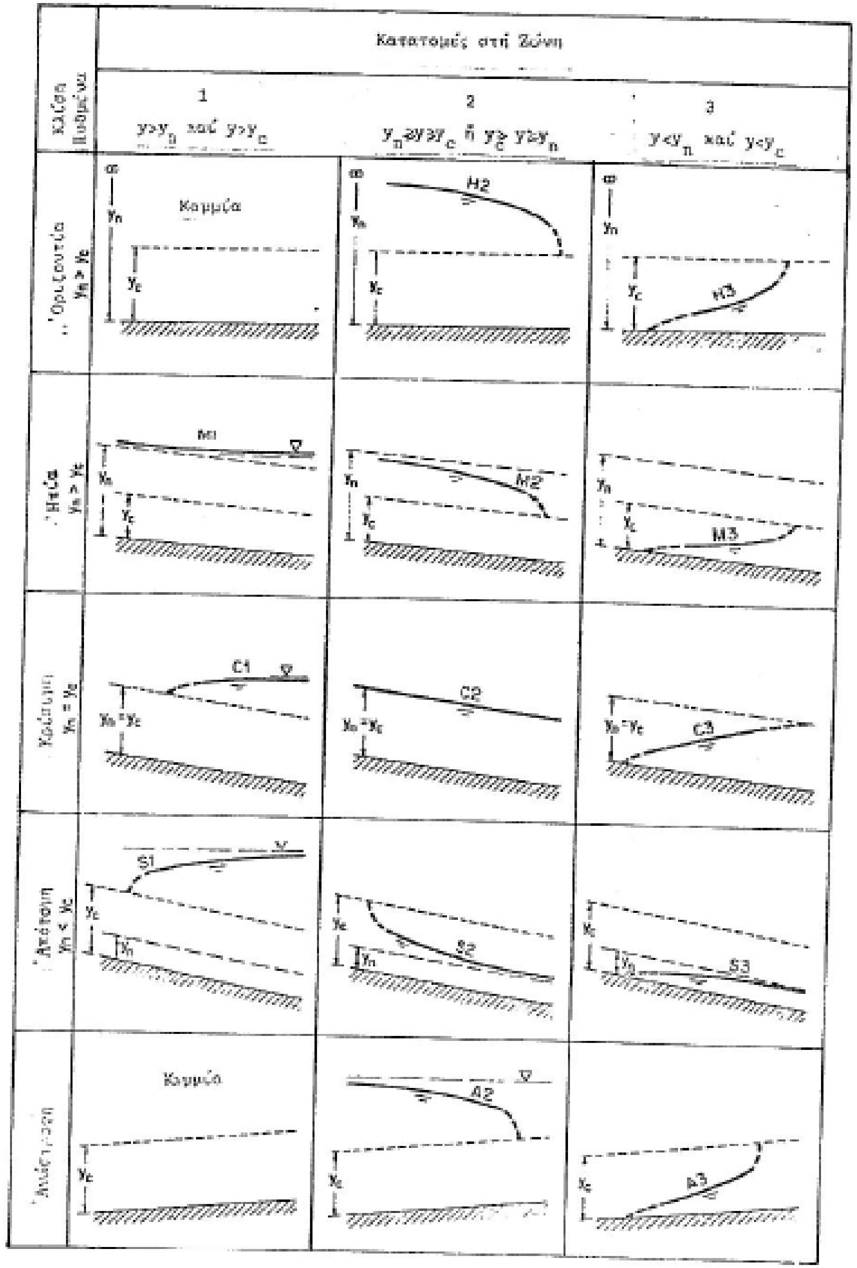
$$H_3 = z_3 + y_3 + \frac{v_3^2}{2g} \Rightarrow z_3 = H_3 - y_3 - \frac{v_3^2}{2g}$$

$H_3 = 18.20\ m$ $\quad y_3 = 2.88\ m$ $\quad \frac{v_3^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\, b^2 y_3^2} = \frac{30.5^2}{2\times 9.81\times 7.0^2\times 2.88^2} = 0.12\ m$

$z_3 = 18.20 - 2.88 - 0.12 = 15.2\ m$ $\quad z_2 = z_3 = 15.2\ m$

θέμα

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}$$



Σχ. 4.1 Σχηματική παράσταση καί ταξινόμηση τών κατατομών τῆς

ΜΕ ΤΟ ΣΚΑΜΜΑ ΑΠΟΦΕΥΓΩ Η3 ΠΡΙΝ ΤΟ ΑΛΜΑ

Σακκάς, 1988

θέμα

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1

ΤΥΠΟΙ ΚΑΤΑΤΟΜΩΝ ΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΤΟΥ ΥΔΑΤΟΣ ΣΕ ΠΡΙΣΜΑΤΙΚΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

Κλίση πυθμένα αγωγού	Συμβολισμός Ζώνη 1	Ζώνη 2	Ζώνη 3	Σχέση τού βάθους y πρός y_n καί y_c	Γενικός τύπος καμπύλης*	κατάσταση τῆς ροῆς
Ὁριζόντια	-θ-			-θ-	-θ-	-θ-
$S_0 = 0$		H_2		$y_n > y > y_c$	Κ	Ὑποκρίσιμη
			H_3	$y_n > y_c > y$	Υ	Ὑπερκρίσιμη
Ἠπία	M_1			$y > y_n > y_c$	Υ	Ὑποκρίσιμη
$0 < S_0 < S_c$		M_2		$y_n > y > y_c$	Κ	>>
			M_3	$y_n > y_c > y$	Υ	Ὑπερκρίσιμη
Κρίσιμη	C_1			$y > y_n = y_c$	Υ	Ὑποκρίσιμη
$_0 = S_c > 0$		C_2		$y = y_n = y_c$	Ο	Κρίσιμη καί ὁμοιόμορφη
			C_3	$y_n = y_c > y$	Υ	Ὑπερκρίσιμη
Ἀπότομη	S_1			$y > y_c > y_n$	Υ	Ὑποκρίσιμη
$0 > S_c > 0$		S_2		$y_c > y > y_n$	Κ	Ὑπερκρίσιμη
			S_3	$y_c > y_n > y$	Υ	>>
Ἀνάστροφη	-θ-			-θ-	-θ-	-θ-
$S_0 < 0$		A_2		$\lvert y_n \rvert > y > y_c$	Κ	Ὑποκρίσιμη
			A_3	$\lvert y_n \rvert > y_c > y$	Υ	Ὑπερκρίσιμη

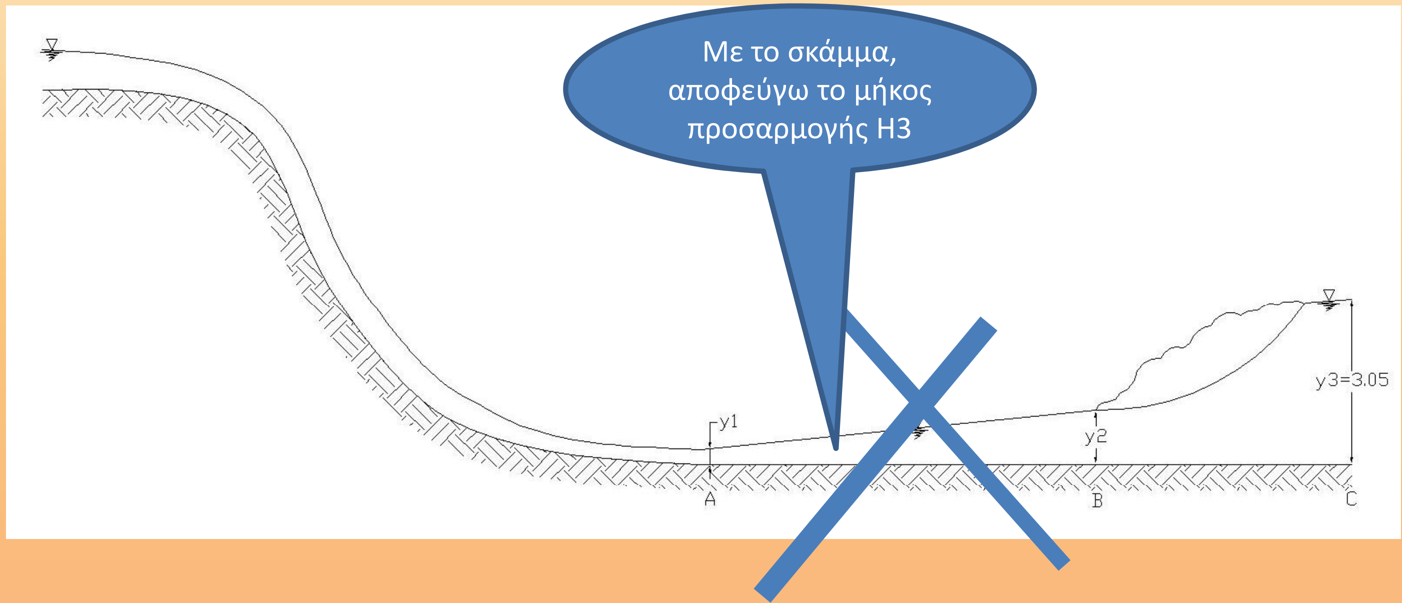
*) Κ = καμπύλη καταπτώσεως, Υ = καμπύλη ὑπερυψώσεως, Ο = ὁμοιόμορφη ροή

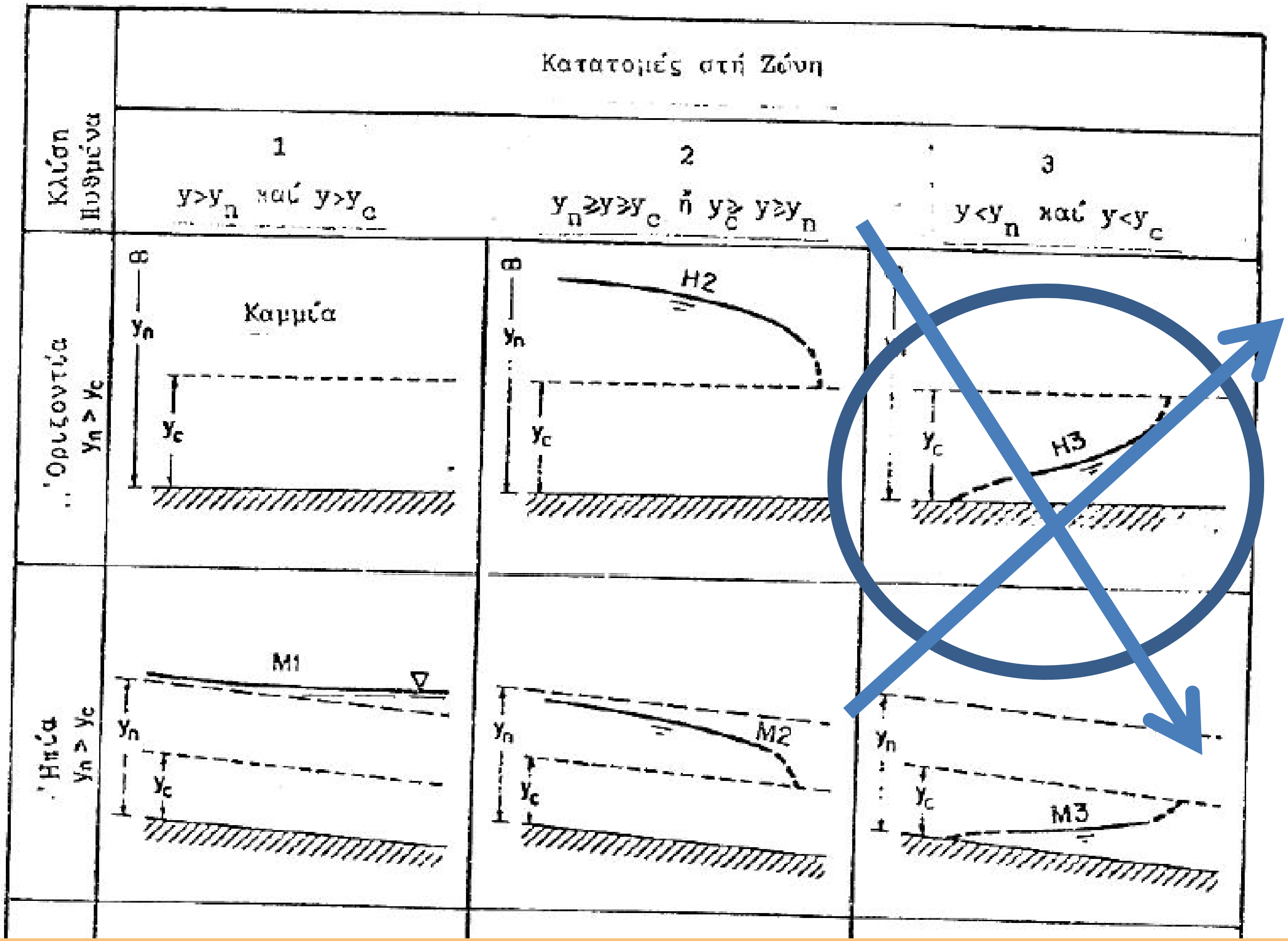
Σακκάς, 1988

Με εκσκαφή αποφεύγω τη καμπύλη H3

- Δημιουργώ τέτοιο βάθος εκσκαφής ώστε το συζυγές του y3 να είναι το y2

θεωρία





$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}}$$

Για $y > y_n \Rightarrow S_0 > S_f$

Για $y < y_n \Rightarrow S_0 < S_f$

Για $y > y_{cr} \Rightarrow Fr < 1$

Για $y < y_{cr} \Rightarrow Fr > 1$

Για $y = y_{cr} \Rightarrow Fr = 1$

- Κλίση πυθμένα

σκάμμα

Υδραυλικό άλμα, ορθογωνική διατομή επίπεδος πυθμένας

- Υπερκρίσιμη σε Υποκρίιμη
- Καταστροφή ενέργειας
- Διατήρηση της μάζας
- Θεώρημα ορμής: διατήρηση της ειδικής δύναμης

Διατήρηση
Ειδικής δύναμης
αλλά όχι ειδικής
ενέργειας

Υδραυλικό άλμα

- Για ορθογωνική διατομή:

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \qquad M = \frac{q^2}{gy} + \frac{y^2}{2}$$

E: ειδική ενέργεια [m]

M: ειδική δύναμη ανά μονάδα πλάτους [m^2]

- Για τα συζυγή βάθη ροής y_2, y_3 ισχύει:

$$\boxed{y_3 = \frac{y_2}{2}\left(-1 + \sqrt{1 + 8Fr_2^2}\right)}$$

Άλλες εφαρμογές