Υδραυλική ανοικτών αγωγών
Επισκόπηση του θέματος και σχόλια

Δρ Μ. Σπηλιώτη
Λέκτορα

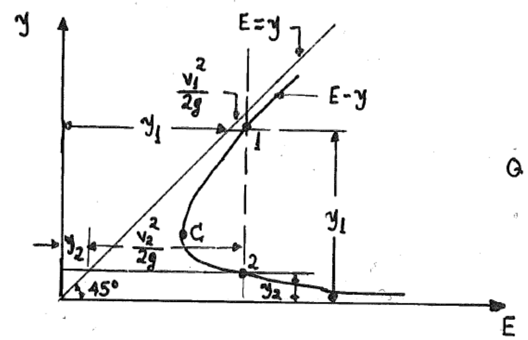
Κείμενα από Μπέλλος, 2008
και από τις σημειώσεις Χρυσάνθου (βλπ βασικές σημειώσεις από Διαφάνειες), 2014

Κρίσιμη ροή

Ειδική ενέργεια

- Ενέργεια ανά μονάδα βάρους του υγρού, σε μια διατομή, με επίπεδο αναφοράς τον πυθμένα του αγωγού ($z=0$)

$$E = y + \frac{v^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$



Για $y \to 0$, $E \to \infty$, για $y \to \infty$, $E \to y \to \infty$

$E \to \min$, για $y = y_c$ (κρίσιμο βάθος)

$$\frac{dE}{dy} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{Q^2 B}{gA^3} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{Q^2 B}{gA^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c}$$

- συζυγή βάθη ροής
- υποκρίσιμη, υπερκρίσιμη, κρίσιμη ροή

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = Fr^2 \Rightarrow \text{αριθμός Froude } (Fr) \qquad Fr = \frac{Q}{\sqrt{\frac{gA^3}{B}}}$$

$Fr < 1 \Rightarrow$ υποκρίσιμη ροή

$Fr > 1 \Rightarrow$ υπερκρίσιμη ροή

$Fr = 1 \Rightarrow$ κρίσιμη ροή

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c \Rightarrow Q^2 = \frac{gA^3}{B} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{gA^3}{B}} \Rightarrow Q = \sqrt{g}\, A \sqrt{\frac{A}{B}}$$

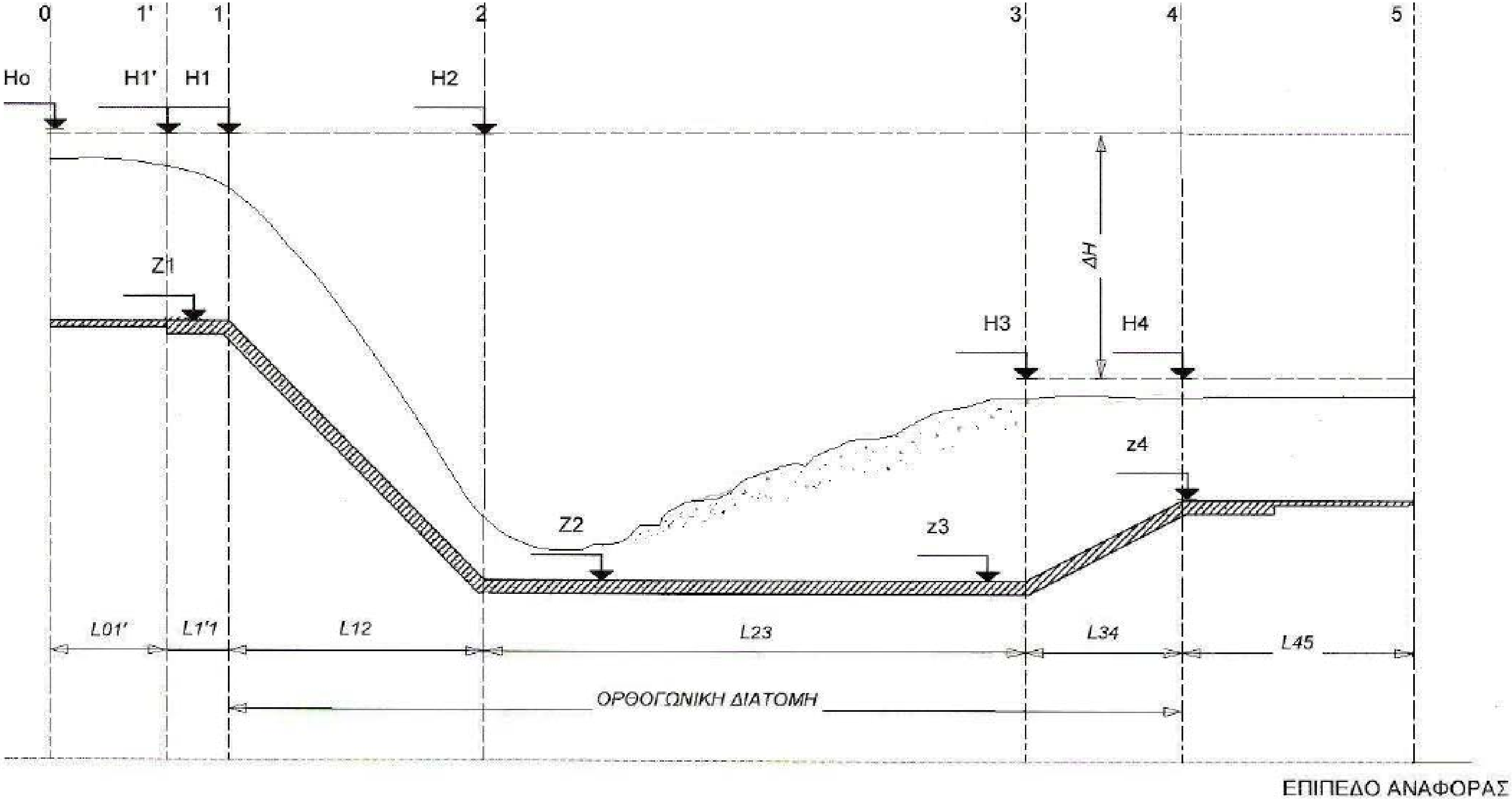
$$\boxed{f_c = A\sqrt{\frac{A}{B}} \ : \text{ συνάρτηση κρίσιμης ροής}}$$

Υδραυλικό άλμα

- Όταν η ροή από υπερκρίσιμη ανάντη θα γίνει υποκρίσιμη κατάντη, τότε:
  - Δημιουργείται ΥΔΡΑΥΛΙΚΟ ΑΛΜΑ
  - Στο Υδραυλικό άλμα λαμβάνει χώρα καταστροφή ενέργειας

Υδραυλικό άλμα

- Ορθογωνική διατομή στο θέμα με μεγαλύτερη επένδυση διώρυγας
- Καταστροφή ενέργειας και συνακόλουθη λεκάνη καταστροφής
- Άλμα γιατί από υπερκρίσιμη ροή (μεγάλη κλίση) → σε υποκρίσιμη
- Μεθοδολογικά πρώτα υδραυλική επίλυση και μετά ακριβής προσδιορισμός υψομέτρων εδάφους (προσοχή όμως στις παραδοχές)



0
1'
1
2
3
4
5
Ho
H1'
H1
H2
Z1
ΔH
H3
H4
z4
Z2
z3
L01'
L1'1
L12
L23
L34
L45
ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΙΑΤΟΜΗ
ΕΠΙΠΕΔΟ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

Υπολογισμός υδραυλικού άλματος (Σχήμα Π1.4)

- Το υδραυλικό άλμα λαμβάνει χώρα σε ορθογωνική διατομή

  Από διατομή 1 μέχρι διατομή 4: ορθογωνική κατασκευή.

- Από διατομή 0 έως διατομή 1
  " " 4 " " 5

  } μεταβατικά τμήματα με αναλογία προσαρμογής 1:5 (για τη μετάβαση από την τραπεζοειδή διατομή της διώρυγας στην ορθογωνική διατομή του αναβαθμού)

Υπολογισμός του πλάτους της λεκάνης ηρεμίας (b)

- Εμπειρικός τύπος: $b = \frac{1}{5} Q = \frac{1}{5} \times 30.5 = 6.1 \ m$
- Προτείνεται αυξημένο πλάτος $b = 7 \ m$
- Παροχή ανά μονάδα πλάτους: $q = \frac{Q}{b} = \frac{30.5}{7} = 4.36 \ \frac{m^3}{s \cdot m}$

θέμα

Πριν το υδραυλικό άλμα

Προσέγγιση: Στο σημείο (Ο) βάθος ομοιόμορφης ροής η ενέργεια κατά προσέγγιση θεωρείται σταθερή μέχρι το υδραυλικό άλμα

Υπολογισμός στοιχείων του υδραυλικού άλματος

- Ύψος ολικής ενέργειας στη θέση Ο:

$$H_o = z_o + y_n + \frac{V_{AB}^2}{2g} = (20.40 - 1.40) + 1.75 + \frac{3.17^2}{2 \cdot 9.81} = 21.26\ m$$

20.40 m : υψόμετρο φυσικού εδάφους

1.40 m : βάθος εκσκαφής

Βάθος ομοιόμορφης ροής

θέμα

Αν θέλεις πρόσθεσε +δ

Μετά το υδραυλικό άλμα

Προσέγγιση: Σημείο (4) ομοιόμορφη ροή με ενέργεια ίση με την ενέργεια αμέσως μετά το άλμα.

- Ύψος ολικής ενέργειας στη θέση 4:

$$H_4 = z_4 + y_n + \frac{v_{ΓΔ}^2}{2g} = (17.50 - 1.79) + 2.31 + \frac{1.89^2}{2 \times 9.81} = 18.20\ m$$

- Παραδοχή: $H_0 \simeq H_1 \simeq H_2$ και $H_3 \simeq H_4$

- Ύψος απωλειών ενέργειας μεταξύ των διατομών 2 και 3:

$$\Delta H = 21.26 - 18.20 = 3.06\ m$$

Βάθος ομοιόμορφης ροής ΓΔ

θέμα

Αν θέλεις πρόσθεσε +δ

Κρίσιμη ροή σε ορθογωνική διατομή + επίλυση

- Βάθος νερού στη διατομή 1 (κρίσιμο βάθος)

$$y_1 = y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{4.36^2}{9.81}} = 1.25 \text{ m}$$

- Βάθη ροής ανάντη και κατάντη του υδραυλικού άλματος (y_2, y_3)
  - Χρήση Πίνακα Π3.2
  - $n = \frac{\Delta H}{y_c} = \frac{3.06}{1.25} = 2.45$
  - $\frac{y_2}{y_c} = 0.333 \Rightarrow y_2 = 0.333 \times 1.25 = 0.42 \text{ m}$
  - $\frac{y_3}{y_2} = 6.87 \Rightarrow y_3 = 6.87 \times 0.42 = 2.88 \text{ m}$

θέμα

Τελευταίος κρίσιμος υδραυλικός υπολογισμός για υδραυλικό άλμα

H3 = H4

- Υπολογισμός υψομέτρου του πυθμένα της λεκάνης ηρεμίας (z_2, z_3)

$$H_3 = z_3 + y_3 + \frac{V_3^2}{2g} \Rightarrow z_3 = H_3 - y_3 - \frac{V_3^2}{2g}$$

$H_3 = 18.20\ m$ $\quad y_3 = 2.88\ m$ $\quad \frac{V_3^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\,b^2 y_3^2} = \frac{30.5^2}{2 \times 9.81 \times 7.0^2 \times 2.88^2} = 0.12\ m$

$z_3 = 18.20 - 2.88 - 0.12 = 15.2\ m$ $\quad z_2 = z_3 = 15.2\ m$

Υδραυλικό άλμα, ορθογωνική διατομή επίπεδος πυθμένας

- Υπερκρίσιμη σε Υποκρίσιμη
- Καταστροφή ενέργειας
- Διατήρηση της μάζας
- Θεώρημα ορμής: διατήρηση της ειδικής δύναμης
- Προφανώς υπάρχ

Απώλειες ενέργειας

Υδραυλικό άλμα

- Για ορθογωνική διατομή:

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \qquad M = \frac{q^2}{gy} + \frac{y^2}{2}$$

E: ειδική ενέργεια [m]

M: ειδική δύναμη ανά μονάδα πλάτους [m^2]

- Για τα συζυγή βάθη ροής y_2, y_3 ισχύει:

$$\boxed{y_3 = \frac{y_2}{2}\left(-1+\sqrt{1+8Fr_2^2}\right)}$$

2.3. Εξίσωση ποσότητας της κίνησης (ορμής)

Η εξίσωση της ποσότητας κίνησης (ορμής) σε ανοικτή διώρυγα ανάμεσα σε δύο γειτονικές διατομές μεταξύ των οποίων η παροχή είναι σταθερή γράφεται ως εξής

$$F_{px} + F_{\tau x} + F_{gx} = \rho Q(V_2 - V_1) \tag{2.10}$$

Η δύναμη που ασκείται στο υγρό και προέρχεται από την υδροστατική πίεση είναι

$$F_{px} = \gamma \bar{y} A \tag{2.11}$$

όπου $\bar{y}$ είναι η απόσταση του Κ.Β. της υγρής διατομής από την ελεύθερη επιφάνεια. Η εξίσωση λοιπόν της ορμής λαμβάνοντας υπόψη τις δυνάμεις από πιέσεις γράφεται ως

$$\frac{F_{\tau x}}{g} + \frac{F_{gx}}{g} + \left(\frac{Q^2}{gA_1} + \bar{y}_1 A_1\right) - \left(\frac{Q^2}{gA_2} + \bar{y}_2 A_2\right) = 0 . \qquad (2.1$$

Ορθογωνική διατομή:

$$M = \frac{q^2}{yg} + \frac{y^2}{2}, q = \frac{Q}{b}$$

2.4. Διάγραμμα ειδικής δύναμης

Ορίζουμε σαν ειδική δύναμη Μ την ποσότητα

$$M = \frac{Q^2}{gA} + \bar{y}A \qquad (2.13$$

και η εξίσωση της ορμής για οριζόντιο πυθμένα (g_x=0) και αμελώντας τις τριβές μπορεί να γραφτεί

$$\left[\frac{Q^2}{gA_1} + \bar{y}_1 A_1\right] - \left[\frac{Q^2}{gA_2} + \bar{y}_2 A_2\right] = 0 \quad \text{ή} \quad M_1 = M_2 . \tag{2.14}$$

Ορθογωνική διατομή Fp = ρgy/2*y 1*b- ρgy/2*y 2*b Υδραυλικό άλμα Μ1 = Μ2!!!!!
Μεταβολή πιέσεων αντιστοιχεί σε μεταβολή υψών και ταχυτήτων, q=Q/b

Μήκος λεκάνης ηρεμίας

Υπολογισμός μήκους του αναβαθμού

- Εμπειρικός τύπος για το μήκος του υδραυλικού άλματος:

  $L_j \simeq 6.0\, y_3 = 6.0 \times 2.88 = 17.28$ m

- Για λόγους ασφαλείας $L_{23} \simeq 1.1\, L_j = 1.1 \times 17.28 = 19.01$ m

  L_{23}: μήκος λεκάνης ηρεμίας

θέμα

Θεωρητικά κρίσιμο και πραγματικό κρίσιμο

Υπολογισμός άλλων χαρακτηριστικών μηκών

- Μήκος $L_{1'1}$ από οπλισμένο σκυρόδεμα, καθόσον το κρίσιμο βάθος δεν εμφανίζεται στη θέση 1, αλλά λίγο πιο ανάντη

$$L_{1'1} = \frac{1}{10} L_{23} = \frac{1}{10} \times 19.01 = 1.90 \text{ m}$$ (εμπειρικός τύπος)

θέμα

Κεκλιμένο τμήμα

$\Delta z_{1-2} = z_1 - z_2 = (20.40 - 1.40) - 15.2 = 3.8$ m

Κλίση τμήματος 1-2: 1:1.5 (δεδομένο)

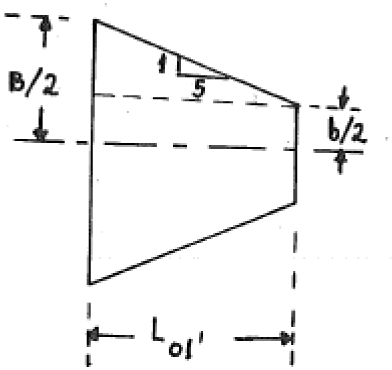
$L_{12} = 1.5 \times \Delta z_{1-2} = 1.5 \times 3.8 = 5.7$ m

20.40 m : υψόμετρο φυσικού εδάφους

1.40 m : βάθος εκσκαφής

θέμα

Συναρμογές

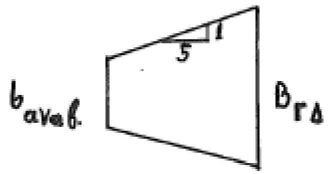


αναλογία προσαρμογής 1:5

$$\frac{L_{01'}}{5} = \frac{\frac{B-b}{2}}{1} \Rightarrow L_{01'} = 2.5\,(B-b)$$

$$L_{01'} = 2.5\,(B_{AB} - b_{αναβ.}) = 2.5\,(10.76 - 7.0) = 9.4\ m$$

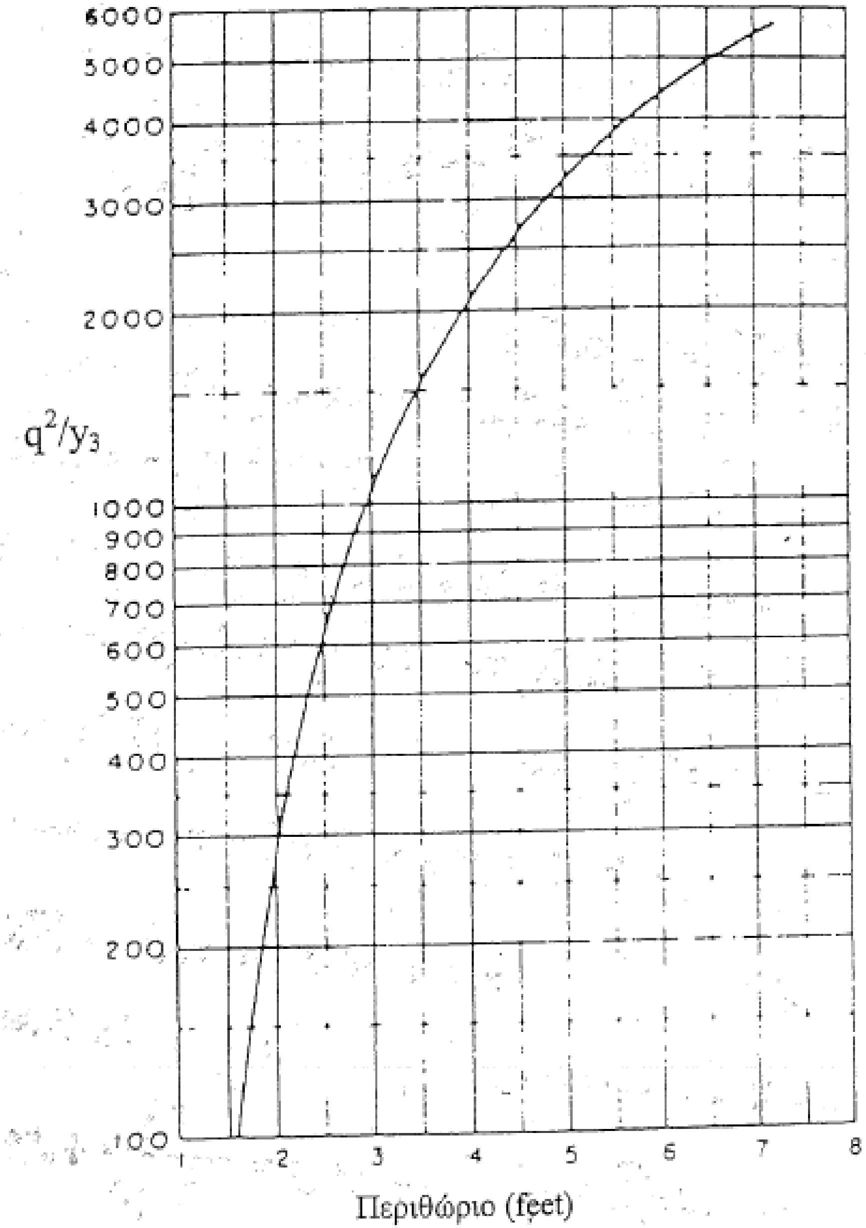
Προσοχή B ελεύθερης επιφάνειας Πίνακας 3.1



$$L_{45} = 2.5\,(B_{ΓΔ} - b_{αναβ.}) = 2.5\,(13.93 - 7.0) = 17.33\ m$$

Διαφαίνεται άλλη μία απλούστευση που κάναμε εφόσον αρχικά αγνοήσαμε την μετάβαση (4-5)

θέμα



Σχήμα Π3.1 Διάγραμμα υπολογισμού του περιθωρίου Λεκάνης καταστροφής ενέργειας

θέμα

Ελεύθερο περιθώριο για άλμα

<u>Υπολογισμός ελεύθερου περιθωρίου της λεκάνης ηρεμίας</u>

(freeboard in stilling pool)

- Διάγραμμα Π3.1, $1m = 3.28\,ft \Rightarrow 1m^3 = 3.28^3 ft^3 = 35.3\,ft^3$

$$\frac{q^2}{y_3} = \frac{4.36^2}{2.88}\ \frac{(3.28^2)^2}{3.28} = 232.92\ \frac{ft^3}{sec^2}$$

- Από το διάγραμμα Π3.1 ⇒ περιθώριο ασφαλείας $f = 1.8\,ft = 0.55\,m$

θέμα

Από 0 σε 1, προσεγγιστικά αμελητέες απώλειες (μεταβατικό τμήμα)

Ανομοιόμορφη ροή 1 : από τραπεζοειδής σε ορθογωνική

- Η απόσταση των δύο διατομών υπολογίστηκε ίση προς 9.40+1.90=11.:

- Επειδή οι διατομές 0 και 1 απέχουν μικρή απόσταση μεταξύ τους, οι απώλειες ενέργειας θεωρούνται αμελητέες και $z_0 = z_c$.

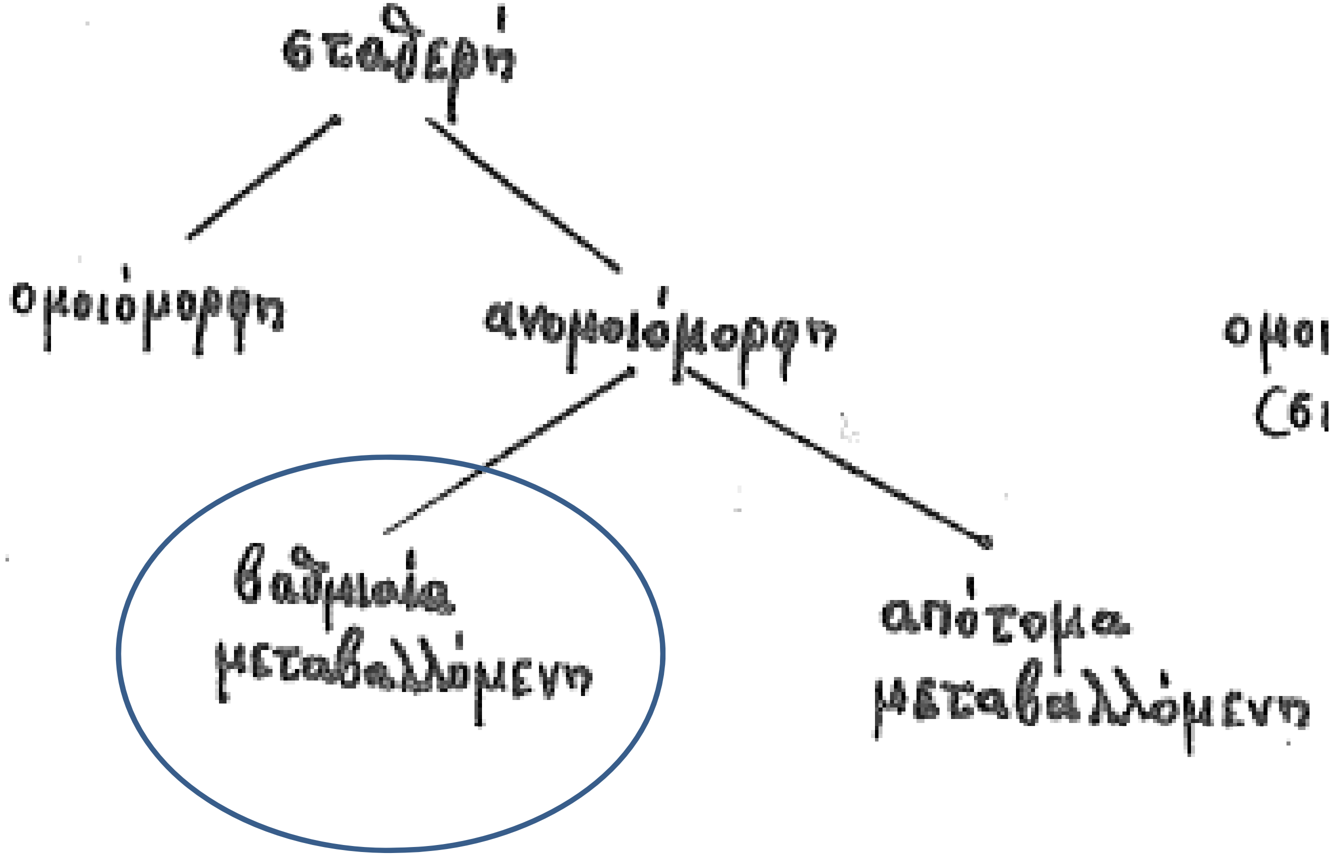
$$z_0 + y_0 + \frac{Q^2}{2gA_0^2} = z_c + y_c + \frac{Q^2}{2gA_c^2} + \bar{S}_f \Delta x \Rightarrow$$

$$y_0 + \frac{Q^2}{2gA_0^2} = y_c + \frac{Q^2}{2gA_c^2}$$ ⇒ προσεγγιστική επίλυση ως προς y

θέμα

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροη

Είδη ροής


σταθερή
ομοιόμορφη
ανομοιόμορφη
βαθμιαία μεταβαλλόμενη
απότομα μεταβαλλόμενη

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

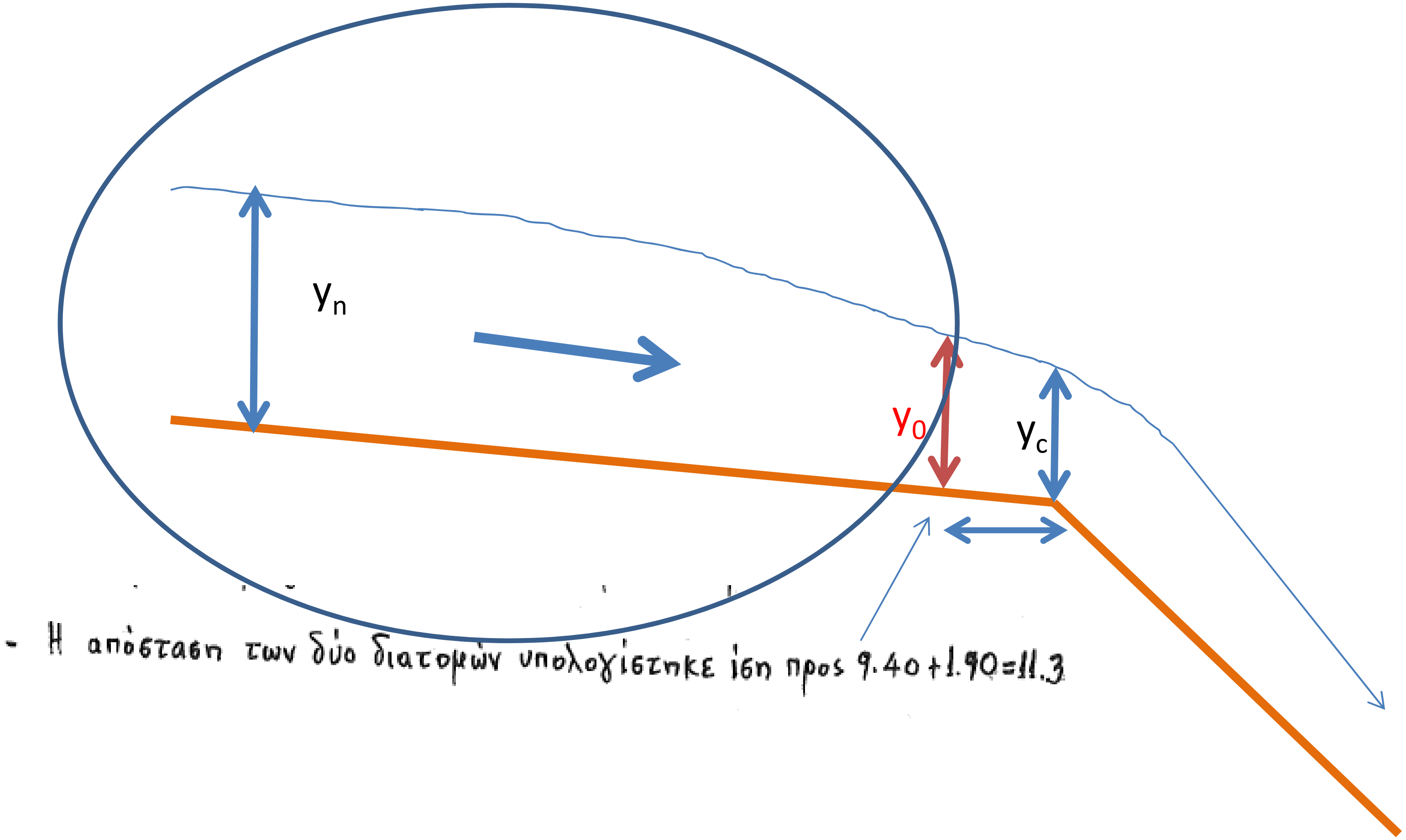
- $|dy/dx| < 1$ (Δημητρίου, 1988)
- Υδροστατική διανομή πιέσεων, αμελητέες κατακόρυφες κινήσεις
- Ισχύς της εξίσωσης του Manning για τη διατμητική τάση στερεού ορίου με βάση όμως την κλίση της γραμμής ενέργειας

Σχόλιο: Στη ΒΜΡ η κλίση πυθμένα, στάθμης ελεύθερης επιφανείας αλλά και γραμμής ενέργειας δε συμπίπτουν.

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

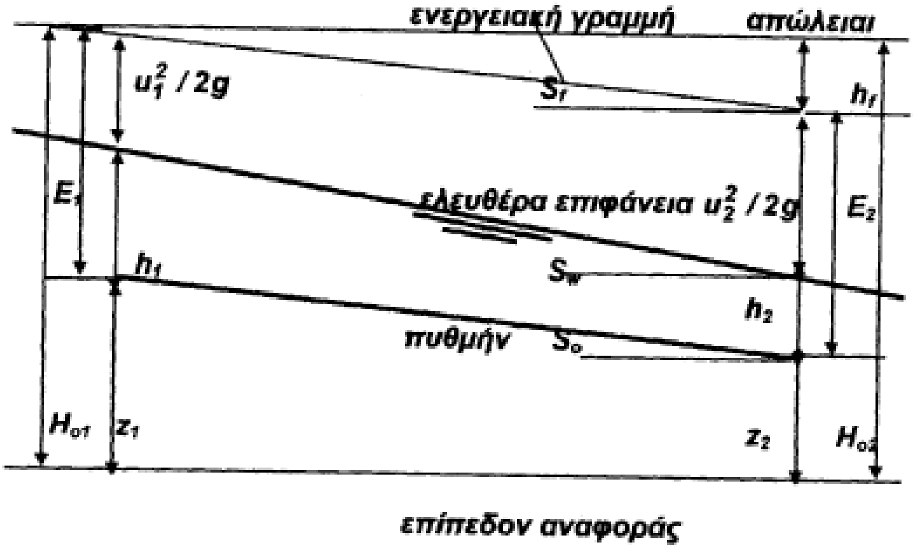
- Γενική εξίσωση: Ενέργειας σε διάφορες μορφές
- Μορφή καμπύλης στάθμης (βλπ πίνακες)
- Ισχύς εξίσωσης Manning σε διατομή μόνο που αντί της κλίσης πυθμένας θέτω την κλίση γραμμής ενέργειας
- Μέση κλίση της γραμμής ενέργειας μεταξύ δύο τμημάτων
- Δύο βασικές περιπτώσεις προβλημάτων:
  - Γνωστό υψόμετρο και ΔL, άγνωστο το ανάντη (ή κατάντη υψόμετρο)
  - Γνωστά δύο υψόμετρα και άγνωστο το μήκος ΔL (θέμα)

Φορά υπολογισμών: καμπύλη Μ2, (2) κατάντη → ανάντη (1)



Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

Μορφή καμπύλης στάθμης ελεύθερης επιφανείας



Σχήμα 11.1 Σχέσεις ενεργείας εις την βαθμιαίως μεταβαλλομένην ροήν

Η εφαρμογή της ενεργειακής εξισώσεως μεταξύ των διατομών *1* και *2* του Σχήματος 11.1 δίδει,

$$z_1 + h_1 + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + h_f \qquad \textbf{(11.6)}$$

επειδή,

$$z_1 - z_2 = S_o L \qquad \textbf{(11.7)}$$

οπου L αποστασις μεταξυ των διατομων 1 και 2 και

$$h_f = S_f L \tag{11.8}$$

αι απώλειαι φορτίου, η ενεργειακή εξίσωσις (11.6) γράφεται,

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2g} = h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + L(S_f - S_o) \tag{11.9}$$

Η εξίσωσις κατά Manning, η οποία ισχύει μόνον διά ομοιόμορφον ροήν, δύναται να εφαρμοσθή και εις την βαθμιαίως μεταβαλλομένην ροήν με ακρίβειαν οποία εξαρτάται εκ του μήκους των επί μέρους κατατμήσεων Δx του ανοικτού αγωγού.

Για L= dx → 0

Μορφή καμπύλης

$$\frac{dE}{dx} = S_o - S_f = \frac{dE}{dy}\frac{dy}{dx} = \left(1 - \frac{Q^2 B}{gA^3}\right)\frac{dy}{dx} = \left(1 - \frac{Q^2}{gA^3}\frac{dA}{dy}\right)\frac{dy}{dx}$$

$$S_o - S_f = \left(1 - \frac{Q^2 B}{gA^3}\right)\frac{dy}{dx} = \left(1 - Fr^2\right)\frac{dy}{dx} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - Fr^2}}$$

Για $y > y_n \Rightarrow S_o > S_f$

Για $y < y_n \Rightarrow S_o < S_f$

Γιατί? Βλπ επόμενη διαφάνεια

Για $y > y_{cr} \Rightarrow Fr < 1$

Για $y < y_{cr} \Rightarrow Fr > 1$

Για $y = y_{cr} \Rightarrow Fr = 1$

- Κλίση πυθμένα

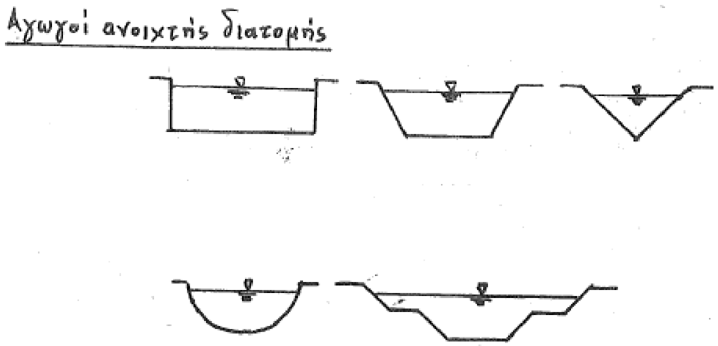
α) ήπια, όταν $y_n > y_{cr}$

β) απότομη, όταν $y_n < y_{cr}$

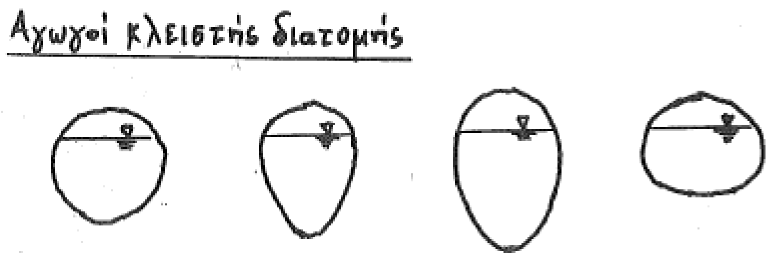
γ) κρίσιμη, όταν $y_n = y_{cr}$

Δύο ειδών διατομές

Τύπου α μία βάθους ροής για δεδομένη παροχή, όσο αυξάνει το βάθος ροής αυξάνει η υδραυλική διοχετευτικότητα και η παροχή



Τύπου β δύο λύσεις βάθους ροής για δεδομένη παροχή



- S_0 (κλίση πυθμένα) > S_f

$$\text{Τυπου} \quad A$$

$$\left.\begin{array}{l} S_0 \ (\kappa\lambda \acute{\iota}\sigma\eta \ \ \pi\upsilon\theta\mu\acute{\varepsilon}\nu\alpha) > S_f, \\ \delta\varepsilon\delta o\mu\acute{\varepsilon}\nu\eta \ \pi\alpha\rho o\chi\acute{\eta} \\ \frac{1}{n} A_n R_n^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1}{n} A \ R^{2/3} S_f^{1/2} \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\underset{\upsilon\delta\rho\alpha\upsilon\lambda\iota\kappa\acute{\eta}\ \delta\iota o\chi\varepsilon\tau\varepsilon\upsilon\tau\iota\kappa\acute{o}\tau\eta\tau\alpha \atop o\mu o\iota\mu o\rho\varphi o\ \beta\alpha\theta o\varsigma\ \rho o\acute{\eta}\varsigma}{A_n R_n^{2/3}} < A \ R^{2/3} \rightarrow$$

$y_n < y$

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1

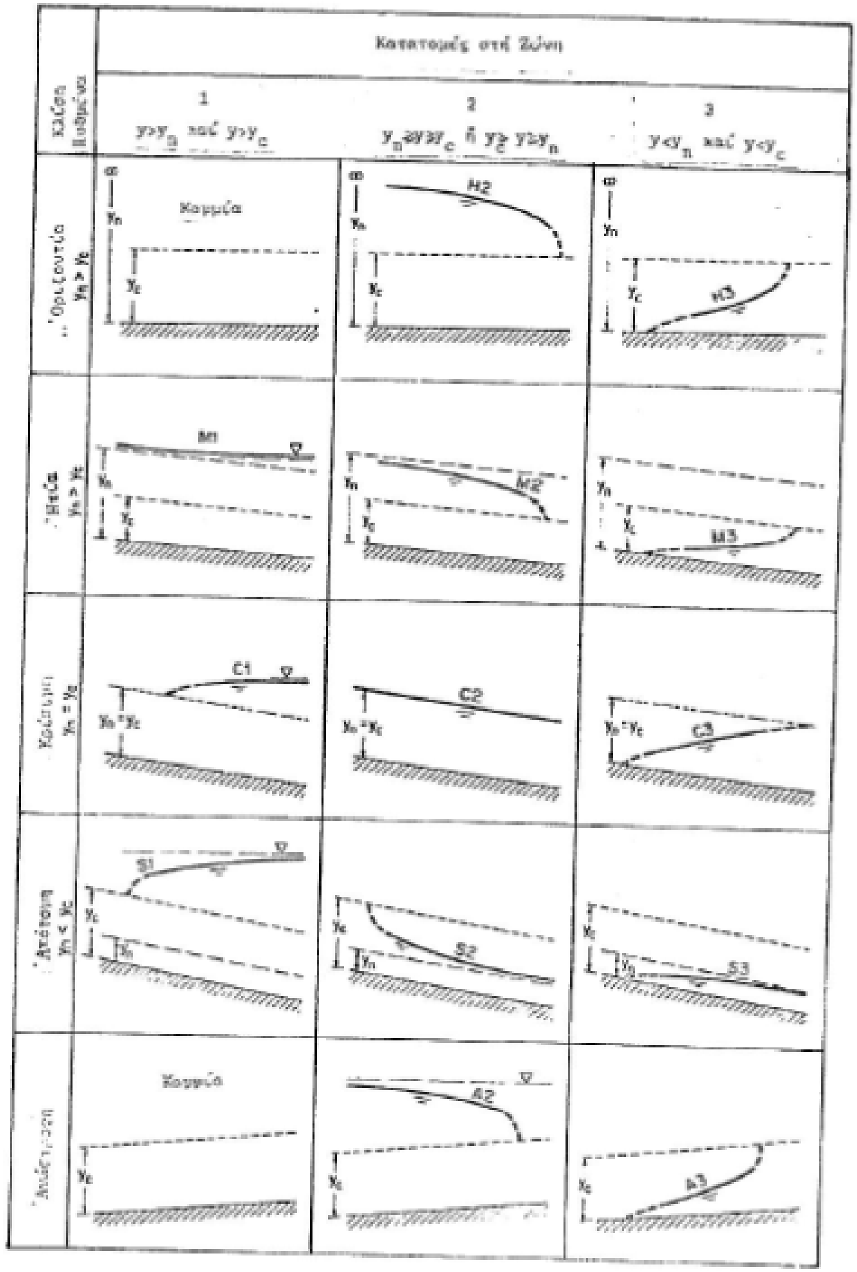
ΤΥΠΟΙ ΚΑΤΑΤΟΜΩΝ ΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΤΟΥ ΥΔΑΤΟΣ
ΣΕ ΠΡΙΣΜΑΤΙΚΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

Κλίση πυθμένα αγωγού	Συμβολισμός			Σχέση τοῦ βάθους y πρός y_n καί y_c	Γενικός τύπος καμπύλης*	κατάσταση τῆς ροῆς
	Ζώνη 1	Ζώνη 2	Ζώνη 3			
Ὁριζόντια	–θ–			–θ–	–θ–	–θ–
$S_0 = 0$		H_2		$y_n > y > y_c$	Κ	Ὑποκρίσιμη
			H_3	$y_n > y_c > y$	Υ	Ὑπερκρίσιμη
Ἠπία	M_1			$y > y_n > y_c$	Υ	Ὑποκρίσιμη
$0 < S_0 < S_c$		M_2		$y_n > y > y_c$	Κ	>>
			M_3	$y_n > y_c > y$	Υ	Ὑπερκρίσιμη
Κρίσιμη	C_1			$y > y_n = y_c$	Υ	Ὑποκρίσιμη
$_0 = S_c > 0$		C_2		$y = y_n = y_c$	Ο	Κρίσιμη καί ὁμοιόμορφη
			C_3	$y_n = y_c > y$	Υ	Ὑπερκρίσιμη
Ἀπότομη	S_1			$y > y_c > y_n$	Υ	Ὑποκρίσιμη
$_0 > S_c > 0$		S_2		$y_c > y > y_n$	Κ	Ὑπερκρίσιμη
			S_3	$y_c > y_n > y$	Υ	>>
Ἀνάστροφη	–θ–			–θ–	–θ–	–θ–
$S_0 < 0$		A_2		$\lvert y_n \rvert > y > y_c$	Κ	Ὑποκρίσιμη
			A_3	$\lvert y_n \rvert > y_c > y$	Υ	Ὑπερκρίσιμη

*) Κ = καμπύλη καταπτώσεως, Υ = καμπύλη ὑπερυψώσεως, Ο = ὁμοιόμορφη ροή

Σακκάς, 1988

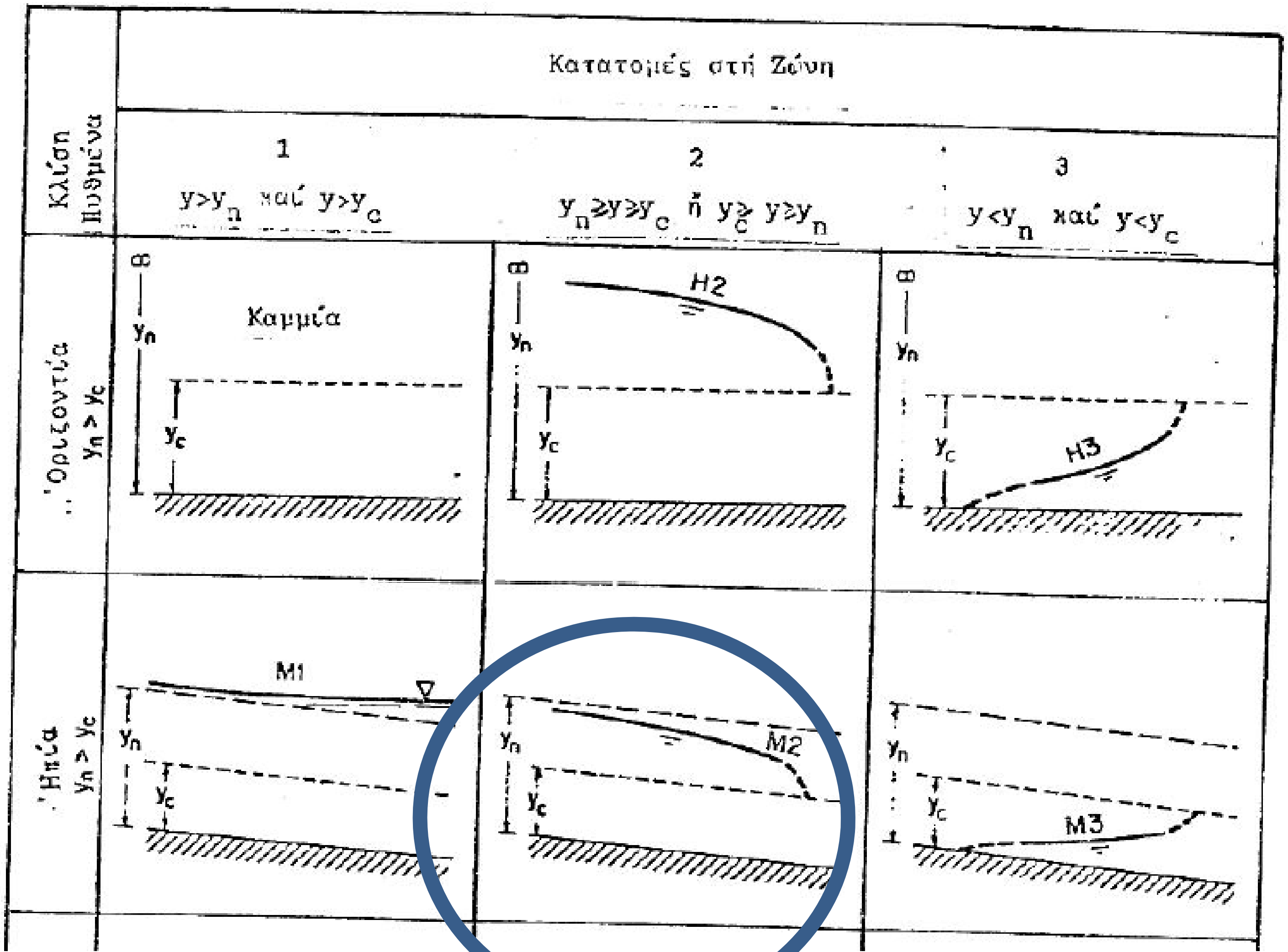
$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - Fr^2}$$



. 4.1 Σχηματική παράσταση καί ταξινόμηση τῶν κατατομῶν τῆς

Σακκάς, 1988

θέμα



Θέμα , M2

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - Fr^2}}$$

Για $y > y_n \Rightarrow S_0 > S_f$

Για $y < y_n \Rightarrow S_0 < S_f$

Για $y > y_{cr} \Rightarrow Fr < 1$

Για $y < y_{cr} \Rightarrow Fr > 1$

Για $y = y_{cr} \Rightarrow Fr = 1$

θέμα

- Κλίση πυθμένα

- «Λεπτομέρεια»: το κρίσιμη βάθος ορίζεται για συγκεκριμένη παροχή και διατομή (εκεί και η ελάχιστη ειδική ενέργεια).
- ΑΒ, Τραπεζοειδής διατομή: y_n= 1.75 και y_c =1.293
- Σημείο 1 ορθογωνική διατομή

- Βάθος νερού στη διατομή 1 (κρίσιμο βάθος)

$$y_1 = y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{4.36^2}{9.81}} = 1.25\ m$$

- Υποθέτω λοιπόν η ροή ανάντη του Ο υποκρίσιμη με y> 1.25 m >1.293 m= κρίσιμο βάθος για ορθογωνική διατομή

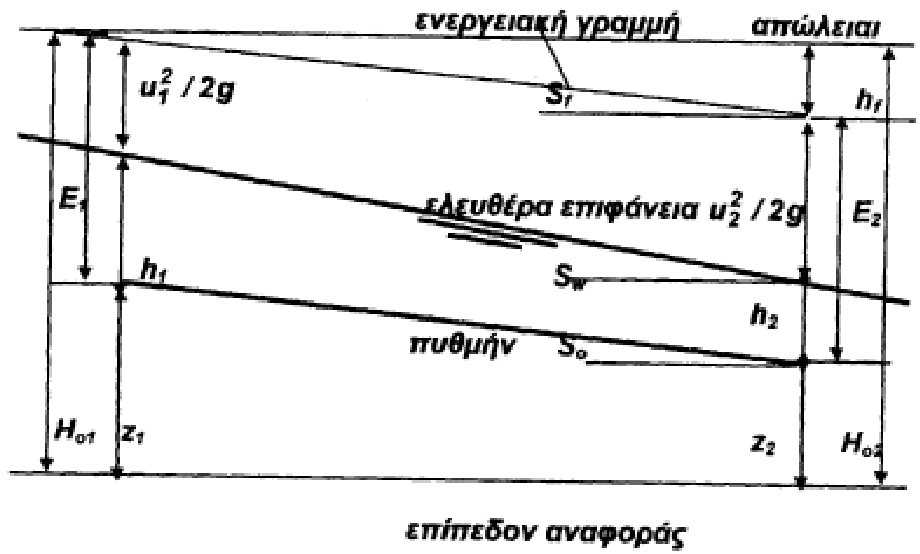
θέμα

Φορά υπολογισμών

- Υποκρίσημη ροή: Από κατάντη σε ανάντη (θέμα) εφόσον (τα κύματα βαρύτητας μετακινούνται και ανάντη και κατάντη, ‘φορείς πληροφοριών’)
- Υπερκρίσιμη ροή: Από ανάντη σε κατάντη. «Η υπερκρίσιμη ροή δε γνωρίζει τη συμβαίνει κατάντη αυτής» (τα κύματα βαρύτητας μετακινούνται μόνο κατάντη)

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

Άλλης μορφής διατύπωση της εξίσωσης της ενέργειας για διακριτό βήμα, ευθεία μέθοδος



Σχήμα 11.1 Σχέσεις ενεργείας εις την βαθμιαίως μεταβαλλομένην ροήν

Σούλης, 2015

Η εφαρμογή της ενεργειακής εξισώσεως μεταξύ των διατομών *1* και *2* του Σχήματος 11.1 δίδει,

$$z_1 + h_1 + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + h_f \qquad \textbf{(11.6)}$$

επειδή,

$$z_1 - z_2 = S_o L \qquad \textbf{(11.7)}$$

οπου L αποστασις μεταξυ των διατομων 1 και 2 και

$$h_f = S_f L \tag{11.8}$$

αι απώλειαι φορτίου, η ενεργειακή εξίσωσις (11.6) γράφεται,

Σούλης, 2015

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2g} = h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + L(S_f - S_o) \tag{11.9}$$

Η εξίσωσις κατά Manning, η οποία ισχύει μόνον διά ομοιόμορφον ροήν, δύναται να εφαρμοσθή και εις την βαθμιαίως μεταβαλλομένην ροήν με ακρίβειαν οποία εξαρτάται εκ του μήκους των επί μέρους κατατμήσεων Δx του ανοικτού αγωγού.

Ούτως, όταν αι τιμαί των S_o και n είναι γνωσταί ενώ το βάθος ροής και η ταχύτης εις τα άκρα μέρη του υπό θεώρησιν τμήματος είναι δεδομένα, τότε το μήκος L το αντιστοιχούν εις τα δεδομένα δίδεται υπό της εξισώσεως,

$$L = \frac{h_1 + \frac{u_1^2}{2g} - \left(h_2 + \frac{u_2^2}{2g}\right)}{S_f - S_o} \qquad \textbf{(11.12)}$$

Σούλης, 2015

ή

$$L = \frac{E_1 - E_2}{S_f - S_o} \qquad \textbf{(11.13)}$$

δεδομένου ότι $E = h + \frac{u^2}{2g}$, ιδέ εξίσωσιν (9.2).

περιοχάς καθ΄εκάστη εκ των οποίων δυνατόν να έχη διαφορετικόν μήκος Δx ώστε η μεταβολή του βάθους h του ρευστού να είναι η αυτή εις κάθε εκάστην περιοχήν. Με τας ανωτέρω προυποθέσεις εις κάθε μίαν περιοχήν Δx του χώρου ροής, η εξίσωσις κατά Manning δίδει,

$$S_f = \left(\frac{n u_m}{R_m^{2/3}} \right)^2 \tag{11.10}$$

όπου u_m και R_m αι μέσαι τιμαί των ταχυτήτων και υδραυλικών ακτίνων αντιστοίχως των δύο άκρων κάθε μιάς περιοχής αι οποίαι δίδονται υπό,

Σούλης, 2015

$$u_m = \frac{u_1 + u_2}{2} \quad , \quad R_m = \frac{R_1 + R_2}{2} \tag{11.11}$$

Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή
Διάφορες φόρμουλες

Ενέργεια

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g}$$

Ειδική ενέργεια

$$\mathrm{E} = \mathrm{y} + \frac{\mathrm{V}^2}{2\mathrm{g}}$$

$$H = z + E$$

$$\frac{\mathrm{d\,H}}{\mathrm{dx}} = \frac{\mathrm{dz}}{\mathrm{dx}} + \frac{\mathrm{dE}}{\mathrm{dx}}$$

$$\frac{\mathrm{dE}}{\mathrm{dx}} = S_o - S_f$$

$$\frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{dx}} = \frac{\mathrm{S_0} - \mathrm{S}_f}{1 - \mathrm{Fr}^2}$$

Α Μέθοδος

- Ασκησιολογικά
  - Όταν γνωρίζω τα βάθη ροής, η μπορώ να υποθέσω μεταξύ αρχικού και τελικού και ζητούνται τα μήκη L
  - Εύκολη εφαρμογή σε θέμα

Δε δόθηκε έμφαση στην τάξη

Μέθοδοι ρητής επίλυσης

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή γίνεται διακριτοποίηση της Εξ. 2.26 οπότε προκύπτει:

$$\Delta x = (E_2 - E_1)/[S_0 - \frac{1}{2}(S_{f1} + S_{f2})] \qquad (\Pi 1.18)$$

Η σειρά των υπολογισμών είναι η εξής: Θεωρούνται γνωστά τα υδραυλικά στοιχεία μιας διατομής η οποία θεωρείται οριακή συνθήκη. Στην εξεταζόμενη περίπτωση η διατομή αυτή είναι η Διατομή 1 όπου η ροή είναι κρίσιμη και το βάθος ροής είναι συνάρτηση της παροχής και της γεωμετρίας της διατομής. Κατόπιν, με φορά προς τα ανάντη, επειδή ο αγωγός σχεδιάζεται για συνθήκες υποκρίσιμης ροής, ορίζεται μια νέα τιμή του βάθους ροής και από την παραπάνω εξίσωση υπολογίζεται η απόσταση Δx του βάθους αυτού και ούτω καθεξής. Οι εκφράσεις που χρησιμοποιούνται για τους σχετικούς υπολογισμούς είναι όλες ρητές και έτσι διευκολύνεται η όλη διαδικασία.

Συνοπτικά είναι γνωστές οι τιμές y_1, A_1, R_1, V_1, S_{f1}, E_1 στην αρχική θέση, στη συνέχεια ορίζεται μια τιμή y_2 και ακολουθούν οι υπολογισμ

$$y_2 \Rightarrow A_2 \Rightarrow R_2 \Rightarrow V_2 \Rightarrow S_{f2} \Rightarrow \bar{S}_{f1,2} \Rightarrow E_2 \Rightarrow \Delta x_{1,2} \Rightarrow x_2$$

Η διαδικασία των υπολογισμών συνεχίζεται μέχρι την περ υδροληψίας ώστε να καλυφθεί η περιοχή στην οποία ζητείται η του νερού.

Δε δόθηκε έμφαση στην τάξη

Πρόβλημα 11.1

Εις αγωγός ορθογωνικής διατομής έχει πλάτος $b = 3.0m$, η κλίσις του πυθμένος ισούται προς 0.0025 και ο συντελεστής τριβής της ροής κατά Manning $n = 0.012$. Το βάθος της ροής εις ορισμένην διατομήν είναι $h = 0.82m$ όταν η παροχή είναι ίση προς $Q = 49.0m^3/s$. Ζητείται να χαρακτηρισθή α) το είδος της καμπύλης και β) να υπολογισθή η απόστασις εκ της ανωτέρω διατομής όπου το βάθος ροής λαμβάνει την τιμήν $h = 0.90m$.

Σούλης, 2015

Δε δόθηκε έμφαση στην τάξη

α) Το πρώτον υπολογίζεται το κανονικόν βάθος ροής. Εκ της εξισώσεως κατά Manning είναι,

$$Q = A\frac{1}{n}R^{2/3}S_o^{1/2}$$

επομένως δι΄ αντικαταστάσεως των τιμών (ορθογωνικής διατομής ανοικτός αγωγός),

$$9.0 = \frac{3.0h_n}{0.012}\left(\frac{3.0h_n}{3.0+2h_n}\right)^{2/3}(0.005)^{1/2}$$

και δι΄ επαναλήψεων,

$$h_n = 0.782m$$

Σούλης, 2015

Δε δόθηκε έμφαση στην τάξη

Ο υπολογισμός του κρισίμου βάθους γίνεται εκ της εξισώσεως,

$$h_c^3 = \frac{q^2}{g} = \frac{Q^2}{b^2 g}$$

και δι΄αντικαταστάσεως των εκ της εκφωνήσεως τιμών είναι,

$$h_c = 0.971m$$

Διά της συγκρίσεως του κανονικού βάθους ροής προς το κρίσιμον βάθος ροής προκύπτει ότι,

$$h_n < h_c$$

δηλαδή το βάθος ομοιομόρφου ροής (κανονικόν) είναι μικρότερον του κρισίμου βάθους. Επομένως η ροή είναι υπερκρίσιμος του τύπου ***S***. Επειδή δε η υπό μελέτην απόστασις ευρίσκεται μεταξύ των βαθών $0.80m$ και $0.90m$, τα οποία ευρίσκονται μεταξύ των τιμών των βαθών ομοιομόρφου ροής και κρισίμου ροής, ο τύπος της καμπύλης είναι ***2***. Η καμπύλη δηλαδή είναι του τύπου ***S2***. Επομένως το βάθος ροής αυξάνεται εκ των κατάντη προς τα ανάντη.

h	A	P	R	u	$\frac{u^2}{2g}$	$h+\frac{u^2}{2g}$	Αριθμητής	$u_{μέση}$	$R_{μέση}$	S_f	Παρανο-μαστής	l
m	m^2	m	m	m/s	m	m	m	m/s	m	Εξίσωσης (11.10)	S_f-S_o	m
0.82	2.46	4.64	0.53	3.658	0.682	1.502						
							0.021	3.574	0.538	0.0042	0.0017	12.35
0.86	2.58	4.72	0.547	3.49	0.621	1.481						
							0.016	3.410	0.482	0.0044	0.0019	8.42
0.90	2.70	4.80	0.417	3.33	0.565	1.465						

Τελικόν άθροισμα *12.35+8.42 =20.77 m*

***Πίνακας 11.1** Υπολογισμός αναμοιομόρφου ροής (Πρόβλημα 11.1). Τύπος καμπύλης S*

ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓ

Αυθαίρετο h

Σούλης, 2015

Δε δόθηκε έμφαση στην τάξη

Συνοπτικά είναι γνωστές οι τιμές $y_1, A_1, R_1, V_1, S_{f1}, E_1$ στην αρχική θέση, στη συνέχεια ορίζεται μια τιμή y_2 και ακολουθούν οι υπολογισμοί:

$$y_2 \Rightarrow A_2 \Rightarrow R_2 \Rightarrow V_2 \Rightarrow S_{f2} \Rightarrow \overline{S}_{f1,2} \Rightarrow E_2 \Rightarrow \Delta x_{1,2} \Rightarrow x_2 \qquad (\Pi 1.19)$$

Η διαδικασία των υπολογισμών συνεχίζεται μέχρι την περιοχή της υδροληψίας ώστε να καλυφθεί η περιοχή στην οποία ζητείται η κατατομή του νερού.

Δε δόθηκε έμφαση στην τάξη

y	A	P	R	v	V^2/2g	V^2/2g+Y=E	E1-E2	VMESH	Rmesh	Sfmesh	Sfmesh-S0	
1.5670	12.30173	11.1499	1.103304	2.467132	0.310231	1.8772						
1.5853	12.48891	11.21588	1.113503	2.430155	0.301002	1.8863	0.0091	2.448644	1.108404	0.001024	0.000324495	27.95218
1.6036	12.6771	11.28186	1.123671	2.394081	0.292132	1.8957	0.0094	2.412118	1.118587	0.000982	0.00028211	33.42623
1.6219	12.86629	11.34784	1.133809	2.358877	0.283604	1.9055	0.0098	2.376479	1.12874	0.000942	0.000241887	40.3989
1.6402	13.05648	11.41383	1.143918	2.324516	0.275401	1.9156	0.0101	2.341696	1.138864	0.000904	0.000203694	49.57248
1.6585	13.24768	11.47981	1.153999	2.290967	0.267509	1.9260	0.0104	2.307741	1.148959	0.000867	0.00016741	62.16967
1.6768	13.43989	11.54579	1.164051	2.258203	0.259912	1.9367	0.0107	2.274585	1.159025	0.000833	0.00013292	80.5251
1.6951	13.6331	11.61177	1.174076	2.2262	0.252598	1.9477	0.0110	2.242202	1.169063	0.0008	0.000100119	109.7214
1.7134	13.82731	11.67775	1.184073	2.194932	0.245552	1.9590	0.0113	2.210566	1.179074	0.000769	6.89087E-05	163.3181
1.7317	14.02253	11.74373	1.194043	2.164374	0.238762	1.9705	0.0115	2.179653	1.189058	0.000739	3.91967E-05	293.6618
1.7400	14.1114	11.77366	1.198557	2.150743	0.235764	1.9758	0.0053	2.157559	1.1963	0.000718	1.84467E-05	287.4262
1.7500												

θέμα

(standard step method) για βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

Β Κατηγορία προβλημάτων
μέθοδος χωρικού βήματος
έμφαση από διδάσκοντες
σημειώσεις θέματος

Μέθοδος σταθερού χωρικού βήματος

Στη μέθοδο αυτή χρησιμοποιείται η γενική εξίσωση διατηρήσεως ενέργειας:

$$z_2 + y_2 + \frac{Q^2}{2A_2^2 g} = z_1 + y_1 + \frac{Q^2}{2A_1^2 g} - \bar{S}_f \Delta x - \sum h_k \qquad (\Pi 1.20)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση αυτή προκύπτει γενικά η τιμή του βάθους y_2 σε μια διατομή (2) όταν είναι γνωστά τα στοιχεία στη διατομή (1) με δεδομένη την τιμή του Δx. Η εξίσωση αυτή όμως δεν είναι δυνατόν να καταλήξει σε ρητή έκφραση ως προς τον άγνωστο y_2 και έτσι επιλύεται μόνο με διαδοχικές προσεγγίσεις.

Η διαδικασία που ακολουθείται είναι η εξής: Οι υπολογισμοί αρχίζουν από την Διατομή 1 (τέλος του τμήματος *A - B* και αρχή του αναβαθμού), όπου οι συνθήκες ροής είναι κρίσιμες και είναι γνωστό το βάθος ροής του ύδατος. Με την χρήση της Εξίσωσης Π1.20 και προχωρώντας από το τέλος της Διώρυγας προς την αρχή, θα υπολογισθεί το βάθος ροής στις υπόλοιπες διατομές. Για τους υπολογισμούς αυτούς γίνονται οι εξής παραδοχές:

Εξίσωση ενέργειας

$$\underbrace{z_1+\frac{V_1^2}{2g}+y_1}_{\alpha\nu\alpha\nu\tau\eta}=\underbrace{z_2+\frac{V_2^2}{2g}+y_2}_{\kappa\alpha\tau\alpha\nu\tau\eta}+hf \Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{V_1^2}{2g}-\frac{V_2^2}{2g}\right)+\left(y_1-y_2\right)+\left(z_1-z_2\right)-hf \Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{V_1^2}{2g}-\frac{V_2^2}{2g}\right)+\left(y_1-y_2\right)+S_0\Delta L-\left(\overline{S}_f\right)\Delta L \Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{V_1^2}{2g}-\frac{V_2^2}{2g}\right)+\left(y_1-y_2\right)+S_0\Delta L-\left(\frac{S_{f,1}+S_{f,2}}{2}\right)\Delta L=0 \Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{V_1^2}{2g}-\frac{V_2^2}{2g}\right)+\left(y_1-y_2\right)+S_0\Delta L-\left(\frac{S_{f,1}+S_{f,2}}{2}\right)\Delta L=0 \Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{V_2^2}{2g}-\frac{V_1^2}{2g}\right)+\left(y_2-y_1\right)-S_0\Delta L+\left(\frac{S_{f,1}+S_{f,2}}{2}\right)\Delta L=0$$

Τελική εξίσωση, επίλυση με δοκιμές

$$\left(\frac{V_2^{\,2}}{2g}-\frac{V_1^{\,2}}{2g}\right)+\left(y_2-y_1\right)+\left(\frac{S_{f,1}+S_{f,2}}{2}\right)\Delta L - S_0\Delta L = 0$$

$$S_{f,1} = \alpha\gamma\nu,\delta o\kappa\iota\mu\acute{\varepsilon}\varsigma = \left(\frac{V\cdot n}{R^{2/3}}\right)^2$$

Προσοχή: Επίλυση με δοκιμές
Δες εξέλ εντολή solver
Κατάντη σε ανάντη
(2, γνωστό)→(1, ανάντη, άγνωστο)

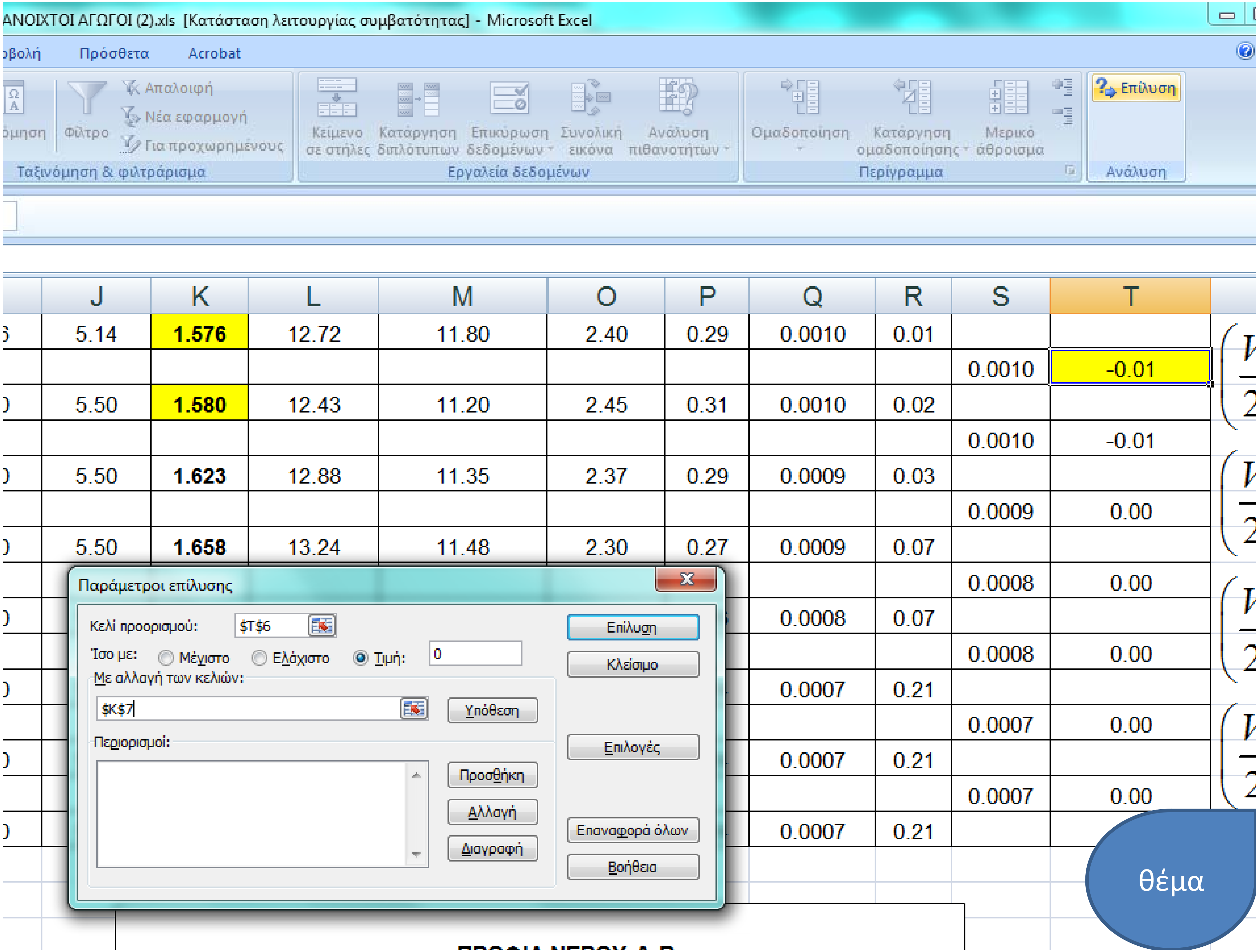
θέμα

μέθοδος χωρικού βήματος

- Αυθαίρετη υπόθεση (στο θέμα, των ανάντη) υψομέτρων
- Θα πρέπει να επαληθεύεται η εξίσωση της ενέργειας (δοκιμές)
- Υποκρίσιμη ροή στο θέμα, υπολογισμοί από κατάντη σε ανάντη

θέμα

- **Ασκησιολογικά**
  - Όταν γνωρίζω το κατάντη βάθος ροής (σε άλλα το ανάντη, πάντως ένα βάθος ροής) και ζητώ το βάθος ροής για ένα Δx
  - Δοκιμές: υπόθεση και επαλήθευση με βάση την εξίσωση της ενέργειας
  - Θέμα με: SOLVER, excel
  - <u>**Σωτήρια για μη πρισματικούς αγωγούς που είναι άγνωστη η μελλοντική διατομή**</u>

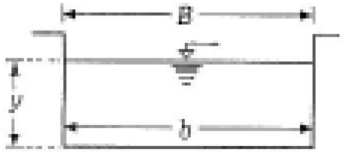
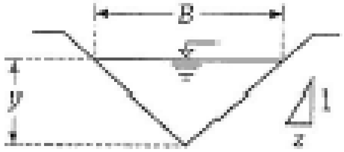
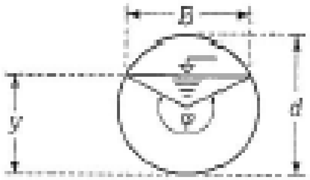

ΑΝΟΙΧΤΟΙ ΑΓΩΓΟΙ (2).xls [Κατάσταση λειτουργίας συμβατότητας] - Microsoft Excel
Πρόσθετα
Acrobat
Απαλοιφή
Νέα εφαρμογή
Για προχωρημένους
Φίλτρο
Ταξινόμηση & φιλτράρισμα
Κείμενο σε στήλες
Κατάργηση διπλότυπων
Επικύρωση δεδομένων
Συνολική εικόνα
Ανάλυση πιθανοτήτων
Εργαλεία δεδομένων
Ομαδοποίηση
Κατάργηση ομαδοποίησης
Μερικό άθροισμα
Περίγραμμα
Επίλυση
Ανάλυση
J K L M O P Q R S T
5.14 1.576 12.72 11.80 2.40 0.29 0.0010 0.01
0.0010 -0.01
5.50 1.580 12.43 11.20 2.45 0.31 0.0010 0.02
0.0010 -0.01
5.50 1.623 12.88 11.35 2.37 0.29 0.0009 0.03
0.0009 0.00
5.50 1.658 13.24 11.48 2.30 0.27 0.0009 0.07
0.0008 0.00
0.0008 0.07
0.0008 0.00
0.0007 0.21
0.0007 0.00
0.0007 0.21
0.0007 0.00
0.0007 0.21
Παράμετροι επίλυσης
Κελί προορισμού: T6
Ίσο με: Μέγιστο Ελάχιστο Τιμή: 0
Με αλλαγή των κελιών:
K7
Υπόθεση
Περιορισμοί:
Προσθήκη
Αλλαγή
Διαγραφή
Επίλυση
Κλείσιμο
Επιλογές
Επαναφορά όλων
Βοήθεια
θέμα

	α/α	dx (m)	ΠΑΡΟΧΗ Q (m^3/s)	ΑΠΟΣΤΑΣΗ (m)	ΚΛΙΣΗ ΠΡΑΝΩΝ m	ΠΛΑΤΟΣ b (m)	ΒΑΘΟΣ y (m)	ΕΜΒΑΔΟΝ ΥΓΡΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ A (m^2)	ΒΡΕΧΟΜΕΝΗ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ P (m)	ΤΑΧΥΤΗΤΑ u (m/s)	kiniti	ΑΠΩΛΕΙΕΣ sf (m)	S0 ΔΧ	$SF_{μεσο}$	ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΗΔΕΝΙΣΜΟΥ ΔΕ
	1	2	3	3	4	5	6	7	8	9	8.9	10		11	12
ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΟ ΤΜΗΜΑ	0		30.50	1162	0.00	7.00	1.246	8.72	9.49	3.50	0.62	0.0027			
		11.65	30.50										0.0082	0.0019	0.00
	1		30.50	1150	1.86	5.14	1.547	12.41	11.67	2.46	0.31	0.0011			
ΔΙΩΡΥΓΑ		50.00	30.50										0.0350	0.0011	0.00
	2		30.50	1100	1.50	5.50	1.556	12.18	11.11	2.50	0.32	0.0011			
		50.00	30.50										0.0350	0.0010	0.00
	3		30.50	1050	1.50	5.50	1.591	12.54	11.24	2.43	0.30	0.0010			
		100.00	30.50										0.0700	0.0009	0.00
	4		30.50	950	1.50	5.50	1.638	13.03	11.41	2.34	0.28	0.0009			
		100.00	30.50										0.0700	0.0009	0.00
	5		30.50	850	1.50	5.50	1.668	13.34	11.51	2.29	0.27	0.0008			
		300.00	30.50										0.2100	0.0008	0.00
	6		30.50	550	1.50	5.50	1.719	13.89	11.70	2.20	0.25	0.0008			
		300.00	30.50										0.2100	0.0007	0.00
	7		30.50	250	1.50	5.50	1.737	14.08	11.76	2.17	0.24	0.0007			
		200.00	30.50										0.1400	0.0007	0.00
	8		30.50	50	1.50	5.50	1.743	14.14	11.78	2.16	0.24	0.0007			

Στο θέμα οι δύο λύσεις δεν συμπίπτουν απόλυτα γιατί αντιμετωπίζουν διαφορετικά τις απώλειες

θέμα

Πίν. 3.1: *Γεωμετρικά στοιχεία αγωγών*

Διατομή	Επιφάνεια A	Βρεχ. περίμετρος P	Υδραυλική ακτίνα $R = A/P$	Πλάτος ελεύθερης επιφάνειας B	Υδραυλικό βάθος $y_\mu = A/B$	Αριθμός Froude F
Ορθογωνική 	by	$b+2y$	$\frac{by}{b+2y}$	b	y	$\sqrt{\frac{Q^2}{b^2y^3g}}$
Τραπεζοειδής 	$(b+zy)y$	$b+2y\sqrt{1+z^2}$	$\sqrt{\frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}}$	$b+2zy$	$\frac{(b+zy)y}{b+2zy}$	$\sqrt{\frac{(b+2zy)Q^2}{(b+zy)^3y^3g}}$
Τριγωνική 	zy^2	$2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$	$2zy$	$\frac{y}{2}$	$\sqrt{\frac{2Q^2}{z^2y^5g}}$
Κυκλική 	$\frac{d^2}{8}(\varphi-\sin\varphi)$	$d\frac{\varphi}{2}$	$\frac{d}{4}\left(1-\frac{\sin\varphi}{\varphi}\right)$	$d\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)$ ή $2\sqrt{y(d-y)}$	$\frac{d}{8}\left\{\frac{\varphi-\sin\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}}\right\}$	$\sqrt{\frac{512Q^2\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{gd^5(\varphi-\sin\varphi)^3}}$

Παπαθανασιάδης και Τσακίρης, 2010

Φορά υπολογισμών: ροή υποκρίσιμη(2) κατάντη → ανάντη (1)