Υδραυλική ανοικτών αγωγών

«Γέφυρα» σε άλλα μαθήματα του 5ου έτους

Δρ Μ.Σπηλιώτη

«Γέφυρα» στην ποτάμια υδραυλική

Συρτική τάση

16.1.3 Συρτική Τάση

Θεωρώντας τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων (δύναμη πίεσης, βάρος υγρού, διατμητική δύναμη στα τοιχώματα) που ενεργούν σ' ένα στοιχειώδες τμήμα ενός αγωγού, μέσα στον οποίο η ροή είναι ομοιόμορφη και μόνιμη (ή σταθερή), προκύπτει η ακόλουθη σχέση για τη μέση διατμητική τάση στο τοίχωμα ή συρτική τάση τ_{0m} [N/m^2]:

$$\tau_{0m} = \rho_w g R I \tag{16.16}$$

ρ_w : πυκνότητα υγρού (νερού) [kg/m^3],
g : επιτάχυνση βαρύτητας [m/s^2],
R : υδραυλική ακτίνα [m],
I : κλίση γραμμής ενέργειας [–].

Σε ανοικτούς αγωγούς, των οποίων το πλάτος είναι πολύ μεγαλύτερο του βάθους ροής, η υδραυλική ακτίνα R μπορεί να αντικατασταθεί από το βάθος ροής. Επίσης σε ομοιόμορφη ροή η κλίση της γραμμής ενέργειας ισούται προς την κλίση της ελεύθερης επιφάνειας του νερού καθώς και προς την κλίση του πυθμένα.

Η ανωτέρω εξίσωση έχει μεγάλη σημασία για την εκτίμηση της διάβρωσης του πυθμένα και των πλευρικών τοιχωμάτων ενός αγωγού.

Ομοιόμορφη ροή: κλίση πυθμένα = κλίση γραμμής ενέργειας → $\tau_0 = \rho_w g R S_0$
Κίνηση φερτών συρτική τάση μεγαλύτερη της κρίσιμης (συμβολισμός, $I = S_f$)

Η τιμή του τ_0 που υπολογίζεται από την εξίσωση (10.35) αποδίδει ικανοποιητικά την κατανομή της συρτικής τάσης σε περίπτωση διατομής μεγάλου πλάτους σε σχέση με το βάθος ροής (δηλαδή η τοπική συρτική τάση σε κάθε σημείο της βρεχόμενης περιμέτρου ισούται κατά προσέγγιση με την τιμή που δίνει η εξίσωση 10.35). Στην περίπτωση στενών διατομών (όπως τραπεζοειδείς αποστραγγιστικές τάφροι) η κατανομή της συρτικής τάσης δεν μπορεί να θεωρηθεί ομοιόμορφη. Σύμφωνα με το U.S. Bureau of Reclamation, για τις συνήθεις περιπτώσεις των πρακτικών εφαρμογών, η ανομοιόμορφη κατανομή της σημειακής συρτικής τάσης εμφανίζει *μέγιστες τιμές* ίσες με:

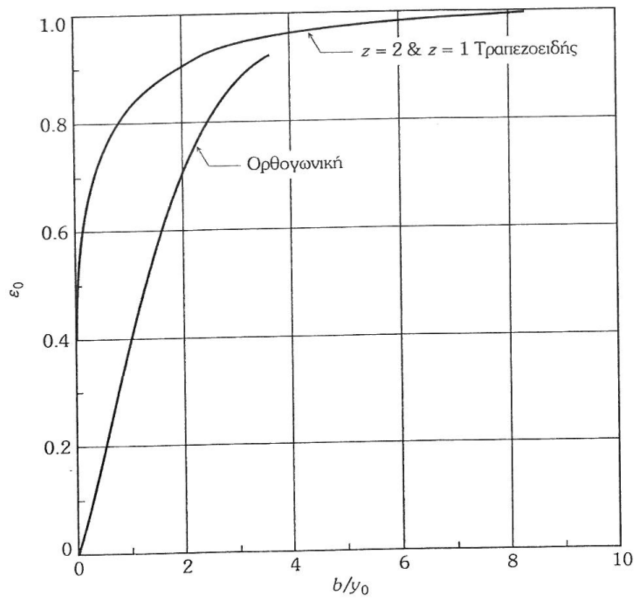
$$(\tau_0)_{\max} = \varepsilon_0 \rho_w g R S, \quad \text{για τον πυθμένα} \tag{10.36}$$

$$(\tau_t)_{\max} = \varepsilon_t \rho_w g R S, \quad \text{για τα πρανή} \tag{10.37}$$

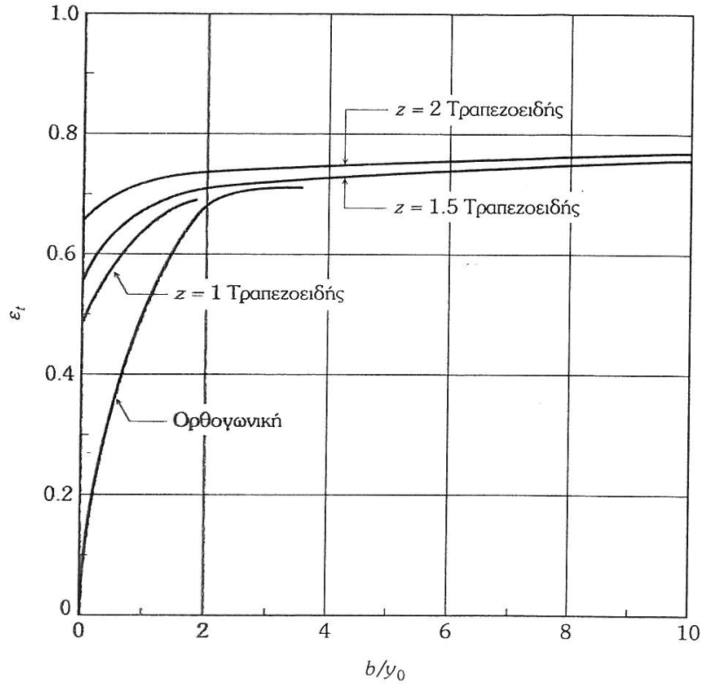
όπου: ε_0 και ε_t είναι οι συντελεστές μέγιστης συρτικής τάσης στον πυθμένα και στα πρανή του αγωγού, αντίστοιχα (Σχήματα 10.5 και 10.6). Οπως φαίνεται στα Σχήματα αυτά, οι συντελεστές ε_0 και ε_t εξαρτώνται από το λόγο b/y_0 (πλάτος πυθμένα προς ομοιόμορφο βάθος ροής), καθώς και από την κλίση των πρανών z.

Διάκριση σε πρανή-πυθμένα,ε

όπου: ε_0 και ε_t είναι οι συντελεστές μέγιστης συρτικής τάσης στον πυθμένα και στα πρανή του αγωγού, αντίστοιχα (Σχήματα 10.5 και 10.6). Οπως φαίνεται στα Σχήματα αυτά, οι συντελεστές ε_0 και ε_t εξαρτώνται από το λόγο b/y_0 (πλάτος πυθμένα προς ομοιόμορφο βάθος ροής), καθώς και από την κλίση των πρανών z.



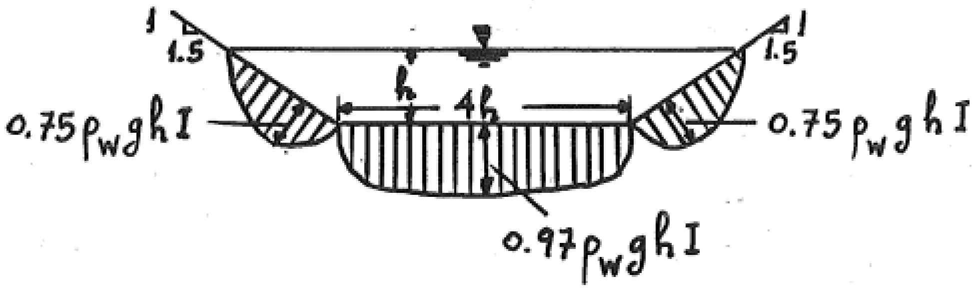
Σχ. 10.5: *Συντελεστής μέγιστης συρτικής τάσης για τον πυθμένα.*



Σχ. 10.6: *Συντελεστής μέγιστης συρτικής τάσης για τα πρανή.*

- Χρυσάνθου, 2014

Φυσικά υδατορεύματα (δευτερεύουσες ροές)



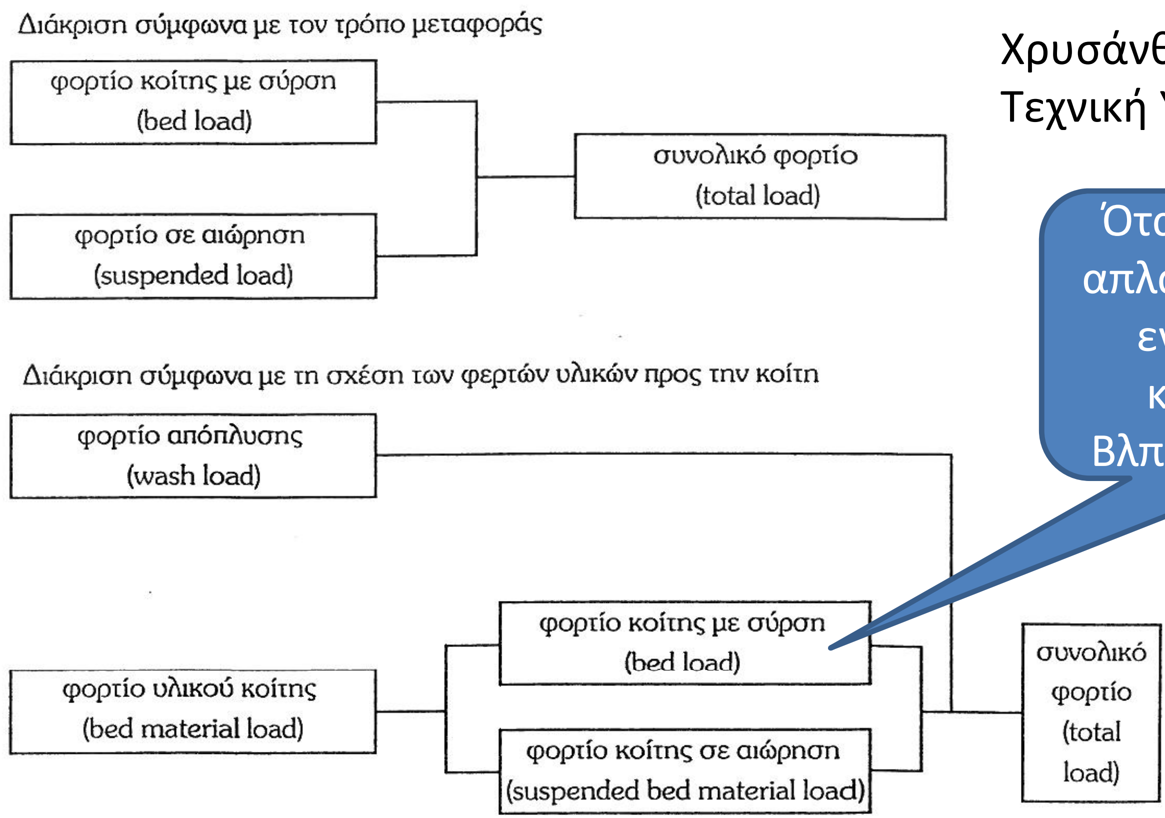
16.2 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΦΕΡΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Ως φερτά υλικά χαρακτηρίζονται τα στερεά υλικά που μεταφέρονται από το νερό ή αποθέτονται στην επιφάνεια του εδάφους, στην κοίτη των ποταμών, στον πυθμένα φυσικών ή τεχνητών λιμνών κλπ.

Τα φερτά υλικά, που μεταφέρονται σ' έναν ποταμό, προέρχονται αφενός από την πλευρική και την σε βάθος διάβρωση των οχθών και της κοίτης του ποταμού αντίστοιχα και αφετέρου από την επιφανειακή διάβρωση της λεκάνης απορροής.

Εκτός από την ανωτέρω διάκριση των φερτών υλικών σύμφωνα με την προέλευσή τους ,γίνεται διάκριση επίσης σύμφωνα με τον τρόπο μεταφοράς τους καθώς και με τη σχέση (επαφή) τους προς την κοίτη (Σχ. 16.4).

Εκτός ύλης



Χρυσάνθου και Τσακίρης, 2013
Τεχνική Υδρολογία

Όταν αναφερόμαστε απλά ως φορτίο κοίτης εννοούμε φορτίο κοίτης με σύρση
Βλπ αγγλική ορολογία

Εξ. MANNING, Σύνθετες διατομες

Λόγω της συσσωρευμένης εμπειρίας όμως, περισσότερο δημοφιλής είναι η απλοποιημένη σχέση, η οποία αποδίδεται στον *R*. Manning και γι' αυτό ονομάζεται και τύπος του Manning:

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2} \tag{3.9}$$

όπου: n = ο συντελεστής τραχύτητας γνωστός ως συντελεστής Manning, με διαστάσεις (s/m$^{1/3}$), ο οποίος αποτελεί έκφραση της τραχύτητας του στερεού ορίου και συνδέεται με το συντελεστή f των Darcy-Weisbach με τη σχέση:

$$f = (8gn^2)/R^{1/3} \tag{3.10}$$

Οι τιμές του συντελεστή n λαμβάνονται από πίνακες που έχουν δημοσιευθεί σε πληθώρα βιβλίων. Ο Πίνακας 3.2 παρουσιάζει τις τιμές του συντελεστή n για μια σειρά υλικά από τα οποία αποτελείται ο ανοικτός αγωγός. Σημειώνεται ότι επειδή ο συντελεστής n δεν είναι αδιάστατος αριθμός, κατά τη χρήση του τύπου Manning η ταχύτητα πρέπει να εκφράζεται σε m/s, η υδραυλική ακτίνα σε m και η παροχή σε m^3/s.

Το γεγονός ότι εδώ η ροή πραγματοποιείται με ελεύθερη επιφάνεια έχει ως αποτέλεσμα η υγρή διατομή, A, να εξαρτάται εκτός από τη γεωμετρία της διατομής και από τη θέση της ελεύθερης επιφάνειας, δηλαδή σε σχέση με τη ροή σε κλειστούς αγωγούς υπό πίεση υπάρχει ένα επιπλέον άγνωστο μέγεθος που πρέπει να υπολογιστεί.

Ο υπολογισμός του ομοιομόρφου βάθους, y_0, γίνεται με χρήση της εξίσωσης Manning και της εξίσωσης συνέχειας, άρα:

$$Q = (1/n) A R^{2/3} S_0^{1/2} \tag{3.11}$$

Αν είναι γνωστά: η παροχή Q(m^3/s), η γεωμετρία του αγωγού, ο συντελεστής n και η κατά μήκος κλίση S_0, τότε:

$$AR^{2/3} = (nQ)/S_0^{1/2} = \text{γνωστό} \tag{3.12}$$

Συντελεστής Manning

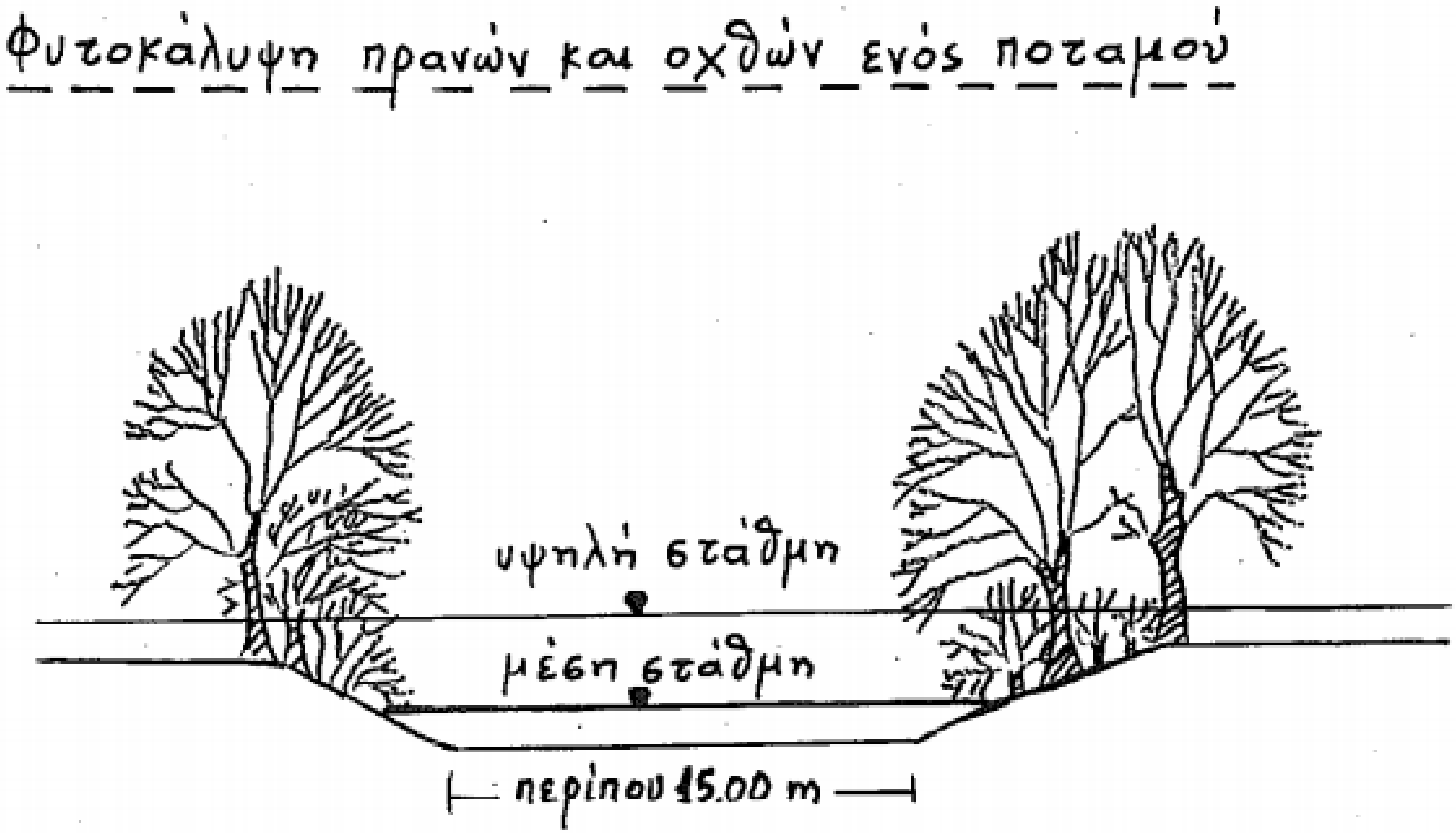
- Δεν είναι αδιάστατος
- Εξαρτάται από το ποσοστό πλήρωσης
- Εξαρτάται από το είδος της παρόχθιας βλάστησης αλλά και την ταχύτητα
- Στο μάθημα της Υδραυλικής έστω σταθερός για κάποιο πρόβλημα
- Παράγοντας αβεβαιότητας
- Κύρια επιλέγεται με βάση το υλικό πλήρωσης της διατομής, βιβλιογραφικά (από πίνακες και φωτογραφίες)
- Εναλλακτικά αρχικά θεωρούμε το n πρισματικού λείου αγωγού και κατόπιν αυξάνεται ανάλογα των ανωμαλιών του αγωγού, μεταβολή σχήματος, ύπαρξη εμποδίων στη ροή, βλάστηση, αλλαγή διευθύνσεων κ.ά

http://www.fhwa.dot.gov/bridge/wsp2339.pdf

Πίν. 3.2: *Συντελεστές Manning n για διάφορα υλικά*

Μέταλλο λείο	0.011 - 0.015
Μέταλλο, αυλακωτό	0.023 - 0.025
Ξύλο, κατεργασμένο	0.010 - 0.015
Ξύλο, ακατέργαστο	0.011 - 0.015
Τσιμέντο λείο	0.010 - 0.013
Σκυρόδεμα	0.014 - 0.016
Τσιμεντοχάλικο	0.017 - 0.030
Γρασίδι	0 > 0.020

Μεταβλητό n


Φυτοκάλυψη πρανών και οχθών ενός ποταμού
υψηλή στάθμη
μέση στάθμη
περίπου 15.00 m

Σύνθετες διατομές

- Πλημμύρες σε φυσικά υδατορεύματα: κύρια κοίτη δεν επαρκεί για τη διερχόμενη παροχή
- Μεταβλητός συντελεστής n
- Πλημμύρικες κοίτες: μεγάλη τραχύτητα n, μεγαλύτερο πλάτος, μικρότερο βάθος σε σχέση με την κύρια κοίτη.
- Ανάπτυξη σημαντικών δυνάμεων εσωτερικής τριβής στις διεπιφάνειες μεταξύ των τμημάτων με μεταφορά ορμής που επιταχύνει τις ακραίες διατομές και επιβραδύνει την κύρια κοίτη. Συνακόλουθα αναπτύσομται στροβιλισμοί και υπάρχει απώλεια ενέργειας.
- Χρησιμοποιημένο μονοδιάστατο μοντέλο ροής για μία πρώτη εκτίμηση

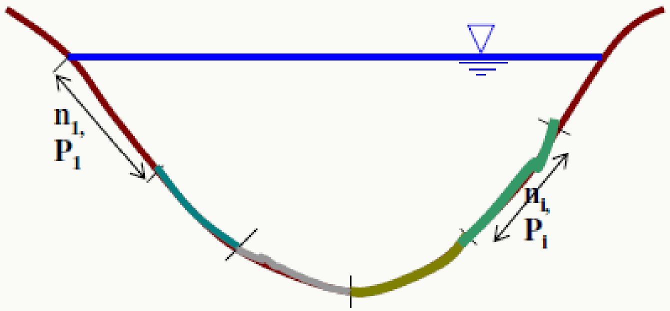
Μεταβλητός n

Πρόβλημα: Εκτίμηση της παροχής

- Α’ μέθοδος, «ισοδύναμος n” ή ενιαίου αγωγού, υποεκτίμηση παροχής
- β΄ μέθοδος, σύνθετης διατομής (χωρισμός επιφανείας σε τμήματα με κοινό n και άθροιση παροχών

Σύνθετες διατομές

- Α΄ μέθοδος, «ισοδύναμος *n*” ενιαία διατομή υποεκτίμιση της παροχής, π.χ.



$$n_{eq} = \sqrt{\frac{\sum n_i^2 P_i}{\sum P_i}}$$

$$\left(\begin{array}{c}\text{Pavlovski's eq.} \\ F = \sum_{i=1}^{n} F_i\end{array}\right)$$

$$Q = \frac{A}{n_{eq}} R^{2/3} \sqrt{S_f}$$

Σύνθετες διατομές

- Α΄ μέθοδος, «ισοδύναμος n” ή ενιαίου αγωγού π.χ.

Παρόμοια σχέση για τον συντελεστή η_e μπορεί να εξαχθεί θεωρώντας ότι η συνολική δύναμη αντίστασης στη ροή είναι ίση με το άθροισμα των δυνάμεων αντίστασης στη ροή σε κάθε περιοχή:

$$\eta_e = \frac{\left(\sum P_i \eta_i^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\sum P_i\right)^{\frac{1}{2}}} \qquad (6.15)$$

Τέλος οι Krishnamurthy και Christensen (1972) εξήγαγαν τη παρακάτω σχέση θεωρώντας λογαριθμική κατανομή της ταχύτητας

$$\ln \eta_e = \frac{\sum\limits_{i=1}^{N} P_i h_i^{3/2} \ln \eta_i}{\sum P_i h_i^{3/2}} \qquad (6.17)$$

Αν θεωρήσουμε έναν αγωγό που διαιρείται σε N περιοχές με βρεχόμενη περίμετρο P_i και συντελεστή Manning $\eta_i\,(i=1, 2, ..., N)$ και υποθέσουμε ότι η μέση ταχύτητα σε κάθε περιοχή είναι ίση με τη μέση ταχύτητα ροής σε όλη τη διατομή η παρακάτω εξίσωση δίνει τον ισοδύναμο συντελεστή Manning

Πρίνος, 2014

$$\eta_e = \left(\frac{\sum P_i \eta_i^{\frac{3}{2}}}{\sum P_i}\right)^{\frac{2}{3}} \qquad (6.14)$$

Απόδειξη της σχέσης ισοδυνάμου ne για κοινή ταχύτητα σε όλες τις διατομές

Έστω κοινή ταχύτητα σε όλη τη διατομή, επομένως κοινή ταχύτητα στα επιμέρους τμήματα

$$V_1 = V_2 = \dots = V_N$$

Από την εξίσωση του Manning στα επιμέρους τμήματα προκύπτει: $V_i = \frac{1}{n}\left(\frac{A_i}{P_i}\right)^{2/3} S_o^{1/2}$

$$A_i = \left(\frac{V_i \cdot n_i}{S_o^{1/2}}\right)^{3/2} \cdot P_i \quad \text{(κοινή κλίση)}$$

Όμοια για τη συνολική διατομή ισχύει

Ισχύει

$$A_{tot} = \left(\frac{V \cdot ne}{S_o^{1/2}}\right)^{3/2} P_{tot}$$

Με βάση την εξίσωση του Manning προσδιορίζω το εμβαδόν διατομής κάθε τμήματος

Δεν υπάρχει διατομή με ενιαίο n είναι μία αφαίρεση (υπόθεση)

Η συνολική επιφάνεια είναι το άθροισμα των επιφανειών

$$A = \overbrace{A_1 + \dots + A_i + \dots + A_N}$$

Επομένως:

$V_1 = V_2 = \dots V_N$

$$A = \sum_{i}^{N} \left(\frac{V_i \cdot n_i}{S_0} \right)^{3/2} \cdot P_i \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{V}^{3/2} h_e^{3/2}}{\cancel{(S_0^{1/2})}^{3/2}} P_{tot} = \frac{\cancel{V}^{3/2}}{\cancel{(S_0^{0.5})}^{3/2}} \sum n_i^{3/2} P_i \Leftrightarrow$$

Ενιαίο n

$\Rightarrow$

$$n_e^{3/2} P_{o\tau} = \sum n_i^{3/2} P_i \;(\Theta)$$

$$\Rightarrow \boxed{n_e = \left(\frac{\sum n_i^{3/2} P_i}{P_{o\tau}} \right)^{2/3}} \Rightarrow$$

Αν θεωρήσουμε έναν αγωγό που διαιρείται σε N περιοχές με ρρεχομενη περίμετρο P_i και συντελεστή Manning $\eta_i \left(i=1, 2, \ldots, N\right)$ και υποθέσουμε ότι η μέση ταχύτητα σε κάθε περιοχή είναι ίση με τη μέση ταχύτητα ροής σε όλη τη διατομή η παρακάτω εξίσωση δίνει τον ισοδύναμο συντελεστή Manning

$$\eta_e = \left(\frac{\sum P_i \eta_i^{\frac{3}{2}}}{\sum P_i} \right)^{\frac{2}{3}} \qquad (6.14)$$

(α) *Μέθοδος «Ενιαίου αγωγού »*

Με τη μέθοδο αυτή ο αγωγός συνθέτου διατομής θεωρείται σαν ένας ενιαίος αγωγός όπου η υδραυλική ακτίνα, που λαμβάνει υπόψη τις επιδράσεις του σχήματος στη παροχή, υπολογίζεται από το συνολικό εμβαδό και τη συνολική βρεχόμενη περίμετρο. Έτσι η εξίσωση Manning γίνεται

$$Q_t = \frac{1}{\eta} A_t R_t^{2/3} S_t^{1/2} \tag{6.18}$$

όπου ο δείκτης t αναφέρεται στην ολική παροχή, ολικό εμβαδό κλπ.

Η μέθοδος αυτή υποεκτιμά σημαντικά τη παροχή, όπως έχει βρεθεί σε εργαστηριακά πειράματα και ειδικά στη περίπτωση μικρών βαθών στις ζώνες πλημμυρισμού. Στη περίπτωση αυτή η βρεχόμενη περίμετρος αυξάνεται σημαντικά με σχετικά μικρή αύξηση του εμβαδού με συνέπεια τη σημαντική μείωση της υδραυλικής ακτίνας και της παροχής. Η υποεκτίμηση της παροχής είναι σημαντική όταν η τραχύτητα στις αβαθείς περιοχές είναι αρκετά διαφορετική από αυτή του κυρίως αγωγού. Στις περιπτώσεις αυτές χρησιμοποιούνται οι προηγούμενες σχέσεις για τον υπολογισμό του ισοδύναμου συντελεστή Manning που όμως οι παραδοχές που βασίζονται δεν ισχύουν ικανοποιητικά στη περίπτωση αυτή.

Πρίνος, 2014

Μειονέκτημα μεθόδου ισοδυνάμου μήκους

- Ομαλή κλίση στην πλημμυρική κοίτη μεγάλη αύξηση της περιμέτρου για αύξηση του εμβαδού άρα προκύπτει υποεκτίμηση της παροχής που μπορεί να διοχετεύσει μία διατομή

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6.1 **Υπολογισμός του ισοδύναμου συντελεστή Manning**

Ένας αγωγός τραπεζοειδούς διατομής έχει πλάτος πυθμένα 3 m και κλίση πρανών 2:1. Τα τοιχώματα έχουν συντελεστή Manning 0.04 και ο πυθμένας 0.025. Να υπολογισθεί ο ισοδύναμος συντελεστής Manning και με τις 4 μεθόδους για βάθος ροής 0.9 m.

Λύση

Από τα δεδομένα του προβλήματος έχουμε $B=3\ m$, $z=2$, $h=0.9\ m$, $n_\pi=0.025$ και $n_T=0.04$.

Διαχωρίζοντας τη διατομή σε ένα ορθογώνιο, πλάτους 3 m και ύψους 0.9 m, και σε δύο τρίγωνα κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα για τον υπολογισμό του ισοδύναμου n_e και με τις 4 μεθόδους.

	n_i $\left(\frac{s}{m^{1/3}}\right)$	P_i (m)	h_i (m)	A_i (m^2)	R_i (m)	$P_i n_i^{3/2}$	$P_i n_i^2$
Πυθμένας	0.025	3	0.9	2.7	0.9	0.012	$1.875\cdot10^{-3}$
Τοίχωμα	0.04	2.01	1.8	0.81	0.4	0.016	$3.216\cdot10^{-3}$
Τοίχωμα	0.04	2.01	1.8	0.81	0.4	0.016	$3.216\cdot10^{-3}$
		Σ=7.02				Σ=0.044	$\Sigma=8.307\cdot10^{-3}$

Πρίνος, 2014

$$n_e=\left(\frac{0.044}{7.02}\right)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow n_e=0.0340$$

Σύνθετες διατομές

- β΄ μέθοδος, σύνθετης διατομής

Πρίνος, 2014

Με τη μέθοδο αυτή ο κυρίως αγωγός και οι ζώνες πλημμυρισμού μελετώνται ξεχωριστά. Η συνολική παροχή υπολογίζεται αθροίζοντας τις παροχές των διάφορων περιοχών που διαχωρίζονται μεταξύ τους με «φανταστικές» διεπιφάνειες που διέρχονται από το σημείο τομής του κυρίως αγωγού με την αβαθή περιοχή. Διάφορες τέτοιες διεπιφάνειες (κάθετες, οριζόντιες, κεκλιμένες) που φαίνονται στο σχήμα 6.5 χρησιμοποιούνται για την διαίρεση του συνολικού αγωγού.

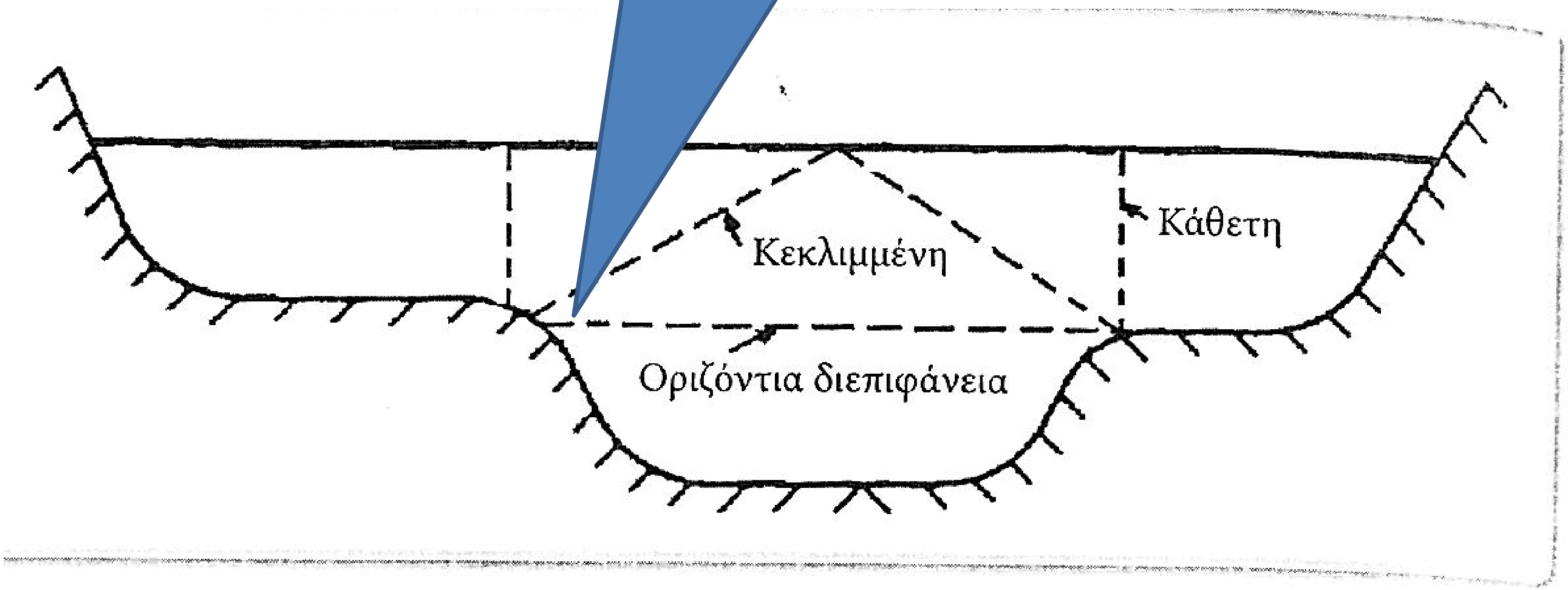
Έτσι η συνολική παροχή δίνεται από τη σχέση

$$Q_t = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\eta_i} A_i R_i^{2/3} S_i^{1/2} \qquad (6.19)$$

Στην περίπτωση αυτή η βρεχόμενη περίμετρος P_i περιλαμβάνει μόνο τα φυσικά όρια του αγωγού και δεν περιλαμβάνει τη διεπιφάνεια διαχωρισμού. Η παραπάνω διαδικασία υπερεκτιμά τη παροχή γιατί δεν περιλαμβάνει τη διεπιφάνεια στον υπολογισμό της βρεχόμενης περιμέτρου και ακτίνας του κυρίως αγωγού υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει διατμητική δύναμη στη διεπιφάνεια αυτή.

Από εργαστηριακές μετρήσεις έχει φανεί ότι η χρησιμοποίηση της **οριζόντιας διεπιφάνειας** δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα για τον υπολογισμό της παροχής.

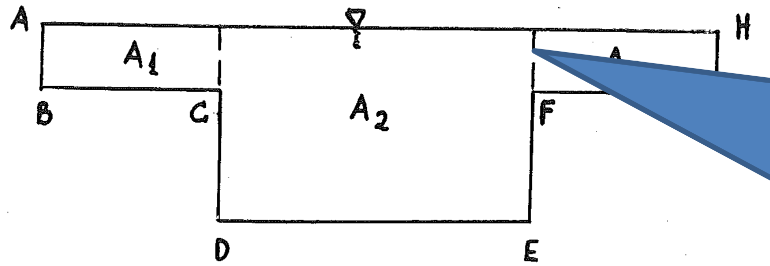
Οριζόντια διεπιφάνεια, καλ
Τα υγρά όρια μεταξύ των διατομών δεν
λαμβάνονται υπόψη στην περίμετρο



Σχήμα 6.5: Διεπιφάνειες διαχωρισμού αγωγού συνθέτου διατομής

Σύνθετη διατομή

- π.χ. ποταμός με υπερχειλισμένες όχθες
- Χωρισμός της διατομής σε επί μέρους τμήματα



Τα υγρά όρια μεταξύ των διατομών **δε λαμβάνονται υπόψη** στην περίμετρο κάθε τμήματος

$$P_1 = (AB) + (BC) \qquad R_1 = \frac{A_1}{P_1}$$

$$P_2 = (CD) + (DE) + (EF) \qquad R_2 = \frac{A_2}{P_2}$$

$$P_3 = (FG) + (GH) \qquad R_3 = \frac{A_3}{P_3}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Q : παροχή $\left[\frac{L^3}{T}\right]$

$$Q_1 = A_1 u_1 = \frac{A_1}{n_1} R_1^{2/3} S_o^{1/2}$$

$$Q_2 = A_2 u_2 = \frac{A_2}{n_2} R_2^{2/3} S_o^{1/2}$$

$$Q_3 = A_3 u_3 = \frac{A_3}{n_3} R_3^{2/3} S_o^{1/2}$$

$\boxed{Q = A u}$ Εξίσωση συνέχειας

Συντελεστής διόρθωσης κινητικής ενέργειας

Μέση ταχύτητα

$$Q \underset{\text{ΟΡΙΣΜΟΣ}}{=} \bar{V} \cdot A \Leftrightarrow \bar{V} = \frac{Q}{A}$$

- Ορισμός με βάση την παροχή

V: Μέση ταχύτητα είναι η παροχή που διέρχεται ανά μονάδα επιφανείας διατομής $\bar{V} = Q/A = \frac{1}{A}\iint_A u\,dA$ όπου u σημειακή ταχύτητα

π.χ ορθ.διατομή :

$$Q = A \cdot \bar{V} = \int_0^y \underbrace{u(y)\,dA}_{dQ} = \int_0^y u(y)(b \cdot dy) = b\int_0^y u(y)\,dy$$

Ωστόσο, η μέση ταχύτητα δεν είναι πάντα σωστή να τίθεται στην εξίσωση της ενέργειας……

(5)

Συντελεστής διόρθωσης κινητικής ενέργειας (α)

- Η χρήση της μέσης ταχύτητας καταλήγει στον υπολογισμό κινητικής ενέργειας χαμηλότερης από την πραγματική.

  Γι' αυτό, για τον καθορισμό της πραγματικής κινητικής ενέργειας, ιδίως σε αγωγούς ακανόνιστης διατομής, πρέπει να εφαρμοστεί ο συντελεστής διόρθωσης α.

- $a\dfrac{V^2}{2g}$: πραγματικό ύψος κινητικής ενέργειας (κινητική ενέργεια ανά μονάδα βάρους του ρευστού)

  V : μέση ταχύτητα σε μια διατομή

  α : συντελεστής Coriolis

$$\left\{\begin{array}{l}\text{ρυθμός μεταφοράς κινητικής}\\ \text{ενέργειας δια μέσου μίας διατομής}\end{array}\right\} =$$

$$\int_A \rho\left(\frac{V^2}{2}\right)\cdot\left(V dA\right) \underset{\text{ορ}}{=} \alpha\left(\frac{\bar{V}^2}{2}\right)Q \Leftrightarrow \left\{Q = \bar{V}\cdot A\right\}$$

$$\alpha = \frac{\int_A \rho\left(\frac{V^3}{2}\right)dA}{\int_A \rho\left(\frac{\bar{V}^3}{2}\right)dA} =$$

$$\frac{1}{A\cdot\bar{V}^3}\int_A V^3 dA$$

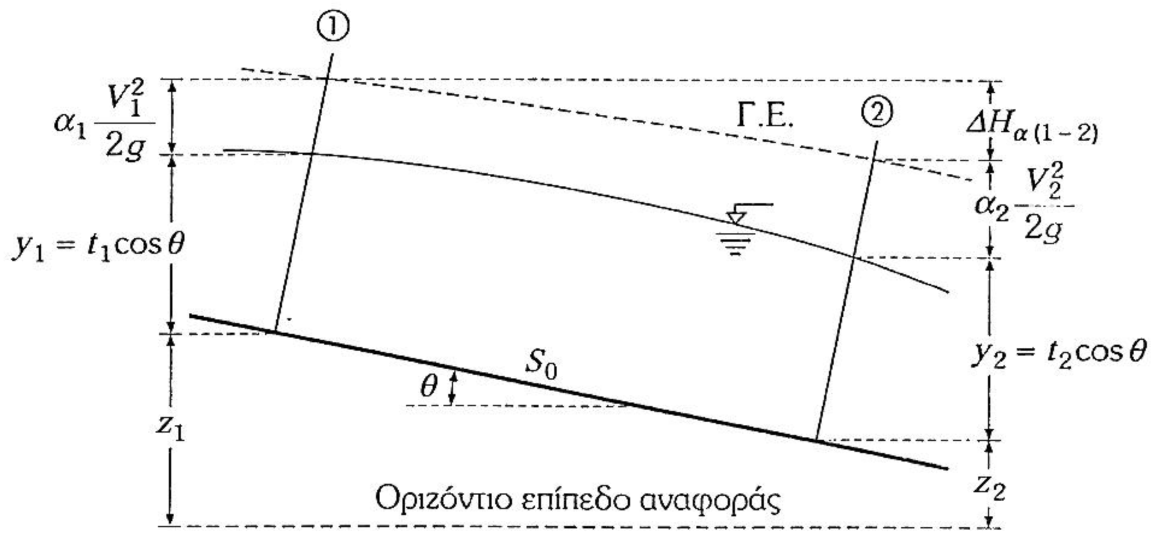
Εξίσωση Ενέργειας

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας, εφόσον η κατά μήκος κλίση, S_0, του πυθμένα του αγωγού είναι μικρή, ώστε να θεωρηθεί $\cos\theta = 1$, οδηγεί στην εξίσωση:

$$z_1 + y_1 + a_1(V_1^2/2g) = z_2 + y_2 + a_2(V_2^2/2g) + \Delta H_{a(1-2)} \qquad (3.5)$$

όπου: z_i = το υψόμετρο του πυθμένα και a ο συντελεστής συνόρθωσης της κινητικής ενέργειας ο οποίος ορίζεται ως:

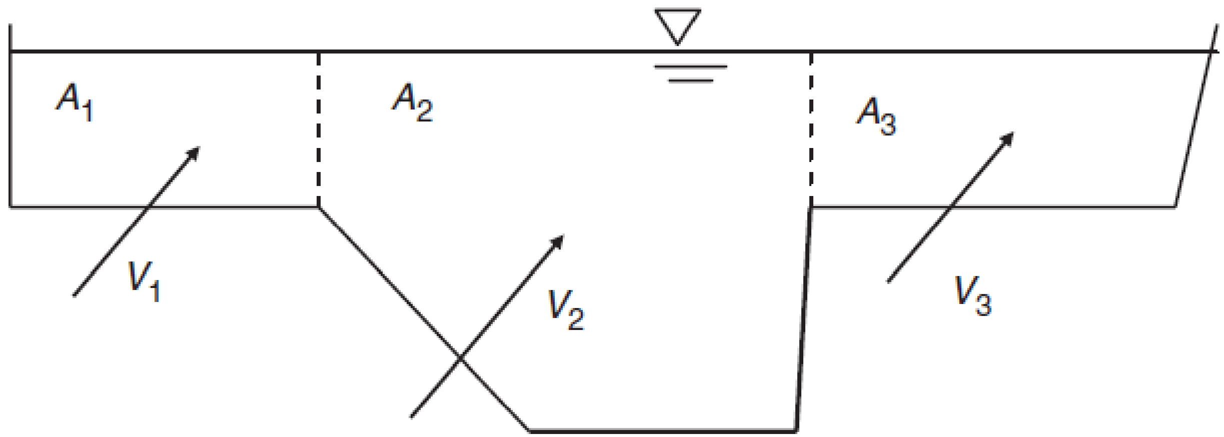
$$a = \frac{\int_A V^3 dA}{V^3 A} = \frac{\int_A V^3 dA}{QV^2} \qquad (3.6)$$



Μόνο για ομοιόμορφη ροή
$y_1=y_2$
$V_1=V_2$
$S_0=S_f$

Σχ. 3.3: *Η εξίσωση ενέργειας σε επιλεγμένο όγκο αναφοράς.*

Σύνθετη διατομή



$$\alpha = \frac{V_1^3 A_1 + V_2^3 A_2 + V_3^3 A_3}{V^3 A}$$

Ενδεικτικές τιμές των συντελεστών α και β

Είδος διατομής	α	β
γεωμετρικού σχήματος	1.10-1.20	1.03-1.07
φυσική	1.15-1.50	1.05-1.17
ακανόνιστη	1.50-2.00	1.17-1.33

energy and momentum coefficients.

Solution Προσδιορισμός του συντελεστή διόρθωσης κινητικής ενέργειας α σε ανοιχτή διατομή (Gupta, 1989)

$$Q = AV = \Delta A_1 v_1 + \Delta A_2 v_2 + \Delta A_3 v_3 + \cdots$$

$$\begin{aligned}(3820)V &= (120)1.2 + (540)1.43 + (880)2.30 + (920)2.42 \\ &\quad + (800)2.52 + (480)1.92 + (80)0.95 \\ &= 8180.2\end{aligned}$$

$$V = \frac{8180.2}{3820} = 2.14$$

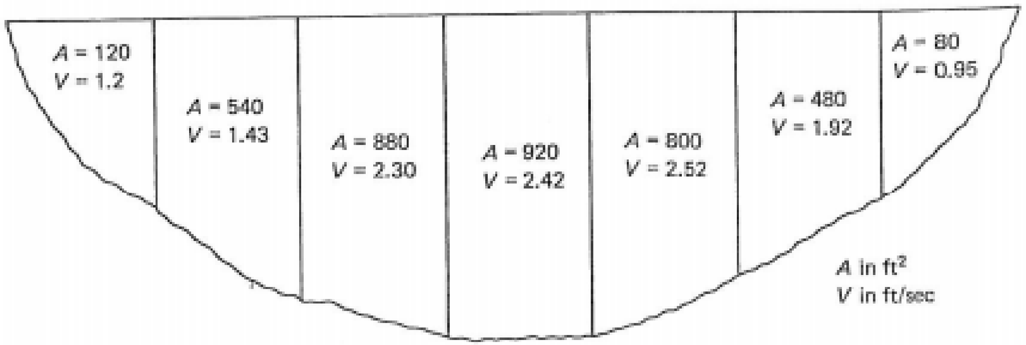
Εμείς δουλεύουμε σε m, s, N

μετρήσεις.

Section	Area, ΔA (ft^2)	Velocity, V (ft/sec)	ΔAV^3	ΔAV^2
1	120	1.2	207.36	172.80
2	540	1.43	1,579.07	1,104.25
3	880	2.30	10,706.96	4,655.20
4	920	2.42	13,038.69	5,387.89
5	800	2.52	12,802.41	5,080.32
6	480	1.92	3,397.39	1,769.47
7	80	0.95	68.59	72.20
Total	3820		41,800.5	18,261.93

$$\boxed{\alpha = \frac{\sum V^3 \Delta A}{V^3 A}} = \frac{41,800.5}{3820(2.14)^3} = 1.11$$

$$\boxed{\beta = \frac{\sum V^2 \Delta A}{V^2 A}} = \frac{18,261.93}{3820(2.14)^2} = 1.04$$



Γενίκευση εξίσωση ενέργειας

$$\frac{dH}{dx} = \frac{\partial}{\partial x}(z + y + \frac{V^2}{2g}) = -S_f$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{\partial}{\partial x}\left(z + y + \alpha \frac{V^2}{2g} \right) = -S_f < 0$$

Μόνιμη βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - a\dfrac{Q^2 B}{gA^3}}$$

Αριθμός Froude από ελαχιστοποίηση ειδικής ενέργειας

Για κάποια ενδιάμεση τιμή του βάθους y η ειδική ενέργεια λαμβάνει ελάχιστη τιμή. Η τιμή αυτή λέγεται **κρίσιμο βάθος**. Η τιμή του κρισίμου βάθους μπορεί να προκύψει από την παραγώγιση της Εξ. 2.26 και την εξίσωση της παραγώγου με το μηδέν ήτοι:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{\alpha Q^2 B}{gA^3} = 0 \quad \text{ή}$$

$$\frac{\alpha Q^2 B}{gA^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c \tag{2.29}$$

Γέφυρα στην αντιπλημμυρική προστασία

Θέμα: ροή μόνιμη

Σε αντιπλημμυρική προστασία: Μη μόνιμη ροή, θεωρώ μονοδιάστατη ροή

Saint Venant (1). Δ. Μάζας

$$\boxed{B\frac{\partial y}{\partial t}+A\frac{\partial v}{\partial x}+vB\frac{\partial y}{\partial x}+v\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_y=q_\ell}$$

St. Venant

$$\boxed{\frac{\partial y}{\partial t}+y\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial y}{\partial x}=0}$$

χωρίς πλευρική εισροή ($q_\ell=0$)

- **Καλύπτει την περίπτωση μη μόνιμης ροής**
- **Ροή μονοδιάστατη μόνο ως προς τον άξονα της ροής**
- **Θεωρείτε ομοιόμορφη ταχύτητα v σε κάθε διατομή και βάθος ροής y**
- **A επιφάνεια διατομής**
- **B πλάτος ελεύθερης επιφανείας**
- **Ανεξάρτητες μεταβλητές: x, t**

Απόδειξη. Βλπ. Χρυσάνθου, 2014 και Μπέλλος 2008

Saint Venant (2). Δ. Ποσότητας Κίνησης

$$\boxed{\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} + g\frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f) - \frac{q_\ell}{A}(v - v_\ell)}$$

St. Venant

$$\boxed{\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} + g\frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f)}$$

χωρίς πλευρική εισροή ($q_\ell = 0$)

Απόδειξη. Βλπ.
Χρυσάνθου,
2014 και
Μπέλλος 2008

Προϋποθέσεις

νησης της κινούμενης μάζας νερού. Οι εξισώσεις αυτές ισχύουν κάτω από τις εξής προϋποθέσεις:

1. Το νερό είναι ασυμπίεστο και ομογενές.
2. Η ταχύτητα σε κάθε διατομή είναι ίση με τη μέση ταχύτητα.
3. Η κατανομή των πιέσεων είναι υδροστατικής μορφής.
4. Οι εσωτερικές δυνάμεις (ιξώδες) και οι εξωτερικές δυνάμεις (τριβές πυθμένα, αντίσταση αέρα στην ελεύθερη επιφάνεια) αντικαθίστανται στο σύνολο τους από ημιεμπειρικές εκφράσεις (π.χ. η εξίσωση Manning).
5. Δεν υπάρχουν ασυνέχειες ή απότομες μεταβολές στο πεδίο ροής.

Τσακίρης και Μπέλλος, 2013

Μορφή διαφορικής

Προκειμένου περί της μερικής διαφορικής εξισώσεως δευτέρας τάξεως της μορφής,

$$\boldsymbol{A}\frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{x}^2}+\boldsymbol{B}\frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{x}\partial \boldsymbol{y}}+\boldsymbol{\Gamma}\frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{y}^2}+\boldsymbol{\Delta}\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{x}}+\boldsymbol{E}\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial \boldsymbol{y}}+\boldsymbol{Z}\boldsymbol{u}+\boldsymbol{H}=\boldsymbol{0} \qquad (1.64)$$

όπου οι συντελεσταί $\boldsymbol{A,B,\Gamma,\Delta,E,Z,H}$ είναι δυνατόν να είναι συναρτήσεις της εξηρτημένης μεταβλητής $\boldsymbol{u}$ ή όχι, ο χαρακτηρισμός αυτής ακολουθεί τα κάτωθι βήματα. Εάν $\boldsymbol{B^2-4A\Gamma<0}$ η εξίσωσις είναι ελλειπτικού τύπου, εάν $\boldsymbol{B^2-4A\Gamma=0}$ η εξίσωσις είναι παραβολικού τύπου και εάν $\boldsymbol{B^2-4A\Gamma>0}$ η εξίσωσις είναι υπερβολικού τύπου. Να σημειωθή ότι ο χαρακτηρισμός βασίζεται εις τους συντελεστάς των μεγαλυτέρου βαθμού παραγώγων και μόνον.

Σούλης, 2015

1.6.4 Υπερβολικαί εξισώσεις

Μία διαφορική εξίσωσις είναι υπερβολικού τύπου εάν ισχύει B^2*–4ΑΓ>0* εις κάθε σημείον του χώρου ροής. Εις το Σχήμα 1.17 δείχνεται η περιοχή επιδράσεων όπου τα αποτελέσματα των διαταραχών γίνονται αισθητά εις άπειρον θεωρητικώς απόστασιν εκ του χώρου εισαγωγής αυτών, αλλά μόνον προς τον κατάντη

υπολογιστικόν χώρον και εντός συγκεκριμμένου χώρου περικλειομένου υπό κατάντη κατευθυνομένων γραμμών (*2D*, Mach υπερηχητική ροή). Αι εξισώσεις αύται ονομάζονται υπερβολικαί. Παράδειγμα υπερβολικών εξισώσεων είναι η εξίσωσις κύματος δευτέρας τάξεως,

Σούλης, 2015

Οι εξισώσεις Saint Venant είναι υπερβολικού τύπου και παρουσιάζουν κάποια πλεονεκτήματα κατά την αριθμητική επίλυση