

Εξίσωση **Darcy - Weisbach**

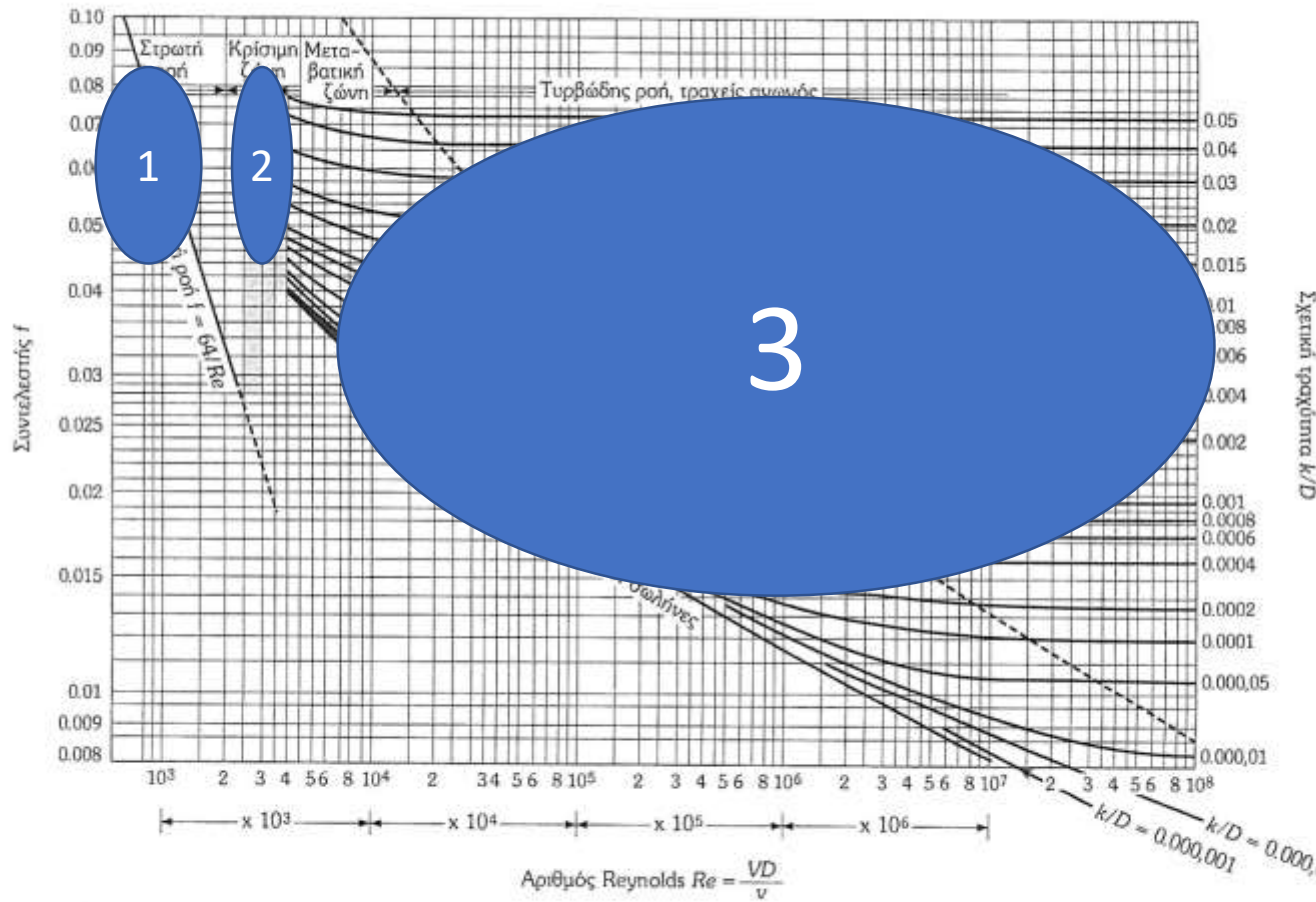
Σε **ανοικτούς αγωγούς**

Δρ Μ.Σπηλιώτη

Επανάληψη από κλειστούς αγωγούς

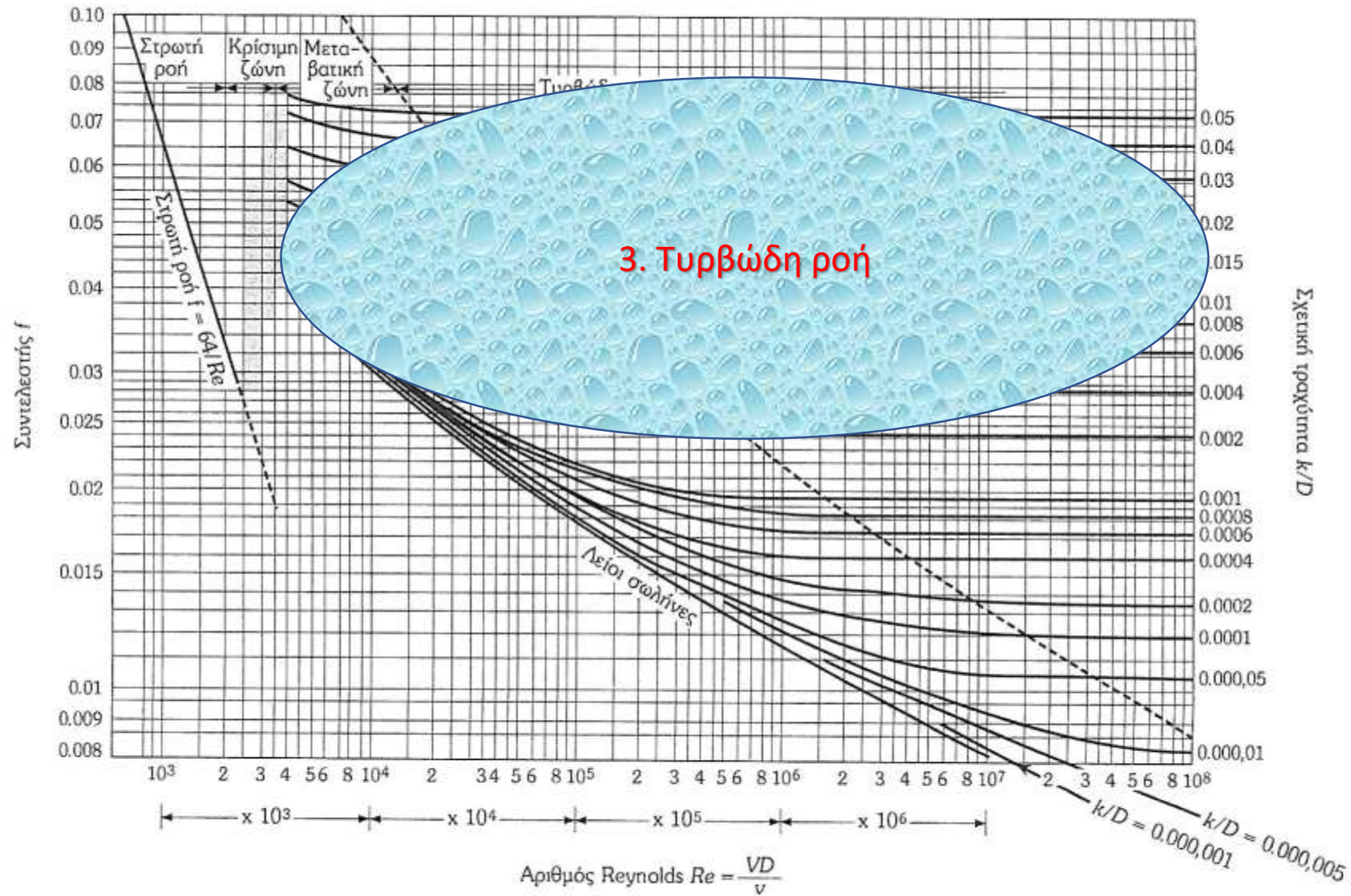
Διάγραμμα Moody, f

1. Στρωτή ροή
2. Μεταβατική περιοχή
3. Τυρβώδης ροή:
 - (Υδραυλικώς) Λείοι σωλήνες
 - (Υδραυλικώς) τραχείς σωλήνες
 - Μεταβατική περιοχή (εντός τυρβώδους ροής)



Σχ. 2.2: Διάγραμμα Moody.

Διάγραμμα
Moody
Εύρεση
συντελεστή
τριβής
Ενσωματώνει
όλη τη
θεωρητική
πληροφορία



Σχ. 2.2: Διάγραμμα Moody.

Στρωτή ροή από ΕΞ. Naviers-Stokes

$$h_1 - h_2 = \frac{64}{Re} \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

Απώλειες Ενέργειας λόγω τριβής: (h_f)

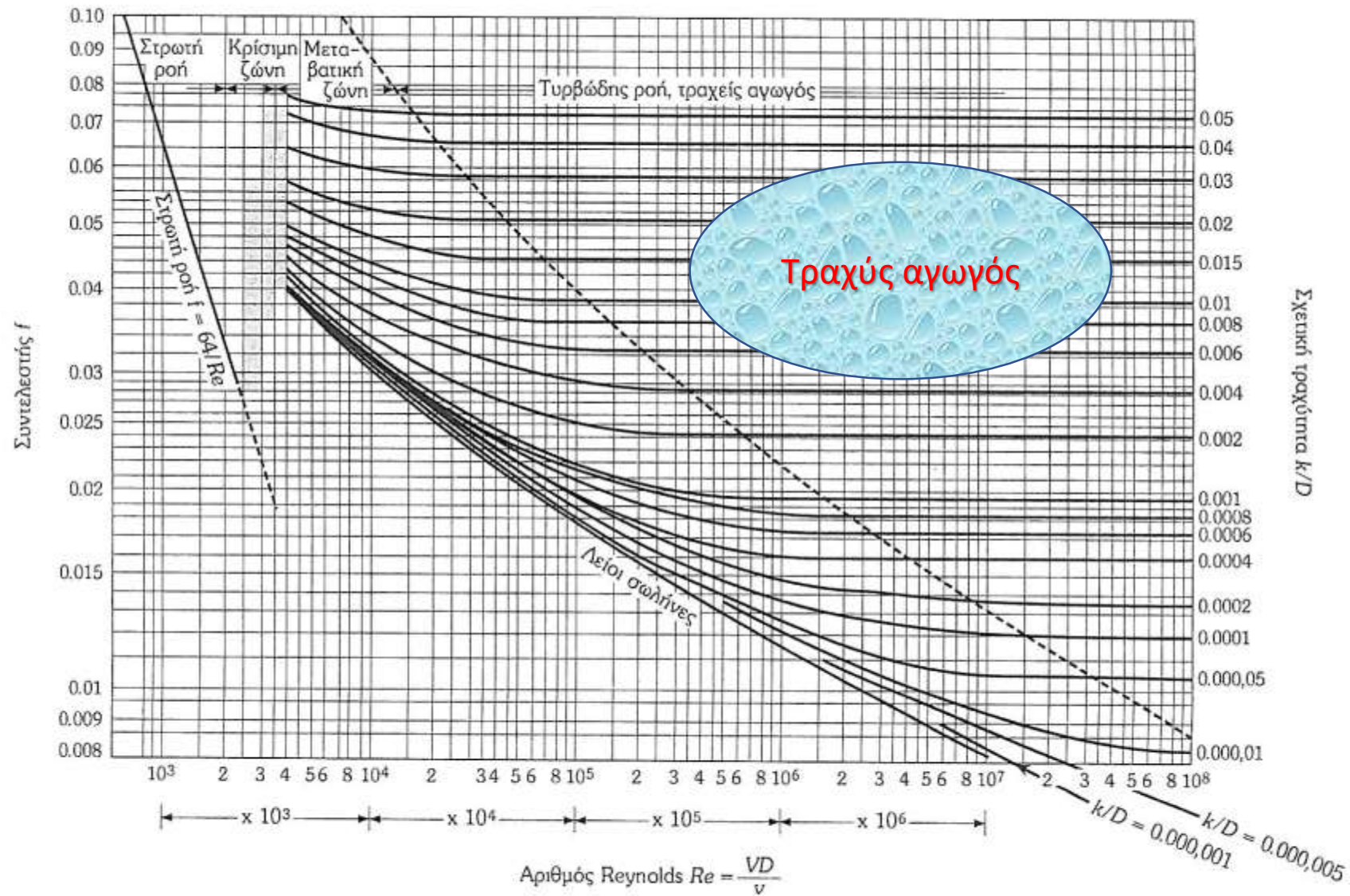
$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

Εξίσωση Darcy-Weisbach

f : συντελεστής τριβής

$$f = \frac{64}{Re}$$

για σταθερή στρωτή ροή



Σχ. 2.2: Διάγραμμα Moody.

Για τραχείς αγωγούς ο συντελεστής τριβής εξαρτάται μόνο από τη σχετική τραχύτητα (ανεξάρτητος από το Re) και για δεδομένο υλικό και διάμετρο παραμένει σταθερός.

(Ισοδύναμη) Τραχύτητα αγωγών προσαύξηση για υδραυλικό δίκτυο

- Θεωρητικά: Τραχύτητα υλικού από εργοστάσια (Υδραυλική, σε ένα κόσμο αγγελικά πλασμένο...)
- Σε εφαρμογές: Αυξάνεται η τραχύτητα του υλικού μία και πλέον τάξη μεγέθους για να προβλεφθεί η γήρανση αλλά και οι τοπικές απώλειες (βλπ Τσακίρης και Σπηλιώτης, 2010)

Προσαύξηση τραχύτητας για υδραυλικό δίκτυο (Κουτσογιάννης και Ευστρατιάδης, 2014)

Τιμές της τραχύτητας σχεδιασμού

- Δεδομένου ότι τα δίκτυα διανομής σχεδιάζονται με ορίζοντα 40 ετών, οι τιμές εφαρμογής των συντελεστών τραχύτητας πρέπει να λαμβάνουν υπόψη τη γήρανση των αγωγών.
- Κατά κανόνα οι τιμές εφαρμογής λαμβάνονται προσαυξημένες (**ισοδύναμη τραχύτητα**) προκειμένου να συμπεριληφθούν και τοπικές απώλειες (βλ. επόμενη σελίδα).
- Η ελάχιστη αποδεκτή ισοδύναμη τραχύτητα, με την προϋπόθεση νερού που δεν προκαλεί διάβρωση ή επικαθήσεις αλάτων, λαμβάνεται $\varepsilon = 0.1 \text{ mm}$ ($\varepsilon_* = 2$).
- Στη συνήθη περίπτωση πλαστικών αγωγών, με την υπόθεση ότι αναμένονται φαινόμενα **διάβρωσης ή επικαθήσεων αλάτων**, συστήνεται $\varepsilon = 1.0\text{-}2.0 \text{ mm}$ ($\varepsilon_* = 20\text{-}40$).

Ενδεικτικός πίνακας
εργαστηριακών τιμών
ισοδύναμης τραχύτητας τυπικών
υλικών (Δεν συστήνεται η χρήση
τους σε μελέτες δικτύων)

Υλικό	ε (mm)
Ορείχαλκος, χαλκός	0.0015
Χάλυβας εμπορίου ή σφυρήλατος σίδηρος	0.045
Χυτοσίδηρος με ασφαλική επάλειψη	0.12
Γαλβανισμένος σίδηρος	0.15
Χυτοσίδηρος χωρίς επάλειψη	0.26
Σκυρόδεμα	0.3 – 3.0
Πλαστικό (λείοι σωλήνες εργοστασίου)	< 0.01
Πλαστικό, μετά από χρήση	> 0.10

Ισοδύναμη τραχύτητα σε Υδραυλικά Έργα κατά την Ελληνική πρακτική.

- Μία άλλη προσέγγιση με ευρεία εφαρμογή στις Ελληνικές μελέτες, ιδιαίτερα στο εσωτερικό υδραγωγείο, αποτελεί η προσαύξηση της τραχύτητας προκειμένου να συμπεριληφθούν οι τοπικές απώλειες, κατά μία τουλάχιστον τάξη μεγέθους (Βαμβακερίδου, 2000 και Βασιλόπουλος, 2008). Έτσι σε αυτήν την περίπτωση προσαυξάνοντας την τραχύτητα του υλικού κατά μία τάξη μεγέθους, ενώ θα μπορούσε να ονοματισθεί η χρησιμοποιούμενη για τους υδραυλικούς υπολογισμούς τραχύτητα ως τραχύτητα υδραυλικού συστήματος (Τσακίρης και Σπηλιώτης, 2010).
- Πράγματι, συνήθως, σε ένα σύγγραμμα υδραυλικής οι εφαρμογές αναφέρονται σε συνθήκες εργαστηρίου (π.χ. σωλήνες μερικών εκατοστών) ενώ σε πραγματικά δίκτυα υπάρχουν χιλιόμετρα αγωγών με πλήθος εξαρτημάτων, αλλαγές ροής κ.λ.π. που είναι πρακτικά αδύνατον να προσδιοριστούν όλες αυτές οι συνακόλουθες τοπικές απώλειες.

Ανάλογα με τη μορφολογία του δικτύου . . .

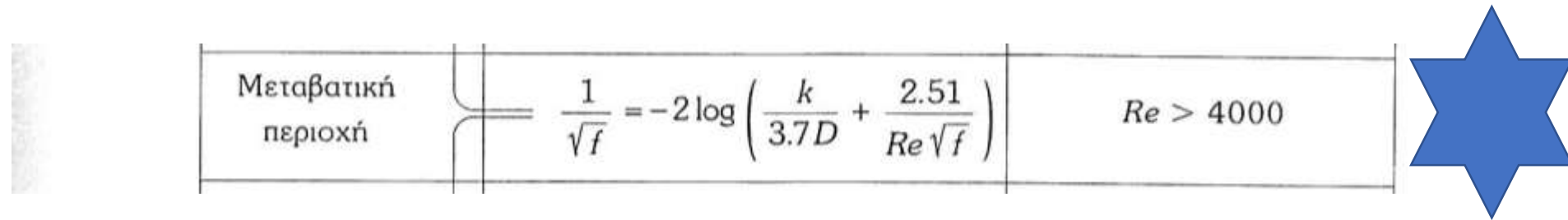
- Είναι προφανές λοιπόν, ότι η επιλογή της τραχύτητας για υδραυλικές μελέτες εμπεριέχει μία εγγενή ασάφεια. Οι θεωρούμενες τιμές εξαρτώνται από το υλικό αλλά και από τη διάταξη του αγωγού στο δίκτυο. Ενδεικτικά αναφέρεται, ότι πολλοί Έλληνες μελετητές μηχανικοί στην περίπτωση των υδραυλικών συστημάτων, για χαλυβοσωλήνες επιλέγουν ισοδυναμη τραχύτητα 1-3 mm και για αγωγούς από πολυαιθυλένιο 0.1 - 1mm.
- Σύμφωνα με τον Παντοκράτορα, 2015, **καθοριστικό στοιχείο για την επιλογή της τραχύτητας στο εσωτερικό υδραγωγείο πρέπει να είναι η διάταξη του σωλήνα στο δίκτυο.** Η λογική της αύξησης της τραχύτητας στηρίζεται στο γεγονός ότι οι αγωγοί μεταφοράς μεγάλων αποστάσεων έχουν περιορισμένο αριθμό εξαρτημάτων και ειδικών τεμαχίων, **οι κύριοι αγωγοί των εσωτερικών δικτύων έχουν περισσότερα και οι αγωγοί διανομής ακόμη περισσότερα.** Για τους αγωγούς των εσωτερικών δικτύων **συνιστάται τιμή της τραχύτητας $k=0.4$ mm.** Σε δίκτυα ύδρευσης με πολλαπλούς βρόχους η τιμή 0.4 mm αυξάνεται σε **$k=1$ mm (Παντοκράτορας, 2015).**
- Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι οι τιμές που λαμβάνονται υπ' όψιν στην Ελβετία είναι ακόμη μεγαλύτερες. Για αγωγούς μεταφοράς λαμβάνεται τραχύτητα $k=0.1$ mm. Για κύριους αγωγούς των εσωτερικών δικτύων λαμβάνεται τιμή $k=1$ mm. Για τους αγωγούς διανομής του νερού των εσωτερικών δικτύων λαμβάνεται τιμή $k=5$ mm (Παντοκράτορας, 2015).

Σύνοψη

- Χρησιμοποιούμε την ισοδύναμη τραχύτητα, δηλαδή μία εικονική τραχύτητα του πειράματος σωλήνα με κόκκους άμμου, που αντιστοιχεί στο σύστημα σωληνώσεων
- Δε χρησιμοποιούμε την ισοδύναμη τραχύτητα του σωλήνα από το εργοστάσιο αλλά την ισοδύναμη τραχύτητα του συστήματος σωληνώσεων (π.χ. ενσωμάτωση της γήρανσης ή των τοπικών απωλειών ενέργειας)

Στην ενδιάμεση περιοχή, συνδυασμός

- Εξ. Colebrook-White. Δυστυχώς, πεπλεγμένη μορφή



The diagram illustrates a pipe section divided into three regions. The first region on the left is labeled "Μεταβατική περιοχή" (Transition region). The middle region contains the Colebrook-White equation:
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.7D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right)$$
 The third region on the right is labeled "Re > 4000". A blue six-pointed star is positioned to the right of the pipe diagram.

- Διάγραμμα Moody

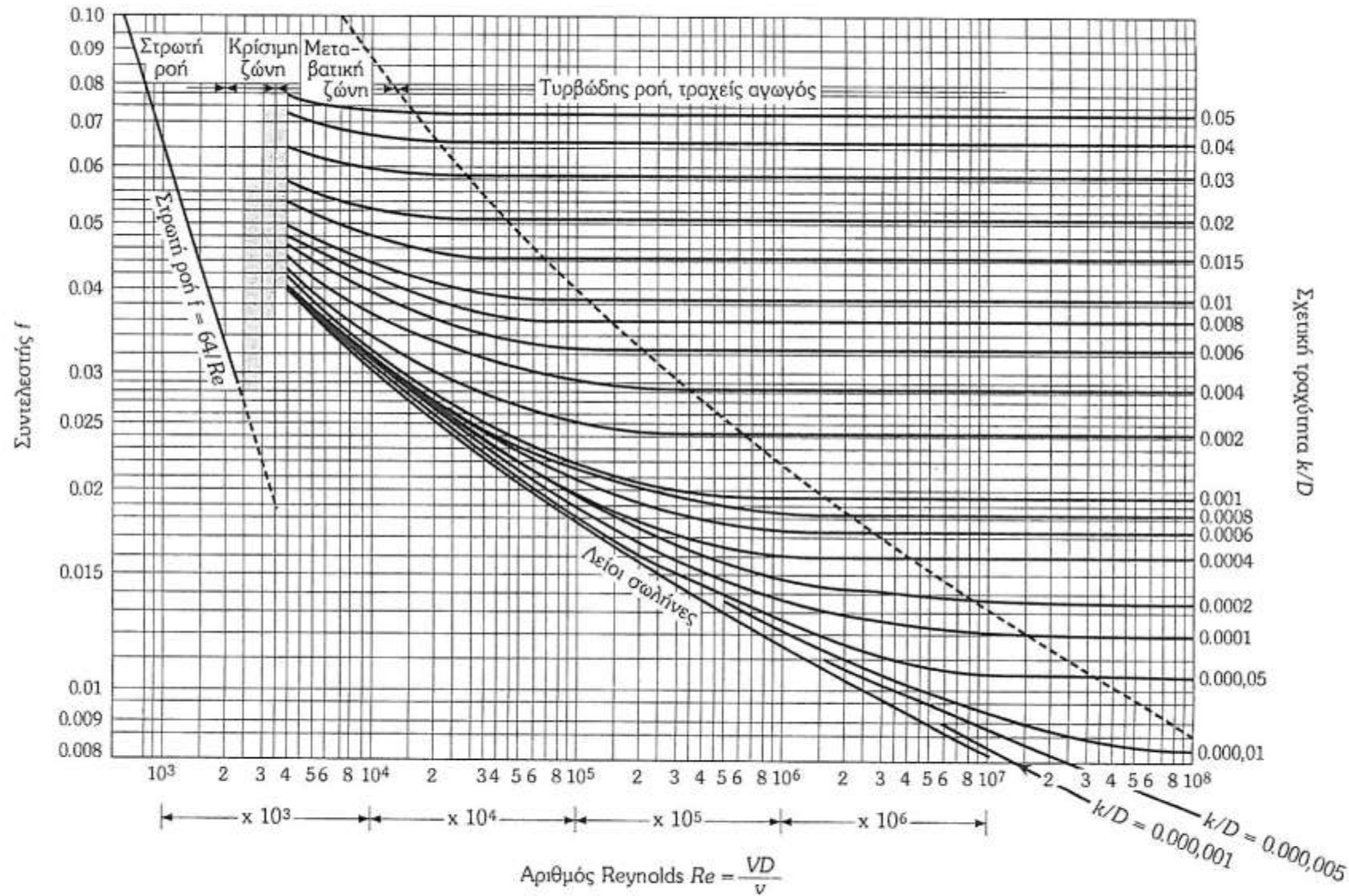
- Προσοχή ισοδύναμη τραχύτητα: Τραχύτητα υλικού που αντιστοιχεί σε διάμετρο κόκκου άμμου

- Η εξίσωση των Colebrook-White καλύπτει τις «ακραίες» καταστάσεις των λείων σωλήνων και των τραχέων σωλήνων εφόσον για $(k/D) \rightarrow 0$ ή $Re \rightarrow \infty$ αντίστοιχα οδηγούμαστε στις εξισώσεις των λείων σωλήνων και της πλήρους ανεπτυγμένης τυρβώδους ροής αντίστοιχα όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 2.1.

πρακτικά

Πίν. 2.1: Τιμές του συντελεστή τριβής f

Είδος Ροής	Εξίσωση f	Περιοχή ισχύος
Στρωτή	$f = \frac{64}{Re}$	$Re < 2100$
Λείοι σωλήνες	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right)$	$(k/D) \rightarrow 0, Re > 4000$
Μεταβατική περιοχή	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.7D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right)$	$Re > 4000$
Πλήρως ανεπτυγμένη τυρβώδη ροή	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.7D} \right)$	$Re > 4000$, σημαντικοί αριθμοί Re και σημαντική τραχύτητα



Lewis F. Moody
Professor of Hydraulic Engineering,
Princeton University

Σχ. 2.2: Διάγραμμα Moody.

Ρητή σχέση απωλειών ενέργειας-παροχής, ένας αγωγός, μία διάμετρος μόνο γραμμικές απώλειες, απαλοιφή f

B' τρόπος (προτεινόμενη ρητή εξίσωση)

Σε τυρβώδη ροή με γνωστές τις γραμμικές απώλειες, αγνοώντας τις τοπικές απώλειες, μπορεί άμεσα να προσδιοριστεί η ταχύτητα από την παρακάτω αναλυτική εξίσωση:

$$V = -2 \sqrt{\frac{2gh_{f(i-1) \rightarrow i} D}{L}} \log \left(\frac{k}{3.7D} + \frac{2.51\nu}{D} \sqrt{\frac{L}{2gh_{f(i-1) \rightarrow i} D}} \right)^* \quad (2.35)$$

* Από την εξίσωση των Darcy-Weisbach ισχύει

$$h_{f(i-1) \rightarrow i} = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = V \sqrt{\frac{L}{2gh_{f(i-1) \rightarrow i} D}}$$

Από την εξίσωση των Colebrook-White $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.7D} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right)$, προκύπτει:

$$V \sqrt{\frac{L}{2gh_{f(i-1) \rightarrow i} D}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.7D} + \frac{2.51}{VD/\nu} V \sqrt{\frac{L}{2gh_{f(i-1) \rightarrow i} D}} \right)$$

$$V = -2 \sqrt{\frac{2gh_{f(i-1) \rightarrow i} D}{L}} \log \left(\frac{k}{3.7D} + \frac{2.51\nu}{D} \sqrt{\frac{L}{2gh_{f(i-1) \rightarrow i} D}} \right)$$

όπου $H_{i-1} - H_i = h_{f(i-1) \rightarrow i}$.

Άρα είναι μία ακριβής και όχι προσεγγιστική εξίσωση

Μετάβαση σε ανοικτούς αγωγούς

- Γεμάτος καθ' ολοκληρίαν κυκλικός αγωγός

$$\bullet V_{ολ} = \frac{1}{n} * \left(\frac{\pi * \frac{D^2}{4}}{\pi * D} \right)^{\frac{2}{3}} * S_0^{1/2} = \frac{1}{n} * \left(\frac{D}{4} \right)^{2/3} * S_0^{1/2}$$

Οπότε

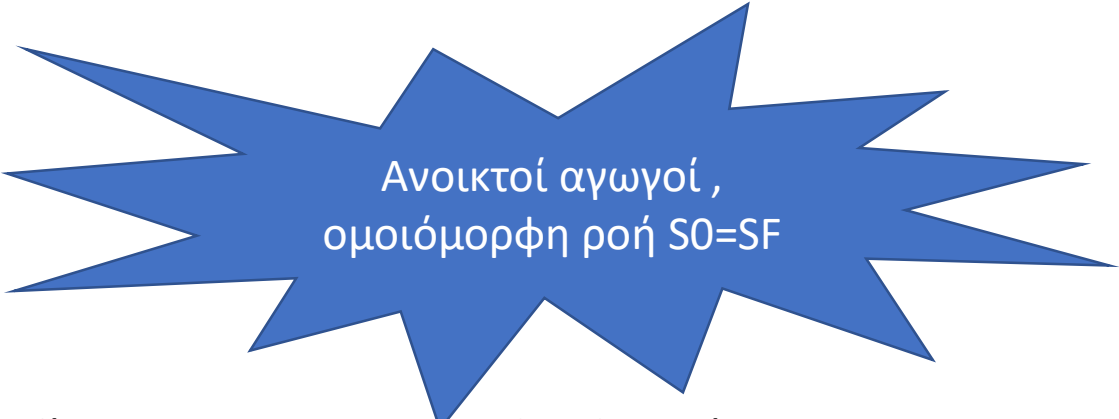
$$\bullet R = \left(\frac{\pi * \frac{D^2}{4}}{\pi * D} \right) = \left(\frac{D}{4} \right) \Rightarrow \mathbf{D = 4R}$$



Darcy Weisbach -> Εξίσωση Chezy Ανοικτοί αγωγοί, ομοιόμορφη ροή

- Darcy Weisbach: $hf = f \frac{L}{D} * \frac{V^2}{2g} \rightarrow (\mathbf{D = 4R}) \rightarrow V^2 = \frac{2g}{f} \frac{hf}{L} * 4R \rightarrow (\mathbf{S_f=hf/L=So}) \rightarrow V = \sqrt{\frac{2g}{f}} * R^{\frac{1}{2}} * S_0^{\frac{1}{2}}$

- $V=C * R^{\frac{1}{2}} * S_0^{\frac{1}{2}}$ Εξίσωση Chezy, όπου $C = \sqrt{\frac{2g}{f}}$



Ανοικτοί αγωγοί,
ομοιόμορφη ροή $S_0=S_f$

- Το γεγονός ότι καταλήγουμε στην εξίσωση chezy από την εξίσωση Darcy-Weisbach δεν θα πρέπει να μας παραξενεύει γιατί η εξίσωση Darcy-Weisbach προέκυψε από ισορροπία δυνάμεων σε ομοιόμορφη ροή.

Σχέση ταχύτητας και απωλειών ενέργειας τυρβώδη ροή-ομοιόμορφη ροή κατά DARCY – WEISBACH (απαλοιφή f)

**Ανοικτοί αγωγοί: ταχύτητα ροής σε
 ομοιόμορφη ροή**

$$V = -\sqrt{32gRS_0} * \log\left(\frac{k}{14.8R} + \frac{1.255v}{R * \sqrt{32gRS_0}}\right)$$

Ομοιόμορφη ροή -ανοικτοί αγωγοί:

$$S_f = h_f/L = S_0$$

$$D = 4R$$

Κλειστοί αγωγοί: ταχύτητα ροής

$$V = -2\sqrt{2g4RS_f} * \log\left(\frac{k}{3.7D} + \frac{2.51v}{D * \sqrt{2g4RS_D}}\right)$$

$$S_f = h_f/L \neq S_0$$



$$V = -2\sqrt{\frac{2gh_{f(i-1) \rightarrow i} D}{L}} \log\left(\frac{k}{3.7D} + \frac{2.51v}{D} \sqrt{\frac{L}{2gh_{f(i-1) \rightarrow i} D}}\right)$$

όπου $H_{i-1} - H_i = h_{f(i-1) \rightarrow i}$