

Υδραυλική ανοικτών αγωγών

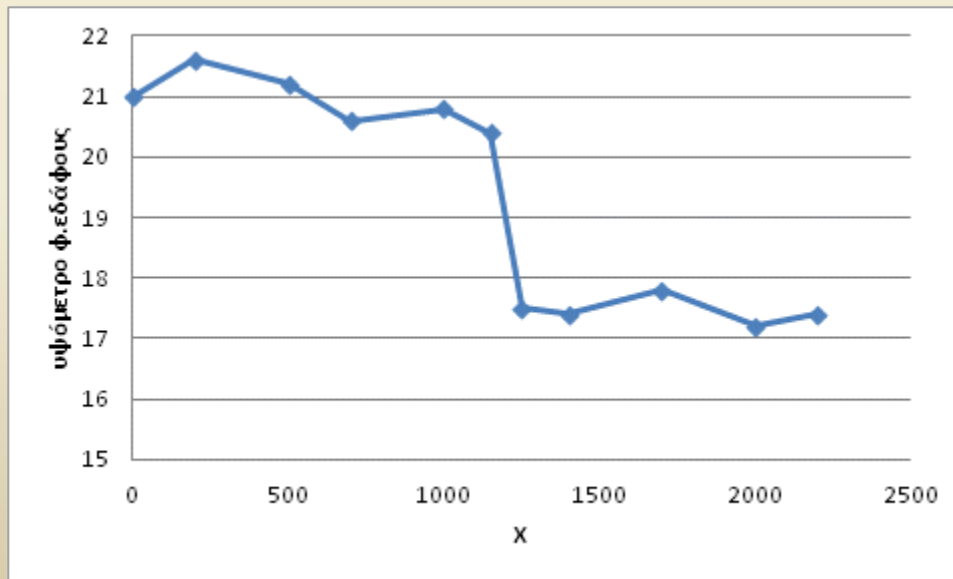
Επισκόπηση του θέματος και σχόλια

Δρ Μ. Σπηλιώτη

Κείμενα από Μπέλλος, 2008 και από
τις σημειώσεις Χρυσάνθου, 2014

Γενική ιδέα

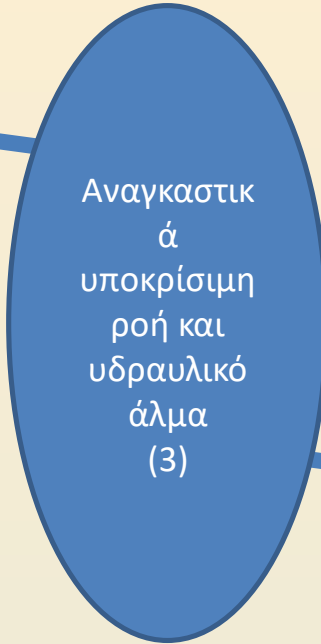
- Σκαρίφημα
- Σκελετοποίηση
- Διάταξη έργων: 3 περιοχές + υδροληψεία



Ομοιόμορφη ροή AB (2)

ΥΔΡΟΛΗΨΙΑ (1)

Ανομοιόμορφη ροή 2'



Ομοιόμορφη ροή ΒΓ (4)

ΠΙ. ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΔΙΩΡΥΓΑΣ ΠΡΟΣΑΓΩΓΗΣ ΑΡΔΕΥΤΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

Δεδομένα:

Μία προσαγωγός αρδευτική διώρυγα ξεκινάει από μία δεξαμενή ύδατος (σημείο A , $Χ.Θ.$ 0+000) και μετά από σχετικώς ευθύγραμμη διαδρομή καταλήγει στο σημείο B ($Χ.Θ.$ 2+200), κεφαλή του Αρδευτικού δικτύου, όπου διακλαδίζεται σε διώρυγες κατωτέρας τάξεως.

Η διατομή της Διώρυγας θα είναι τραπεζοειδής με κλίση πρανών $m = 1.5$ και επενδυμένη με σκυρόδεμα. Το πλάτος στέψεως των αναχωμάτων της Διώρυγας θα είναι 3.0 m.

Η παροχή υπολογισμού της Διώρυγας είναι $Q = 30.5 \text{ m}^3/\text{sec}$.

Η κατά μήκος τομή του εδάφους στην οριζοντιογραφία που έχει επιλεγεί δίνεται στον Πίνακα ΠΙ.1 που ακολουθεί.

Άλλα απαιτούμενα στοιχεία να επιλεγθούν από τη βιβλιογραφία.

Ζητούμενα

Με βάση τα παραπάνω δεδομένα ζητείται:

- α) Να γίνει ο υδραυλικός υπολογισμός της διώρυγας σε συνθήκες ομοιόμορφης ροής.
- β) Να προσδιοριστεί η ελάχιστη απαιτούμενη στάθμη του ύδατος στη δεξαμενή τροφοδοσίας της Διώρυγας υπό συνθήκες ανομοιόμορφης ροής.
- γ) Να σχεδιαστούν η πλήρης κατά μήκος τομή της Διώρυγας και όσες τυπικές κατά πλάτος τομές αυτής θεωρούνται απαραίτητες.
- δ) Να υπολογισθούν υδραυλικά και να σχεδιασθούν με λεπτομέρεια τυχόν απαιτούμενα ειδικά υδραυλικά έργα στη Διώρυγα (υδροληψία, αναβαθμός, κ.τ.λ.).
- ε) Να συνταχθούν πίνακες προμέτρησης των απαιτούμενων εργασιών και υλικών για την κατασκευή της Διώρυγας.

Προϋποθέσεις:

Η ροή γενικώς πρέπει να είναι υποκρίσιμη με ταχύτητα $V \leq 3 \text{ m/s}$, εκτός της περιοχής των ειδικών έργων, όπου μπορούμε να έχουμε αριθμό Froude $F_r \geq 1$. Η κατά πλάτος τομή του εδάφους θεωρείται ότι είναι οριζόντια. Η καθ' ύψος τοποθέτηση του πυθμένα της διώρυγας θα γίνει με κριτήριο είτε την απαιτούμενη στάθμη ύδατος ή το ισοζύγιο εκσκαφών και επιχωμάτων κατά σημαντικά τμήματα της διώρυγας.

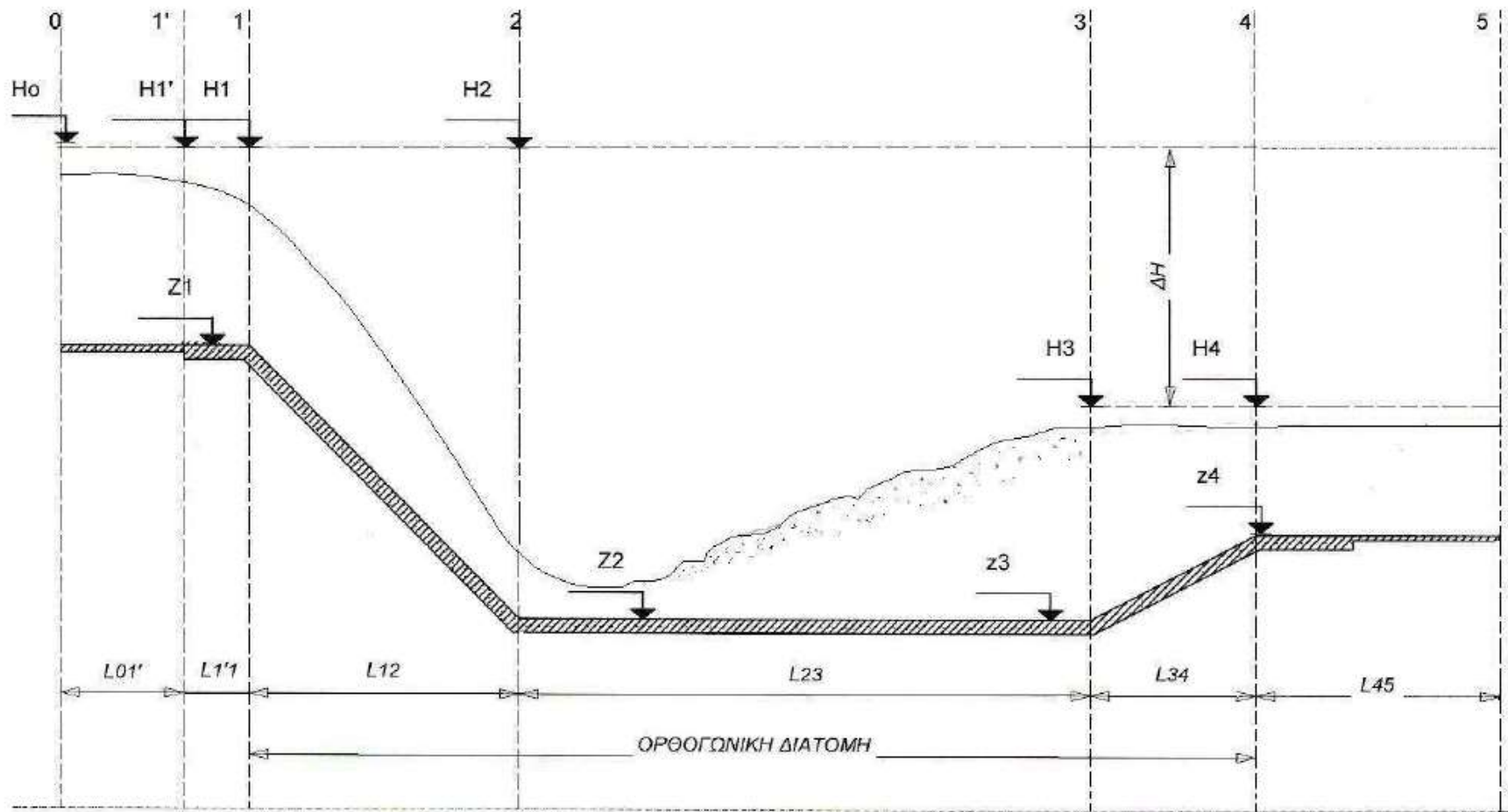
Η εισροή του ύδατος στη Διώρυγα ρυθμίζεται με επίπεδα θυροφράγματα στην θέση Α. Ανάλογα θυροφράγματα υφίστανται και στη θέση Δ για τον έλεγχο της ροής προς τις τροφοδοτούμενες Διώρυγες και τον χωρισμό της παροχής σε δύο ίσα μέρη. Ακόμη θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι η ελάχιστη απαιτούμενη στάθμη ύδατος στη θέση Δ είναι ίση με το υψόμετρο εδάφους +0.50 m.

Τέλος τα ειδικά έργα (υδροληψίες, αναβαθμοί, υδατογέφυρες κ.λ.π.) διαμορφώνονται σε ορθογωνική διατομή μέσω μεταβατικών τμημάτων με αναλογία προσαρμογής 1:5.

Πίνακας ΠΙ.1

Στοιχεία κατά μήκος τομής του εδάφους από τη διατομή Α μέχρι Δ

α/α	Διατομή	Χ.Θ.	Υψόμ. εδάφους
1	A	0+00	21.00
2		0+200	21.60
3		0+500	21.20
4		0+700	20.60
5		1+00	20.80
6	B	1+150	20.40
7	Γ	1+250	17.50
8		1+400	17.40
9		1+700	17.80
10		2+00	17.20
11	Δ	2+200	17.40

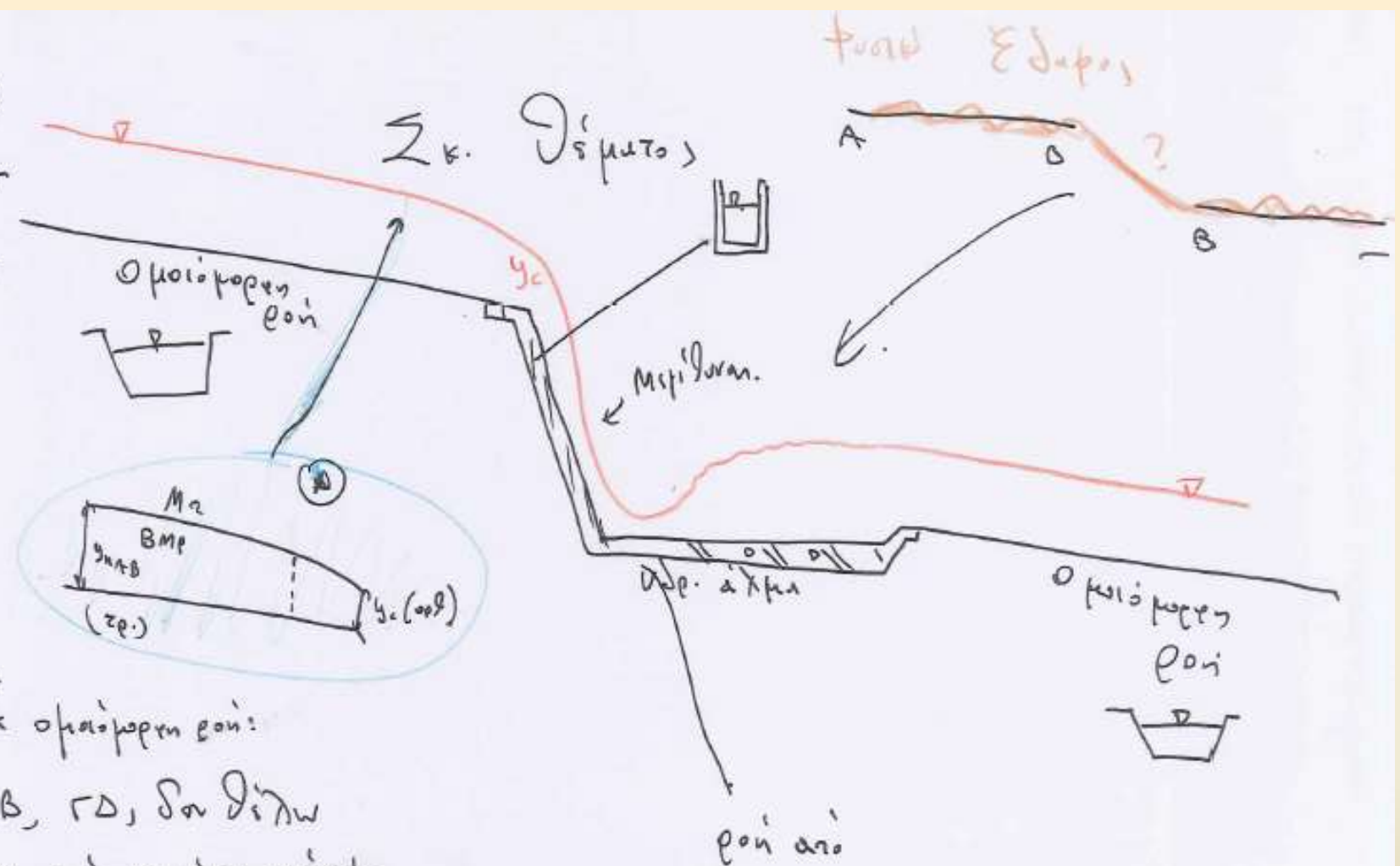


ΕΠΙΠΕΔΟ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

Μεταβατικό τμήμα , ΒΓ

Σκαρίφημα

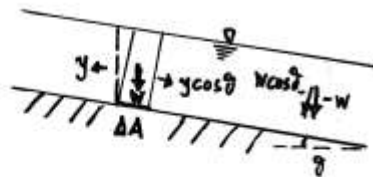
Υδραυλ. (5)
 Β. Διαγράμματα
 υψ. άξονα +
 ανέστ. διαγράμματα



Σε ομοιογενή ροή:
 ΑΒ, ΓΔ, Δου δείλω
 η ροή να είναι κρίσιμη
 δείλω να είναι "ασφαλώς"
 Υποκρίση.

Υπερκρίση σε
 Υποκρίση ->
 → Υδραυλική άλμα, Ροαοχία!!!, Καταρράκτης
 ενέρχεται

Παράλληλη ροή σε κεκλιμένο αγωγό



w: κατακόρυφη δύναμη βάρους

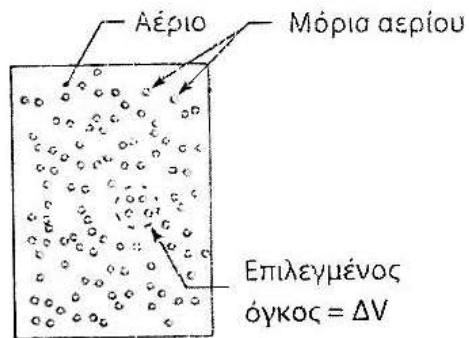
- Όγκος νερού: $\Delta A \cdot y \cos \theta$
- Βάρος νερού: $w = \rho g \cdot \Delta A \cdot y \cos \theta$
- Συνιστώσα του βάρους κάθετη προς τον πυθμένα:
 $w \cos \theta = (\rho g \cdot \Delta A \cdot y \cos \theta) \cos \theta$
- Πίεση στον πυθμένα (επιφάνεια ΔA) λόγω του υπερκείμενου βάρους νερού:

$$p = \frac{(\rho g \cdot \Delta A \cdot y \cos \theta) \cos \theta}{\Delta A} = \rho g y \cos^2 \theta$$

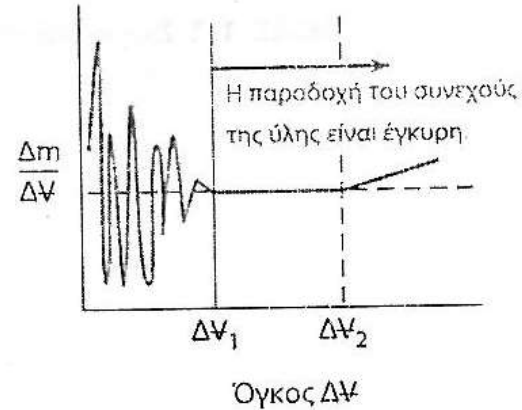
$$p = \rho g y \cos^2 \theta$$

- Όταν θ μικρή $\Rightarrow \cos \theta \approx 1.0 \Rightarrow p = \rho g y$

Βασικές έννοιες



(α)



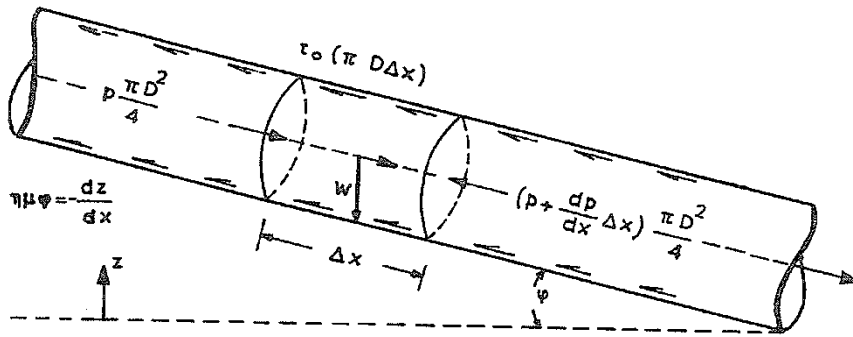
(β)

ΣΧΗΜΑ 1.4 Η παραδοχή περί του συνεχούς της ύλης είναι έγκυρη όταν ο καταμετρημένος όγκος ΔV είναι αρκετά μεγάλος ώστε να μην λαμβάνονται υπόψη οι επιδράσεις της κίνησης των μορίων.

Υπόθεση του συνεχούς μέσου (2)

Εφαρμογή κύρια στην ανάπτυξη εξισώσεων με βάση τις τρεις βασικές εξισώσεις της φυσικής σε ένα απειροστό όγκο αναφοράς.

Για παράδειγμα μεταβολή της πίεσης σε κλειστό αγωγό σταθερής διατομής μήκους dx



Εισροή:

Πίεση σταθερή σε όλη τη διατομή = p

Εκροή:

Πίεση σταθερή σε όλη τη διατομή με βάση το θεώρημα Taylor

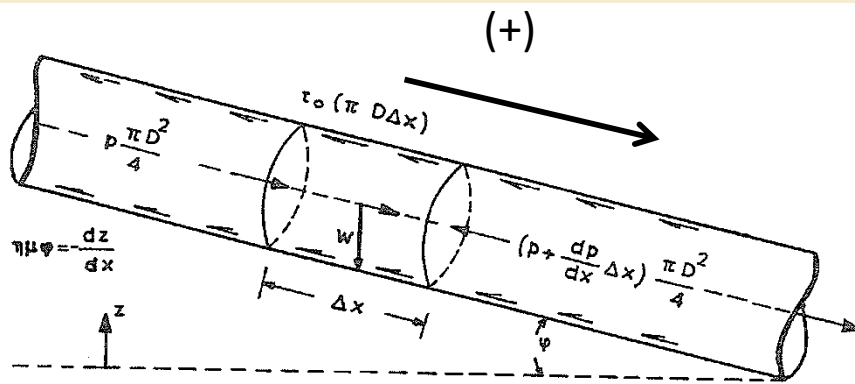
$$p(x_0 + \Delta x) \approx \left(p(x_0) + \frac{dp}{dx} \Delta x \right)$$

Προσέγγιση με βάση το Θεώρημα Taylor

Υπόθεση του συνεχούς μέσου (2)

Εφαρμογή κύρια στην ανάπτυξη εξισώσεων με βάση τις τρεις βασικές εξισώσεις της φυσικής σε ένα απειροστό όγκο αναφοράς.

Για παράδειγμα μεταβολή της πίεσης σε κλειστό αγωγό σταθερής διατομής μήκους dx



Συνισταμένη δύναμη με βάση τις πιέσεις:

$$p \cdot A - \left(p + \frac{dp}{dx} \Delta x \right) \cdot A = - \frac{dp}{dx} \Delta x A$$

Ιδιότητες ρευστών

- **Πυκνότητα:** Λόγος της μάζας του ρευστού προς τον όγκο αυτού και είναι για το ρευστό σωματίδιο:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

- **Ειδικό Βάρος:** Λόγος του βάρους ρευστού σωματιδίου για του όγκου αυτού. $\gamma = \rho g$
- **Ασυμπίεστα ρευστά:** Διατηρούν σταθερή πυκνότητα και άρα σταθερό όγκο
- Νερό: πρακτικά ασυμπίεστο με μικρή σχετικά εξάρτηση από θερμοκρασία και πίεση. Συνήθης τιμής της πυκνότητας νερού προκύπτει για θερμοκρασία 20°C και πίεση 1 atm:
- $\rho = 998 \text{ Kg/m}^3$
- Συνήθως για την πυκνότητα χρησιμοποιείται η τιμή $\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$. Οπότε θεωρώντας επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ προκύπτει ειδικό βάρος νερού:
- $\gamma \approx 10,000 \text{ N/m}^3$

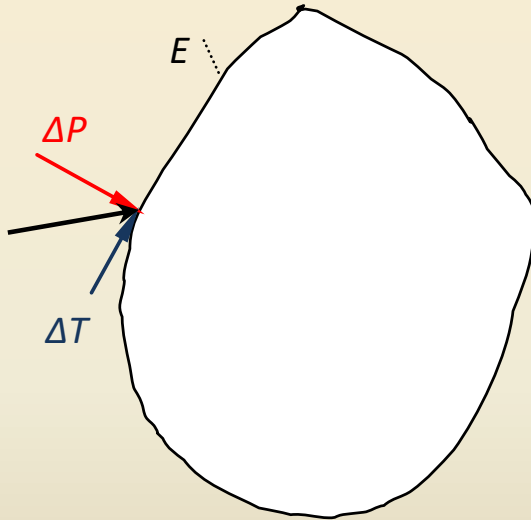
Επιφανειακές δυνάμεις

Έστω ο όγκος ρευστού V που περικλείεται από επιφάνεια E . Το περιβάλλον ρευστό ασκεί στην κάθε στοιχειώδη επιφάνεια ΔE που μπορεί να αναλυθεί σε μία κάθετη και μία εφαπτομενική δύναμη. Ορίζεται:

$$\sigma = \lim_{\Delta E \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta E} \text{ και } \tau = \lim_{\Delta E \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta E}$$

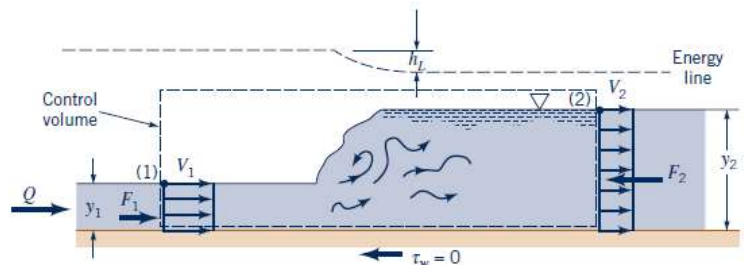
Όταν το νερό είναι ακίνητο τότε δεν υπάρχει διατμητική τάση και η ορθή τάση ταυτίζεται με τη πίεση. Η πίεση είναι βαθμωτό μέγεθος κάθετη στην επιφάνεια με θετική φορά τη θλιπτική φορά.

Μονάδες ($\text{N/m}^2 = \text{Pa}$)



Πίεση

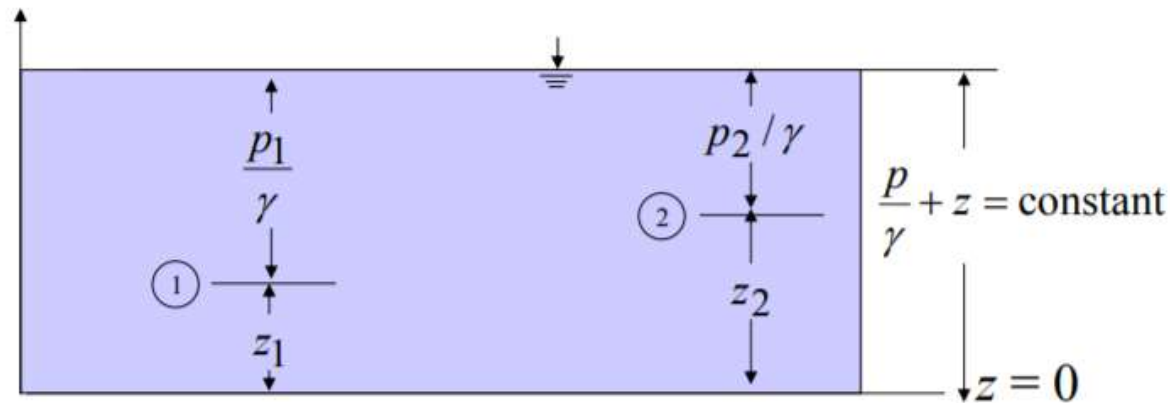
- Θλιπτική, ορίζεται με βάση την ορθή τάση
- Βαθμωτή συνάρτηση, καθορισμένη φορά (π.χ. θερμοκρασία είναι βαθμωτό μέγεθος)
- Ηρεμούν ρευστό: υδροστατική κατανομή πιέσεων οι ορθές τάσεις ταυτίζονται με την πίεση
- Κινούμενο ρευστό: Πίεση, ο μέσος όρος των ορθών τάσεων
$$p(x,x,y) = 1/3 (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$$
- Μονοδιάστατη ανάλυση, όγκος ελέγχου, θεώρηση πιέσεων, κατά τη διεύθυνση τη ροής, ορθή τάση μόνο υπό πίεση



■ Figure 10.15 Hydraulic jump geometry.

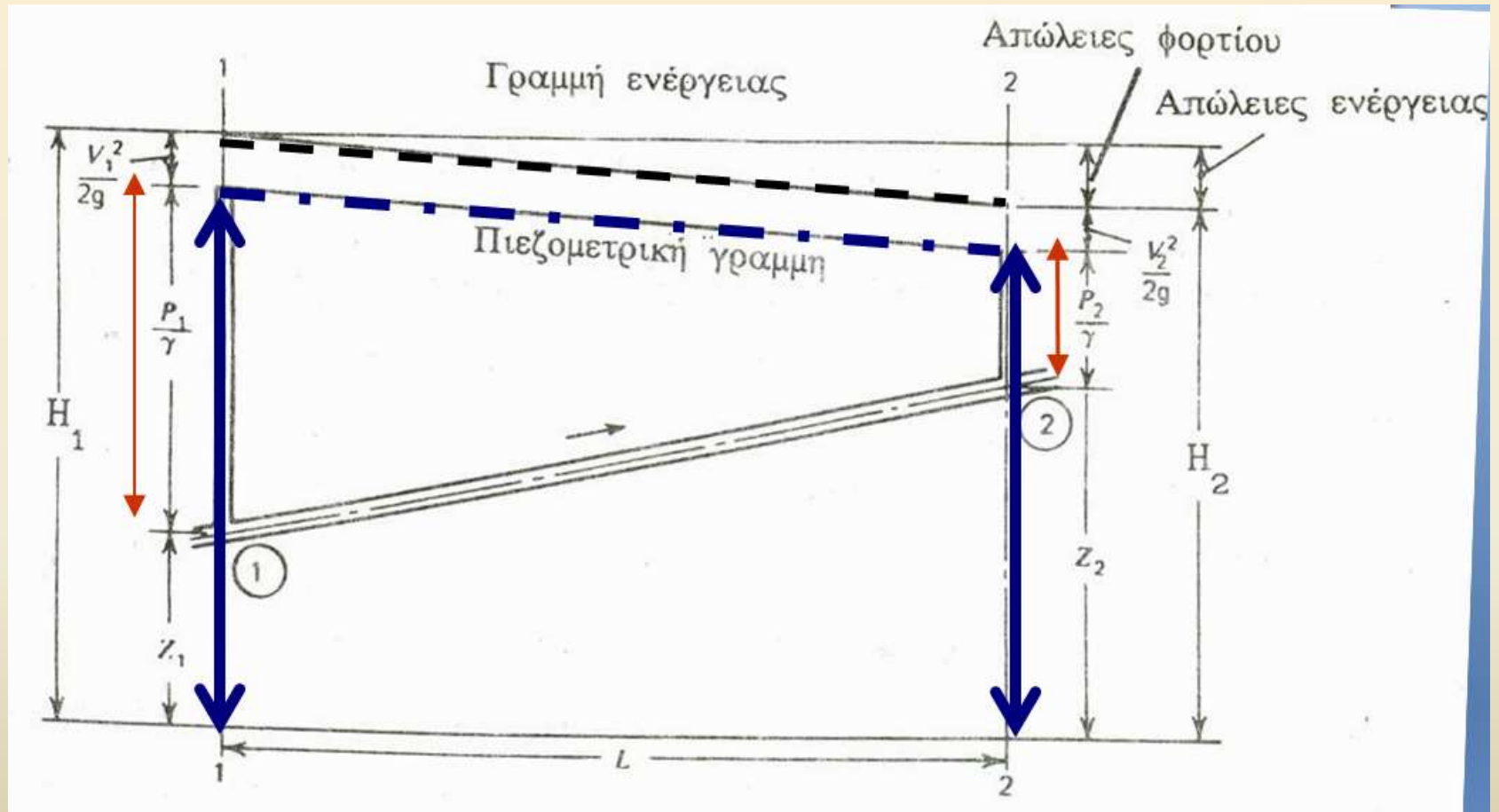
Πίεση σε υγρό ακίνητο αλλά και σε με ελεύθερη επιφάνεια (πολλές περιπτώσεις)

Πιεζομετρικό φορτίο



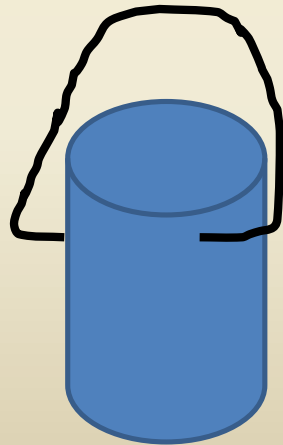
Ανοικτό δοχείο

Πίεση σε κινούμενο υγρό, κλειστοί αγωγοί



(Ογκομετρική παροχή)

- Όγκος στη μονάδα του χρόνου
- Πόσο γρήγορα γεμίζει ένας κουβάς?
- Παροχή = όγκος κουβά (που πληρώθηκε με νερό) / χρόνος για να γεμίσει
(m^3/s)

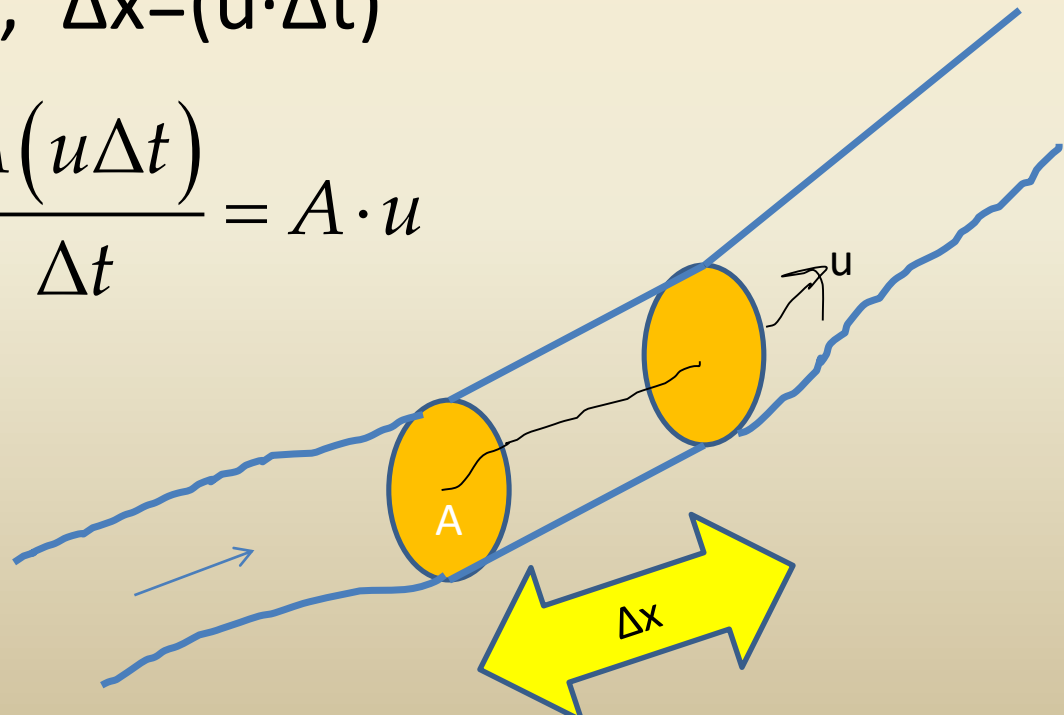


Παροχή (ογκομετρική, σωληνοειδής ροή)/φυσική ερμηνεία

- Αν η διατομή του ρευστού σε ένα σημείο είναι A και η ταχύτητα u , τότε σε μικρό χρόνο Δt , τότε ο όγκος του κυλίνδρου είναι

$$\Delta V = (u \cdot \Delta t)A, \quad \Delta x = (u \cdot \Delta t)$$

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A(u\Delta t)}{\Delta t} = A \cdot u$$



Μέση ταχύτητα γιατί υπάρχει μη ενιαία ταχύτητα σε όλη τη διατομή

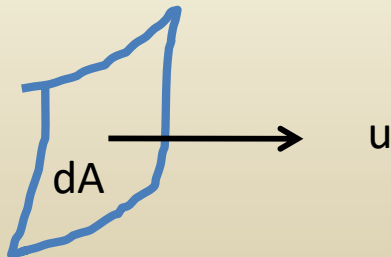
- Ορισμός με βάση την παροχή

\bar{V} : Μέση ταχύτητα είναι η παροχή που διέρχεται ανά μονάδα επιφανείας

διατομής $\bar{V} = Q/A = \frac{1}{A} \iint_A u dA$ όπου u σημειακή ταχύτητα



$$Q = \iint_A u \cdot dA$$

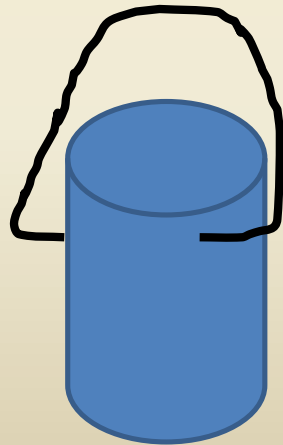


$$\Leftrightarrow \bar{V} = \frac{Q}{A}$$

ΟΡΙΣΜΟΣ

(Ογκομετρική παροχή)

- Όγκος στη μονάδα του χρόνου
- Πόσο γρήγορα γεμίζει ένας κουβάς?
- Παροχή = όγκος κουβά (που πληρώθηκε με νερό) / χρόνος για να γεμίσει
(m^3/s)

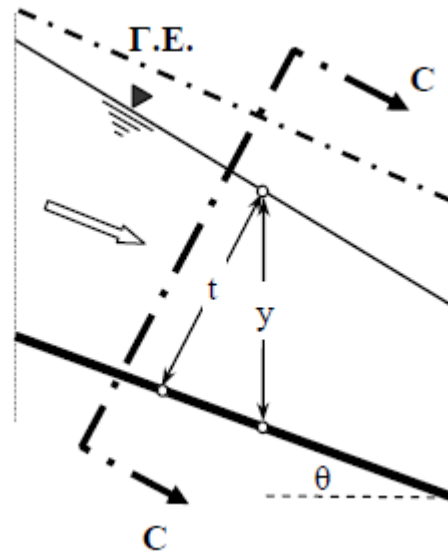
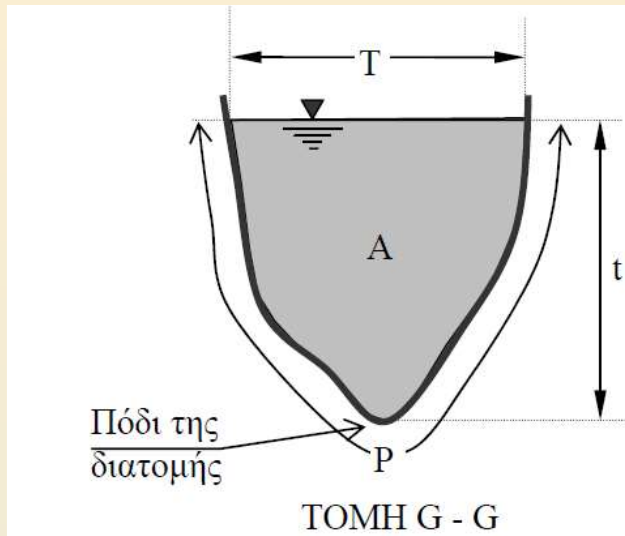


ΠΙΝΑΚΑΣ 1.3 Σύμφωνες μονάδες

Διάσταση	Σύστημα SI
μήκος	μέτρο (m)
μάζα	κιλό (kg)
χρόνος	δευτερόλεπτο (sec)
δύναμη	newton (n)
πίεση	pascal (n)
πυκνότητα	κιλό ανά m^3 (kg/m^3)
όγκος	κυβικό μέτρο (m^3)
ισχύς	watt (W)

Μεταφορά νερού με αγωγούς

- **Ανοικτοί αγωγοί:** το νερό ρέει με ελεύθερη επιφάνεια (όπου η πίεση είναι ίση με την ατμοσφαιρική) ενώ η κύρια δύναμη ροής είναι η βαρύτητα
- **Κλειστοί αγωγοί:** Δεν υπάρχει ελεύθερη επιφάνεια ενώ η κίνηση μπορεί να ερμηνευθεί σε διαφορά πιέσεως
- Ανοικτοί αγωγοί: Τεχνητοί και φυσικοί
- Ανοικτοί αγωγοί:
 - φυσικοί αγωγοί, ακανόνιστη μεταβλητή διατομή
 - Πρισματικοί: διώρυγες σε αρδεύσεις και στο εξωτερικό υδραγωγείο, αποχετεύσεις, σταθερή διατομή για μεγάλα μήκη, ποικιλία διατομών
- Κλειστοί αγωγοί: αγωγοί διανομής, αγωγοί με άντληση για κατανίκηση υψομετρικών διαφορών, συνήθως κυκλικοί αγωγοί.



(Παπαϊωάννου, 2010)

Συνήθως οι ανοικτοί αγωγοί (ιδιαίτερα στα περισσότερα τεχνικά έργα) έχουν μικρές κλίσεις, επομένως το βάθος ροής (ύψος νερού κάθετο στη μέση ταχύτητα, t) είναι περίπου ταυτόσημο με την κατακόρυφη απόσταση από τον πυθμένα έως την ελεύθερη επιφάνεια, y .

Έργα μηχανικού, ήπιες κλίσεις, t (βάθος ροής) και y περίπου ταυτίζονται

Εφ. Υδραυλική

- Παραδοχές , Θέμα:
 - **Μόνιμη ροή**
 - **Ομοιόμορφη κατανομή καθ' ύψος για την ταχύτητα**

Πραγματικά, μεταβολής της ταχύτητας καθ' ύψος

- Με βάση τις οριακές συνθήκες η ταχύτητα στα τοιχώματα των αγωγών είναι μηδέν, επομένως το προφίλ ταχυτήτων αλλάζει καθ' ύψος ακόμη και στην ομοιόμορφη ροή

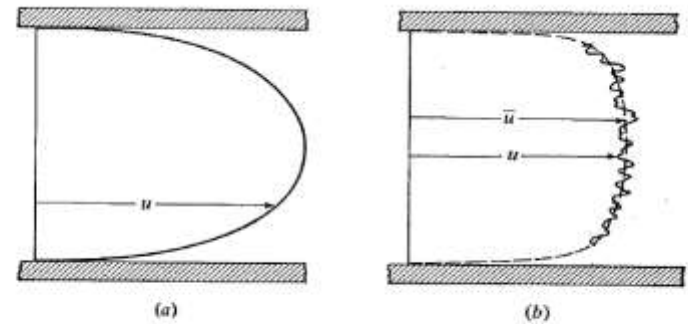
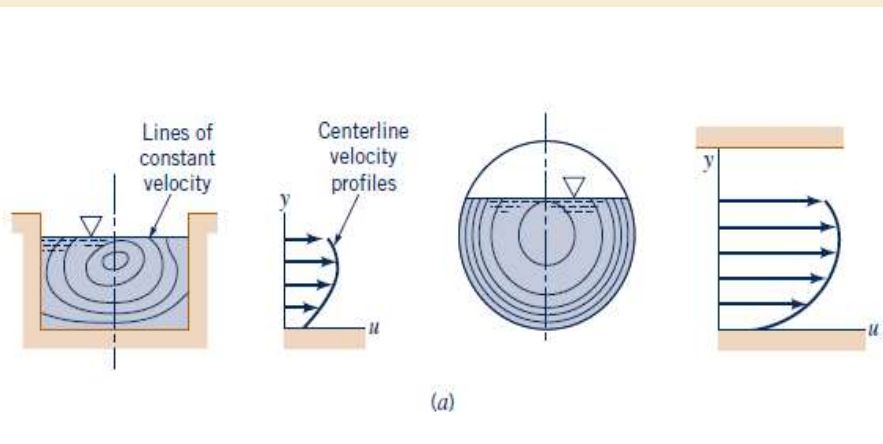
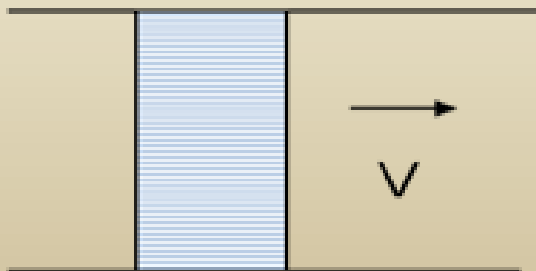


FIGURE 4-4 Laminar and turbulent flow in a pipe. (a) Laminar flow, (b) Turbulent flow.

- απλοποίηση, θεωρούμενο προφίλ ταχυτήτων (μη πραγματικό)



προσέγγιση

Μέση ταχύτητα

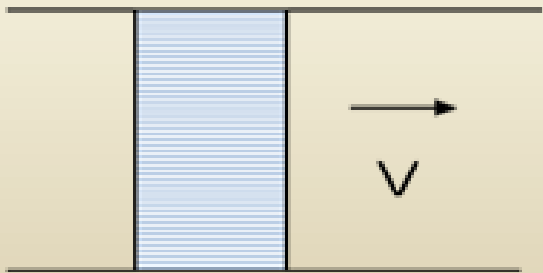
$$Q = \bar{V} \cdot A \Leftrightarrow \bar{V} = \frac{Q}{A}$$

ΟΡΙΣΜΟΣ

- Ορισμός με βάση την παροχή

\bar{V} : Μέση ταχύτητα είναι η παροχή που διέρχεται ανά μονάδα επιφανείας

διατομής $\bar{V} = Q/A = \frac{1}{A} \iint_A u dA$ όπου u σημειακή ταχύτητα



π.χ ορθ. διατομή:

$$Q = A \cdot \bar{V} = \int_0^y u(y) dA = \int_0^y u(y) (b \cdot dy) = b \int_0^y u(y) dy$$



«στριφνό θέμα»

Συντελεστής διόρθωσης κινητικής ενέργειας, α

- Μη ομοιόμορφη κατανομή της ταχύτητας καθ' ύψος, συντελεστής ώστε $\alpha V^2/2g$ να δίνει τη μέση κινητική ανά μονάδα βάρους. Για μόνιμη ροής με βάση την κινητικής ενέργεια που διέρχεται στη μονάδα του χρόνου:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_K &= \alpha \frac{V^2}{2g} (\gamma \cdot A \cdot V) = \alpha \frac{V^3}{2g} \gamma A \\ \dot{E}_K' &= \int_A \frac{u^2}{2g} (\gamma \cdot dA \cdot u) = \gamma \int_A \frac{u^3}{2g} dA \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\Rightarrow \alpha \frac{V^3}{2g} \gamma A = \gamma \int_A \frac{u^3}{2g} dA \Rightarrow a = \frac{1}{A} \int_A \left(\frac{u}{V}\right)^3 dA \\ &\dot{E}_K = \dot{E}_K' \end{aligned}$$

- Τυρβώδης ροή: $\alpha=1.01-1.10$, συνήθης εφαρμογές: $\alpha=1$

Εγκάρσια διαφοροποίηση ταχύτητας

$$a = \frac{1}{A} \int_A \left(\frac{u}{\bar{V}} \right)^3 dA = \frac{1}{A\bar{V}^3} \int_A (u)^3 dA \approx \frac{1}{A\bar{V}^3} \left(\sum_{i=1}^N A_i V_i^3 \right) =$$
$$\frac{1}{Q\bar{V}^2} \left(\sum_{i=1}^N Q_i V_i^2 \right)$$

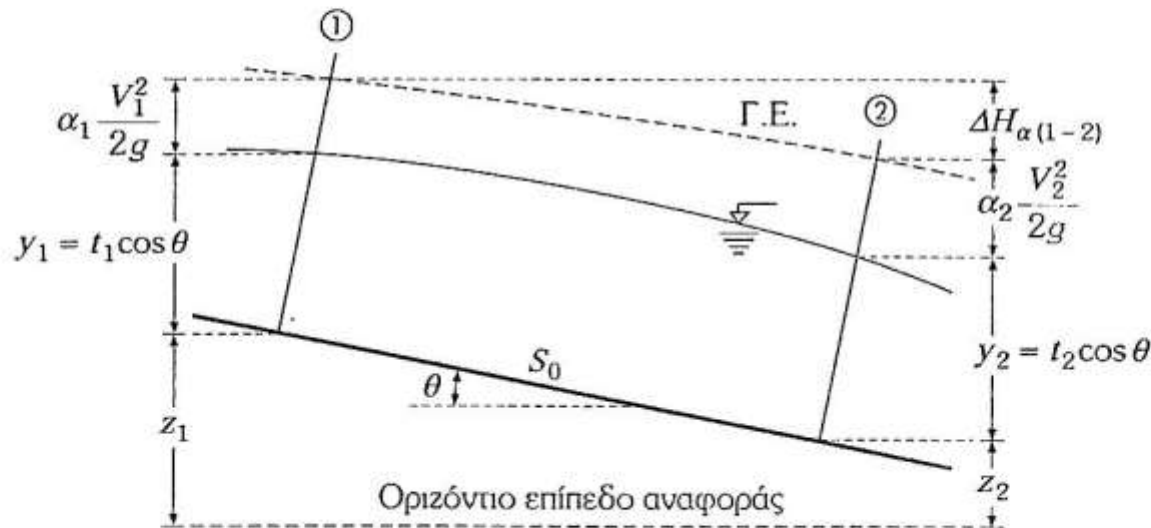
Εξίσωση Ενέργειας

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας, εφόσον η κατά μήκος κλίση, S_0 , του πυθμένα του αγωγού είναι μικρή, ώστε να θεωρηθεί $\cos \theta = 1$, οδηγεί στην εξίσωση:

$$z_1 + y_1 + \alpha_1 (V_1^2/2g) = z_2 + y_2 + \alpha_2 (V_2^2/2g) + \Delta H_{\alpha(1-2)} \quad (3.5)$$

όπου: z_i = το υψόμετρο του πυθμένα και α ο συντελεστής συνόρθωσης της κινητικής ενέργειας ο οποίος ορίζεται ως:

$$\alpha = \frac{\int_A V^3 dA}{V^3 A} = \frac{\int_A V^3 dA}{QV^2} \quad (3.6)$$



Μόνο για
ομοιόμορφη ροή
 $y_1 = y_2$
 $V_1 = V_2$
 $S_0 = S_f$

Σχ. 3.3: Η εξίσωση ενέργειας σε επιλεγμένο όγκο αναφοράς.

Συντελεστής διόρθωσης κινητικής ενέργειας

Πρισματικοί αγωγοί, συνήθως μονάδα

Πίνακας 1.1

Ενδεικτικές τιμές των συντελεστών α και β

Είδος διατομής	α	β
Γεωμετρικού σχήματος	1.10 - 1.20	1.03 - 1.07
Φυσική	1.15 - 1.50	1.05 - 1.17
Ακανόνιστη	1.50 - 2.00	1.17 - 1.33

Κινητική ενέργεια

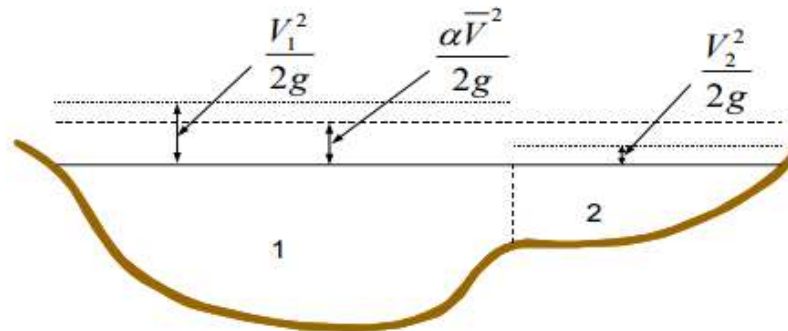
ορμή

Σε φυσικές και ακανόνιστες διατομές οι συντελεστές αυξάνουν, σε τεχνικούς αγωγούς μικρότερη τιμή. Στο μάθημα αν δεν δίνεται διευκρίνιση $\alpha = 1$

ΣΤΟ HEC-RAS

Evaluation of the Mean Kinetic Energy Head

Within the 1D river reach segments, only a single water surface and therefore a single mean energy are computed at each cross section. For a given water surface elevation, the mean energy is obtained by computing a flow weighted energy from the three subsections of a cross section (left overbank, main channel, and right overbank). Figure 2-5 below shows how the mean energy would be obtained for a cross section with a main channel and a right overbank (no left overbank area).



V_1 = mean velocity for subarea 1

V_2 = mean velocity for subarea 2

Figure 2-5 Example of How Mean Energy is Obtained

To compute the mean kinetic energy it is necessary to obtain the velocity head weighting coefficient alpha. Alpha is calculated as follows:

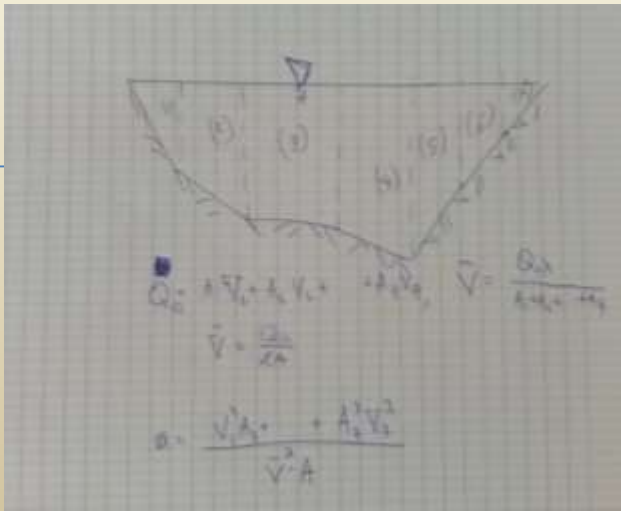
Mean Kinetic Energy Head = Discharge-Weighted Velocity Head

$$\alpha \frac{\bar{V}^2}{2g} = \frac{Q_1 \frac{V_1^2}{2g} + Q_2 \frac{V_2^2}{2g}}{Q_1 + Q_2}$$

(2-7)

Εφαρμογή

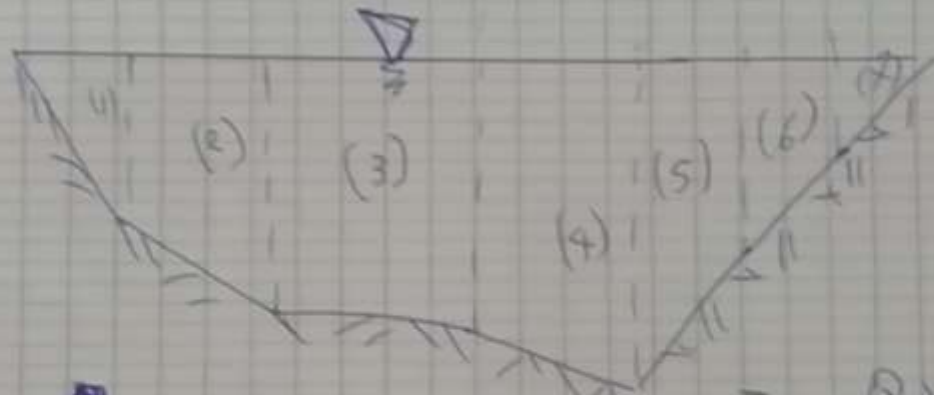
	Διατομή		ταχύτητα		παροχή		
	A		V		V*A		V ³ *A
1	11,15		0,37		4,08		0,55
2	50,17		0,44		21,87		4,15
3	81,75		0,70		57,31		28,17
4	85,47		0,74		63,04		34,30
5	74,32		0,77		57,09		33,68
6	44,59		0,59		26,10		8,94
7	7,43		0,29		2,15	VMEAN	0,18
<u>Αολ</u>	<u>354,89</u>			<u>Q</u>	<u>231,64</u>	<u>0,65</u>	<u>109,97</u>



$$\frac{\sum V^3 \cdot A}{V^4}$$

a

1,11

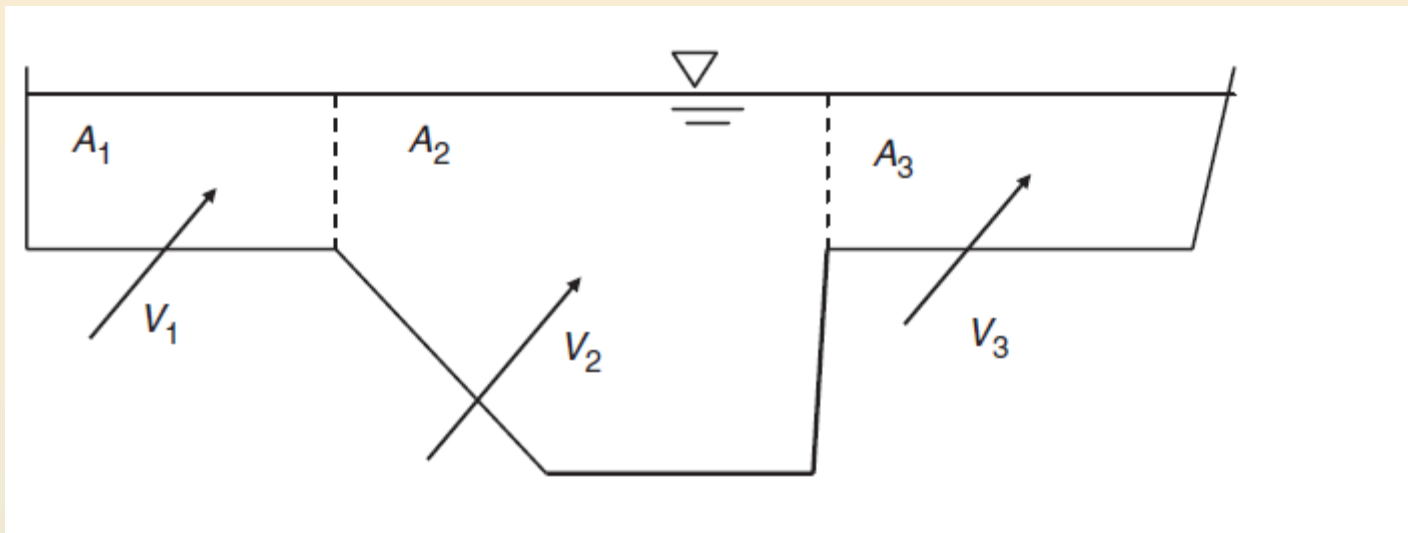


$$Q_{\text{total}} = A_1 V_1 + A_2 V_2 + \dots + A_7 V_7 \quad \bar{V} = \frac{Q_{\text{total}}}{A_1 + A_2 + \dots + A_7}$$

$$\bar{V} = \frac{Q_{\text{total}}}{\sum A}$$

$$\alpha = \frac{V_1^3 A_1 + \dots + A_7^3 V_7^3}{\bar{V}^3 \cdot A}$$

Σύνθετη διατομή



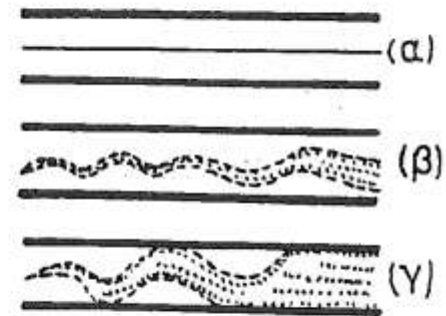
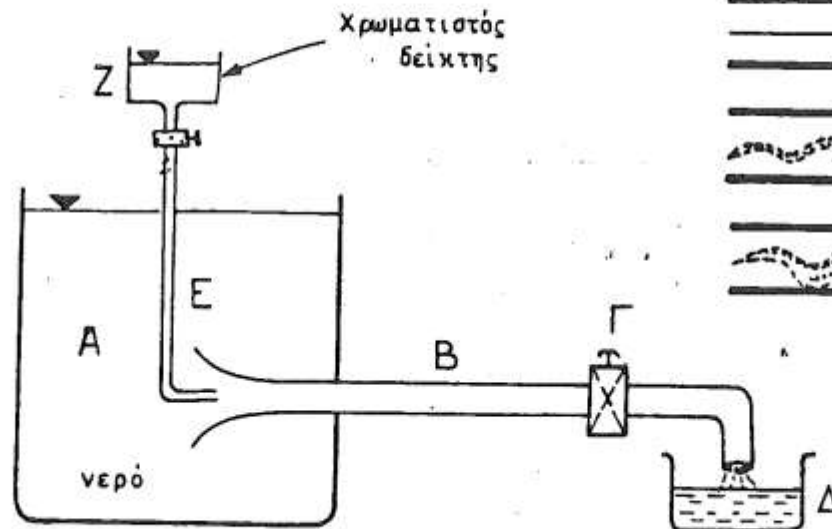
$$\alpha = \frac{V_1^3 A_1 + V_2^3 A_2 + V_3^3 A_3}{V^3 A}$$

Στρωτή και Τυρβώδης ροή

ΚΛΕΙΣΤΟΙ ΑΓΩΓΟΙ

Στρωτή και τυρβώδης ροή

Συσκευή
Reynolds



1

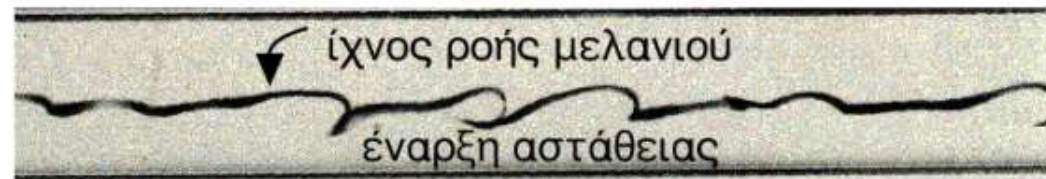
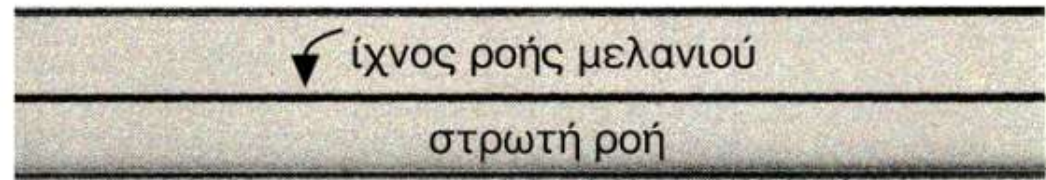
ΣΤΡΩΤΗ ΚΑΙ ΤΥΡΒΩΔΗΣ ΡΟΗ

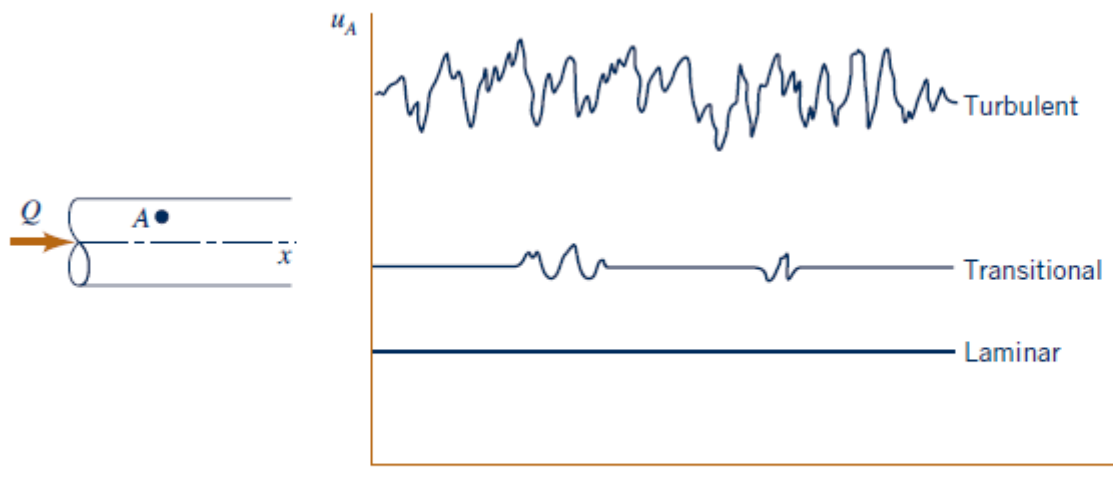
Φωτογραφία των πειραμάτων της διοχέτευσης από λεπτό ακροφύσιο μελάνης μέσα σε γυάλινο κυλινδρικό σωλήνα.

Η **στρωτή ροή** (laminar flow) χαρακτηρίζεται από το γεγονός ότι το μελάνι εμφανίζεται σαν τεντωμένο νήμα.

Με την αύξηση της παροχής και την εμφάνιση αριθμού Reynolds πάνω από 2000, εμφανίζεται αστάθεια και μετάπτωση της ροής σε **τυρβώδη**

Στην τυρβώδη ροή μπορεί να υπάρξει μόνιμη ροή???





■ **Figure 8.4** Time dependence of fluid velocity at a point.

Στη τυρβώδη ροή υπάρχει μόνιμη τιμή ενός μεγέθους κατά μέσο όρο, υπάρχει σίγουρα διακύμανση των τιμών της ταχύτητας από στιγμή σε στιγμή. Η θεώρηση μόνιμης ροής για τυρβώδη ροή οδηγεί στη συνακόλουθη θεώρηση τάσεων τύρβης.

Αριθμός Reynolds = $Re = \frac{\text{δυνάμεις αδρανείας}}{\text{δυνάμεις ιξώδους}}$

$$Re = \frac{u l}{\nu}$$

u : ταχύτητα του υγρού

l : χαρακτηριστικό μέγεθος με διαστάσεις μήκους,

Κριτήριο στρωτούς ή τυρβώδους ροής
Ορίζεται με διακυμάνσεις...

Ορισμός: ως $l = 4R$ (συμβατό με Darcy –Weisbach)
Κριτήριο στρωτής ροής

$$Re = \frac{V4R}{\nu} \leq 2000$$

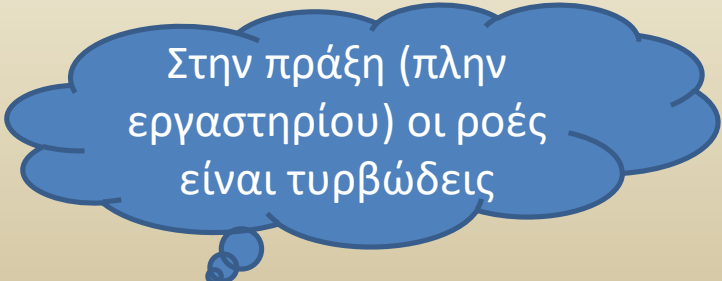
Ορισμός: ως $l = R$ (συμβατό με Darcy –Weisbach)
Κριτήριο στρωτής ροής

$$Re = \frac{V \cdot R}{\nu} \leq 500 \text{ (Elger et al., 2014), (600 για άλλους συγγορ)}$$

$$R = \frac{A}{P}$$

Ορισμός: ως $l = R$ (συμβατό με Darcy –Weisbach)
Κριτήριο τυρβώδους ροής ροής

$$Re = \frac{V \cdot R}{\nu} \geq 750,$$



Στην πράξη (πλην εργαστηρίου) οι ροές είναι τυρβώδεις

Ορισμός του προβλήματος

Νερό θερμοκρασίας 15°C ρέει σε έναν αγωγό ορθογωνικής διατομής με βάθος ροής 2 m. Ποιος είναι ο αριθμός Reynolds εάν η μέση ταχύτητα είναι 0.03 m/s ;

Περιγραφή της κατάστασης

Νερό ρέει σε ένα ορθογώνιο αγωγό.

$$B = 3\text{ m} \quad y = 2\text{ m} \quad V = 0.03\text{ m/s}$$

Ιδιότητες. Νερό (15°C , 1 atm) από τον Πίνακα A.5: $\nu = 1.14 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$.

Καθορισμός του στόχου

1. $Re \leftarrow$ αριθμός Reynolds.

Ανάληψη δράσης (εκτέλεση του σχεδίου επίλυσης)

1. Υδραυλική ακτίνα

$$R_h = \frac{By}{B + 2y} = \frac{(3\text{ m})(3\text{ m})}{(3\text{ m}) + 2(2\text{ m})} = 0.86\text{ m}$$

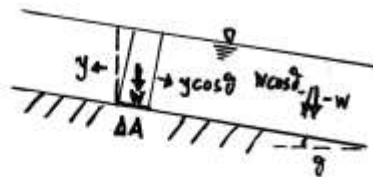
2. Αριθμός Reynolds

$$Re = \frac{VR_h}{\nu} = \frac{(0.03\text{ m/s})(0.86\text{ m})}{(1.14 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s})} = 22632$$

Επομένως η ροή είναι τυρβώδης (Elger et al., 2014)

ΘΕΩΡΙΑ

Παράλληλη ροή σε κεκλιμένο αγωγό



w: κατακόρυφη δύναμη βάρους

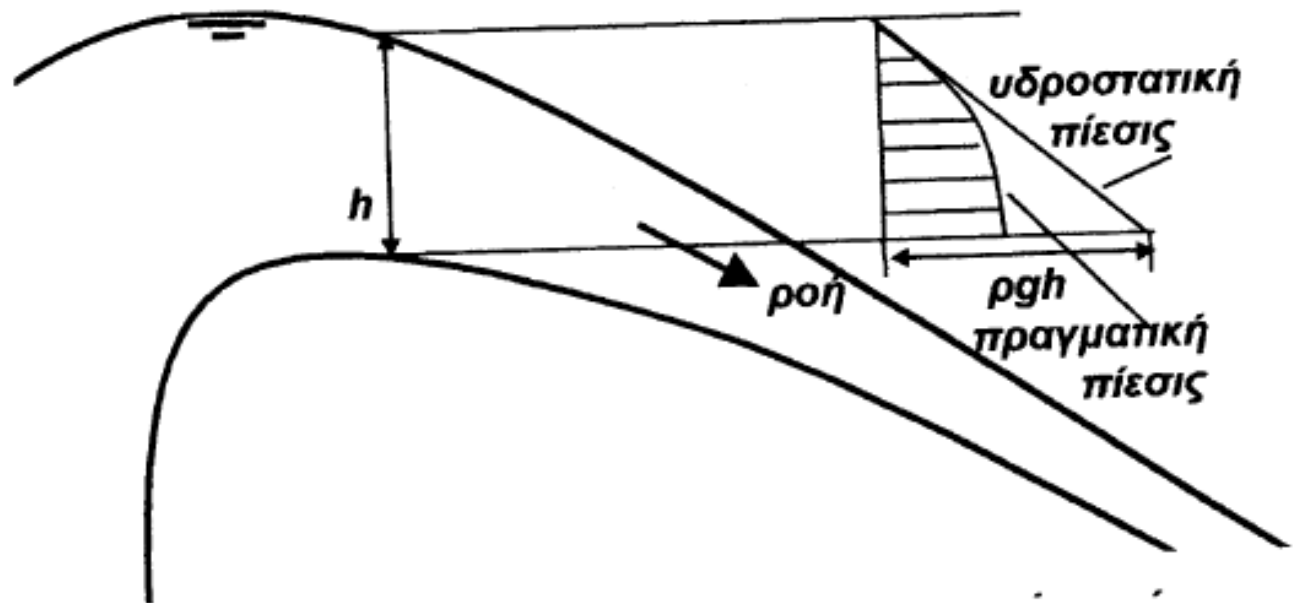
- Όγκος νερού: $\Delta A \cdot y \cos \theta$
- Βάρος νερού: $w = \rho g \cdot \Delta A \cdot y \cos \theta$
- Συνιστώσα του βάρους κάθετη προς τον πυθμένα:
 $w \cos \theta = (\rho g \cdot \Delta A \cdot y \cos \theta) \cos \theta$
- Πίεση στον πυθμένα (επιφάνεια ΔA) λόγω του υπερκείμενου βάρους νερού:

$$p = \frac{(\rho g \cdot \Delta A \cdot y \cos \theta) \cos \theta}{\Delta A} = \rho g y \cos^2 \theta$$

$$p = \rho g y \cos^2 \theta$$

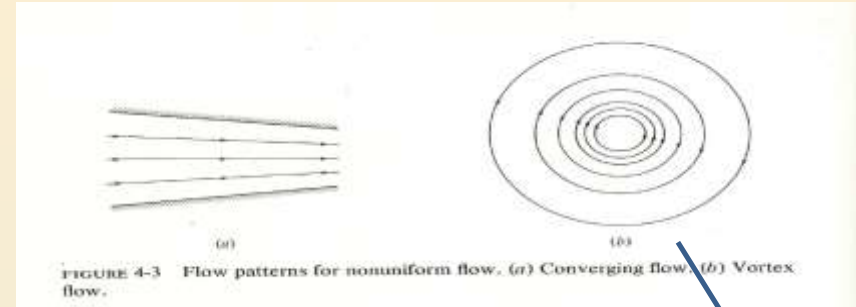
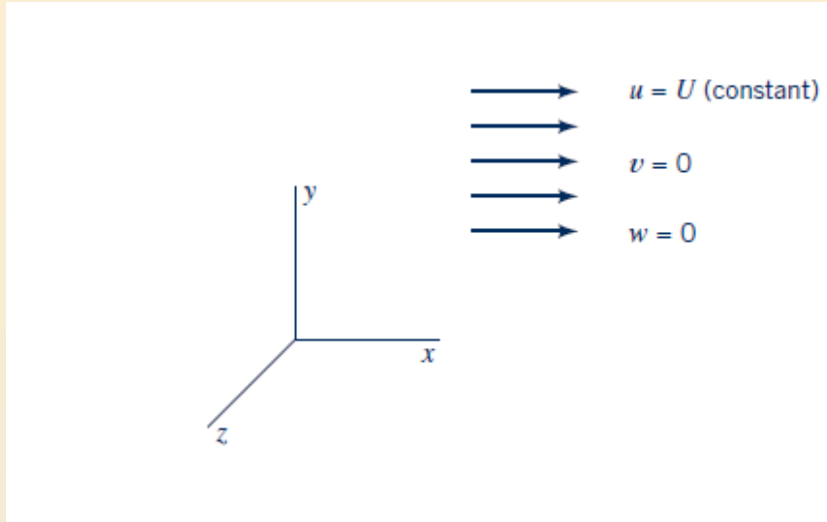
- Όταν θ μικρή $\Rightarrow \cos \theta \approx 1.0 \Rightarrow p = \rho g y$

Μη υδροστατική κατανομή της πίεσης σε κυρτές επιφάνειες ανοικτών αγωγών



Σχήμα 3.5 Κατανομή πίεσεως της ροής επί κυρτής επιφανείας

Ομοιόμορφη ροή



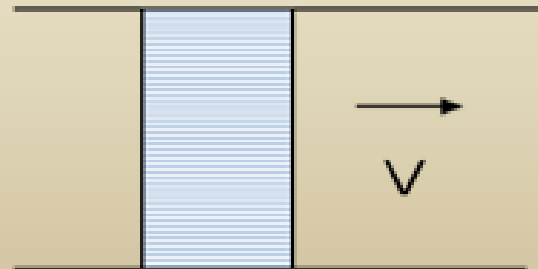
Μη ομοιόμορφη ροή

Ομοιόμορφη ροή: όταν η μεταβολή της ταχύτητας ίδια σε οποιαδήποτε επιλεγθείσα διεύθυνση, s

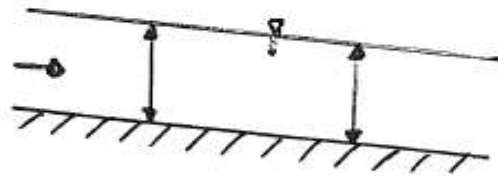
$$\frac{\partial U}{\partial s} = 0$$

Στους αγωγούς (επαφή με στερεά τοιχώματα) μπορεί να επεκταθεί θεωρώντας μόνο αν η **μέση ταχύτητα** για ίδιες διατομές παραμένει η ίδια.

(Streeter et al., 2010)



Ομοιόμορφη : Ταχύτητα του νερού σταθερή,
Βάθος νερού σταθερό
από διατομή σε διατομή \Rightarrow
Επιφάνεια νερού παράλληλη προς τον
πυθμένα



Ανομοιόμορφη : Μεταβαλλόμενο βάθος από διατομή
σε διατομή \Rightarrow
Επιφάνεια νερού μη παράλληλη προς
τον πυθμένα



Βαθμιαία μεταβολή

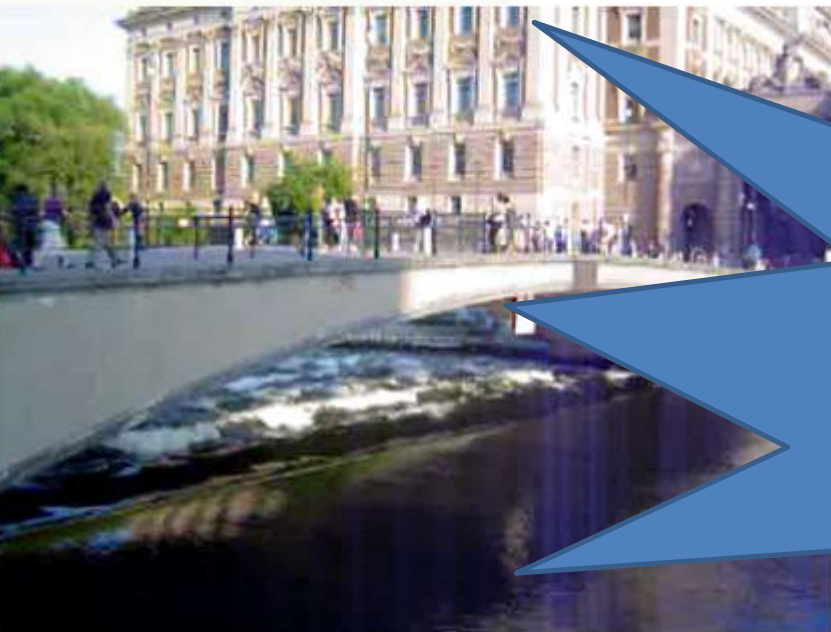
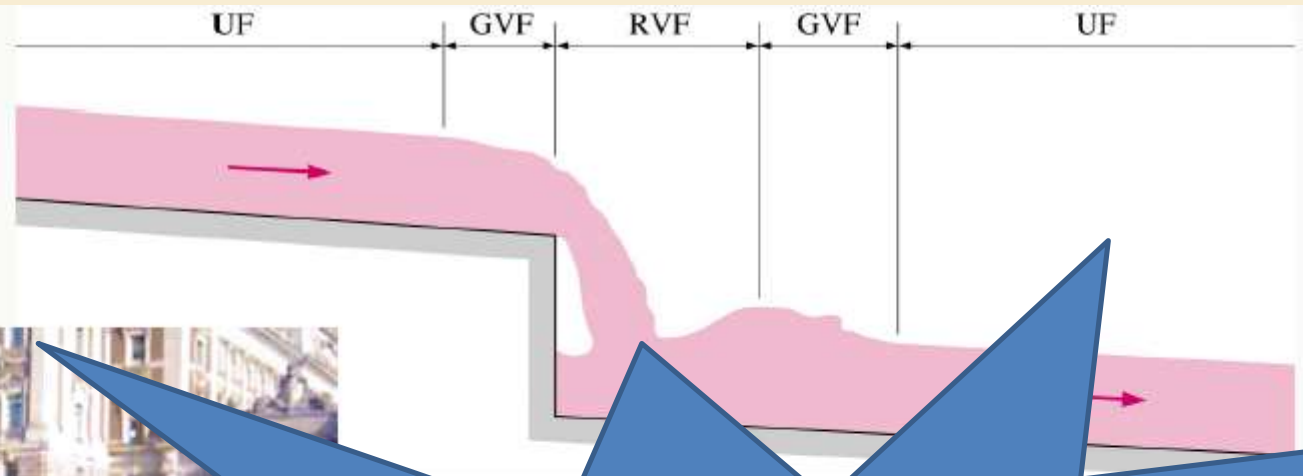


Ταχεία (απότομη) μεταβολή

Στο παρακάτω σχήμα λαμβάνει χώρα:

1. Ομοιόμορφη ροή
2. Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή
3. Ταχέως μεταβαλλόμενη ροή
4. Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ροή
5. Ομοιόμορφη ροή

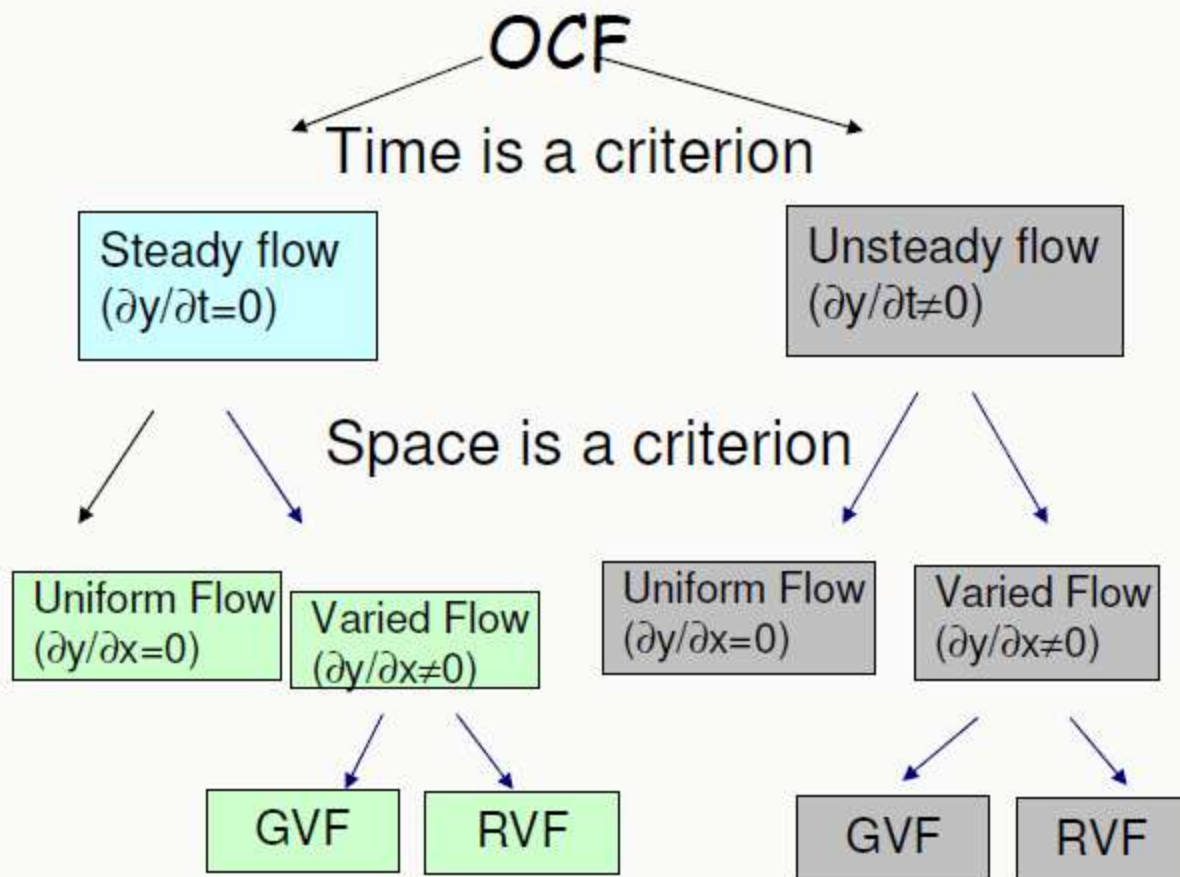
Η ροή είναι μόνιμη



Ομοιόμορφη ροή: σταθερό βάθος ροής (άρα και ταχύτητα)
Βραδέως μεταβαλλόμενη ροή: χαρακτηρίζεται από αργή μεταβολή προφίλ («ημί-ομοιόμορφη ροή»)
Ταχέως μεταβαλλόμενο προφίλ της ελεύθερης επιφάνειας στη ταχέως μεταβαλλόμενη ροή

Types of Flow

- Criterion: Change in flow depth with respect to time and space



Σχηματικά, η διάκριση των ειδών ροής φαίνεται στο παρακάτω Διάγραμμα:

ΣΤΑΘΕΡΗ		ΑΣΤΑΘΗΣ	
ΣΤΑΘΕΡΗ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ		ΑΣΤΑΘΗΣ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ (σπάνια)	
ΣΤΑΘΕΡΗ ΑΝΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ		ΑΣΤΑΘΗΣ ΑΝΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ	
ΒΑΘΜΙΑΙΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟ- ΜΕΝΗ	ΑΠΟΤΟΜΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟ- ΜΕΝΗ	ΒΑΘΜΙΑΙΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟ- ΜΕΝΗ	ΑΠΟΤΟΜΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟ- ΜΕΝΗ

ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΡΟΗ

Επίλυση ομοιόμορφης ροής

- Με βάση την κλίση $S_0 = 0.0007$.
- Ομοιόμορφη ροή: Σταθερό βάθος ροής
- Ισορροπία οριζόντιας συνιστώσας του βάρους με τη δύναμη τριβής: Manning
- Εφαρμοσμένο μάθημα: Επίλυση με πίνακες
- Έλεγχος: ροή υποκρίσιμη

Προσέγγιση (Μόνιμη) Ομοιόμορφης ροής

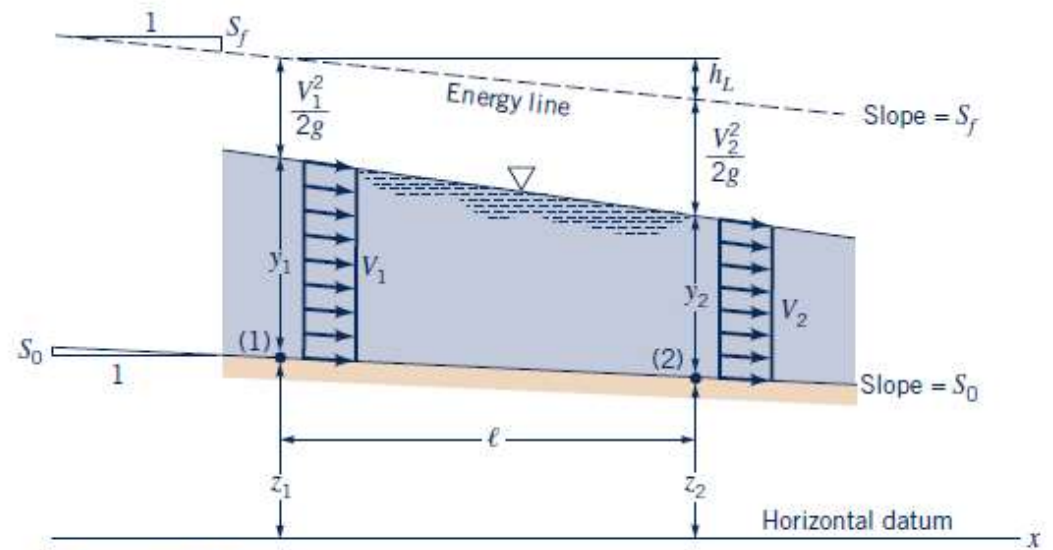
Προϋποθέσεις

- Ισορροπία δυνάμεων
- Μη μεταβολή της διατομής
- Μη μεταβολή της τραχύτητας των στερεών ορίων



Uniform flow

Ομοιόμορφη



■ Figure 10.6 Typical open-channel geometry.

ανομοιόμορφη ροή

Ομοιόμορφη ροή, ανοικτοί αγωγοί

Σύμφωνα με τον ορισμό η ροή είναι ομοιόμορφη όταν το διάνυσμα της ταχύτητας είναι σταθερό κατά μέγεθος και διεύθυνση σε όλο το μήκος του αγωγού. Κατά συνέπεια ισχύει : $dV/dx = 0$. Η ομοιόμορφη ροή

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ}{dx} = 0 \\ \text{Αλλά : } \frac{dQ}{dx} = \frac{d(VA)}{dx} = V \frac{dA}{dx} + A \frac{dV}{dx} = V \frac{dA}{dx} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{dA}{dx} = 0$$

Για σταθερή διατομή αυτό ισχύει όταν:

$$\frac{dA}{dx} = \frac{dA}{dy} \frac{dy}{dx} = 0$$

και η εξίσωση συνέχειας εκφιλίζεται σε :

$$\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \boxed{y = y_0} = \text{σταθερό}$$

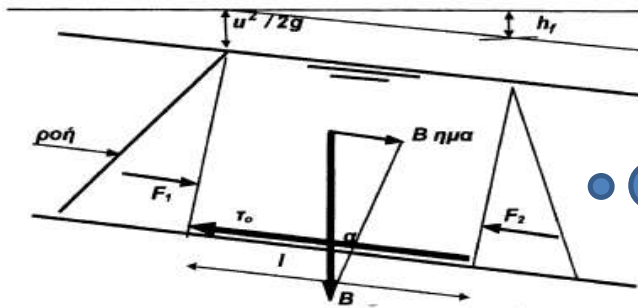
Το y_0 ονομάζεται ομοιόμορφο ή κανονικό βάθος ροής.

Προσέγγιση (Μόνιμη) Ομοιόμορφης ροής

Προϋποθέσεις

- Ισορροπία δυνάμεων
- Μη μεταβολή της διατομής
- Μη μεταβολή της τραχύτητας των στερεών ορίων

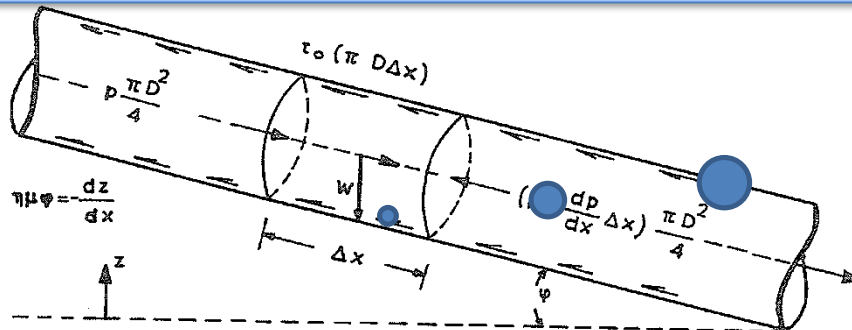
Μόνιμη Ομοιόμορφη ροή, ανοικτοί αγωγοί: Ομοιόμορφη ροή όταν το ύψος ροής παραμένει σταθερό που είναι ταυτόσημο με τη θεώρηση σταθερής ταχύτητας → β' νόμος του Νεύτωνα → άθροισμα δυνάμεων μηδέν, ισορροπία μεταξύ της οριζόντιας συνιστώσας του βάρους με τη δύναμη αντίστασης στη ροή λόγω τριβής



Σχήμα 4.1 Όγκος ελέγχου διά την απόδειξη της εξισώσεως της ομοιόμορφου ροής

Εφόσον το ύψος ροής παραμένει το ίδιο (κανονικό βάθος ροής) και για υδροστατική κατανομή της πίεσης, οι δυνάμεις πίεσης στον όγκο ελέγχου αλληλοεξουδετερώνονται

Μόνιμη Ομοιόμορφη ροή, κλειστοί αγωγοί: Διατήρηση της ορμής σε κυκλικό αγωγό υπό πίεση με μόνιμη ροή, σταθερή διατομή → **σταθερή ταχύτητα (άρα για σταθερή διατομή έχω ομοιόμορφη ροή)**, β' νόμος του Νεύτωνα → άθροισμα δυνάμεων μηδέν, ισορροπία μεταξύ των δυνάμεων πίεσης και βάρους με τη δύναμη αντίστασης λόγω τριβής (για οριζόντιο αγωγό ισορροπία μεταξύ δυνάμεων τριβής και πίεσης)



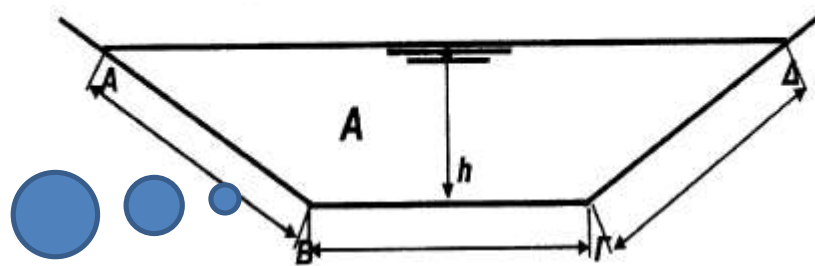
Απειροστός όγκος ελέγχου, η πίεση σταθερή σε όλο το ύψος της διατομής, διαφέρει κατά τον άξονα της ροής από θέση σε θέση

Διατμητική τάση, ανοικτή αγωγοί, ομοιόμορφη ροή

Εάν η μέση διατμητική τάσις η επενεργούσα εις τα τοιχώματα είναι $\tau_o (N/m^2)$, τότε η ολική δύναμις $F_o (N)$ δίδεται υπό του γινομένου τ_o επί του εμβαδού της επιφανείας επί της οποίας ενεργεί, δηλαδή,

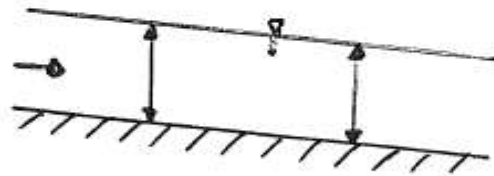
$$F_o = \tau_o P l \quad (4.1)$$

Σχόλιο:
Όλη η βρεχόμενη περίμετρος συνυπολογίζεται κατά τον προσδιορισμό της δύναμης λόγω τριβών

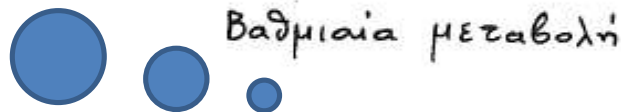


Σχήμα 4.2 Υγρά διατομή A , βρεχόμενη περίμετρος P και υδραυλική ακτίς R

Ομοιόμορφη : Ταχύτητα του νερού σταθερή,
Βάθος νερού σταθερό
από διατομή σε διατομή \Rightarrow
Επιφάνεια νερού παράλληλη προς τον
πυθμένα



Ανομοιόμορφη : Μεταβαλλόμενο βάθος από διατομή
σε διατομή \Rightarrow
Επιφάνεια νερού μη παράλληλη προς
τον πυθμένα



Ταχεία (απότομη μεταβολή)

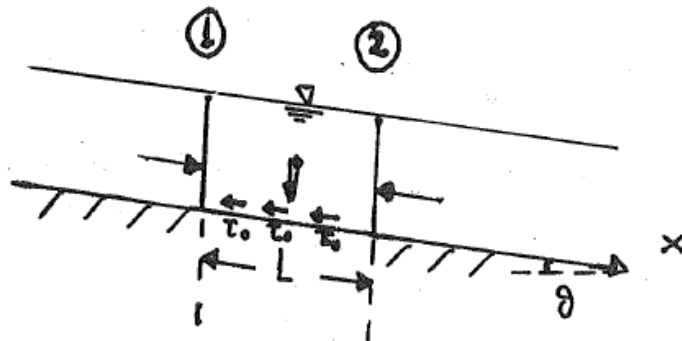
Ακόμη και αν η
ροή είναι
μόνιμη υπάρχει
συνισταμένη
δύναμη που
προκαλεί
χωρική
διαφοροποίηση
της ροής

3. ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΡΟΗ

- Κινούσα δύναμη: ευριστώσα της βαρύτητας κατά τη διεύθυνση του άξονα του αγωγού
- Αντίθετες δυνάμεις: τριβές στον πυθμένα και στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού με τον αέρα
- Όταν ο αγωγός είναι πρισματικός και αρκούντως μεγάλου μήκους και η παροχή είναι σταθερή, τότε η κινούσα δύναμη εξισορροπείται από τις αντιθέσεις και δεν υπάρχει επιτάχυνση σε καμία διατομή του αγωγού.
- Τα υδραυλικά στοιχεία της ροής (βάθος και μέση ταχύτητα) παραμένουν σταθερά κατά μήκος του αγωγού \Rightarrow ομοιόμορφη ροή, κανονικό βάθος ροής

Εξίσωση Manning: από ισορροπία δυνάμεων και...

Εξισώσεις για την ταχύτητα



- Ισορροπία δυνάμεων κατά τον άξονα x
- Οι υδροστατικές δυνάμεις αλληλοαναιρούνται

$$mg \sin \theta = \tau_0 L P \Rightarrow \tau_0 = mg \sin \theta \frac{1}{LP} = mg S_0 \frac{R}{LA} = \frac{m}{LA} g R S_0$$

$$\tau_0 = \rho g R S_0$$

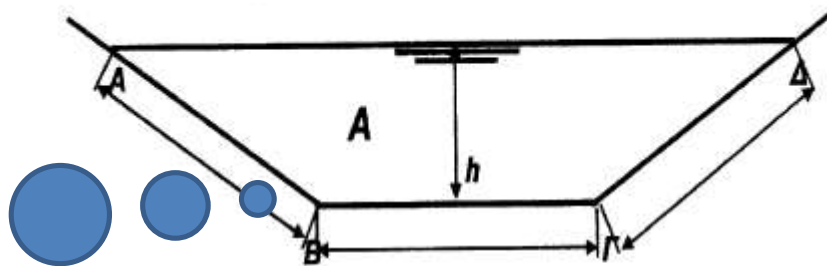
$$\sin \theta \approx \tan \theta = S_0$$

Διατμητική τάση, ανοικτή αγωγοί, ομοιόμορφη ροή

Εάν η μέση διατμητική τάσις η επενεργούσα εις τα τοιχώματα είναι $\tau_o (N/m^2)$, τότε η ολική δύναμις $F_o (N)$ δίδεται υπό του γινομένου τ_o επί του εμβαδού της επιφανείας επί της οποίας ενεργεί, δηλαδή,

$$F_o = \tau_o P l \quad (4.1)$$

Σχόλιο:
Όλη η βρεχόμενη
περίμετρος
συνυπολογίζεται
κατά τον
προσδιορισμό
της δύναμης
λόγο τριβών



Σχήμα 4.2 Υγρά διατομή A , βρεχομένη περίμετρος P και υδραυλική ακτίς R

Διατμητική τάση πυθμένα τ_0

Συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων :

$$W_{\eta\mu\alpha} = \tau_0 P \ell$$

$$A \ell \rho g \eta\mu\alpha = \tau_0 P \ell$$

$$\tau_0 = \frac{A}{P} \rho g \eta\mu\alpha$$

$$\eta\mu\alpha = \frac{h_f}{\ell} = S_0$$

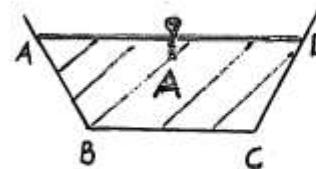
$$\tau_0 = \frac{A}{P} \rho g S_0$$

$$\tau_0 = \rho g R S_0$$

P : βρεχομένη περίμετρος

A : υγρή διατομή (επιφάνεια)

$$R = \frac{A}{P} \Rightarrow \text{υδραυλική ακτίνα}$$



$$P = (AB) + (BC) + (CD)$$

Συνδυασμός σχέσεων για τον προσδιορισμό της ταχύτητας

- Ισχύει:

$$\tau_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{f}{4} \right) \rho V^2$$

Διατμητική τάση στο πυθμένα ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας

- Επομένως

$$\rho g R S_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{f}{4} \right) \rho V^2 \Leftrightarrow$$

$$V = \sqrt{\frac{8}{f} g R S_0} = \left(\sqrt{\frac{8}{f} g} \cdot \right) R^{1/2} S_0^{1/2}$$

Εξίσωση Chezy

- Ταχύτητα ροής:

$$V = C \cdot R^{1/2} \cdot S_0^{1/2}, \quad \text{όπου} \left(\sqrt{\frac{8}{f} g} \right) = C \quad \left(\sqrt{\frac{8}{f} g} \right)$$

C : συντελεστής του Chezy

f : συνάρτ. $(Re, \frac{\kappa}{R})$

C : συνάρτ. $(Re, \frac{\kappa}{R})$

κ : τραχύτητα των τοιχωμάτων

$\frac{\kappa}{R}$: σχετική τραχύτητα

Chezy → Manning (εφαρμογή σε ασκήσεις)

- Ο Manning, 1891 πρότεινε για την σταθερά του Chezy:

$$\frac{R^{1/6}}{n} = C$$

- Οπότε η εξίσωση του Chezy θα γίνει τότε:

Εξίσωση Manning

$$u = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$C = \frac{R^{1/6}}{n}$$

n : συντελεστής Manning $[\frac{T}{L^{1/3}}]$

(από πίνακες ανάλογα με την τραχύτητα)

$K_{ST} = \frac{1}{n}$ (γερμανική βιβλιογραφία)

Λόγω της συσσωρευμένης εμπειρίας όμως, περισσότερο δημοφιλής είναι η απλοποιημένη σχέση, η οποία αποδίδεται στον R. Manning και γι' αυτό ονομάζεται και τύπος του Manning:

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2} \quad (3.9)$$

όπου: n = ο συντελεστής τραχύτητας γνωστός ως συντελεστής Manning, με διαστάσεις $(s/m^{1/3})$, η οποία αποτελεί έκφραση της τραχύτητας του στερεού ορίου και συνδέεται με το συντελεστή f των Darcy - Weisbach με τη σχέση:

$$f = (8gn^2)/R^{1/3} \quad (3.10)$$

Οι τιμές του συντελεστή n λαμβάνονται από πίνακες που έχουν δημοσιευθεί σε πληθώρα βιβλίων. Ο Πίνακας 3.2 παρουσιάζει τις τιμές του συντελεστή n για μια σειρά υλικά από τα οποία αποτελείται ο ανοικτός αγωγός. Σημειώνεται ότι επειδή ο συντελεστής n δεν είναι αδιάστατος αριθμός, κατά τη χρήση του τύπου Manning η ταχύτητα πρέπει να εκφράζεται σε m/s , η υδραυλική ακτίνα σε m και η παροχή σε m^3/s .

Το γεγονός ότι εδώ η ροή πραγματοποιείται με ελεύθερη επιφάνεια έχει ως αποτέλεσμα η υγρή διατομή, A , να εξαρτάται εκτός από τη γεωμετρία της διατομής και από τη θέση της ελεύθερης επιφάνειας, δηλαδή σε σχέση με τη ροή σε κλειστούς αγωγούς υπό πίεση υπάρχει ένα επιπλέον άγνωστο μέγεθος που πρέπει να υπολογιστεί.

Ο υπολογισμός του ομοιομόρφου βάθους, y_0 , γίνεται με χρήση της εξίσωσης Manning και της εξίσωσης συνέχειας, άρα:

$$Q = (1/n) AR^{2/3} S_0^{1/2} \quad (3.11)$$

Αν είναι γνωστά: η παροχή Q (m^3/s), η γεωμετρία του αγωγού, ο συντελεστής n και η κατά μήκος κλίση S_0 , τότε:

$$AR^{2/3} = (nQ)/S_0^{1/2} = \text{γνωστό} \quad (3.12)$$

Τσακίρης, 2015

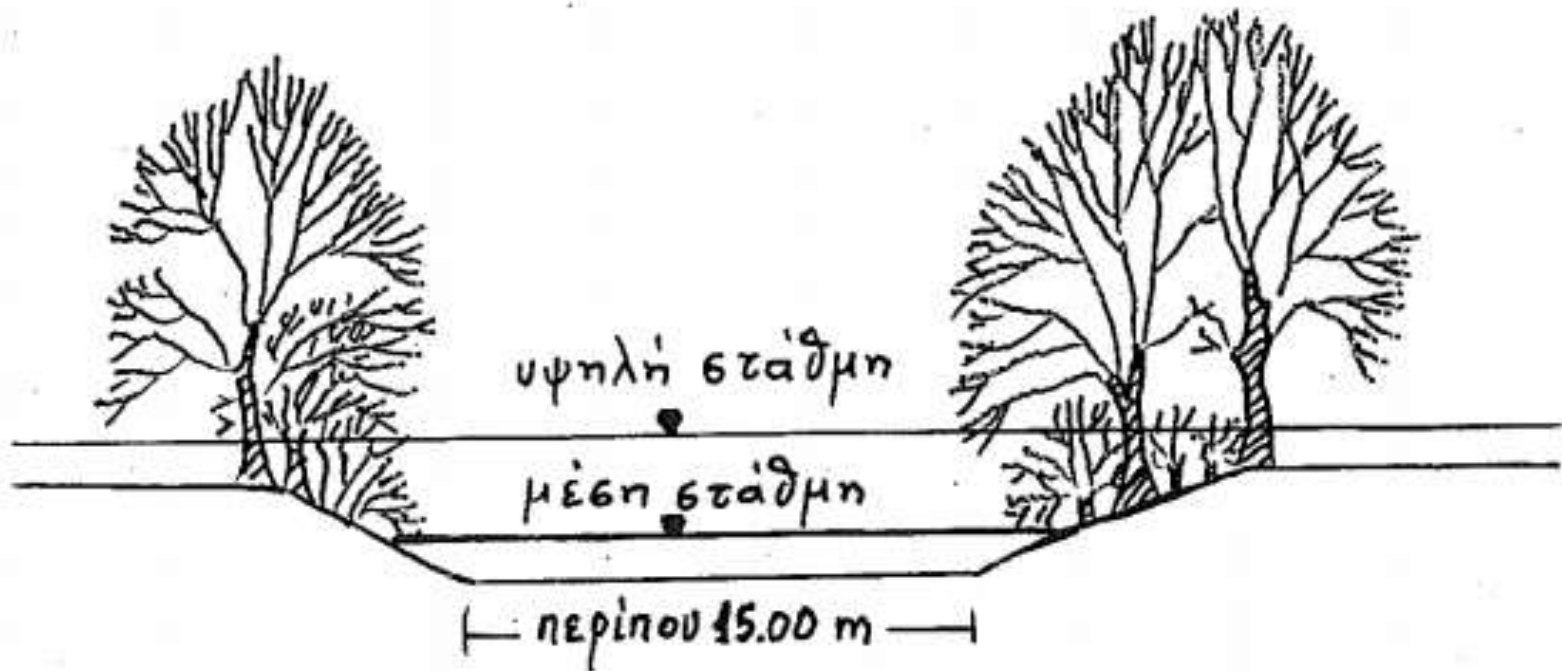
Πίν. 3.2: Συντελεστές Manning n για διάφορα υλικά

Μέταλλο λείο	0.011 - 0.015
Μέταλλο, αυλακωτό	0.023 - 0.025
Ξύλο, κατεργασμένο	0.010 - 0.015
Ξύλο, ακατέργαστο	0.011 - 0.015
Τσιμέντο λείο	0.010 - 0.013
Σκυρόδεμα	0.014 - 0.016
Τσιμεντοχάλικο	0.017 - 0.030
Γρασίδι	$0 > 0.020$

- Η διπλή τραπεζοειδής διατομή διαιρείται σε κατακόρυφες λωρίδες. Η παροχή υπολογίζεται χωριστά σε κάθε λωρίδα.
- Για επενδεδυμένες διώρυγες κατασκευασμένες στο πεδίο:
 $n = 0.014 - 0.016$
- Για προκατασκευασμένες διώρυγες με σχετικά λείες επιφάνειες:
 $n = 0.012$
- Για διώρυγες επενδεδυμένες με ευματοκιβώτια:
 $n = 0.025 - 0.030 \quad (R < 1.5 \text{ m})$
 $n = 0.025 \quad (R > 1.5 \text{ m})$

Μεταβλητό n

Φυτοκάλυψη πρανών και οχθών ενός ποταμού



Μεταβολή της γραμμής ενέργειας σε ομοιόμορφη ροή σε ανοικτούς αγωγούς

Ομοιόμορφη ροή: στον άξονα της ροής σταθερή ταχύτητα και βάθος ροής

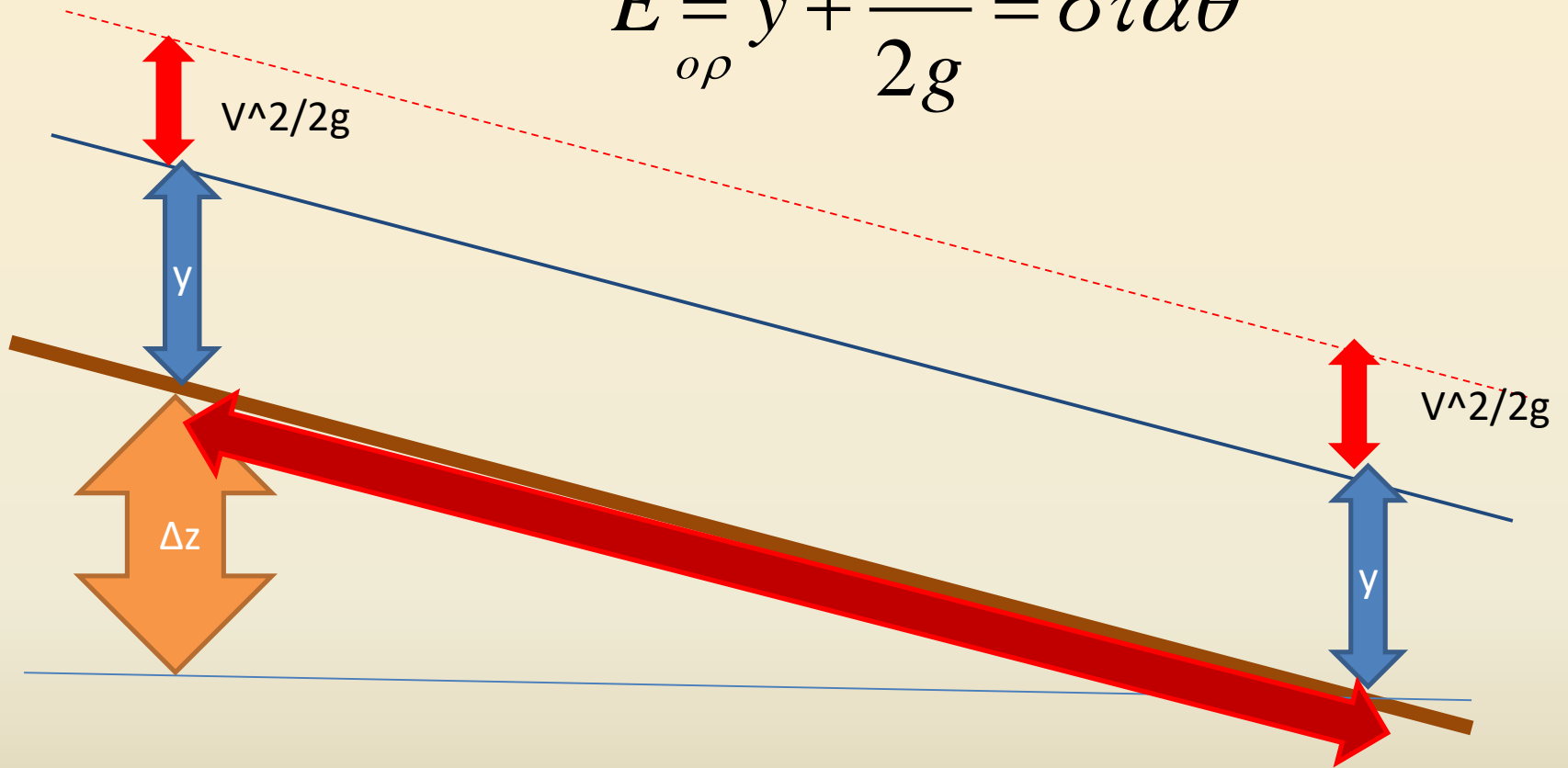
$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial x} = 0$$

Εξ. Ενέργειας: Παραγωγή όρων ενέργειας κατά τη διεύθυνση της ροής, x

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V^2}{2g} + z + y \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{V^2}{2g} \right) + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial x} = -S_0 < 0$$

Ομοιόμορφη ροή \rightarrow **κλίση γραμμής ενέργειας = κλίση πυθμένα = κλίση ελεύθερης επιφάνειας**

$$E_{o\rho} = y + \frac{V^2}{2g} = \text{σταθ}$$



Μεταβολή της ελευθέρης επιφάνειας ομοίως

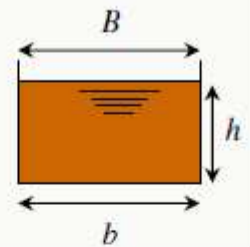
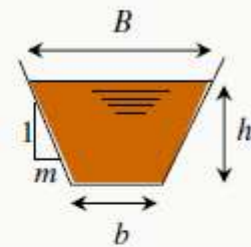
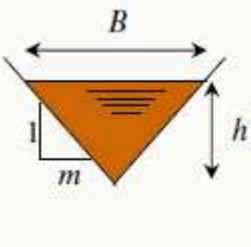
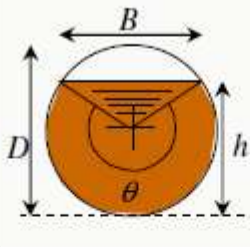
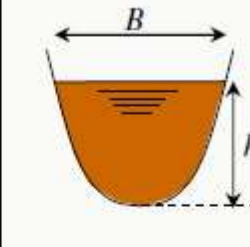
Ομοιόμορφη ροή: στον άξονα της ροής σταθερή ταχύτητα και βάθος ροής

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial x} = 0$$

Εξ. Ενέργειας: Παραγωγή όρων ενέργειας κατά τη διεύθυνση της ροής, x

$$\frac{\partial}{\partial x} (z + y) = \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial x} = -S_0 < 0$$

Ομοιόμορφη ροή \rightarrow **κλίση γραμμής ενέργειας = κλίση πυθμένα = κλίση ελεύθερης επιφάνειας**

	<i>rectangular</i>	<i>trapezoidal</i>	<i>triangular</i>	<i>circular</i>	<i>parabolic</i>
					
<i>flow area</i> A	bh	$(b + mh)h$	mh^2	$\frac{1}{8}(\theta - \sin \theta)D^2$	$\frac{2}{3}Bh$
<i>wetted perimeter</i> P	$b + 2h$	$b + 2h\sqrt{1 + m^2}$	$2h\sqrt{1 + m^2}$	$\frac{1}{2}\theta D$	$B + \frac{8}{3}\frac{h^2}{B}$ *
<i>hydraulic radius</i> R_h	$\frac{bh}{b + 2h}$	$\frac{(b + mh)h}{b + 2h\sqrt{1 + m^2}}$	$\frac{mh}{2\sqrt{1 + m^2}}$	$\frac{1}{4}\left[1 - \frac{\sin \theta}{\theta}\right]D$	$\frac{2B^2h}{3B^2 + 8h^2}$ *
<i>top width</i> B	b	$b + 2mh$	$2mh$	$(\sin \theta / 2)D$ or $2\sqrt{h(D - h)}$	$\frac{3}{2}Ah$
<i>hydraulic depth</i> D_h	h	$\frac{(b + mh)h}{b + 2mh}$	$\frac{1}{2}h$	$\left[\frac{\theta - \sin \theta}{\sin \theta / 2}\right] \frac{D}{8}$	$\frac{2}{3}h$

Κάναμε εξετάσεις στην υδροπληροφορική (προπτυχιακό)?
 Μήπως αν δεν κάναμε να βγάλουμε μία ημερομηνία, δεν πιστεύω θα είναι πολλοί.

Με εκτίμηση
 Μ.

Πίν. 3.1: Γεωμετρικά στοιχεία αγωγών

Διατομή	Επιφάνεια A	Βρεχ. περίμετρος P	Υδραυλική ακτίνα $R = A/P$	Πλάτος ελεύθερης επιφάνειας B	Υδραυλικό βάθος $y_p = A/B$	Αριθμός Froude F
<p>Ορθογωνική</p>	by	$b + 2y$	$\frac{by}{b + 2y}$	b	y	$\sqrt{\frac{Q^2}{b^2 y^3 g}}$
<p>Τραπεζοειδής</p>	$(b + zy)y$	$b + 2y\sqrt{1 + z^2}$	$\sqrt{\frac{(b + zy)y}{b + 2y\sqrt{1 + z^2}}}$	$b + 2zy$	$\frac{(b + zy)y}{b + 2zy}$	$\sqrt{\frac{(b + 2zy)Q^2}{(b + zy)^3 y^3 g}}$
<p>Τριγωνική</p>	zy^2	$2y\sqrt{1 + z^2}$	$\frac{zy}{2\sqrt{1 + z^2}}$	$2zy$	$\frac{y}{2}$	$\sqrt{\frac{2Q^2}{z^2 y^5 g}}$
<p>Κυκλική</p>	$\frac{d^2}{8}(\varphi - \sin\varphi)$	$d \frac{\varphi}{2}$	$\frac{d}{4} \left(1 - \frac{\sin\varphi}{\varphi}\right)$	$d \left(\sin \frac{\varphi}{2}\right)$ ή $2\sqrt{y(d-y)}$	$\frac{d}{8} \left\{ \frac{\varphi - \sin\varphi}{\sin \frac{\varphi}{2}} \right\}$	$\sqrt{\frac{512Q^2 \sin \left(\frac{\varphi}{2}\right)}{gd^5(\varphi - \sin\varphi)^3}}$

Αδιαστατοποίηση των παραμέτρων ροής

- Σκοποί της αδιαστατοποίησης:

- (α) Μείωση των μεταβλητών ενός προβλήματος
- (β) Πινακοποίηση του προβλήματος

- Σχεδιασμός ομοιόμορφης ροής:

Δίδεται η παροχή Q , η κλίση του πυθμένα S_0 και ο συντελεστής τραχύτητας n .

Ζητούνται οι διαστάσεις του αγωγού

που εμπεριέχονται στη συνάρτηση αγωγιμότητας $f_n(\gamma) = AR^{2/3}$

Τραπεζοειδής διατομή

- Για τραπεζοειδή διατομή:

$$A = y(b + my) \quad P = b + 2y\sqrt{1+m^2} \quad R = A/P$$

y : βάθος ροής

b : πλάτος πυθμένα

m : κλίση πρανών

- Η συνάρτηση αγωγιμότητας f_n είναι συνάρτηση των y , b και m ,

καθόσον $f_n = AR^{2/3}$

- Αδιαστατοποίηση με το πλάτος πυθμένα b_0

- Αντί των τριών μεταβλητών b , y και m , έχουμε δύο, τις $\bar{y} = y/b_0$ και m

Επίλυση με πίνακες τραπεζοειδής διατομή (1)

- Αδιάστατη συνάρτηση αγωγιμότητας $\bar{f}_n(\bar{y})$

$$\bar{f}_n(\bar{y}) = \bar{A} \bar{R}^{2/3} = \frac{A}{b_0^2} \frac{R^{2/3}}{b_0^{2/3}} = \frac{f_n}{b_0^{8/3}}$$

$$\bar{f}_n = \frac{f_n}{b_0^{8/3}}$$

Συνάρτηση μόνο των γεωμετρικών στοιχείων

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} S_0^{1/2} = AR^{2/3} \frac{S_0^{1/2}}{n} = f_n \frac{\sqrt{S_0}}{n} = b_0^{8/3} \bar{f}_n \frac{\sqrt{S_0}}{n}$$

$$Q = b_0^{8/3} \bar{f}_n \frac{\sqrt{S_0}}{n}$$

$$\rightarrow \bar{f}_n = \frac{Q \cdot n}{S_0^{1/2} b_0^{8/3}}$$

Επίλυση με πίνακες τραπεζοειδής διατομή (2)

$$\bar{f}_n = \frac{Q \cdot n}{S_0^{1/2} b_0^{8/3}}$$

- Επίλυση με πίνακες, βάθος ομοιόμορφης ροής, δοκιμή για διάφορα πλάτη

Υπολογισμός των διαστάσεων του τμήματος $A - B$

b [m]	\bar{f}_n	\bar{y}_n	y_n [m]	A [m ²]	B [m]	P [m]	V [m/s]	b/y_n
2.0	2.5417	1.2154	2.431	13.725	9.29	10.76	2.222	0.823
2.5	1.4019	0.9229	2.307	13.753	9.42	10.82	2.218	1.084
3.0	0.8621	0.7312	2.194	13.799	9.58	10.91	2.210	1.368
3.5	0.5715	0.5970	2.090	13.862	9.77	11.03	2.200	1.675
4.0	0.4003	0.4985	1.994	13.940	9.98	11.19	2.188	2.006
4.5	0.2924	0.4236	1.906	14.028	10.22	11.37	2.174	2.361
5.0	0.2208	0.3652	1.826	14.131	10.48	11.58	2.158	2.738
5.5	0.1712	0.3187	1.753	14.249	10.76	11.82	2.140	3.138
6.0	0.1358	0.2809	1.685	14.373	11.06	12.08	2.122	3,560

Επειδή η παροχή είναι σχετικά μεγάλη (βλ. § 3.2.2), $b/y_n > 3$, άρα:

$$b = 5.5 \text{ m} \quad \text{και} \quad y_n = 1.75 \text{ m}$$

Η αδιαστατοποίηση της συνάρτησης αγωγιμότητας με σταθερά αδιαστατοποίησης το πλάτος πυθμένα μειώνει τον αριθμό των μεταβλητών παραμέτρων από τρεις σε δύο ήτοι αντί των b, y, m τις $\bar{y} = y/b$ και m .

Η Εξ. (3.9) γίνεται

$$\bar{f}_n(\bar{y}) = \bar{A}\bar{R}^{2/3} = \frac{A}{b^2} \frac{R^{2/3}}{b^{2/3}} = \frac{f_n}{b^{8/3}} \quad (3.11)$$

ΓΙΑΤΙ ΜΕ ΠΙΝΑΚΕΣ?

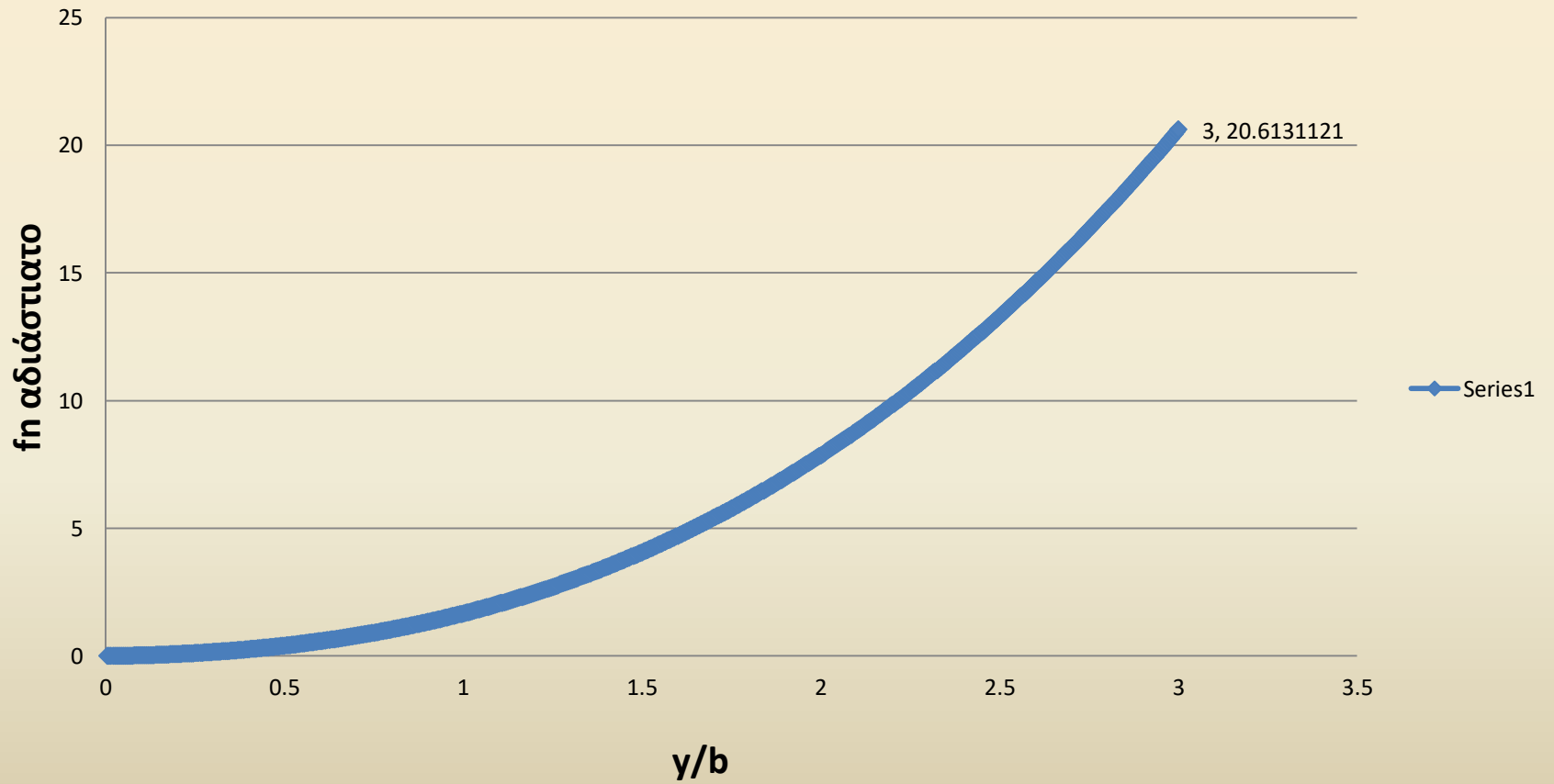
$$\bar{P} = \frac{(b + 2y\sqrt{1+z^2})}{b} = 1 + 2\bar{y}\sqrt{1+z^2},$$

$$\bar{A} = \frac{A}{b^2} = \frac{y(b + zy)}{b^2} = \bar{y}(1 + z\bar{y})$$

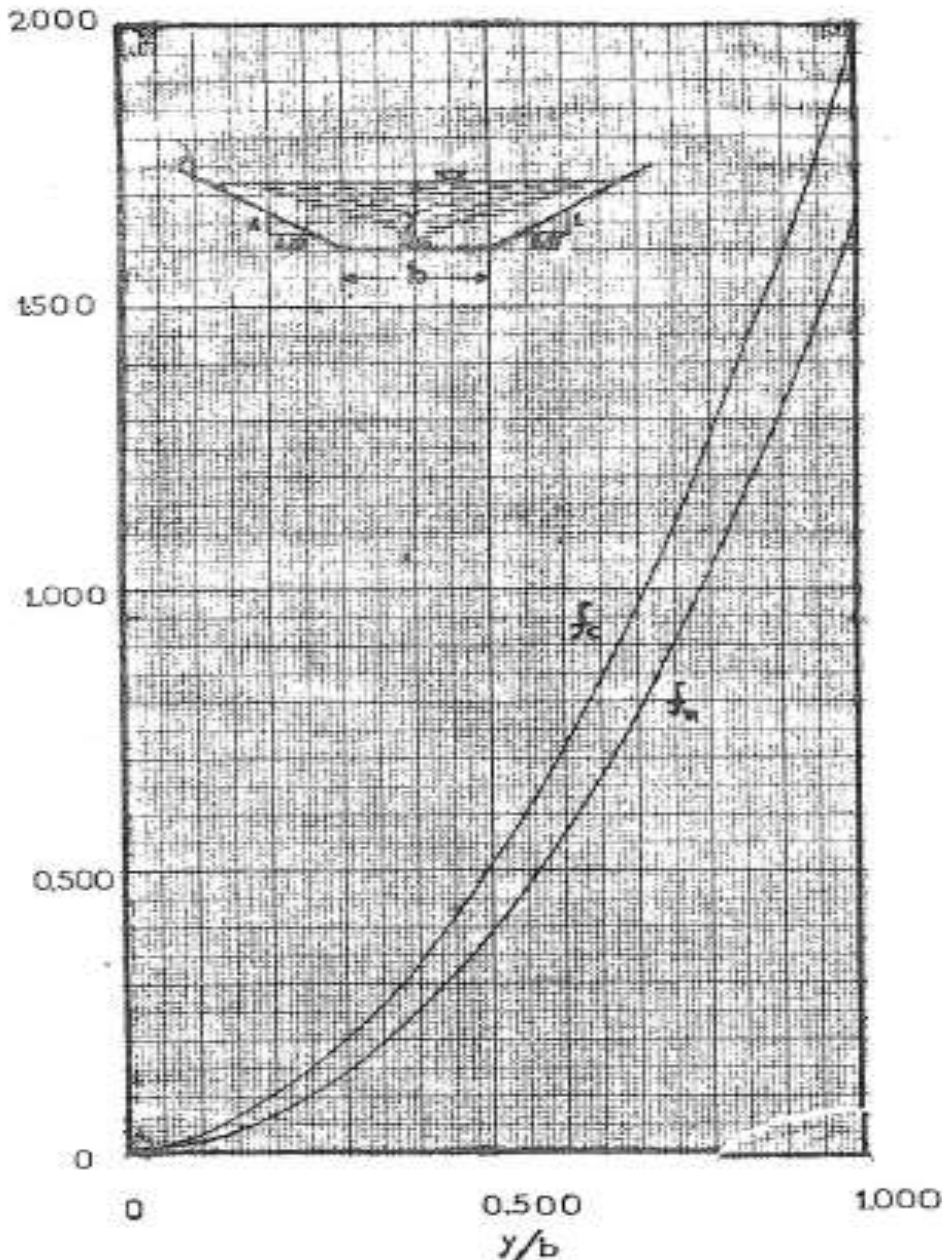
$$\begin{aligned} \bar{A}\bar{R}^{2/3} &= \frac{A}{b^2} \left(\frac{A}{b^2}\right)^{2/3} \left(\frac{P}{b}\right)^{-2/3} = \bar{y}(1 + z\bar{y}) \cdot [\bar{y}(1 + z\bar{y})]^{2/3} \cdot (1 + 2\bar{y}\sqrt{1+z^2})^{-2/3} = \\ &(1 + 2\bar{y}\sqrt{1+z^2})^{-2/3} (\bar{y}(1 + z\bar{y}))^{5/3} \end{aligned}$$

m	
1,5	
γ/b	fn αδιαστο
0,005	0,000146
0,01	0,000465
0,015	0,000914
0,02	0,001478
0,025	0,002146
0,03	0,002911
0,035	0,003768
0,04	0,004713
0,045	0,005743
0,05	0,006854
0,055	0,008046
0,06	0,009317
0,065	0,010664
0,07	0,012086

m=1.5



$$f_h = A R^{3/2} = \frac{Q^2 \pi}{b^{3/2} \sqrt{50}}$$



$$f_c = A \sqrt{A} = \frac{Q}{b^{3/2} \sqrt{g}}$$

Διάγραμμα

Σχ. 8. Συναρτήσεις άγωγιμότητας και κρίσιμης ροής τραπεζοειδούς διατομής $m = 1.5:1$

Εναλλακτικά, προσεγγιστικές σχέσεις από διεθνή βιβλιογραφία

6.8.2 Τραπεζοειδής Διατομή

(α) Η σχέση αυτή έχει προταθεί από τους Swamee και Rathie (2004).

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση Manning με $A = h_n(B + zh_n)$ και $P = B + 2h_n\sqrt{1+z^2}$ προέκυψε η σχέση

$$\frac{z^{5/3} Q_n}{B^{8/3} \sqrt{S}} = \frac{[z\beta_n(1+z\beta_n)]^{5/3}}{(1+2\beta_n\sqrt{1+z^2})^{2/3}}$$

όπου β_n το αδιάστατο ομοιόμορφο βάθος.

Στη συνέχεια, ακολουθώντας παρόμοια διαδικασία όπως και για την σχέση (6.40) κατέληξαν στην παρακάτω σχέση:

$$\begin{aligned} \frac{B}{h_n} = & \frac{0.84090z^{5/4}}{(1+z^2)^{1/8} P_b^{3/8}} + \frac{0.08839z^{3/2}(z-5\sqrt{1+z^2})}{(1+z^2)^{3/4} P_b^{3/4}} + \\ & + \frac{0.00465z^{7/4}(35+42z^2-30z\sqrt{1+z^2})}{(1+z^2)^{11/8} P_b^{9/8}} + \quad (6.43) \\ & + \frac{0.00781z^{1/2}[5+20z^2+15z^4-z(15+17z^2)\sqrt{1+z^2}]}{(1+z^2)^{5/2} P_b^{3/2}} + \dots \end{aligned}$$

όπου: $P_b = \frac{z^{5/3} Q_n}{B^{8/3} \sqrt{S}}$

Επιλογή διατομής

Για οικονομοτεχνικά κριτηρια είναι η μεγιστη αγωγιμοτητα για ενα συγκεκριμένο εμβαδόν διατομής. Η οικονομικότερη θεωρητικά διατομή προκύπτει ότι είναι η διατομή σχήματος κανονικού ημιεξαγώνου, ωστόσο για λόγους τεχνικούς στην πράξη προτιμούνται διατομές με μεγαλύτερες τιμές του λόγου b/y_n .

Για μικρούς αγωγούς $b/y_n \sim 1$

Για αγωγού μεσαίου μεγέθους $b/y_n \sim 1-3$

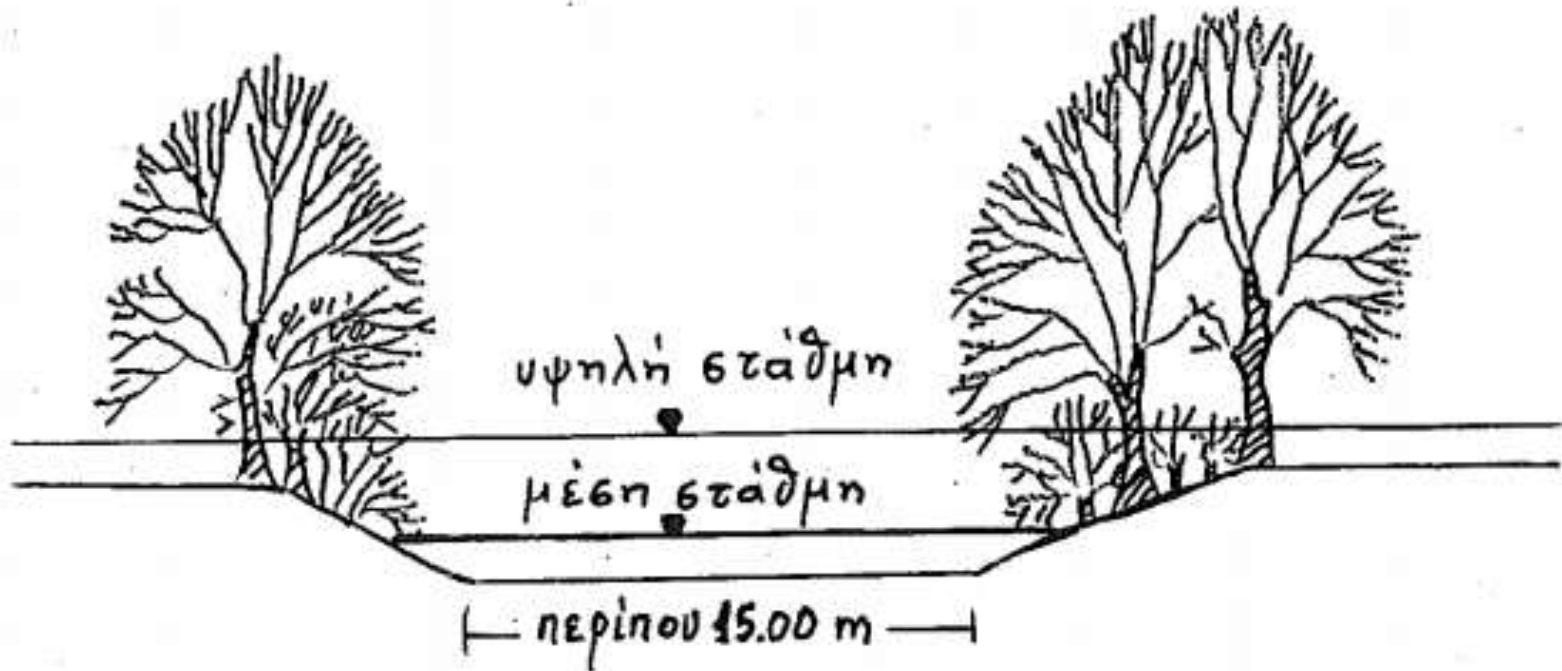
Για μεγάλους αγωγούς $b/y_n > 3$

ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΤΡΑΧΥΤΗΤΑ

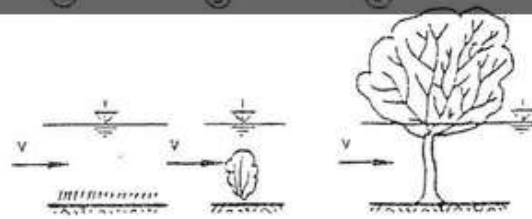
Μεταβλητό η

Ποτάμια υδραυλική

Φυτοκάλυψη πρηνών και οχθών ενός ποταμού



Χρυσάνθου, 2014



δερματική
βιόβιο-μεφω

$$K_s = \frac{i}{h}$$

Σχήμα 4.1 : Χαμηλή (a), μέση (b) και υψηλή (c) βλάστηση

Η χαμηλή βλάστηση μπορεί να περιγραφεί επαρκώς με την τιμή του μέτρου τραχύτητας K_s . Στην υψηλή βλάστηση, το ύψος της h_p είναι μεγαλύτερο του βάθους ροής h . Τρεις παράμετροι χρησιμοποιούνται για τη γεωμετρική περιγραφή της βλάστησης (Σχ. 4.2):

- a_x : απόσταση των φυτών κατά τη διεύθυνση της ροής
- a_y : απόσταση των φυτών κάθετα προς τη διεύθυνση της ροής
- d_p : πλάτος των φυτών κάθετα προς τη διεύθυνση της ροής

Ο συντελεστής αντίστασης (ή τριβής) λ_p για μια ομάδα φυτών, που διαρρέεται από το νερό, υπολογίζεται με τη βοήθεια της σχέσης

$$\lambda_p = \frac{4 A_p}{a_x a_y} C_{WR}$$

Χρυσή 2014

(4.7)

A_p : επιφάνεια φυτού που αντιστέκεται στην κίνηση του νερού

$$A_p = h d_p$$

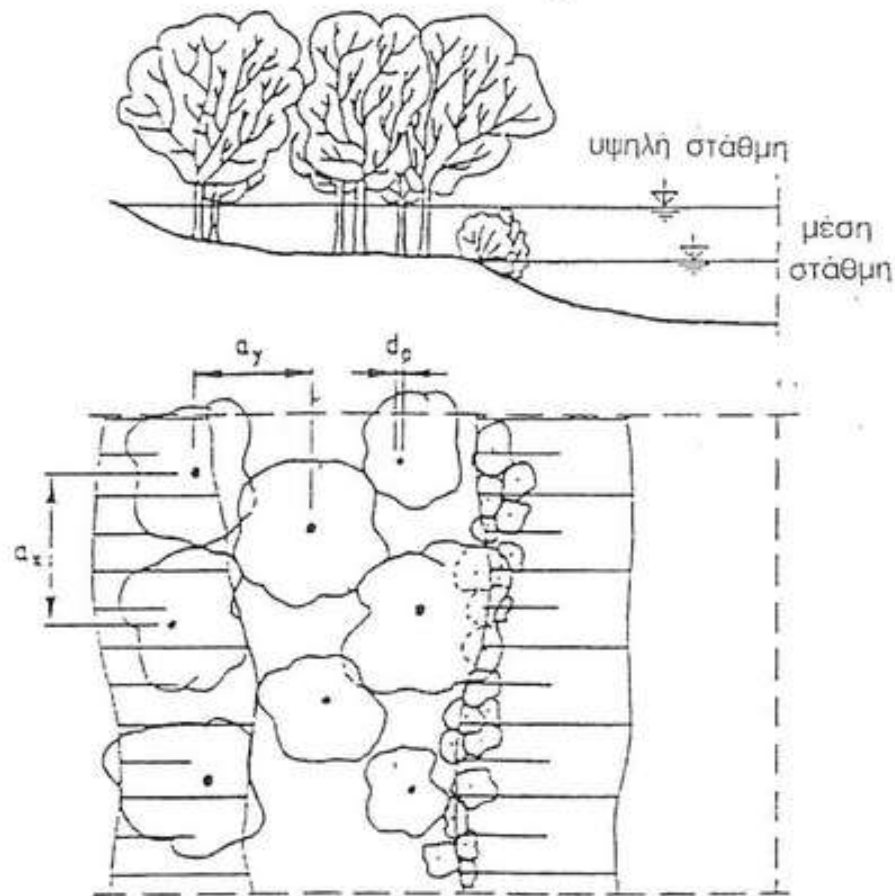
C_{WR} : παράμετρος αντίστασης της ομάδας φυτών.

Οι τιμές της κυμαίνονται μεταξύ 0.6 και 2.4. Για προσεγγιστικούς υπολογισμούς συνιστάται η τιμή 1.5.

$\lambda = f$
(συμβολισμός)

Για τα μεγέθη a_x , a_y και d_p χρησιμοποιούνται μέσες τιμές.

Η αντίσταση στη ροή εκ μέρους της βλάστησης μέσου ύψους λαμβάνεται υπόψη είτε με τη μορφή του συντελεστή k_s είτε σύμφωνα με τα παραπάνω αναφερθέντα για την υψηλή βλάστηση.



Σχήμα 4.2: Γεωμετρικά στοιχεία ομάδας δένδρων

Ανοικτοί αγωγοί στρωμένοι με πετρώματα

Για κανάλια στρωμένα με βράχους όπως αυτά που εμφανίζονται σε κάποια φυσικά ρεύματα ή ανεπένδυτους αγωγούς, οι μεγαλύτεροι βράχοι είναι υπεύθυνοι για την παραγωγή του μεγαλύτερου ποσοστού της αντίστασης στη ροή και ουσιαστικά δεν υπάρχει αντίσταση που να οφείλεται στις επιδράσεις του ιξώδους. Επομένως, η παράγοντας τριβής είναι ανεξάρτητος από τον αριθμό Reynolds. Αυτό είναι ανάλογο με την πλήρως τραχεία περιοχή του διαγράμματος Moody για τη ροή σωλήνα. Για ένα κανάλι που είναι στρωμένο με βράχους, ο Limerinos (1) έχει δείξει πως ο συντελεστής τριβής f μπορεί να οριστεί συναρτήσει του μεγέθους του βράχου στο ρεύμα ως

$$f = \frac{1}{\left[1.2 + 2.03 \log\left(\frac{R_h}{d_{84}}\right)\right]^2} \quad (15.10)$$

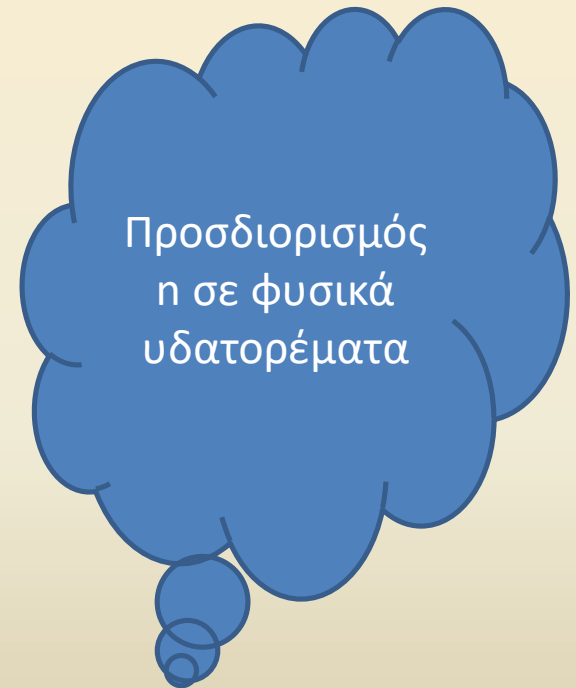
όπου d_{84} είναι ένα μέτρο του μεγέθους του βράχου¹.

¹Οι περισσότεροι βράχοι που υπάρχουν σε ποτάμια είναι κάπως ελλειπτικοί ως προς το σχήμα τους. Ο Limerinos (1) εστίασε πως η ενδιάμεση διάσταση d_{84} συσχετίζεται στον καλύτερο δυνατό βαθμό με το f . Το d_{84} αναφέρεται στη διάσταση του βράχου (ενδιάμεση διάσταση) για το οποίο το 84% των βράχων στο τυχαίο δείγμα, είναι μικρότερη σε μέγεθος από το d_{84} . Πληροφορίες για την επιλογή του δείγματος μπορούν να βρεθούν στην αναφορά Wolman (3).

^ Μία εναλλακτική μέθοδος για την επιλογή του συντελεστή η είναι ή μέθοδος του Cowan (1956). Η μέθοδος περιλαμβάνει την επιλογή μιας αρχικής τιμής βά-

Πίνακας 6.3: Τιμές για τον προσδιορισμό του η με τη μέθοδο Cowan (1956).

Συνθήκες αγωγού			Τιμή
Υλικό	Χώμα	n ₀	0.02
	Βράχος		0.025
	Λεπτό Χαλίκι		0.024
	Χοντρό Χαλίκι		0.028
Βαθμός Ανομοιομορφίας	Ήπιος	n ₁	0.000
	Μέτριος		0.005
	Μέσος		0.010
	Σημαντικός		0.020
Μεταβολές στη διατομή	Βαθμιαίες	n ₂	0.000
	Εναλλασσόμενες σπάνια		0.005
	Εναλλασσόμενες συχνά		0.010 - 0.015
Επίδραση εμποδίων	Αμελητέα	n ₃	0.000
	Μικρή		0.010 - 0.015
	Μέση		0.025 - 0.050
	Μεγάλη		0.040 - 0.060
Βλάστηση	Χαμηλή	n ₄	0.005 - 0.010
	Μέση		0.010 - 0.025
	Υψηλή		0.025 - 0.050
	Πολύ Υψηλή		0.050 - 0.1
Βαθμός μαιανδρισμού	Μικρός	M ₅	1.000
	Μέσος		1.150
	Μεγάλη		1.300



ροής και του μαιανδρισμού του αγωγού. Με τη μέθοδο αυτής η τιμή του n υπολογίζεται όπως

$$n = (n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_4)M_5$$

όπου n_0 = βασική τιμή, n_1 = τιμή διόρθωσης λόγω διαφορετικής τραχύτητας στον πυθμένα και στα πρανή, n_2 = τιμή διόρθωσης για μεταβολή στο σχήμα και στο μέγεθος της διατομής κατά μήκος της ροής, n_3 = τιμή διόρθωσης για τυχόν εμπόδια που υπάρχουν στη διατομή (βράχοι, δέντρα κλπ), n_4 = τιμή διόρθωσης για τη βλάστηση και τις συνθήκες ροής, M_5 = τιμή διόρθωσης για τον μαιανδρισμό του αγωγού, που ορίζεται σαν ο λόγος του μήκους κατά μήκος του κεντρικού άξονα του αγωγού (μεταξύ δύο σημείων) ως προς το μήκος της ευθείας γραμμής που ενώνει τα δύο αυτά σημεία.

Στοιχεία για το σχεδιασμό

Υπολογισμός των γεωμετρικών στοιχείων κατασκευής του αχωχού

Κλίση του αχωχού

- Η κλίση του πυθμένα του αχωχού πρέπει να ακολουθεί κατά το δυνατόν την κλίση του φυσικού εδάφους.
- Ο πυθμένας πρέπει να τοποθετείται μέσα στο έδαφος και σε ανάλογο βάθος ώστε να επιτυγχάνεται ισοζύγιο εκκαθών και επιχωματώσεων σε κάθε τμήμα του αχωχού.

Πλάτος πυθμένα, βάθος ροής

- Η οικονομικότερη θεωρητικά διατομή είναι η διατομή εχήματος κανονικού τριεξαγώνου.
- Στην πράξη προτιμώνται διατομές με μεγαλύτερες τιμές του λόγου b/y_n :
 - Για μικρούς αγωγούς, $b/y_n \approx 1$
 - Για αγωγούς μεσαίου μεγέθους, $b/y_n \approx 1-3$
 - Για μεγάλους αγωγούς, $b/y_n > 3$

Κλίση πρανών

- Πίνακας 3.1

Όρια ταχυτήτων ροής

- Κατά τον προσδιορισμό του λόγου b/y_n πρέπει να προσδιορίζονται τα όρια των ταχυτήτων ροής
- Πίνακας 3.3

Πίνακας 3.3

Επιτρεπόμενα όρια μεγίστων και ελαχίστων ταχυτήτων και κλίσεις πρανών
σε διάφορες περιπτώσεις ανοιχτών αγωγών

ΜΕΓΙΣΤΕΣ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ			
α/α	Σύσταση αρχικού υλικού κοίτης	Καθαρό νερό [m/s]	Νερό που μεταφέρει άμμο ή χαλίκια [m/s]
1	Λεπτή άμμος	0.45	0.45
2	Ιλυώδες έδαφος	0.60	0.60
3	Συμπαγής άργιλλος	0.75	0.70
4	Πολύ σκληρή άργιλλος	1.80	1.50
5	Λεπτά χαλίκια	0.75	1.15
6	Λίθοι	1.50	2.00
ΕΛΑΧΙΣΤΕΣ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ			
α/α	Σύσταση νερού	Ταχύτητα ροής [m/s]	
1	Νερά βορβορώδη	0.35-0.40	
2	Νερά που μεταφέρουν λεπτή άμμο	0.60-0.65	
3	Νερά πόσιμα	0.50-0.65	
4	Νερά στάσιμα που αποχετεύονται	0.65-0.80	

Πίνακας 3.1

Στοιχεία σχεδιασμού ανεπένδυτων ανοιχτών αγωγών

α/α	Σύσταση υλικού του πρανούς	Κλίση πρανούς m/1
1	Βράχος	0/1
2	Τυρφώδες έδαφος	0.25/1
3	Σκληρή άργιλλος	0.50/1 - 1/1
4	Γαίες επενδεδυμένες με λίθους για μεγάλους αγωγούς	1/1
5	Συμπαγής άργιλλος	1.50/1
6	Χαλαρό αμμώδες έδαφος	2/1

Περιθώριο ασφαλείας αναχώματος (f)

- Κατακόρυφη απόσταση της επιφάνειας του νερού από τη βεΐψη του αναχώματος.
- Αποφυγή υπερχειλίσεως του αγωγού λόγω ανεμογενών κυματισμών ή λόγω λειτουργίας θυροφραγμάτων

- Για ανεπένδυτες διώρυγες:

$$f = 0.55 \sqrt{C y}$$

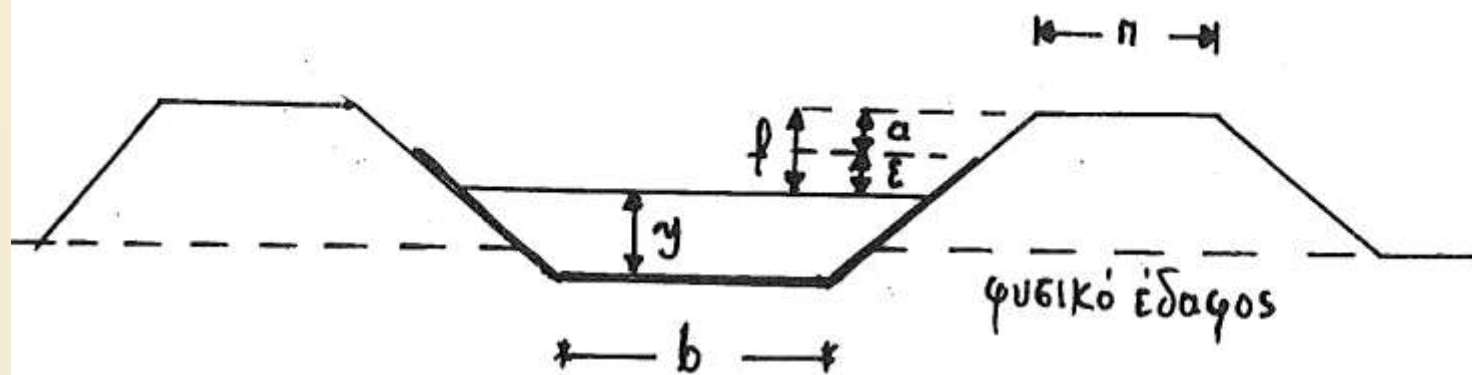
U.S. Bureau
of Reclamation

f : περιθώριο ασφαλείας [m]

y : βάθος νερού [m]

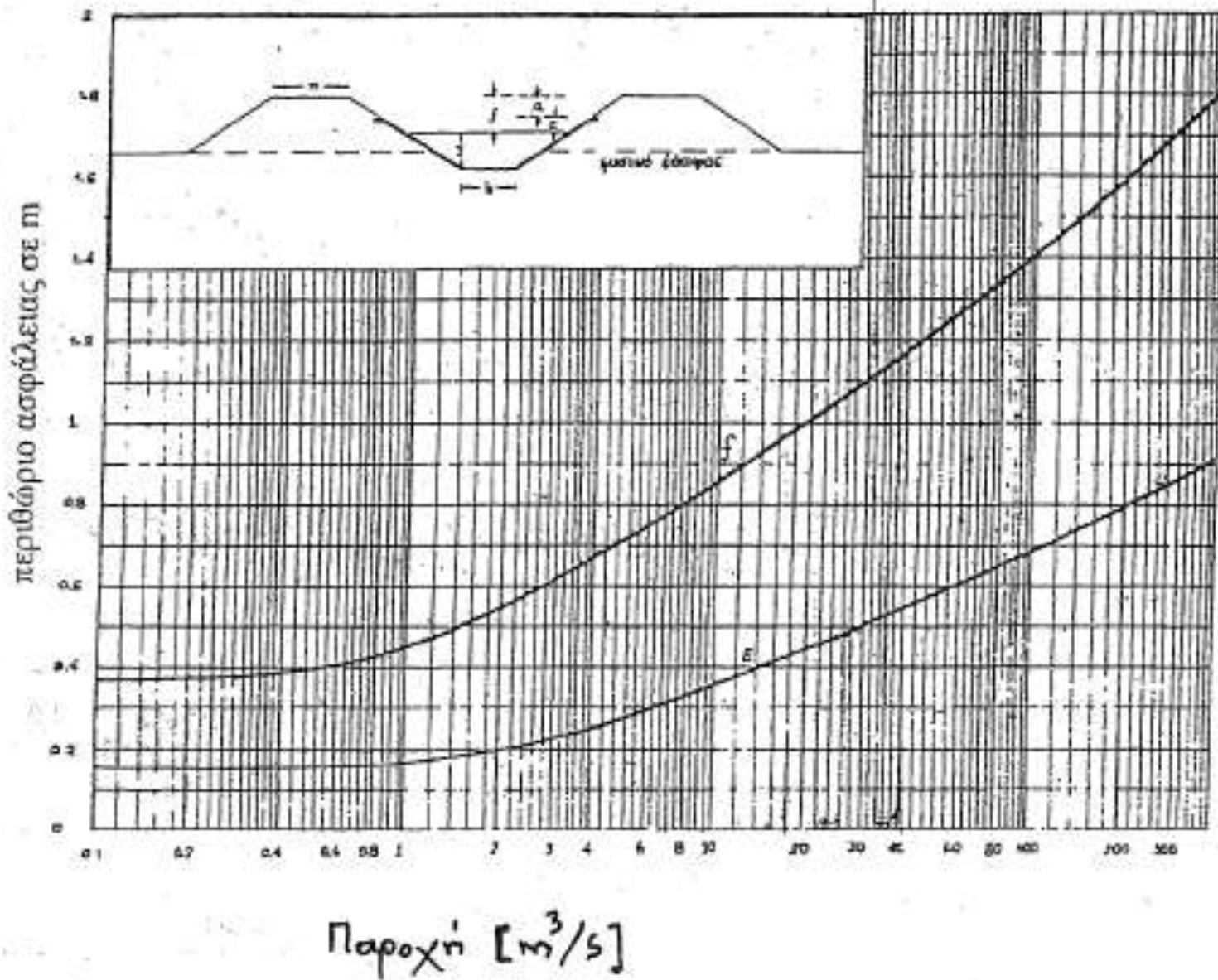
C : συντελεστής

$1.5 < C < 2.5$ για $0.50 < Q < 85 \text{ m}^3/\text{s}$



ρ : περιθώριο ασφαλείας αναχώματος

ϵ : περιθώριο ασφαλείας επένδυσης



Κατασκευαστικό: περιθώριο ασφαλείας σε αγωγούς τραπεζοειδούς διατομής

Κατασκευαστικό, Μπέλλος, 2009. Υδραυλική επίλυση: Πάντα η εσωτερική διατομή

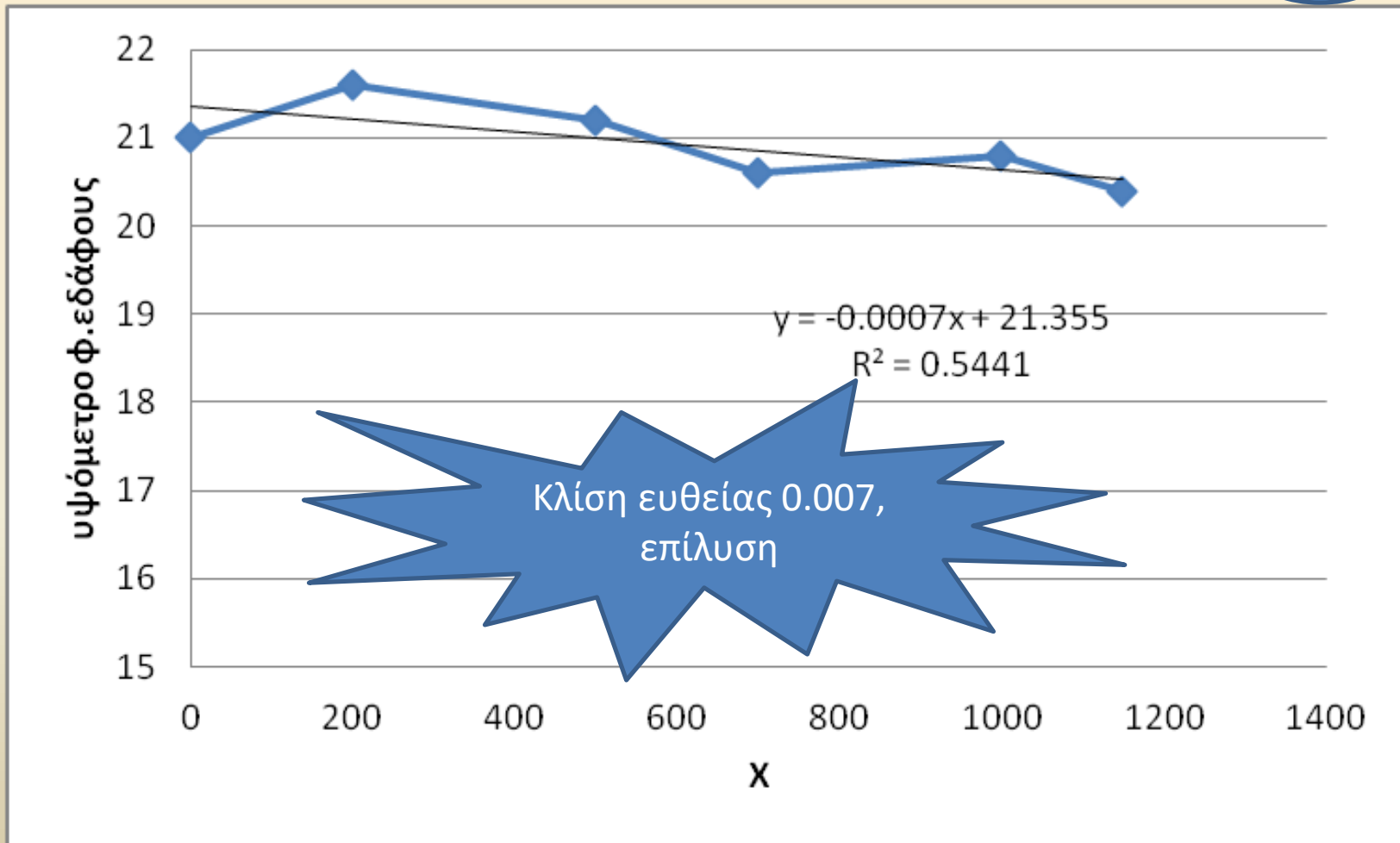
Πίνακας 3.2

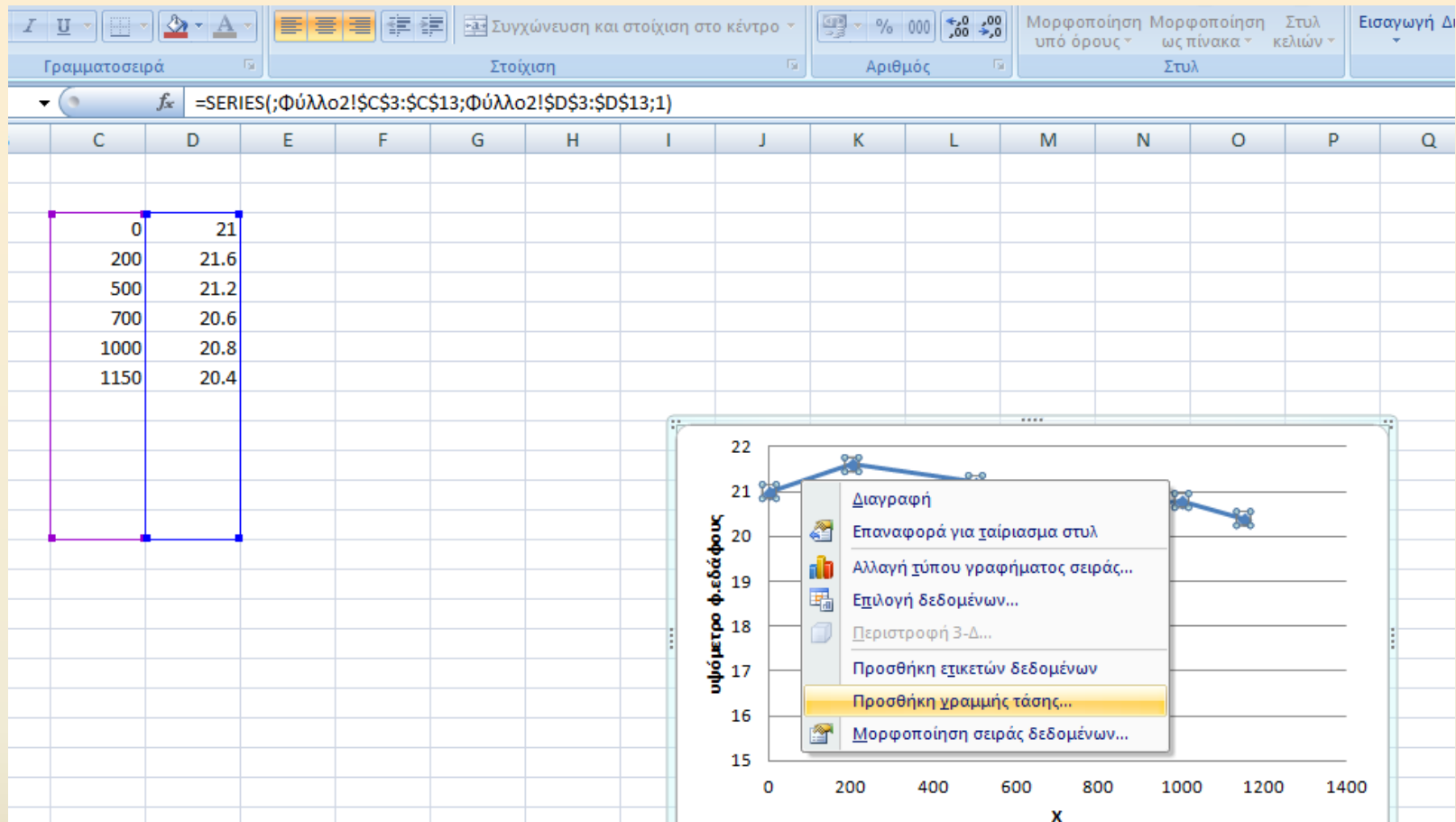
Πάχος επένδυσεως και πλάτος στέψης αναχωμάτων σε αρδευτικές διώρυγες

ΕΠΕΝΔΥΣΗ ΔΙΩΡΥΓΑΣ				ΑΝΑΧΩΜΑΤΑ ΔΙΩΡΥΓΑΣ	
Απλό σκυρόδεμα		Οπλισμένο σκυρόδεμα			
Παροχή [m ³ /s]	πάχος επένδυσης [cm]	Παροχή [m ³ /s]	πάχος επένδυσης [cm]	Παροχή [m ³ /s]	πλάτος στέψης αναχώματος [cm]
<5	5	<50	10	≤200	50
5 - 15	7	50 - 120	12	200-650	70
15 - 40	8		-	650 - 1150	80
40 - 100	9			1150-1650	90
				1650-2150	100
				2150-2800	120
				>2800	180-240

Εύρεση μέσης κλίσης με γραμμική παλινδρόμηση

Θέμα





**ΚΛΙΣΗ ΦΥΣΙΚΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ ΕΚΤΙΜΗΣΗ
ΜΕ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ**

Γραμμική παλινδρόμηση

- Η ανάλυση της γραμμικής παλινδρόμησης μοντελοποιεί τη σχέση μεταξύ των ανεξάρτητων μεταβλητών με την εξαρτημένη μεταβλητή σε μία γραμμική σχέση.
- Τα λαμβανόμενα δεδομένα είναι ανεξάρτητες μεταβλητές και το εξαγόμενο του μοντέλου της παλινδρόμησης θα πρέπει να προσεγγίζει τα λαμβανόμενα εξαγόμενα σύμφωνα με κριτήρια που ορίζει ο αναλυτής.

Συμβατική γραμμική παλινδρόμηση

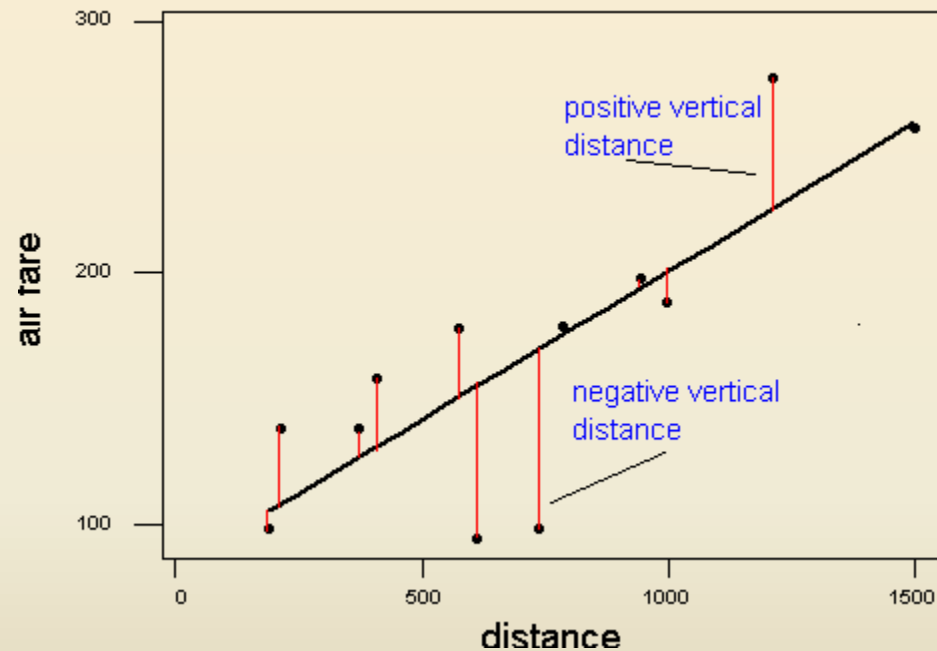
Πυρήνας μεθόδου: Βελτιστοποίηση χωρίς
περιορισμούς

Ανάλυση ισχύος της ανάλυσης με βάση τη στατιστική
και γενίκευση των αποτελεσμάτων

Βασική μέθοδος: Βελτιστοποίηση χωρίς
περιορισμούς

Επιλογή γραμμής παλινδρόμησης

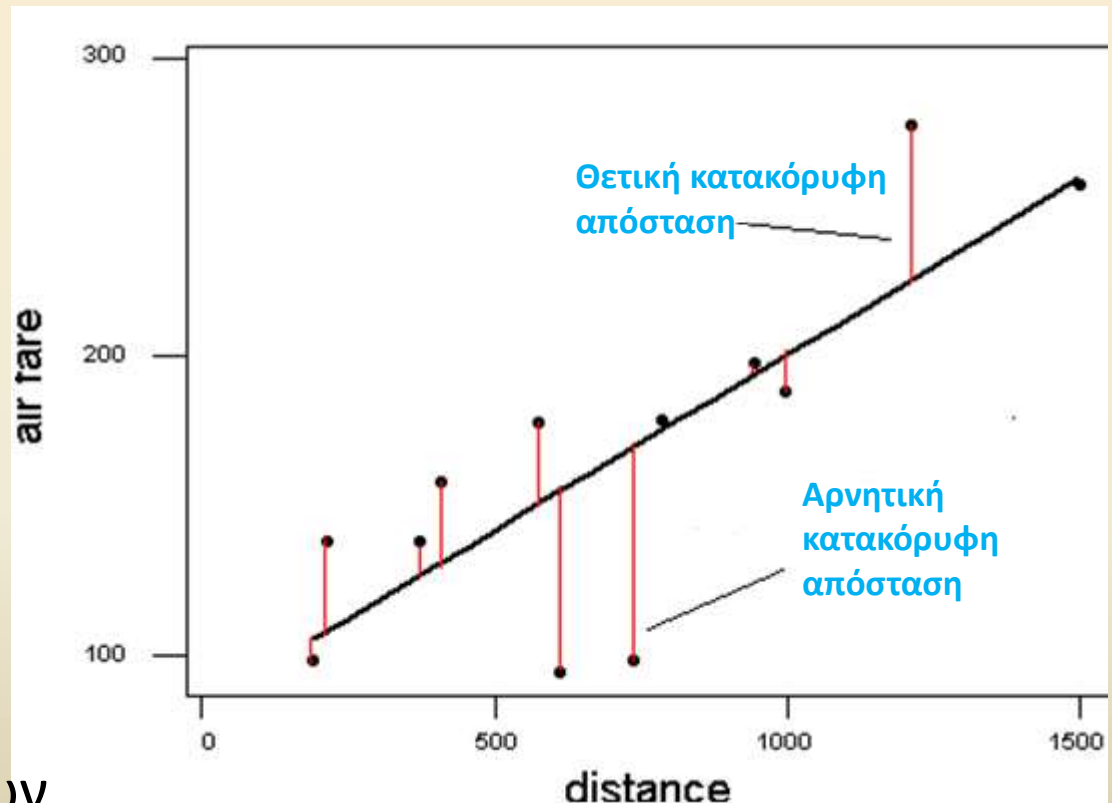
- Σφάλμα κατακόρυφη απόσταση = $(Y - Y')$
 - Θετικό ή αρνητικό
- Γραμμή παλινδρόμησης,
 $Y' = \alpha + \beta X,$
ώστε
 $\sum (Y - Y')^2$, ελάχιστο



Συμβατική γραμμική παλινδρόμηση

Επιλογή γραμμής παλινδρόμησης

- Σφάλμα κατακόρυφη απόσταση = $(Y - Y')$
 - Θετικό ή αρνητικό
- Γραμμή παλινδρόμησης,
$$Y' = \alpha + \beta X$$
- Βέλτιστη γραμμική λύση όταν τα α και β ελαχιστοποιούν το άθροισμα των τετραγώνων του σφάλματος $\sum(Y - Y')^2$



Ανάλυση ισχύος της ανάλυσης
με βάση τη στατιστική και
γενίκευση των αποτελεσμάτων

Βασική μέθοδος:
Βελτιστοποίηση χωρίς
περιορισμούς

$$\begin{aligned} \underset{\hat{a}_0, \dots, \hat{a}_n}{\text{minimize}} D &= \sum_{j=1}^m \varepsilon_j^2 = \\ &= \sum_{j=1}^m (y_j - \hat{y}_j)^2 = \\ &= \sum_{j=1}^m \left(y_j - \hat{a}_0 - \hat{a}_1 x_{1j} - \dots - \hat{a}_i x_{ij} - \dots - \hat{a}_n x_{nj} \right)^2 \end{aligned}$$

Ελαχιστοποίηση: η μερική παράγωγος του $\sum(Y - Y')^2$ ως προς α και β είναι μηδέν

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^n (y_i - \beta x_i - a)^2}{\partial a} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial (y_i - \beta x_i - a)^2}{\partial a} \right] = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial (y_i - \beta x_i - a)^2}{\partial (y_i - \beta x_i - a)} \cdot \frac{\partial (y_i - \beta x_i - a)}{\partial a} \right] = 2(y_i - \beta x_i - a) \cdot (-1)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial (y_i - \beta x_i - a)^2}{\partial (y_i - \beta x_i - a)} \cdot \frac{\partial (y_i - \beta x_i - a)}{\partial \beta} \right] = 2(y_i - \beta x_i - a) \cdot (-x_i) = 0$$

$$\frac{\partial d}{\partial a} = \frac{\partial d}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial a}$$

Βαθμονόμηση των άγνωστων παραμέτρων α και β για την βέλτιστη προσαρμογή μεταξύ των υπολογισμένων εξαγόμενων Y' και των παρατηρημένων εξαγόμενων Y

$$\beta = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$\alpha = \frac{n \sum y_i - \beta_1 \sum x_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

Η κλίση β ονομάζεται συντελεστής παλινδρόμησης

Η Στατιστική στην Παλινδρόμηση αξιοποιείται για το υπολογισμό του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης του Pearson (r) και το συντελεστή προσδιορισμού (R^2)

$$r = \frac{\text{covariance}(x, y)}{\sqrt{\text{var } x} \sqrt{\text{var } y}}$$

εκτίμηση :

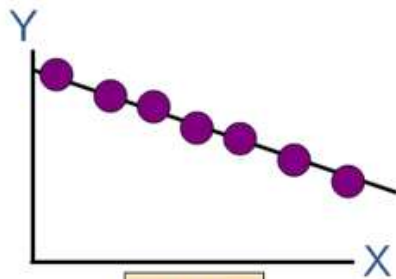
$$\hat{r} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1} \div \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}$$

➤ Συντελεστής Pearson (r)

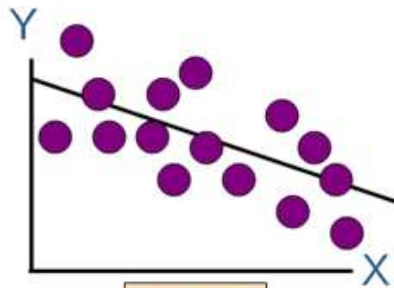
$$r = \frac{\sum x_i y_i - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{\sqrt{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \cdot \sqrt{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

Μέτρο που αποτιμά το βαθμό συγκέντρωσης των σημείων του διαγράμματος διασποράς γύρω από την ευθεία της παλινδρόμησης

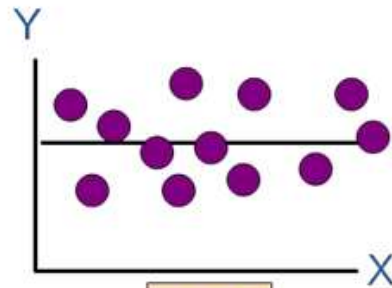
Συντελεστής Συσχέτιση r
(πιο σωστά γραμμικής)



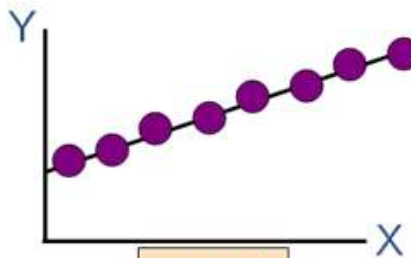
$\rho = -1$



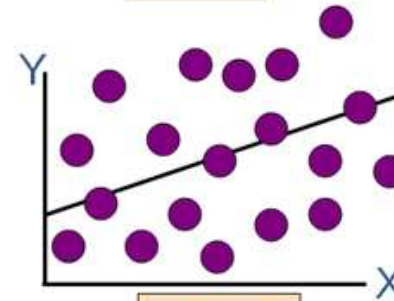
$\rho = -.6$



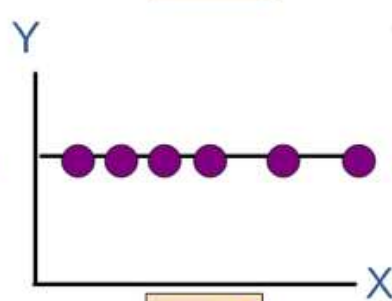
$\rho = 0$



$\rho = +1$



$\rho = +.3$



$\rho = 0$

Μεταξύ 2
μεταβλητών

Ο συντελεστής αποδοτικότητας (ή προσδιορισμού) R^2 (Nash and Sutcliffe, 1970)

ορίζεται ως η αφαίρεση από τη μονάδα του αθροίσματος της διαφοράς των τετραγώνων μεταξύ των υπολογισμένων και των παρατηρούμενων δεδομένων προς τη διασπορά των παρατηρούμενων δεδομένων (Krause et al. 2005):

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{SS_e}{S_{yy}}$$

Πολλές ανεξάρτητες μεταβλητές X (πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση)

όπου

$$SS_e = \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2$$

η ποσότητα που μετράει την έλλειψη προσαρμογής μεταξύ των υπολογισμένων και παρατηρούμενων παρατηρήσεων

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2$$

το ολικό άθροισμα των τετραγώνων της απόστασης της εξαρτημένης μεταβλητής από τη μέση τιμή της.

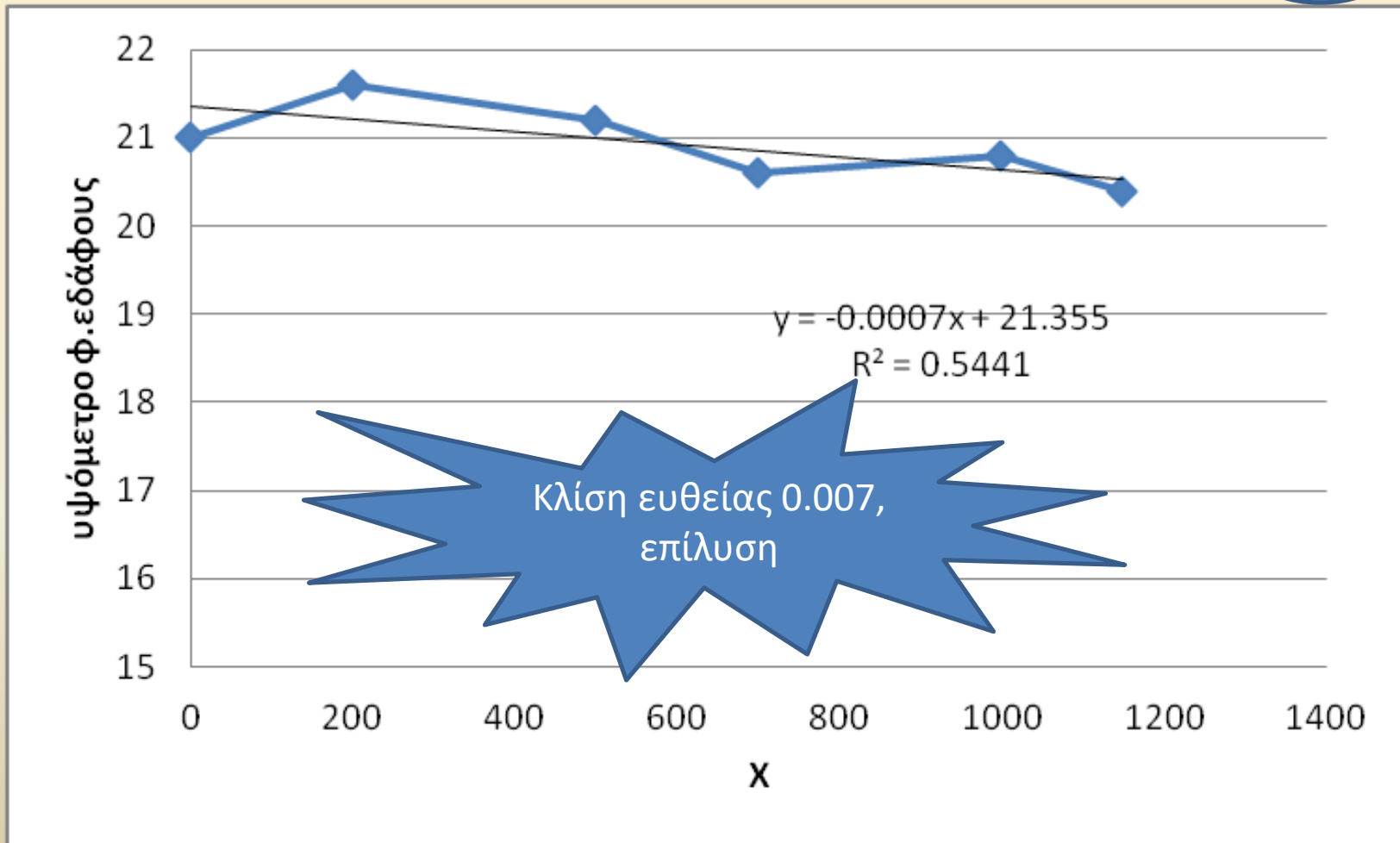
Ο αριθμητής του λόγου πρέπει να είναι σημαντικά μικρότερος από τον παρανομαστή

Παράδειγμα εφαρμογής

Επιλογή κλίσης πυθμένα:
κατά το δυνατόν του εδάφους:
γραμμική παλινδρόμηση για τον
προσδιορισμό της μέσης κλίσης του
εδάφους

Εύρεση μέσης κλίσης με γραμμική παλινδρόμηση

Θέμα



Π1.1.1 Υδραυλικός υπολογισμός τμήματος $A - B$

Π1.1.1.1 Διαστασιολόγηση διατομής

Αρχικά θα πρέπει να επιλεγεί η κλίση S_0 της Διώρυγας. Συνήθως η κλίση της Διώρυγας λαμβάνεται περίπου ίση με την μέση κλίση του εδάφους. Ο προσδιορισμός της μέσης κλίσης του εδάφους θα γίνει με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, η μέση ευθεία δίδεται από την εξίσωση:

$$y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x \quad (\text{Π1.1})$$

$$\text{όπου } \hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} \text{ και } \hat{\beta} = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2} \quad (\text{Π1.2})$$

Για το τμήμα $A - B$ είναι:

x	0	200	500	700	1000	1150
y	21.00	21.60	21.20	20.60	20.80	20.40

Δεδομένου ότι $n = 6$, $\bar{x} = 591.67$, $\bar{y} = 20.93$ προκύπτει:

$$\sum x_i^2 = 3.102.500$$

$$\sum x_i y_i = 73.600$$

Με εφαρμογή των Εξ. Π1.1 και Π1.2 για τα παραπάνω δεδομένα, προκύπτει:

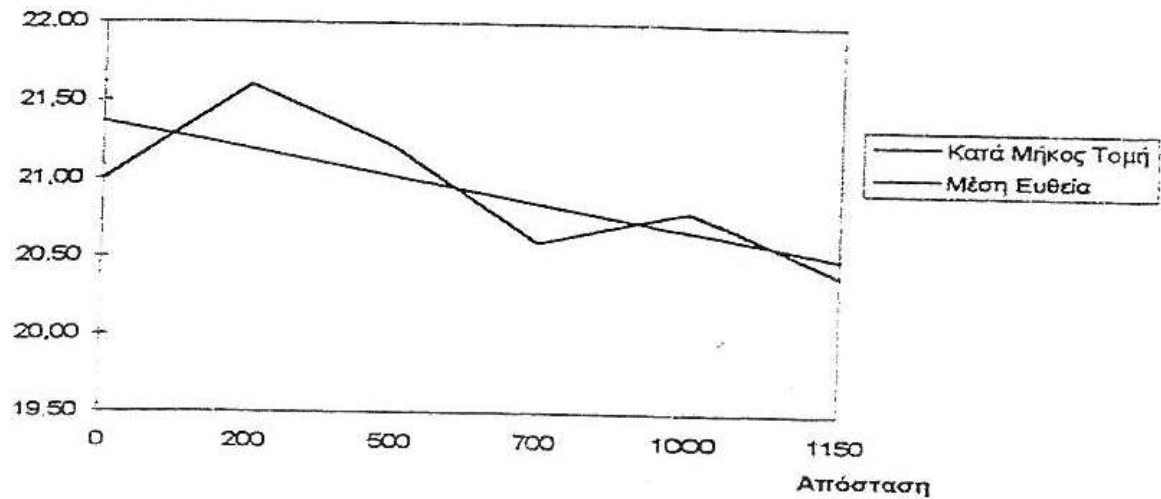
$$\hat{\alpha} = 21.3545 \text{ και } \hat{\beta} = -0.0007$$

Έτσι η μέση ευθεία του εδάφους περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 21.3545 - 0.0007 x \quad (\text{Π1.3})$$

Στο Σχήμα Π1.1 που ακολουθεί φαίνεται η κατά μήκος τομή του εδάφους, καθώς και η μέση ευθεία του. Τελικά επιλέγεται σαν κλίση της διώρυγας για το τμήμα $A - B$ η τιμή $S_o = 0.0007$.

Υψόμετρο



Σχήμα Π1.1. Κατά μήκος τομή του εδάφους, και η μέση ευθεία για το τμήμα $A - B$

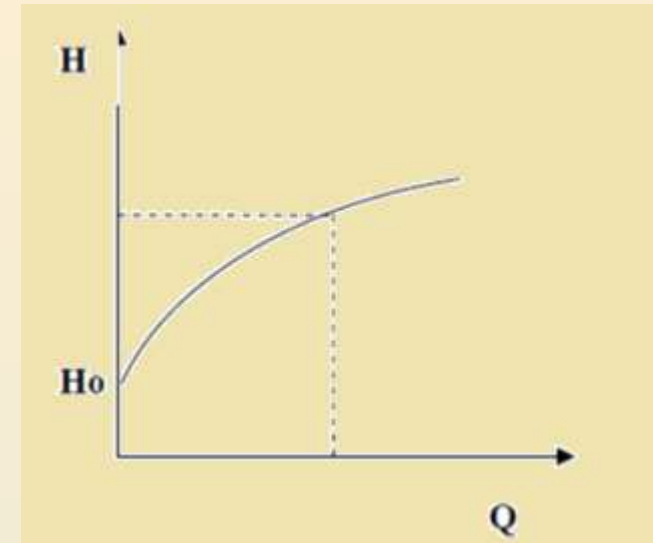
ασαφής γραμμική παλινδρόμηση (fuzzy regression)

$$\tilde{Y}_j = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{1j} + \dots + \tilde{A}_n X_{nj} \quad (\text{Tanaka et. al., 1987})$$

- η αδυναμία μας να κατασκευάσουμε μια ακριβή σχέση εισάγεται άμεσα στο μοντέλο πάνω στις ασαφείς παραμέτρους
- οι συντελεστές θα πρέπει να δίνουν τέτοια εξαγόμενα διαστήματα τιμών που θα πρέπει να εμπεριέχουν τα λαμβανόμενα εξαγόμενα και θα πρέπει να ελαχιστοποιούν το άθροισμα των ημιπλατών (ακτινών) που προκύπτουν

Παράδειγμα Εφαρμογής Καμπύλη Στάθμης (H) – Παροχής (Q)

Η συσχέτιση παραμέτρων Στάθμης - Παροχής ποταμού συμβάλλει στον προσδιορισμό της Απορροής. Πραγματοποιείται μέσω διαγράμματος Στάθμης – Παροχής σε μια διατομή ενός υδατορρέματος



Καμπύλη στάθμης -παροχής

$$Q = a \cdot H^b \quad (\text{εκθετική μέθοδος})$$

όπου $a, b = \text{σταθερές}$

Λογαριθμίζοντας :

$$\log Q = \log a + b \cdot \log H$$



α2. Διαστασιολόγηση διατομής

$$Q = b^{8/3} \bar{f}_n \frac{\sqrt{S_0}}{n} \quad (\text{αποδείχθηκε}) \Rightarrow$$

$$\bar{f}_n = \frac{n Q}{b^{8/3} S_0^{1/2}}$$

$$\bar{f}_n (\bar{y}_n) = \frac{16.139}{b^{8/3}}$$

\bar{f}_n : αδιάστατη συνάρτηση αχωσιμότητας

Πίνακας Π3.2: - Για διάφορες τιμές του b υπολογίζονται τα υδραυλικά στοιχεία της ροής.

- Τιμές του \bar{y}_n από το \bar{f}_n με τη βοήθεια του Πίνακα Π3.1 (Παράρτημα)

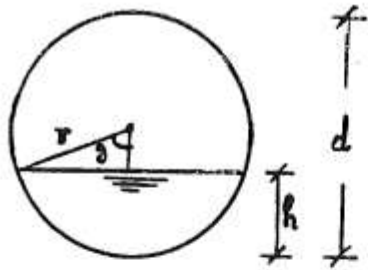
- Επειδή η παροχή είναι σχετικά μεγάλη $\Rightarrow \frac{b}{y_n} > 3$

- Επιλέγεται $b = 5.5 \text{ m}$, $y_n = 1.75 \text{ m}$

Πίνακας Π1.2
Υπολογισμός των διαστάσεων του τμήματος $A - B$

b [m]	\bar{f}_n	\bar{y}_n	y_n [m]	A [m ²]	B [m]	P [m]	V [m/s]	b/y_n
2.0	2.5417	1.2154	2.431	13.725	9.29	10.76	2.222	0.823
2.5	1.4019	0.9229	2.307	13.753	9.42	10.82	2.218	1.084
3.0	0.8621	0.7312	2.194	13.799	9.58	10.91	2.210	1.368
3.5	0.5715	0.5970	2.090	13.862	9.77	11.03	2.200	1.675
4.0	0.4003	0.4985	1.994	13.940	9.98	11.19	2.188	2.006
4.5	0.2924	0.4236	1.906	14.028	10.22	11.37	2.174	2.361
5.0	0.2208	0.3652	1.826	14.131	10.48	11.58	2.158	2.738
5.5	0.1712	0.3187	1.753	14.249	10.76	11.82	2.140	3.138
6.0	0.1358	0.2809	1.685	14.373	11.06	12.08	2.122	3,560

εισαγωγή στην υδραυλική των
αποχετεύσεων



Κυκλική διατομή

$$A = r^2 \vartheta - 2 \left(\frac{1}{2} r \eta \mu \vartheta \cos \vartheta \right) =$$

$$= r^2 \left(\vartheta - \eta \mu \vartheta \cos \vartheta \right) = r^2 \left(\vartheta - \frac{1}{2} \eta \mu 2\vartheta \right)$$

$$P = 2\vartheta r$$

ϑ : σε ακτίνια

$$u = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2} = \frac{1}{n} \left[\frac{r^2 \left(\vartheta - \frac{1}{2} \eta \mu 2\vartheta \right)}{2\vartheta r} \right]^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$Q = u A$$

$$Q = \frac{1}{n} \left[\frac{r^2 \left(\vartheta - \frac{1}{2} \eta \mu 2\vartheta \right)}{2\vartheta r} \right]^{2/3} S_0^{1/2} r^2 \left(\vartheta - \frac{1}{2} \eta \mu 2\vartheta \right)$$

$$Q \rightarrow \max \quad \text{για } \vartheta = 151.2^\circ \quad \text{ή} \quad \text{για } h/d = 0.938$$

$$u \rightarrow \max \quad \text{για } h/d = 0.81$$

Επιπλέον η ταχύτητα θαθέρει η Επομένως δεν ισχύει όσο πιο γεμάτος ο αγωγός τόσο μεγαλύτερη παροχή

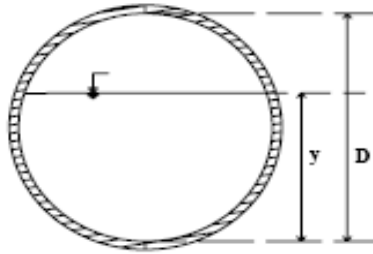
Μετά από αυτό το λόγο η βρεχόμενη περίμετρος αυξάνεται πιο γρήγορα από την επιφάνεια

εισαγωγή στην υδραυλική των αποχετεύσεων

- Κυκλικοί αγωγοί μερικής πλήρωσης
- Ομοιόμορφη ροή
- Διαγραμματική επίλυση
- Διάκριση σε αγωγούς αποχέτευσης ομβρίων και ακαθάρτων (σήμερα προτιμάται ξεχωριστό σύστημα όχι μεικτό (παντοροϊκό))
- Περιοριστικές διατάξεις

Πλήρης διατομή

➤ Λόγος πλήρωσης y/D



➤ Εξισώσεις ολικής πλήρωσης

Για ολική πλήρωση του αγωγού ισχύει:

$$\text{Εμβαδόν της υγρής διατομής: } A_0 = \pi \frac{D^2}{4}$$

Περίμετρος της υγρής διατομής: $P_0 = \pi D$

$$\text{Υδραυλική ακτίνα της υγρής διατομής: } R_0 = \frac{A_0}{P_0} = \frac{D}{4}$$

Συνεπώς από την εφαρμογή της εξίσωσης του Manning για ολική πλήρωση αγωγού προκύπτει:

α) Ταχύτητα ολικής πλήρωσης

$$V_0 = \frac{1}{n_0} \left(\frac{D}{4} \right)^{2/3} S^{1/2}$$

β) Παροχή ολικής πλήρωσης

$$Q_0 = \frac{\pi}{4^{5/3}} \frac{1}{n_0} D^{8/3} S^{1/2}$$

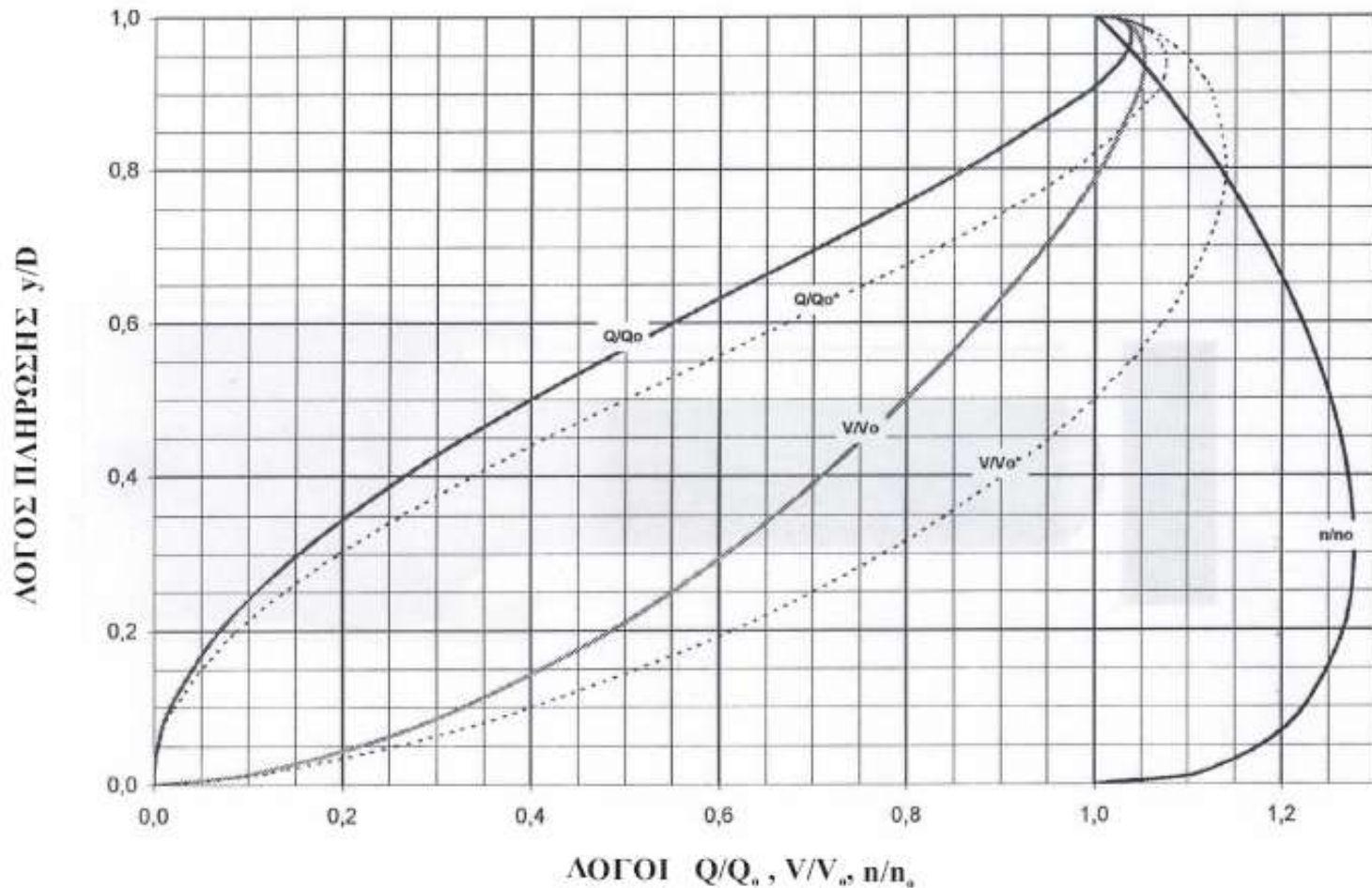
Σχόλιο: Η πλήρης διατομή είναι ανεπιθύμητη, χρησιμοποιείται για την διαγραμματική επίλυση

Διαγραμματική επίλυση για αγωγούς μερικής πλήρωσης

Υδραυλικά στοιχεία με μερική πλήρωση

Διαγράμματα αδιάστατων μεγεθών

$$\frac{V}{V_0} = f_1\left(\frac{y}{D}\right), \quad \frac{Q}{Q_0} = f_2\left(\frac{y}{D}\right), \quad \frac{n}{n_0} = f_3\left(\frac{y}{D}\right)$$



Πίνακας 1: Σχέσεις γεωμετρικών χαρακτηριστικών ροής σε αγωγό κυκλικής διατομής μερικής πλήρωσης.

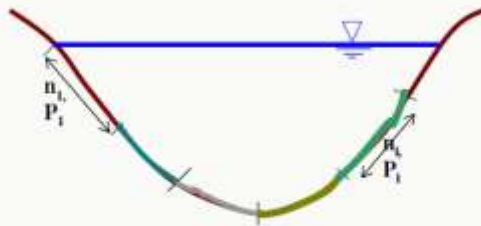
Γεωμετρικά χαρακτηριστικά	Μερική πλήρωση ($y < D$)	Ολική πλήρωση ($y = y_0 = D$)
Λόγος πλήρωσης, y/D	$\frac{y}{D} = \frac{1 - \cos(\theta/2)}{2}$	$\frac{y}{D} = 1$
Γωνία, θ	$\theta = 2 \arccos(1 - 2y/D)$	$\theta_0 = 2\pi$
Εμβαδό υγρής διατομής, A	$A = (\theta - \sin\theta) D^2/8$	$A_0 = \pi D^2/4$
Βρεχόμενη περίμετρος, P	$P = \theta D/2$	$P_0 = \pi D$
Υδραυλική ακτίνα, R	$R = (1 - \sin\theta/\theta) D/4$	$R_0 = D/4$
Πλάτος στην ελεύθερη επιφάνεια, B	$B = D \sin(\theta/2) = 2\sqrt{y(D-y)}$	0
Λόγος A/A_0	$A/A_0 = (\theta - \sin\theta) / 2\pi$	1
Λόγος R/R_0	$R/R_0 = 1 - \sin\theta/\theta$	1

Σύνθετες διατομές

- Πλημμύρες σε φυσικά υδατορεύματα: κύρια κοίτη δεν επαρκεί για τη διερχόμενη παροχή
- Μεταβλητός συντελεστής n
- Πλημμύρικές κοίτες: μεγάλη τραχύτητα n , μεγαλύτερο πλάτος, μικρότερο βάθος σε σχέση με την κύρια κοίτη.
- Ανάπτυξη σημαντικών δυνάμεων εσωτερικής τριβής στις διεπιφάνειες μεταξύ των τμημάτων με μεταφορά ορμής που επιταχύνει τις ακραίες διατομές και επιβραδύνει την κύρια κοίτη. Συνακόλουθα αναπτύσσονται στροβιλισμοί και υπάρχει απώλεια ενέργειας.
- Χρησιμοποιημένο μονοδιάστατο μοντέλο ροής για μία πρώτη εκτίμηση

Σύνθετες διατομές

- Μεταβλητό n , 2 μέθοδοι επίλυσης
- Α' μέθοδος, «ισοδύναμος n » ενιαία διατομή υποεκτίμηση της παροχής, π.χ.
- Μέθοδοι σύνθετων διατομών



$$n_{eq} = \sqrt{\frac{\sum n_i^2 P_i}{\sum P_i}}$$

(Pavlovski's eq.)

$$F = \sum_{i=1}^n F_i$$

$$Q = \frac{A}{n_{eq}} R^{2/3} \sqrt{S_f}$$

Σύνθετες διατομές

- Α' μέθοδος, «ισοδύναμος n" ή ενιαίου αγωγού π.χ.

Παρόμοια σχέση για τον συντελεστή η_e μπορεί να εξαχθεί θεωρώντας ότι η συνολική δύναμη αντίστασης στη ροή είναι ίση με το άθροισμα των δυνάμεων αντίστασης στη ροή σε κάθε περιοχή:

$$\eta_e = \frac{(\sum P_i \eta_i^2)^{\frac{1}{2}}}{(\sum P_i)^{\frac{1}{2}}} \quad (6.15)$$

Τέλος οι Krishnamurthy και Christensen (1972) εξήγαγαν τη παρακάτω σχέση θεωρώντας λογαριθμική κατανομή της ταχύτητας

$$\ln \eta_e = \frac{\sum_{i=1}^N P_i h_i^{3/2} \ln \eta_i}{\sum P_i h_i^{3/2}} \quad (6.17)$$

Αν θεωρήσουμε έναν αγωγό που διαιρείται σε N περιοχές με ρεχομενη περίμετρο P_i και συντελεστή Manning η_i ($i=1, 2, \dots, N$) και υποθέσουμε ότι η μέση ταχύτητα σε κάθε περιοχή είναι ίση με τη μέση ταχύτητα ροής σε όλη τη διατομή η παρακάτω εξίσωση δίνει τον ισοδύναμο συντελεστή Manning

$$\eta_e = \left(\frac{\sum P_i \eta_i^2}{\sum P_i} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (6.14)$$

Πρίνος, 2014

(1) Μέθοδος των Horton⁷ (1933), Einstein & Banks⁸ (1950)

Υποθέτοντας ότι για τις επί μέρους ταχύτητες ισχύει

$$V_1 = V_2 = \dots = V_N = V$$

από τη σχέση του Manning για το τμήμα (i) του αγωγού προκύπτει ότι

Όπου J
είναι η So
κλιση
πυθμένα

και επειδή

$$A = \sum A_i$$

$$A_i = \left(\frac{V_i n_i}{J^{1/2}} \right)^{3/2} \quad P_i = \left(\frac{V}{J^{1/2}} \right)^{3/2} n_i^{3/2} P_i$$

$$A = \left(\frac{V}{J^{1/2}} \right)^{3/2} n_e^{3/2} P = \left(\frac{V}{J^{1/2}} \right)^{3/2} \sum_1^N n_i^{3/2} P_i$$

απ' όπου λύνοντας ως προς n_e προκύπτει η σχέση

$$n_e = \frac{\left(\sum_1^N P_i n_i^{3/2} \right)^{2/3}}{P^{2/3}}$$

(α) Μέθοδος «Ενιαίου αγωγού»

Με τη μέθοδο αυτή ο αγωγός συνθέτου διατομής θεωρείται σαν ένας ενιαίος αγωγός όπου η υδραυλική ακτίνα, που λαμβάνει υπόψη τις επιδράσεις του σχήματος στη παροχή, υπολογίζεται από το συνολικό εμβαδό και τη συνολική βρεχόμενη περίμετρο. Έτσι η εξίσωση Manning γίνεται

$$Q_t = \frac{1}{\eta} A_t R_t^{2/3} S_t^{1/2} \quad (6.18)$$

όπου ο δείκτης t αναφέρεται στην ολική παροχή, ολικό εμβαδό κλπ.

Η μέθοδος αυτή υποεκτιμά σημαντικά τη παροχή, όπως έχει βρεθεί σε εργαστηριακά πειράματα και ειδικά στη περίπτωση μικρών βαθών στις ζώνες πλημμυρισμού. Στη περίπτωση αυτή η βρεχόμενη περίμετρος αυξάνεται σημαντικά με σχετικά μικρή αύξηση του εμβαδού με συνέπεια τη σημαντική μείωση της υδραυλικής ακτίνας και της παροχής. Η υποεκτίμηση της παροχής είναι σημαντική όταν η τραχύτητα στις αβαθείς περιοχές είναι αρκετά διαφορετική από αυτή του κυρίως αγωγού. Στις περιπτώσεις αυτές χρησιμοποιούνται οι προηγούμενες σχέσεις για τον υπολογισμό του ισοδύναμου συντελεστή Manning που όμως οι παραδοχές που βασίζονται δεν ισχύουν ικανοποιητικά στη περίπτωση αυτή.

Μειονέκτημα μεθόδου ισοδυναμίου μήκους

- Ομαλή κλίση στην πλημμυρική κοίτη μεγάλη αύξηση της περιμέτρου για αύξηση του εμβαδού άρα προκύπτει υποεκτίμηση της παροχής που μπορεί να διοχετεύσει μία διατομή
- Κατά Chaudhry, 1993 είναι προτιμότερη των άλλων:

$$\eta_e = \left(\frac{\sum P_i \eta_i^{\frac{3}{2}}}{\sum P_i} \right)^{\frac{2}{3}}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6.1 Υπολογισμός του ισοδύναμου συντελεστή Manning

Ένας αγωγός τραπεζοειδούς διατομής έχει πλάτος πυθμένα 3 m και κλίση πρανών 2:1. Τα τοιχώματα έχουν συντελεστή Manning 0.04 και ο πυθμένας 0.025. Να υπολογισθεί ο ισοδύναμος συντελεστής Manning και με τις 4 μεθόδους για βάθος ροής 0.9 m.

Λύση

Από τα δεδομένα του προβλήματος έχουμε $B=3\text{ m}$, $z=2$, $h=0.9\text{ m}$, $n_p=0.025$ και $n_T=0.04$.

Διαχωρίζοντας τη διατομή σε ένα ορθογώνιο, πλάτους 3 m και ύψους 0.9 m, και σε δύο τρίγωνα κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα για τον υπολογισμό του ισοδύναμου n_e και με τις 4 μεθόδους.

	n_i	P_i	h_i	A_i	R_i	$P_i n_i^{3/2}$	$P_i n_i^2$
	$\left(\frac{s}{m^{1/3}}\right)$	(m)	(m)	(m ²)	(m)		
Πυθμένας	0.025	3	0.9	2.7	0.9	0.012	$1.875 \cdot 10^{-3}$
Τοίχωμα	0.04	2.01	1.8	0.81	0.4	0.016	$3.216 \cdot 10^{-3}$
Τοίχωμα	0.04	2.01	1.8	0.81	0.4	0.016	$3.216 \cdot 10^{-3}$
		$\Sigma=7.02$				$\Sigma=0.044$	$\Sigma=8.307 \cdot 10^{-3}$

$$n_e = \left(\frac{0.044}{7.02} \right)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow n_e = 0.0340$$

Σύνθετες διατομές

- β' μέθοδος, σύνθετης διατομής

Πρίνος, 2014

Με τη μέθοδο αυτή ο κυρίως αγωγός και οι ζώνες πλημμυρισμού μελετώνται ξεχωριστά. Η συνολική παροχή υπολογίζεται αθροίζοντας τις παροχές των διάφορων περιοχών που διαχωρίζονται μεταξύ τους με «φανταστικές» διεπιφάνειες που διέρχονται από το σημείο τομής του κυρίως αγωγού με την αβαθή περιοχή. Διάφορες τέτοιες διεπιφάνειες (κάθεται, οριζόντιες, κεκλιμένες) που φαίνονται στο σχήμα 6.5 χρησιμοποιούνται για την διαίρεση του συνολικού αγωγού.

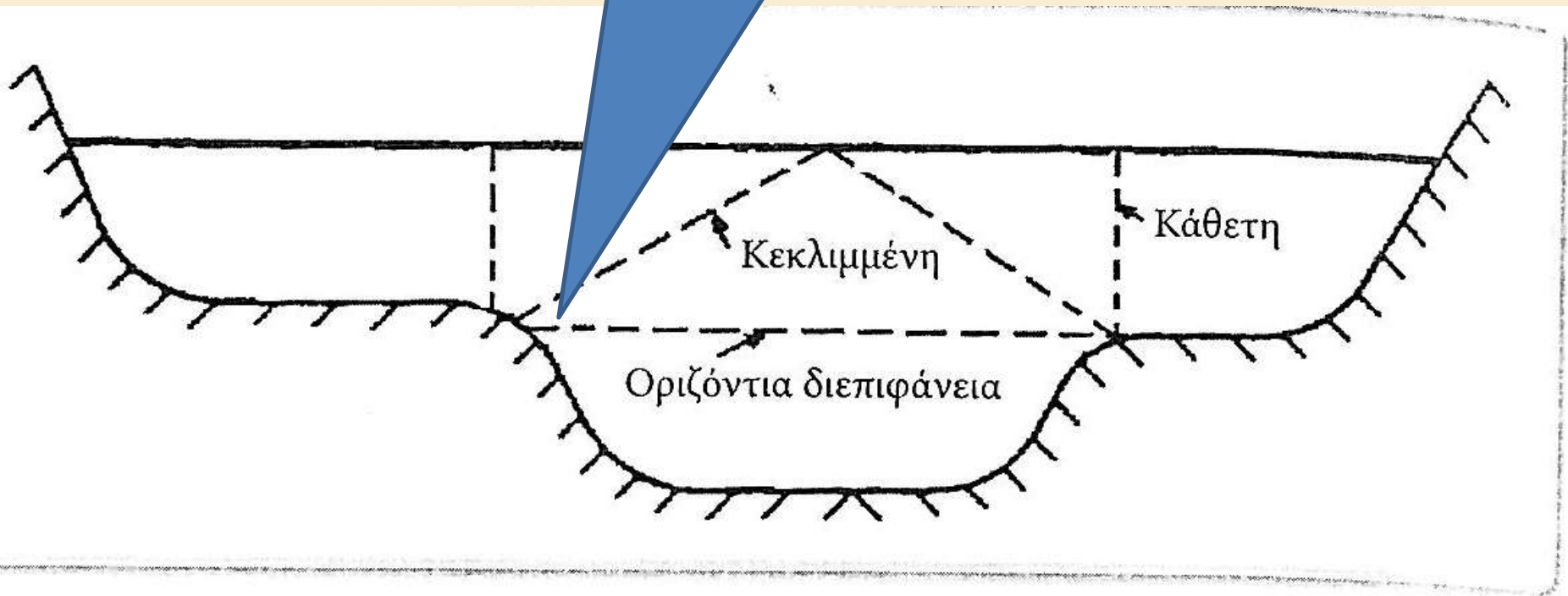
Έτσι η συνολική παροχή δίνεται από τη σχέση

$$Q_t = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\eta_i} A_i R_i^{2/3} S_i^{1/2} \quad (6.19)$$

Στην περίπτωση αυτή η βρεχόμενη περίμετρος P_i περιλαμβάνει μόνο τα φυσικά όρια του αγωγού και δεν περιλαμβάνει τη διεπιφάνεια διαχωρισμού. Η παραπάνω διαδικασία υπερεκτιμά τη παροχή γιατί δεν περιλαμβάνει τη διεπιφάνεια στον υπολογισμό της βρεχόμενης περιμέτρου και ακτίνας του κυρίως αγωγού υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει διατμητική δύναμη στη διεπιφάνεια αυτή.

Από εργαστηριακές μετρήσεις έχει φανεί ότι η χρησιμοποίηση της οριζόντιας διεπιφάνειας δίνει τα καλύτερα αποτελέσματα για τον υπολογισμό της παροχής.

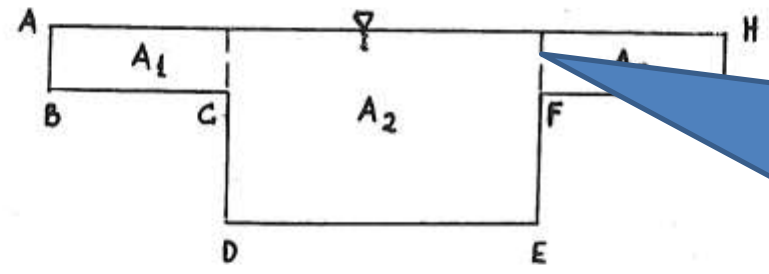
Οριζόντια διεπιφάνεια, καλ
Τα υγρά όρια μεταξύ των διατομών δεν
λαμβάνονται υπόψη στην περίμετρο



Σχήμα 6.5: Διεπιφάνειες διαχωρισμού αγωγού συνθέτου διατομής

Σύνθετη Διατομή

- π.χ. ποταμός με υπερχειλισμένες όχθες
- Χωρισμός της διατομής σε επί μέρους τμήματα



Τα υγρά όρια μεταξύ των διατομών δε λαμβάνονται υπόψη στην περίμετρο κάθε τμήματος

$$P_1 = (AB) + (BC)$$

$$P_2 = (CD) + (DE) + (EF)$$

$$P_3 = (FG) + (GH)$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q_1 = A_1 u_1 = \frac{A_1}{\eta_1} R_1^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$Q_2 = A_2 u_2 = \frac{A_2}{\eta_2} R_2^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$Q_3 = A_3 u_3 = \frac{A_3}{\eta_3} R_3^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$R_1 = \frac{A_1}{P_1}$$

$$R_2 = \frac{A_2}{P_2}$$

$$R_3 = \frac{A_3}{P_3}$$

$$Q: \text{παροχή} \left[\frac{L^3}{T} \right]$$

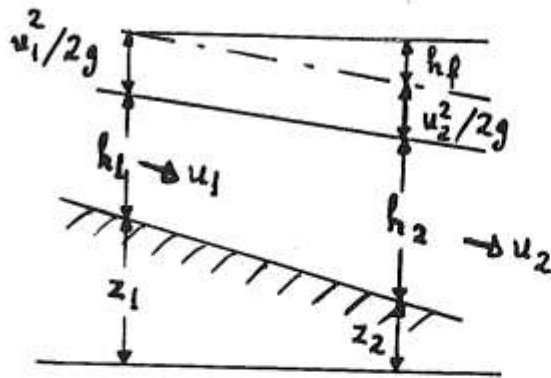
$Q = A u$

Εξίσωση συνέχειας

Θεωρία κρίσιμου βάρθους

Μ.Σπηλιώτη
Επ. Καθηγήτῆς

9. ΕΙΔΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ



Ολικό φορτίο ή ύψος ενέργειας: $H = \frac{p}{\rho g} + z + \frac{u^2}{2g}$

Για ανοικτούς αγωγούς: $H = h + z + \frac{u^2}{2g}$

- μικρή κλίση
- ροϊκές γραμμές ευθείες και παράλληλες

$$E = h + \frac{u^2}{2g}$$

E: ειδική ενέργεια

$$u = \frac{Q}{A} \Rightarrow E = h + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

Ειδική ενέργεια

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$f(E, Q, y) = 0$$

Ειδική ενέργεια για δεδομένη παροχή
συνάρτηση του βάθους ροής

$$E = E_s + E_k$$

όπου

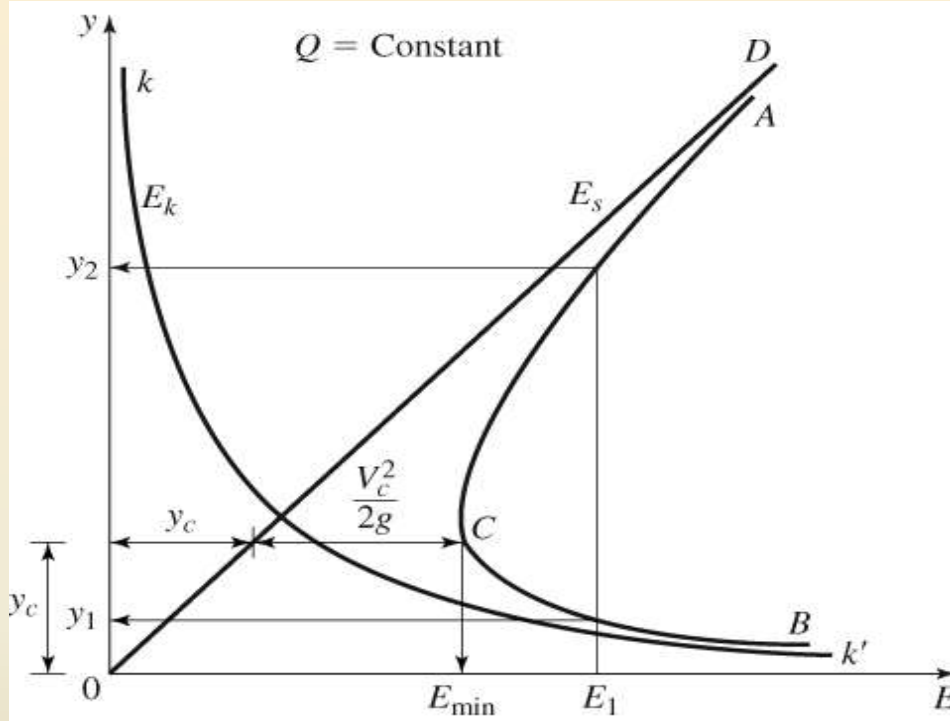


και



$$=f'(y)$$

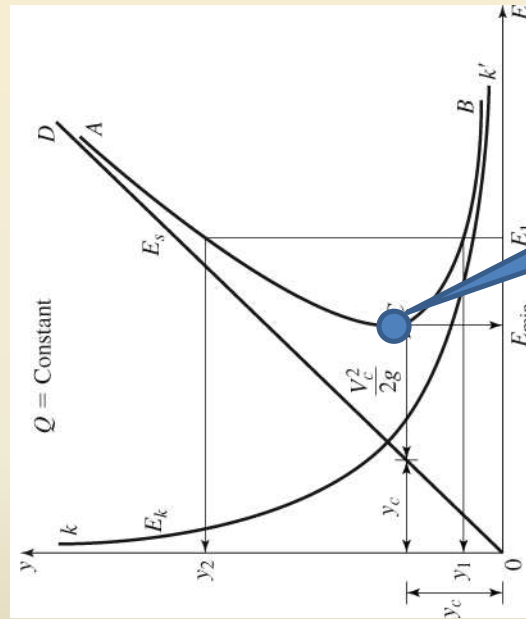
Διάγραμμα ειδικής ενέργειας



- E_s μεταβάλλεται γραμμικά με το y
- E_k μεταβάλλεται μη γραμμικά με το y
- για δοσμένη E : δύο συζυγή βάθη (y_1 & y_2)
- Για δεδομένη παροχή υπάρχουν δύο βάθη με την ίδια ειδική ενέργεια
- E_{min} : κρίσιμο βάθος

Διάγραμμα ειδικής ενέργειας

$E=f(y)$ για δεδομένη παροχή Q



Ελάχιστη ειδική
ενέργεια κρίσιμο
βάθος

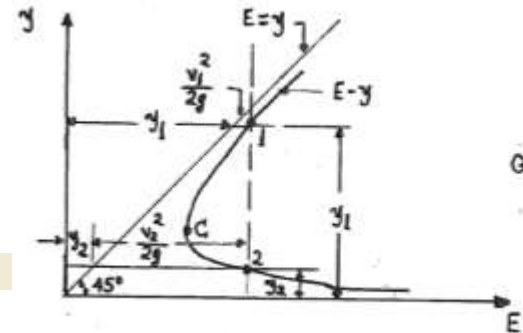
Κρίσιμη ροή

Ορίζεται για την ελάχιστη ειδική ενέργεια

Ειδική ενέργεια

- Ενέργεια ανά μονάδα βάρους του υγρού, σε μια διατομή, με επίπεδο αναφοράς τον πυθμένα του αγωγού ($z=0$)

$$E = y + \frac{v^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$



Για $y \rightarrow 0$, $E \rightarrow \infty$, για $y \rightarrow \infty$, $E \rightarrow y \rightarrow \infty$

$E \rightarrow \min$, για $y = y_c$ (κρίσιμο βάθος)

Χρυσάνθου, 2014

$$\frac{dE}{dy} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{Q^2 B}{gA^3} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{Q^2 B}{gA^3} = 1 \text{ για } y = y_c}$$

Κρίσιμο βάθος από ελάχιστη ειδική
ενέργεια

Ελάχιστη ειδική ενέργεια: ακρότατο συνάρτησης $E=y+Q^2/(2gA^2) = f(y)$

$$\frac{d\left(y + \frac{Q^2}{2gA^2}\right)}{dy} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{Q^2}{2g} \frac{dA^{-2}}{dy} = 0 \Leftrightarrow$$

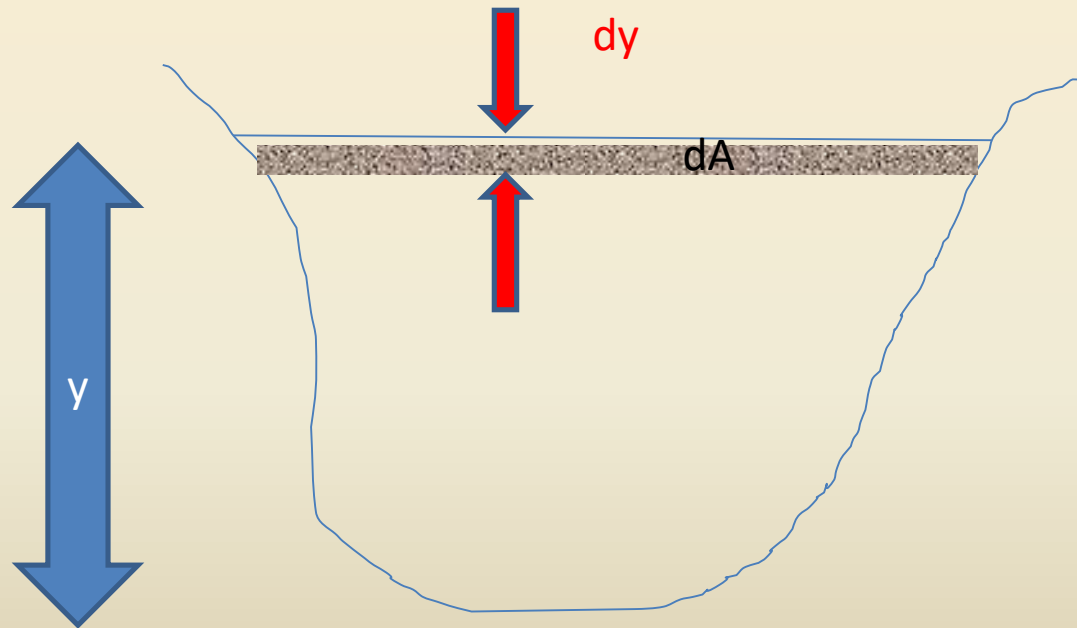
$$\Leftrightarrow 1 + \frac{Q^2}{2g} \frac{dA^{-2}}{dA} \frac{dA}{dy} = 0 \Leftrightarrow \quad (x^a)' = ax^{a-1}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{Q^2}{2g} \left(-2A^{-3}\right) \frac{dA}{dy} = 0$$

Κανόνας της αλυσίδας

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{dg} \frac{dg}{dx}$$

$$dA/dy=?$$



Στη «γειτονιά» του βάθους ροής y
Ισχύει:

$$dA = B \cdot dy$$

Ελάχιστη ειδική ενέργεια: ακρότατο
συνάρτησης $E=y+Q^2/(2gA^2) = f(y)$

$$\frac{d\left(y + \frac{Q^2}{2gA^2}\right)}{dy} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{Q^2}{2g} \left(-2A^{-3}\right) \frac{dA}{dy} = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{Q^2}{g} \left(A^{-3}\right) B = 0 \Leftrightarrow 1 = \frac{Q^2 B}{g A^3} \Leftrightarrow 1 = \frac{Q^2}{g \frac{A^3}{B}} = \frac{V^2}{g \frac{A}{B}}$$

Τελική λύση και σχηματοποίηση του αριθμού Froude

$$Fr = \sqrt{\frac{Q^2}{g \frac{A^3}{B}}} = \frac{Q}{\sqrt{g \frac{A^3}{B}}} = \frac{V}{\sqrt{g \frac{A}{B}}} = \frac{V}{\sqrt{gD}}$$

Κρίσιμες συνθήκες

$$Fr = 1$$

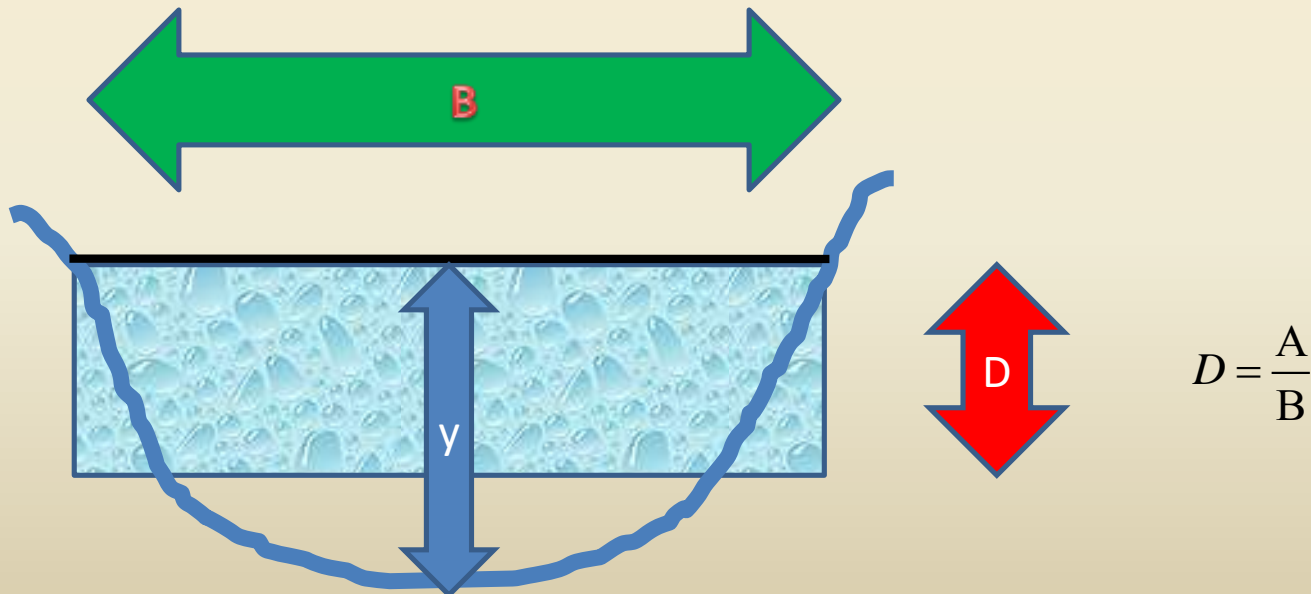


Ελάχιστη ειδική ενέργεια

Το κρίσιμο βάθος εξαρτάται από την παροχή και τα γεωμετρικά στοιχεία της διατομής

Υδραυλικό βάθος D

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g \frac{A}{B}}} = \frac{V}{\sqrt{gD}}, \quad D = \frac{A}{B}$$



Χρήσιμα συμπεράσματα για την κρίσιμη ροή

- Κρίσιμη ροή

$$\frac{Q^2}{g} \left(\frac{B}{A^3} \right)_c = 1 \Leftrightarrow \frac{Q^2}{g} = \left(\frac{A^3}{B} \right)_c$$

- Για δεδομένη παροχή αντιστοιχεί ένα κρίσιμο βάθος (ανεξάρτητα από άλλους παράγοντες παρά μόνο από τη γεωμετρία της διατομής)
- Τότε η ειδική ενέργεια είναι **ελάχιστη**

Ειδική ενέργεια για κάθε διατομή σε κρίσιμες συνθήκες

$$\left. \begin{aligned} E_c &= y_c + \frac{V_c^2}{2g} = y_c + \frac{Q^2}{2gA_c^2} \\ \frac{Q^2}{g} \left(\frac{B}{A^3} \right)_c &= 1 \Leftrightarrow \frac{Q^2}{gA_c^2} = \left(\frac{A}{B} \right)_c \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_c = y_c + \frac{1}{2} \left(\frac{A}{B} \right)_c$$

π.χ. Ορθογωνική διατομή

$$E_c = y_c + \frac{1}{2} \frac{A_c}{B_c} = y_c + \frac{1}{2} \frac{by_c}{b} = y_c + \frac{1}{2} y_c = \frac{3}{2} y_c$$

- συζυγή βάθη ροής
- υποκρίσιμη, υπερκρίσιμη, κρίσιμη ροή

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = Fr^2 \Rightarrow \text{αριθμός Froude (Fr)}$$

$$Fr < 1 \Rightarrow \text{υποκρίσιμη ροή}$$

$$Fr > 1 \Rightarrow \text{υπερκρίσιμη ροή}$$

$$Fr = 1 \Rightarrow \text{κρίσιμη ροή}$$

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c \Rightarrow Q^2 = \frac{g A^3}{B} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{g A^3}{B}} \Rightarrow Q = \sqrt{g} A \sqrt{\frac{A}{B}}$$

$$f_c = A \sqrt{\frac{A}{B}} : \text{συνάρτηση κρίσιμης ροής}$$

Έλεγχος κρίσιμης ροής με βάση τον αριθμό Fr ή το κρίσιμο βάθος

Κρίσιμο βάθος

Κρίσιμη ροή :

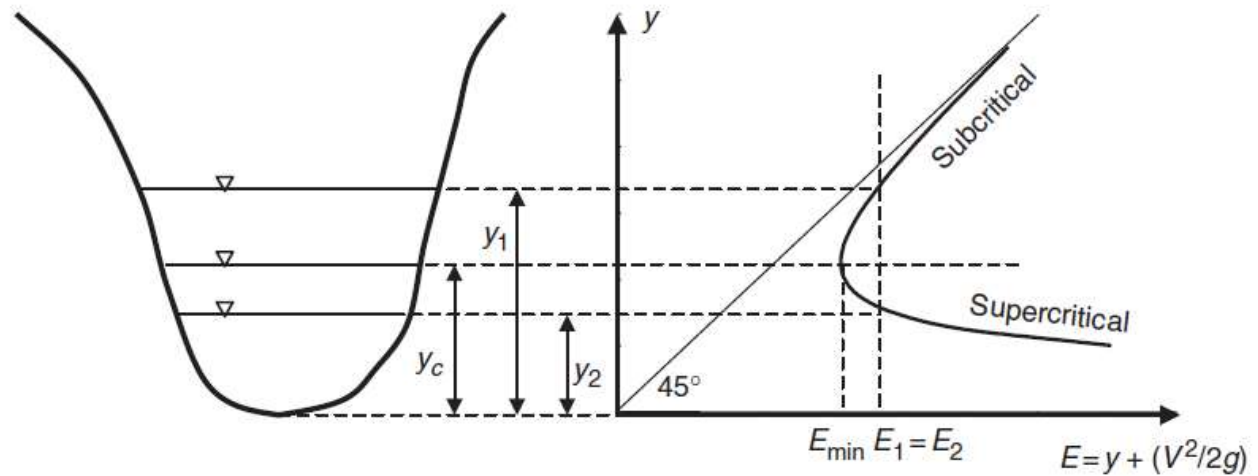
$$\left. \begin{array}{l} y > y_c \rightarrow \text{ροή υποκρίσιμη.} \\ y < y_c \rightarrow \text{ροή υπερκρίσιμη} \\ y = y_c \rightarrow \text{ροή κρίσιμη.} \end{array} \right\}$$

y_c : Βάθος ομοιόμορφης ροής ($y = \text{σταθ}$)
 $v = \text{σταθ}$.

Μπορεί να είναι κρίσιμο, υπερκρίσιμο ή υποκρίσιμο,
 y_c καθορίζεται από την κλίση.

Περιοχές διαγράμματος ειδικής ενέργειας

FIGURE 2.6 Specific energy diagram



Ορθογωνική διατομή

- Συνήθως, σε δύσκολες περιπτώσεις ορθογωνική διατομή (π.χ. εκχειλιστή, υδραυλικό άλμα)
- Συνήθως οι ασκήσεις ταχέως μεταβαλλόμενης ροής αναφέρονται σε ορθογωνικούς αγωγούς
- **Ειδική παροχή (μόνο σε ορθογωνικούς αγωγούς) , $q=Q/b$**

Αριθμός Froude για ορθογωνική διατομή

Προσοχή, μόνο για ορθογωνική διατομή!

$$A = By, \quad \frac{A}{B} = y$$
$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gy}}$$

βίβλος ροής

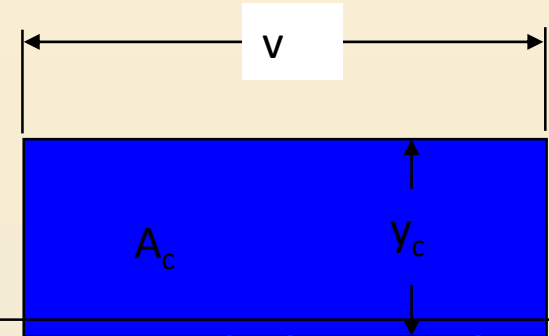
Κρίσιμη ροή σε ορθογωνικές διατομές

$$I = \frac{Q^2 b}{g A_c^3}$$

$$b = b_c$$

$$Q = qb$$

$$A_c = y_c b$$



$$Fr^2 = I = \frac{Q^2}{g \frac{A_c^3}{B_c}} = \frac{Q^2}{g \frac{(y_c b)^3}{b}} = \frac{q^2 b^2}{g y_c^3 b^2} = \frac{q^2}{g y_c^3} \Leftrightarrow$$



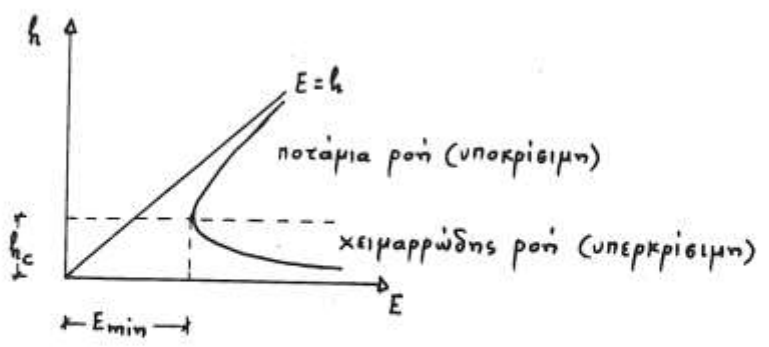
$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3}$$

$$\Rightarrow y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad \text{Μόνο για ορθογωνικές διατομές!}$$

$$q = \sqrt{g y_c^3}$$

αντίστροφα!

q: σταθ.



$$u = \frac{Q}{bh} = \frac{q}{h} \quad E = h + \frac{u^2}{2g}$$

- Όταν $h \rightarrow 0$, τότε $u \rightarrow \infty$ και $E \rightarrow \infty$
- Όταν $h \rightarrow \infty$, τότε $u \rightarrow 0$ και $E \rightarrow h$
- E_{min} για h_c : κρίσιμο βάθος ροής
- για οποιαδήποτε άλλη τιμή E δύο τιμές του h : εναλλακτικά βάθη ροής

$$E = h + \frac{1}{2g} \frac{q^2}{h^2} \Rightarrow \frac{\partial E}{\partial h} = 1 + \frac{q^2}{2g} (-2) h^{-3}$$

$$\frac{\partial E}{\partial h} = 0 \Rightarrow \frac{q^2}{gh^3} = 1 \Rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

$$E_{min} = \frac{3}{2} h_c$$

ΜΟΝΟ ΓΙΑ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗ ΔΙΑΤΟΜΗ

Β' τρόπος αντικατάσταση στη γενική σχέση

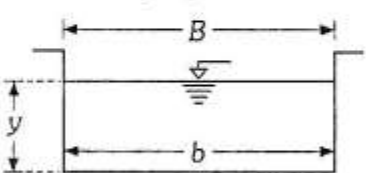
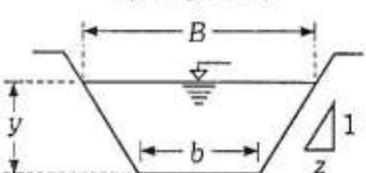
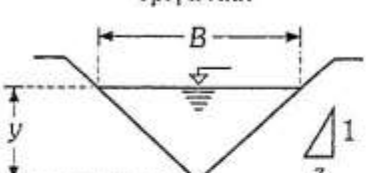
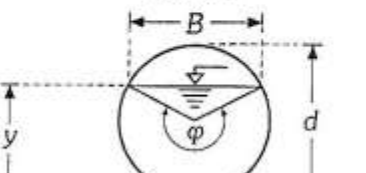
$$\sqrt[3]{\frac{Q^2}{g \frac{A^3}{B}}}$$

Θεωρία κρίσιμης ροής
έλεγχος κλίσης πυθμένα

Έλεγχος υποκρίσιμης ροής με τις υπάρχουσες συνθήκες

- Εύκολος τρόπος. Απλά υπολογίζω τον αριθμό **Fr**, Αν **Fr < 1**, ροή υποκρίσιμη
- **Εύρεση κρίσιμου βάθους y_c –όταν $Fr=1$** (πολλές φορές με δοκιμές). Αν **$y > y_c$ ροή υποκρίσιμη**

Πίν. 3.1: Γεωμετρικά στοιχεία αγωγών

Διατομή	Επιφάνεια A	Βρεχ. περίμετρος P	Υδραυλική ακτίνα $R = A/P$	Πλάτος ελεύθερης επιφάνειας B	Υδραυλικό βάθος $y_p = A/B$	Αριθμός Froude F
<p>Ορθογωνική</p> 	by	$b+2y$	$\frac{by}{b+2y}$	b	y	$\sqrt{\frac{Q^2}{b^2y^3g}}$
<p>Τραπεζοειδής</p> 	$(b+zy)y$	$b+2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{(b+zy)y}{b+2y\sqrt{1+z^2}}$	$b+2zy$	$\frac{(b+zy)y}{b+2zy}$	$\sqrt{\frac{(b+2zy)Q^2}{(b+zy)^3y^3g}}$
<p>Τριγωνική</p> 	zy^2	$2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$	$2zy$	$\frac{y}{2}$	$\sqrt{\frac{2Q^2}{z^2y^5g}}$
<p>Κυκλική</p> 	$\frac{d^2}{8}(\varphi - \sin\varphi)$	$d\frac{\varphi}{2}$	$\frac{d}{4}\left(1 - \frac{\sin\varphi}{\varphi}\right)$	$d\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)$ ή $2\sqrt{y(d-y)}$	$\frac{d}{8}\left\{\frac{\varphi - \sin\varphi}{\sin\frac{\varphi}{2}}\right\}$	$\sqrt{\frac{512Q^2\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{gd^5(\varphi - \sin\varphi)^3}}$

Σχεδιαστικά

- Έλεγχος κλίσης πυθμένα. Όταν το βάθος ομοιόμορφης ροής είναι μεγαλύτερο από το κρίσιμο βάθος τότε η κλίση είναι ήπια.
- Όταν το βάθος ομοιόμορφης ροής είναι μικρότερο από το κρίσιμο βάθος τότε η κλίση είναι απότομη
- Όταν το βάθος ομοιόμορφης ροής είναι ίσο με το κρίσιμο βάθος τότε η κλίση είναι κρίσιμη

Ομοιόμορφη ροή, έλεγχος κρίσιμων συνθηκών

- Αρχικά προσδιορίζω το κρίσιμο βάθος

$$(κρίσιμο βάθος γν) \frac{Q}{\sqrt{g \frac{A_c^3}{B_c}}} = 1$$

Για δεδομένη παροχή, το κρίσιμο βάθος εξαρτάται μόνο από τα γεωμετρικά στοιχεία της διατομής

- Από την εξίσωση του Manning υπολογίζω την κρίσιμη κλίση (βάθος ομοιόμορφης ροής ίσο με κρίσιμο)

$$Q = \frac{1}{n} A_c R_c^{2/3} S_0^{1/2} \Leftrightarrow S_0 = \left(\frac{Q \cdot n}{A_c R_c^{2/3}} \right)^2$$

- Η κρίσιμη κλίση εξαρτάται, για δεδομένη γεωμετρία και παροχή και από το συντελεστή Manning

• **Η ροή θα είναι η κρίσιμη ή υποκρίσιμη ή υπερκρίσιμη**

• Η ροή μπορεί να είναι ή να μην είναι ομοιόμορφη

• Η έννοια της κρίσιμης ροής έχει ευρύτερη εφαρμογή στην υδραυλική των ανοικτών αγωγών από την ομοιόμορφη ροή (εφαρμόζεται και την ομοιόμορφη και την ανομοιόμορφη ροή)

• το κρίσιμο βάθος δεν εφαρμόζεται στην υδραυλική των κλειστών αγωγών

Αριθμός Froude από ελαχιστοποίηση ειδικής ενέργειας-γενίκευση

Για κάποια ενδιάμεση τιμή του βάθους y η ειδική ενέργεια λαμβάνει ελάχιστη τιμή. Η τιμή αυτή λέγεται **κρίσιμο βάθος**. Η τιμή του κρισίμου βάθους μπορεί να προκύψει από την παραγωγή της Εξ. 2.26 και την εξίσωση της παραγώγου με το μηδέν ήτοι:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{\alpha Q^2 B}{gA^3} = 0 \quad \text{ή}$$

$$\frac{\alpha Q^2 B}{gA^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c \quad (2.29)$$

ΕΙΔΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

- Ενέργεια ανά μονάδα βάρους του υγρού, σε μια διατομή, με επίπεδο αναφοράς τον πυθμένα του αγωγού ($z=0$)

$$E = z + \frac{v^2}{2g} = z + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(z + \frac{v^2}{2g} \right) = -S_f = \frac{\partial H}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (z + E) = -S_f \Rightarrow \frac{dE}{dx} + \frac{\partial z}{\partial x} = -S_f \Rightarrow \frac{dE}{dx} - S_0 = -S_f \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dE}{dx} = S_0 - S_f}$$

\Rightarrow Όταν $E = \text{σταθ.}$, τότε $S_0 = S_f \Rightarrow$ ομοιόμορφη ροή

Κρίσιμη ροή, αδιαστατοποίηση

$$\dots Fr = 1 \Leftrightarrow \frac{Q}{\sqrt{g \frac{A}{B}} A^2} = 1 \Leftrightarrow A \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{Q}{\sqrt{g}}$$

$$f_c = \frac{Q}{\sqrt{g}} \rightarrow \bar{f}_c = \frac{Q}{b_0^{5/2} \sqrt{g}}$$

$$\dots Fr = 1 \Leftrightarrow \bar{f}_c = \frac{Q}{b_0^{5/2} \sqrt{g}} = \frac{1}{b_0^{5/2}} A \sqrt{\frac{A}{B}}$$

Εξαρτάται
μόνο από
την παροχή
Και τα
γεωμετρικά
στοιχεία της
διατομής

Κρίσιμη ροή, τραπεζοειδής διατομή

$$\dots Fr = 1 \Leftrightarrow \bar{f}_c = \frac{Q}{b_0^{5/2} \sqrt{g}} = \frac{1}{b_0^{5/2}} A \sqrt{\frac{A}{B}}$$

$$\bar{B} = \frac{B}{b} = \frac{(b + 2yz)}{b} = 1 + 2\bar{y}, \quad \bar{A} = \frac{A}{b^2} = \frac{y(b + zy)}{b^2} = \bar{y}(1 + z\bar{y})$$

$$\bar{f}_c = \frac{1}{b_0^{5/2}} A \sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{\bar{A}^3}{\bar{B}}} = \sqrt{\frac{[\bar{y}(1 + z\bar{y})]^3}{1 + 2\bar{y}}}$$

- Αδιάστατη συνάρτηση κρίσιμης ροής \bar{f}_c

- Συνάρτηση κρίσιμης ροής: $f_c = A\sqrt{A/B}$

$$\bar{f}_c = \frac{A}{b_0^2} \frac{\sqrt{A/B}}{b_0^{1/2}} = \frac{f_c}{b_0^{5/2}}$$

$$\bar{f}_c = \frac{f_c}{b_0^{5/2}}$$

$$Q = A\sqrt{g\frac{A}{B}} = f_c\sqrt{g} = b_0^{5/2}\bar{f}_c\sqrt{g}$$

$$Q = b_0^{5/2}\bar{f}_c\sqrt{g}$$

$$\rightarrow f_c = \frac{Q}{\sqrt{g} \cdot b_0^{5/2}}$$

για κρίσιμη
ροή, $Fr = 1$

Εξαρτάται
μόνο από
την παροχή
Και τα
γεωμετρικά
στοιχεία της
διατομής

Έλεγχος κρίσιμης ροής

- Υπολογίζω:

$$f_c = \frac{Q}{\sqrt{g \cdot b_0^{5/2}}}$$

- Επίλυση με πίνακες προσδιορισμός κρίσιμου βάθους
- Έλεγχος: θα πρέπει $\gamma_n > \gamma_c$ (ροή υποκρίσιμη)

Για δεδομένη παροχή και γεωμετρικά στοιχεία διατομής αντιστοιχεί ένα κρίσιμο βάθος

Ξανά («εικονικός» έλεγχος κρίσιμης ροής υπέρ της ασφάλειας)

- U.S. Bureau of Reclamation: Πρέπει $y_c < y'_n$, όπου y'_n το βάθος ομοιόμορφης ροής που προκύπτει για συντελεστή Μαννίng $n' = n - 0.003$ (για μεγαλύτερη ασφάλεια)

$$n' = 0.014 - 0.003 = 0.011$$

$$f_n(\bar{y}'_n) = \frac{n' Q}{b^{8/3} S_0^{1/2}} = 0.1345$$

Από τον Πίνακα Π3.1 $\Rightarrow \bar{y}'_n = 0.279$

$$y'_n = \bar{y}'_n \times b = 0.279 \times 5.5 = 1.535 \text{ m}$$

$$y_c < y'_n \Rightarrow \text{υποκρίσιμη ροή}$$

Υπόθεση
υπερ της
ασφάλειας
(εικονικό)

Διερεύνηση: πότε η ροή είναι και κρίσιμη και ομοιόμορφη?

Υπέρ της ασφαλείας:

Για δεδομένη παροχή ποια είναι η κρίσιμη κλίση?
για δεδομένη κλίση σε ποια παροχή το βάθος ροής
είναι κρίσιμο?

ΑΔΙΑΒΑΤΑΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ \bar{f}_t

- Συνάρτηση μεταβατικής ροής: $f_t = \frac{BR^{4/3}}{A}$

$$f_t = \left(\frac{f_n}{f_c} \right)^2 = \left(\frac{AR^{2/3}}{A\sqrt{A/B}} \right)^2 = \frac{BR^{4/3}}{A}$$

$$\bar{f}_t = \frac{BR^{4/3}/A}{b_0^{-1} b_0^{4/3}} = \frac{f_t}{b_0^{1/3}}$$

$$\bar{f}_t = \frac{f_t}{b_0^{1/3}}$$

$$f_c = A \sqrt{\frac{A}{B}} : \text{συνάρτηση κρίσιμης ροής}$$

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = 1 \quad Q = v A = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2} A \quad (\text{Manning})$$

$$S_c = \frac{n^2 g}{\left(\frac{B R^{4/3}}{A}\right) y = y_c} \quad S_c : \text{κρίσιμη κλίση}$$

$$f_t = \frac{B R^{4/3}}{A} : \text{συνάρτηση μεταβατικής ροής}$$

y_n : κανονικό βάθος (ομοιόμορφη και σταθερή ροή)

- Όταν $y_n = y_c$, τότε η κλίση του αγωγού λέγεται κρίσιμη κλίση και το αντίστοιχο βάθος ροής μεταβατικό βάθος.

Κρίσιμη ροή & ομοιόμορφη ροή

$$f_t = \left(\frac{f_n}{f_c} \right)^2 = \left(\frac{\frac{Q \cdot n}{S_0^{1/2}}}{\frac{Q}{\sqrt{g}}} \right)^2 = \frac{n^2 g}{S_0}$$

Απαλοιφή παροχής
Συνάρτηση της
κλίσης

$$\bar{f}_t = \frac{n^2 \cdot g}{S_0 \cdot b^{1/3}}$$

A. Επιπλέον έλεγχος. Για ποια παροχή η κλίση είναι μεταβατική?
(ομοιόμορφη ροή + κρίσιμη ροή)

Επιπλέον έλεγχος, κρίσιμης κλίσης

α4. Προσδιορισμός παροχής για την οποία $S_0 = S_c = 0.0007$

$$\bar{f}_t = \frac{n^2 g}{S_c b^{1/3}}, \quad \text{για } S_c = 0.0007 \Rightarrow \bar{f}_t(\bar{y}_t) = 1.5561$$

- Επειδή η τιμή $\bar{f}_t = 1.5561$ είναι μεγαλύτερη της μέγιστης τιμής των πινάκων, το \bar{y}_t θα υπολογιστεί προεχχιστικά:

Η κρίσιμη κλίση εξαρτάται από την παροχή, τη διατομή αλλά και το συντελεστή Manning

α4. Προεδιορισμός παροχής για την οποία $S_o = S_c = 0.0007$

$$\bar{f}_t = \frac{\eta^2 g}{S_c b^{1/3}}, \quad \text{για } S_c = 0.0007 \Rightarrow \bar{f}_t(\bar{y}_t) = 1.5561$$

- Επειδή η τιμή $\bar{f}_t = 1.5561$ είναι μεγαλύτερη της μέγιστης τιμής των πινάκων, το \bar{y}_t θα υπολογιστεί προεχρηστικά:

$$\bar{f}_t = \frac{\bar{B} \bar{R}^{4/3}}{\bar{A}}, \quad \bar{B} = \frac{B}{b} = 1 + 2m\bar{y}, \quad \bar{A} = \frac{A}{b^2} = (1 + m\bar{y})\bar{y}$$

$$\bar{P} = \frac{P}{b} = 1 + 2\bar{y}\sqrt{1+m^2}, \quad \bar{R} = \frac{\bar{A}}{\bar{P}}$$

- Στον Πίνακα Π1.3, για διάφορες τιμές του \bar{y} βρίσκεται το $\bar{f}_t(\bar{y}_t)$
- Για $\bar{f}_t = 1.5560 \Rightarrow \bar{y}_t = 15.17 \Rightarrow y_t = 83.44 \text{ m}$
- Για $y_c = y_t = 83.44 \text{ m} \Rightarrow f_c = A \sqrt{\frac{A}{B}} = 10902.27 \sqrt{\frac{10902.27}{255.82}} = 71171.83$
 $Q = f_c \sqrt{g} = 71171.83 \times \sqrt{9.81} = 222917 \text{ m}^3/\text{s}$
- Η τιμή του Q και του y_t (ή y_c) είναι εσωπραγματική και συνεπώς η ροή ουδέποτε γίνεται κρίσιμη στο θεωρούμενο αγωγό.

- Β. Επιπλέον έλεγχος. Έστω ότι για τη πραγματική παροχή το βάθος ομοιόμορφης ροής είναι το κρίσιμο. Σε ποια κλίση αντιστοιχεί αυτό το φαινόμενο?
 - (ομοιόμορφη ροή + κρίσιμη ροή)

(βαδίζω αντίστροφα...)

\bar{f}_t : αδιάστατη συνάρτηση μεταβατικής ροής

$$\bar{f}_t(\bar{y}_t) = \frac{n^2 g \cos \theta}{S_c b^{1/3} a}$$

$$y_t = y_c = 1.293 \text{ m} \Rightarrow \bar{y}_t = \frac{1.293}{5.5} = 0.235$$

Από τον Πίνακα η3.1, για $\bar{y}_t = 0.235 \Rightarrow \bar{f}_t = 0.5133$

$$\frac{n^2 g}{S_c b^{1/3}} = 0.5133 \Rightarrow S_c = 0.0021$$

Σύνοψη

ΤΡΑΠΕΖΟΕΙΔΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗ

- Ομοιόμορφη ροή (σταθερό βάθος ροής)

Εξ. Manning

$$\bar{f}_n = \frac{Q \cdot n}{S_0^{1/2} b_0^{8/3}} \quad (\text{από Εξ. Manning}) =$$

$$= \left(\bar{A} \bar{R}^{2/3} = \frac{A}{b^2} \left(\frac{A}{b^2} \right)^{2/3} \left(\frac{P}{b} \right)^{-2/3} = \bar{y} (1 + z\bar{y}) \cdot [\bar{y} (1 + z\bar{y})]^{2/3} \cdot (1 + 2\bar{y} \sqrt{1 + z^2})^{-2/3} \right) =$$

$$\left(1 + 2\bar{y} \sqrt{1 + z^2}\right)^{-2/3} (\bar{y} (1 + z\bar{y}))^{5/3} = \text{πίνακες Μπέλλου, εύρεση } \mathbf{y/b \text{ βάθος}}$$

ομοιόμορφης ροής

- Κρίσιμη ροή

(ελάχιστη ειδική ενέργεια, Fr = 1)

$$\bar{f}_c = \frac{Q}{b_0^{5/2} \sqrt{g}} \quad (\text{μόνο για Fr = 1, κρίσιμη ροή}) =$$

$$= \left(\frac{1}{b_0^{5/2}} A \sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{\bar{A}^3}{\bar{B}}} = \sqrt{\frac{[\bar{y} (1 + z\bar{y})]^3}{1 + 2z\bar{y}}} \right) = \text{πίνακες Μπέλλου, εύρεση } \mathbf{y/b}$$

κρίσιμο βάθος

- Κρίσιμη και ομοιόμορφη ροή (ομοιόμορφη ροή με κρίσιμο βάθος)

$$\bar{f}_t = \frac{n^2 \cdot g}{S_0 \cdot b_0^{1/3}}$$

$$= \left(\frac{1}{b_0^{1/3}} \frac{BR^{4/3}}{A} = \frac{((1 + 2z\bar{y}))}{\bar{y} (1 + z\bar{y})} \left(\frac{\bar{y} (1 + z\bar{y})}{1 + 2\bar{y} \sqrt{1 + z^2}} \right)^{4/3} \right) = \text{πίνακες Μπέλλου, εύρεση } \mathbf{y/b}$$

κρίσιμο βάθος και ομοιόμορφη ροή αλλά για άλλη παροχή

Γενίκευση για διάφορες διατομές

- Ομοιόμορφη ροή (σταθερό βάθος ροής)

Εξ. Manning

$$\bar{f}_n = \frac{Q \cdot n}{S_0^{1/2} L_0^{8/3}} \quad (\text{από Εξ. Manning}) =$$

$$= \left(\bar{A} \bar{R}^{2/3} = \frac{A}{L_0^2} \left(\frac{A}{L_0^2} \right)^{2/3} \left(\frac{P}{L_0} \right)^{-2/3} \right) = \text{πίνακες Μπέλλου, εύρεση } \gamma/L_0 \text{ βάθος}$$

ομοιόμορφης ροής

- Κρίσιμη ροή

(ελάχιστη ειδική ενέργεια, $Fr = 1$)

$$\bar{f}_c = \frac{Q}{L_0^{5/2} \sqrt{g}} \quad (\text{μόνο για } Fr = 1, \text{ κρίσιμη ροή}) = \left(\frac{1}{L_0^{5/2}} A \sqrt{\frac{A}{B}} = \sqrt{\frac{\bar{A}^3}{\bar{B}}} \right) = \text{πίνακες}$$

Μπέλλου, εύρεση **γ/L_0 κρίσιμο βάθος**

- Κρίσιμη και ομοιόμορφη ροή (ομοιόμορφη ροή με κρίσιμο βάθος)

$$\bar{f}_t = \frac{n^2 \cdot g}{S_0 \cdot b_0^{1/3}}$$

$$= \left(\frac{\bar{B} \bar{R}^{4/3}}{\bar{A}} = \frac{1}{L_0^{1/3}} \frac{B R^{4/3}}{A} \right) = \text{πίνακες Μπέλλου, εύρεση } \gamma/L_0 \text{ κρίσιμο βάθος και}$$

ομοιόμορφη ροή αλλά για άλλη παροχή

Ειδική ενέργεια-ορθογωνική διατομή

Ορθογωνικοί αγωγοί

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$A = By$$

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

$$q = Q/B$$

$$\frac{Q^2 B}{gA^3} = 1$$

$$Q = qB$$

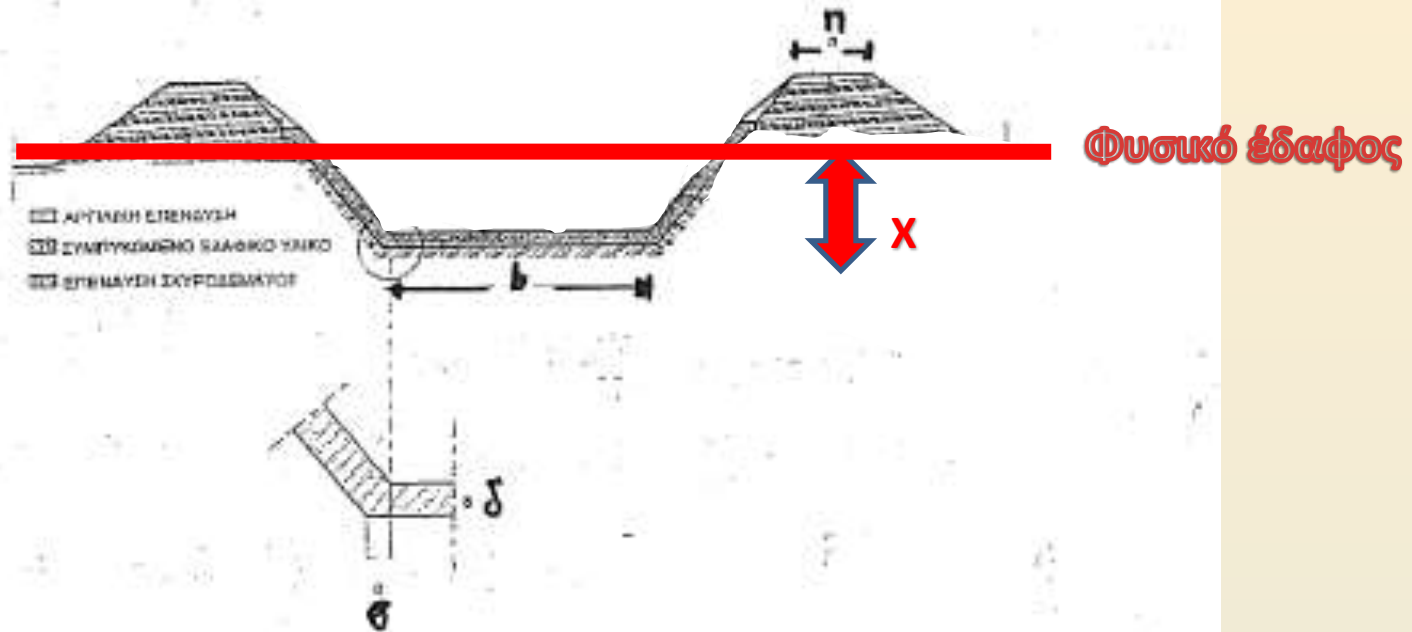
$$A = By$$

$$y_c = \sqrt[3]{q^2/g}$$

$$E = y_c + \frac{gy_c^3}{2gy_c^2} = y_c + \frac{y_c}{2} = \frac{3}{2}y_c$$

$$y_c = \frac{2}{3}E_c$$

ΧΩΜΑΤΟΥΡΓΙΚΑ



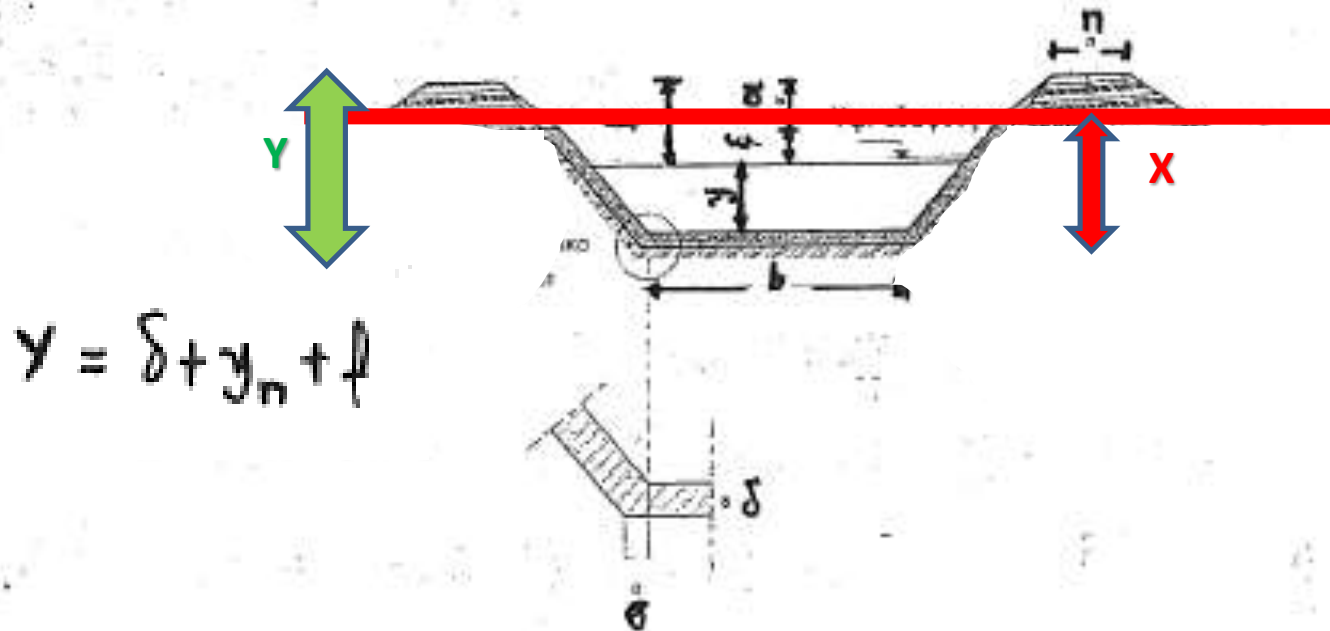
Σχήμα Π1.2. Τυπική διατομή της αρδευτικής διώρυγας

- Πλάτος εκκαμής: $b_c = b + 2\sigma$ (Σχήμα Π1.2)

$$\sigma = \frac{\delta}{m + \sqrt{1 + m^2}}$$

$$\sigma = 2.42 \text{ cm} = 0.0242 \text{ m}$$

$$b_c = 5.5 + (2 \times 0.0242) = 5.548 \text{ m}$$



Σχήμα Π1.2. Τυπική διατομή της αρδευτικής διώρυγας

- Πλάτος εκκαρπής: $b_c = b + 2\delta$ (Σχήμα Π1.2)

$$\delta = \frac{\delta}{m + \sqrt{1 + m^2}}$$

$$\delta = 2.42 \text{ cm} = 0.0242 \text{ m}$$

$$b_c = 5.5 + (2 \times 0.0242) = 5.548 \text{ m}$$

Επιφάνειες εκσκαφής και επίχωσης

- X : βάθος εκσκαφής

Y : απόσταση μεταξύ πυθμένα εκσκαφής και βτέψης αναχωμάτων

$$Y = \delta + y_n + f$$

$$h (\text{ύψος αναχωμάτων}) = Y - X = (\delta + y_n + f) - X$$

- E_k (εμβαδόν εκσκαφής) = $(b_c + mX) X$

- E_n (εμβαδόν επίχωσης) = $2 [n + m(Y - X)] (Y - X)$

n : πλάτος βτέψης αναχώματος (Σχήμα Π1.2)

(63)

- Ισοζύγιο εκκαφών και επιχωμάτων: $E_k = E_n$

$$b_c X + m X^2 - 2[n + mY - mX](Y - X) = 0$$

$$mX^2 - (b_c + 4mY + 2n)X + 2Y(n + mY) = 0$$

$$\boxed{AX^2 - BX + \Gamma = 0}$$

$$A = m = 1.5$$

$$B = b_c + 4mY + 2n = 5.548 + (4 \times 1.5 \times 2.93) + (2 \times 3.0) = 29.128$$

$$\Gamma = 2Y(n + mY) = 2 \times 2.93 \times [3.0 + (1.5 \times 2.93)] = 43.3347$$

$$Y = \delta + y_n + \beta = 0.08 + 1.75 + 1.10 = 2.93 \text{ m}$$

$$X_1 = 17.7952 \text{ m} \quad X_2 = 1.6235 \text{ m}$$

Το X_1 απορρίπτεται

X_2 : μέσο βάθος εκκαφής

Από θέμα σε
θέμα αλλάζει Y
& b_c

- Εξίσωση του πυθμένα εκκαφής: Προκύπτει αγ από την εξίσωση της μέγιστης ενθείας του εδάφους αφαιρείται η ποσότητα $X=1.6235$ m.
Εξίσωση μέγιστης ενθείας εδάφους:

$$y = 21.3545 - 0.0007 x$$

$$y = 19.731 - 0.0007 x$$

- Για τον υπολογισμό του βάθους εκκαφής κάθε διατομής αφαιρείται από το υπόμετρο του φυσικού εδάφους το υπόμετρο του πυθμένα εκκαφής (Πίνακας Π1.4).

Πίνακας Π1.4
Βάθος εκσκαφής σε κάθε διατομή

Διατομή	1	2	3	4	5	6
Απόσταση (m)	0	200	500	700	1000	1150
Υψóm. Φυσ. Εδάφ.	21.000	21.600	21.200	20.600	20.800	20.400
Υψóm. Πυθμ. εκσκ.	19.731	19.591	19.381	19.241	19.031	18.926
Βάθος εκσκαφής	1.269	2.009	1.819	1.359	1.769	1.474

0	200	500	700	1000
19.731	19.591	19.381	19.241	19.031

$$y = 19.731 - 0.0007 x$$

Πρώτη διόρθωση

- Εξίσωση του πυθμένα εκκαμής: Προκύπτει αν από την εξίσωση της μέγης ευθείας του εδάφους αφαιρεθεί η ποσότητα $X=1.6235$ m.
Εξίσωση μέγης ευθείας εδάφους:

$$y = 19.731 - 0.0007x$$

$$y = 21.3545 - 0.0007x$$

$$21.3545 - 1.6235 = 19.731$$

Αν το φυσικό έδαφος είχε την κλίση της παλινδρόμησης θα είχαμε τελειώσει

Αυτό όμως δεν ισχύει. Κάνω ισοζύγιο χηματοουργικών και προχωρώ στην επομένη διόρθωση

Πίνακας Π1.5

Προμέτρηση χωματουργικών για μέσο βάθος εκσκαφής $X = 1.6235 \text{ m}$

ΔΙΑΤΟΜΗ		ΕΚΣΚΑΦΕΣ		ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ		Αλγεθ περίσσευμα
a/a	Χ.Θ	Βάθος εκσκαφής X	Όγκος V	Ύψος επιχωμ.Υ	Όγκος V	
1	0+000	1.27	2666	1.66	2631	0
2	0+200	2.01	4838	0.92	2766	34
3	0+500	1.82	2537	1.11	2720	2107
4	0+700	1.36	3723	1.57	4176	1923
5	1+000	1.77	1946	1.16	1958	1470
6	1+150	1.47		1.46		1458
ΑΘΡΟΙΣΜΑ			15709		14251	

$$V_k = (E_k1 + E_k2) / 2 * L$$

Σε σχέση με
τον
«εικονικό»
πυθμένα
της
παλινδρόμη
σης

Αν υπολογισθεί αναλυτικά ο όγκος εκσκαφών και επιχώσεων για τα παραπάνω βάθη εκσκαφής (Πίνακας Π1.5), προκύπτει περίσσευμα εκσκαφών ίσο με 1.458 m^3 .

- Παρακάτω θα υπολογιστεί πόσο μειώνεται η διαφορά μεταξύ εκκαφών και επιχωμάτων για μείωση του βάθους εκκαφής κατά 1 cm.

$$E_k = (b_c + mX)X \quad (\text{αποδειχτηκε})$$

$$\frac{dE_k}{dX} = b_c + 2mX \Rightarrow \Delta E_k = (b_c + 2mX) \Delta X$$

$$\Delta E_k = [5.548 + (2 \times 1.5 \times 1.6235)] \Delta X = 10.4 \Delta X$$

Άρα για βάθος εκκαφής 1.6235 μπορώ να δεχθώ μία μικρή διόρθωση, η εξίσωση ισχύει για τιμές του ΔX , μικρές ώστε να είμαστε στη γειτονιά του 1.6235 (βλπ. Θεώρημα Taylor)

$$\text{Για } \Delta X = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m} \Rightarrow \Delta E_k = 0.104 \text{ m}^2$$

$$\Delta V_k \text{ (μείωση όγκου εκκαφών)} = 0.104 \times 1150 \approx 120 \text{ m}^3$$

(1150 m: μήκος τμήματος AB)

$$\Delta V_n \text{ (μείωση όγκου επιχωμάτων)} = 120 \text{ m}^3$$

- Τελικά, για μείωση του βάθους εκκαφής κατά 1 cm, η διαφορά μεταξύ εκκαφών και επιχώσεων μειώνεται κατά 240 m³ (120 + 120).
- Εάν μειώσουν τα βάθη εκκαφής όλων των διατομών κατά 7 cm, επιτυγχάνεται καλύτερο ισοζύγιο μεταξύ εκκαφών και επιχωμάτων (Πίνακας Π1.6). Υπάρχει περίσσειμα επιχωμάτων ίσο προς 350 m³.

Μειώνω παντού το βάθος εκκαφής, +0.07η κλίση πρέπει να παραμείνει η ίδια αλλιώς πρέπει να κάνω νέα υδραυλική επίλυση

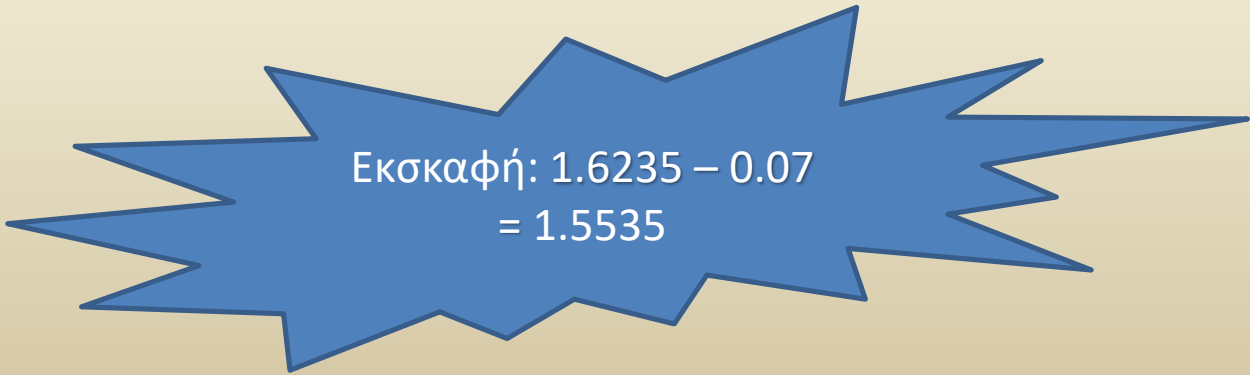
Θα μπορούσα να συνεχίσω το αποτέλεσμα όμως είναι ικανοποιητικό

θέμα

Τελικά

Χ	0	200	500	700	1000	1150
ΠΑΛ-ΕΚΣΚΑΦΗ	19.801	19.661	19.451	19.311	19.101	18.996
ΦΥΣΙΚΟ ΕΔΑΦΟΣ	21	21.6	21.2	20.6	20.8	20.4
ΒΑΘΟΣ ΕΚΣΚΑΦΗΣ	1.20	1.94	1.75	1.29	1.70	1.40

	ΑΒ						
Χ	0	200	500	700	1000	1150	
ΠΑΛ-ΕΚΣΚΑΦΗ	19.801	19.661	19.451	19.311	19.101	18.996	
ΦΥΣΙΚΟ ΕΔΑΦΟΣ	21	21.6	21.2	20.6	20.8	20.4	
ΒΑΘΟΣ ΕΚΣΚΑΦΗΣ	1.20	1.94	1.75	1.29	1.70	1.40	


$$\begin{aligned} \text{Εκσκαφή: } & 1.6235 - 0.07 \\ & = 1.5535 \end{aligned}$$

θέμα

Έλεγχος στάθμης του νερού κατάντη (Δ) σε σχέση με το φυσικό έδαφος

α5. Καθ' ύψος τοποθέτηση του πυθμένα της διώρυγας

- Όπως για το τμήμα ΑΒ
- Επιπλέον, πρέπει να ικανοποιείται η εξής προϋπόθεση (δεδομένο του παραδείγματος):

Η ελάχιστη στάθμη νερού στο σημείο Δ πρέπει να είναι +50 cm από την επιφάνεια του εδάφους, ήτοι:

$$H_{\Delta \text{ min}} = \text{υψόμετρο εδάφους} + 0.50 \text{ m} = 17.40 + 0.50 = 17.90 \text{ m}$$

Ελέγγω τη στάθμη του
ύδατος

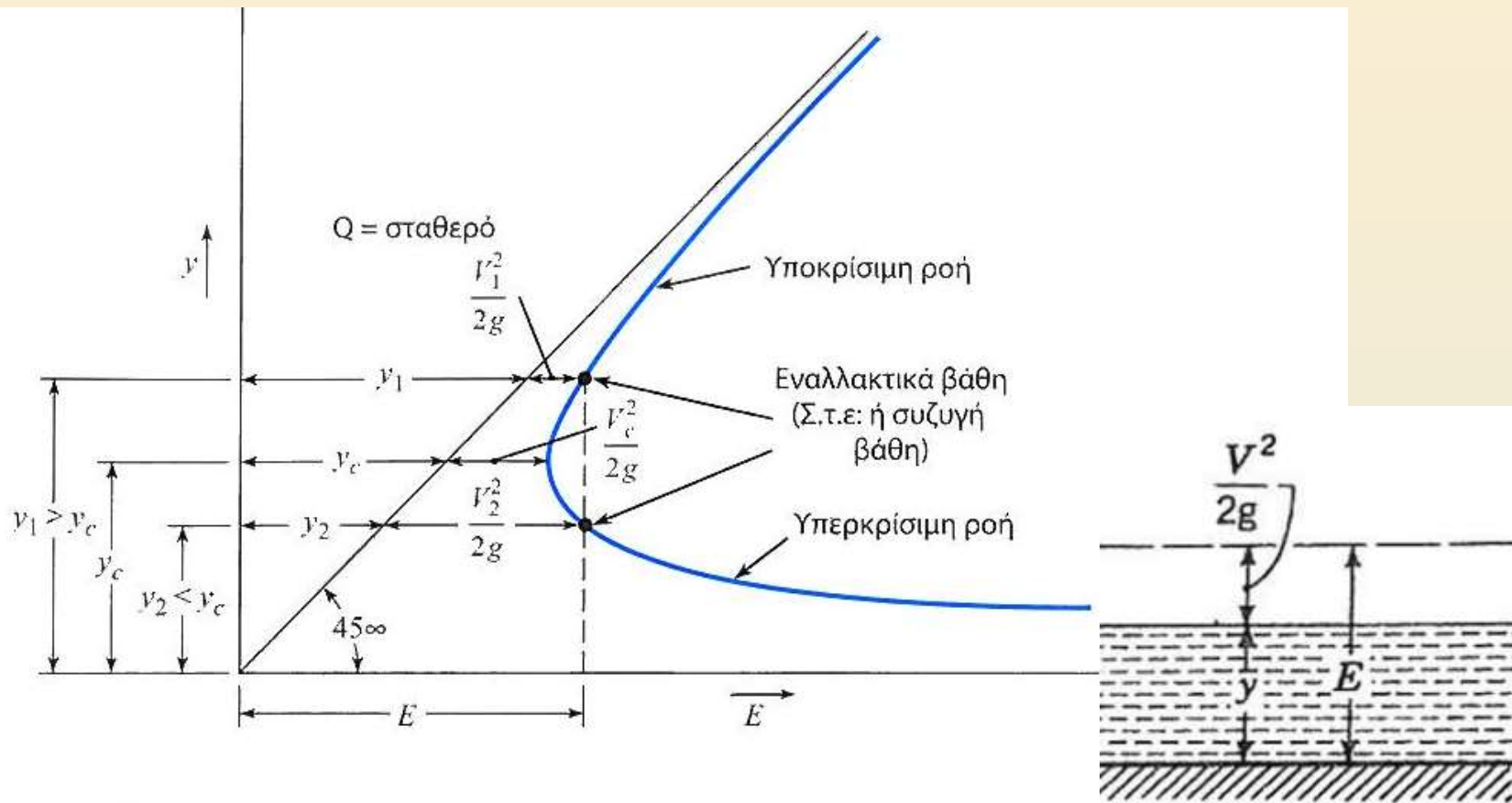
Θέμα

ΘΕΩΡΙΑ ΚΡΙΣΙΜΟΥ ΒΑΘΟΥΣ
MORE...

Θεωρία κρίσιμου βάρους και προφίλ επιφανείας

- Το διάγραμμα ειδικής ενέργειας θα χρησιμοποιηθεί για να κατασκευασθεί το προφίλ της επιφανείας του νερού
- Δεν υπάρχει διατήρηση της ειδικής ενέργειας αλλά της ενέργειας. Μόνο για οριζόντιο αγωγό και μηδενικές απώλειες ενέργειας η ειδική ενέργεια είναι σταθερή
- Για μία πλήρη λύση ελέγχω αρχικά το είδος της ροής
- Συνήθως χρησιμοποιείται σε μικρές διαφορές συναρμογής. Θωρώ αμελητέες απώλειες ενέργειας. Η ειδική ενέργεια ακολουθεί το ανάγλυφο του πυθμένα:

Ειδική ενέργεια

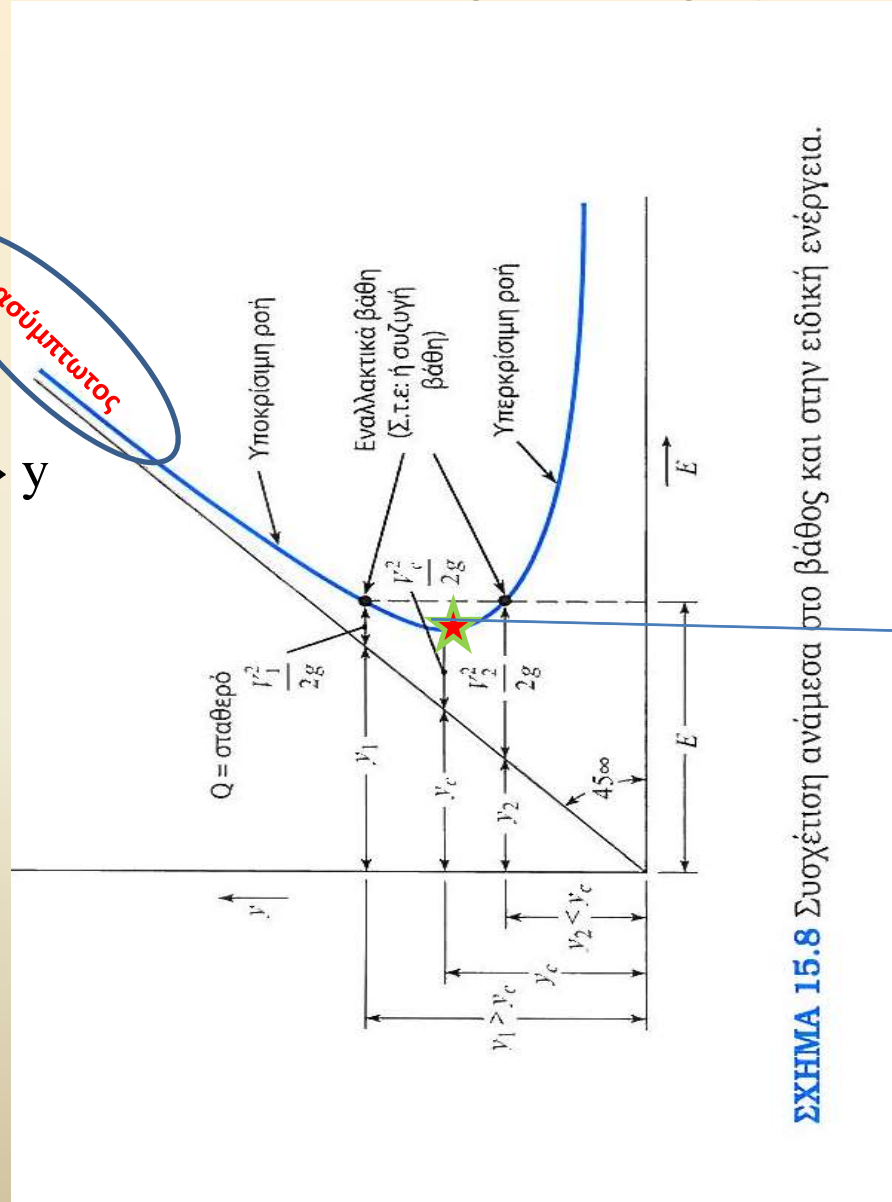


ΣΧΗΜΑ 15.8 Συσχέτιση ανάμεσα στο βάθος και στην ειδική ενέργεια.

Ειδική ενέργεια

$$y \rightarrow \infty \Rightarrow E \rightarrow y$$

ασύμπτωτος



ΣΧΗΜΑ 15.8 Συσχέτιση ανάμεσα στο βάθος και στην ειδική ενέργεια.

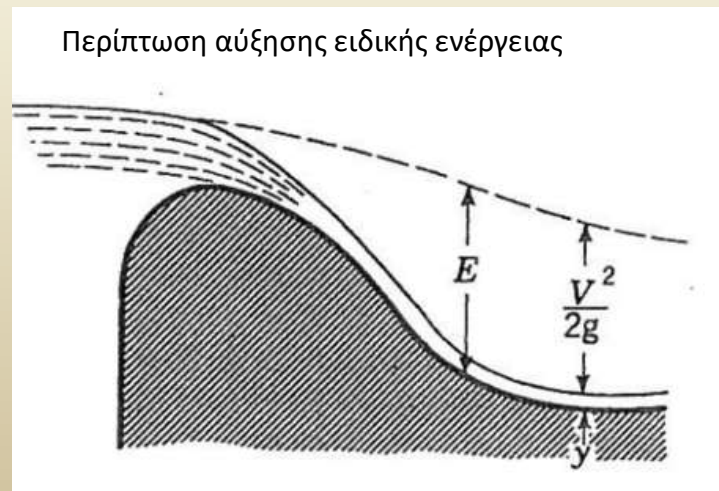
- Διάγραμμα για
- σταθερή παροχή και
- διατομή (σχέση παροχής ταχύτητας ως συνάρτηση του υδραυλικού βάθους)
- Περίπου ομοιόμορφη κατανομή ταχύτητας

Ελάχιστη τιμή: κρίσιμη ροή

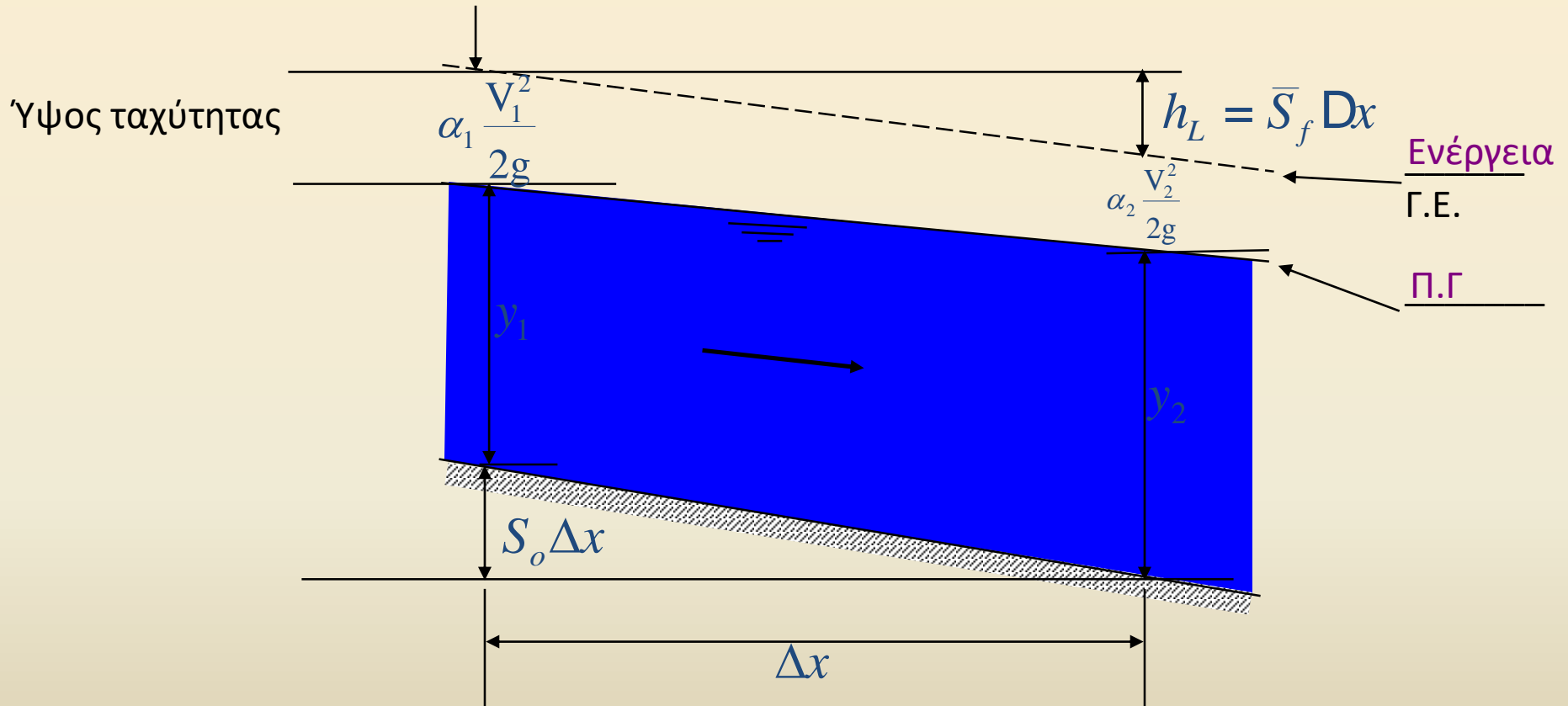
Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις για κάθε ειδική ενέργεια υπάρχουν δύο εναλλακτά βάθη ροής

Υπάρχει διατήρηση ενέργειας

- Πτωτική λόγω απωλειών, $H=z+\gamma+V^2/2g$
- Η ειδική ενέργεια $E=\gamma+V^2/2g$ μπορεί να μειώνεται να αυξάνεται ή να παραμένει σταθερή (π.χ. ομοιόμορφη ροή)
- Δεν υπάρχει αρχή διατήρησης ειδικής ενέργειας



Ανοικτοί αγωγοί: Διατήρηση της ενέργειας



Κλίση πυθμένα (S_o) όχι απαραίτητη ίση με την κλίση της γραμμής ενέργειας (S_f)

Διατήρηση της ενέργειας

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \beta_1 \frac{V_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \beta_2 \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

$$y_1 + S_o \Delta x + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + S_f \Delta x$$

z από στάθμη αναφοράς

Τυρβώδη ροή ($\alpha \cong 1$)

γ – βάθος ροής

Ενεργειακή σχέση ανοικτών αγωγών

$$\left(y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \right) + S_o \Delta x = \left(y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \right) + S_f \Delta x \Leftrightarrow$$

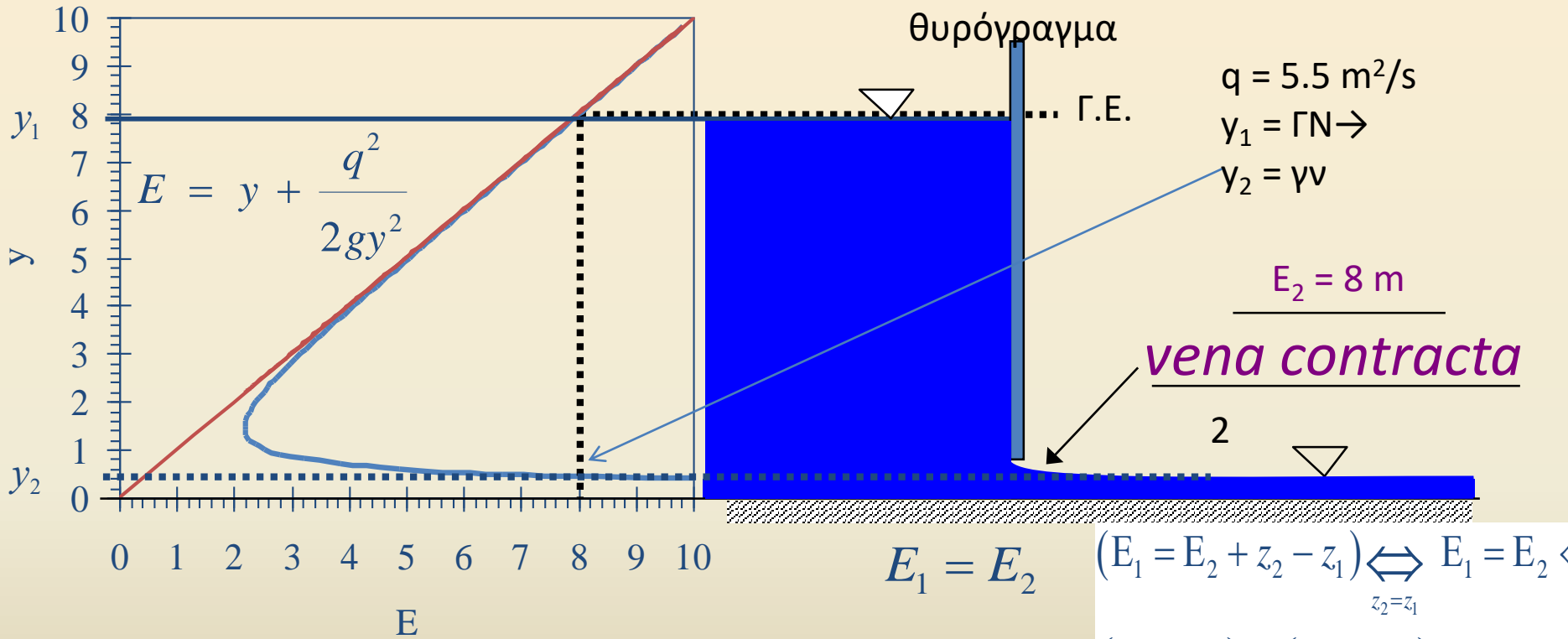
$$E_1 + z_1 = E_2 + z_2 + h_f$$

Ειδική ενέργεια για αμελητέες απώλειες ενέργειας

$$E_1 + z_1 = E_2 + z_2 + h_f \Leftrightarrow (\text{αν } h_f \rightarrow 0)$$

$$E_1 = E_2 + z_2 - z_1$$

Θυρόφραγμα



$q = 5.5 \text{ m}^2/\text{s}$
 $y_1 = \Gamma N \rightarrow$
 $y_2 = \gamma \nu$

$E_2 = 8 \text{ m}$
vena contracta

$$(E_1 = E_2 + z_2 - z_1) \Leftrightarrow E_1 = E_2 \quad z_2 = z_1$$

$$\left(\frac{V_1^2}{2g} + y_1 \right) = \left(\frac{V_2^2}{2g} + y_2 \right)$$

ορθ. διατομή:

$$Q = by_1V_1 = by_2V_2$$

Μετάβαση σε διαφορές συναρμογές

Αύξηση z πυθμένα

Θεωρείστε ανάντη υποκρίσιμη ροή & αρχική E_1 γνωστή

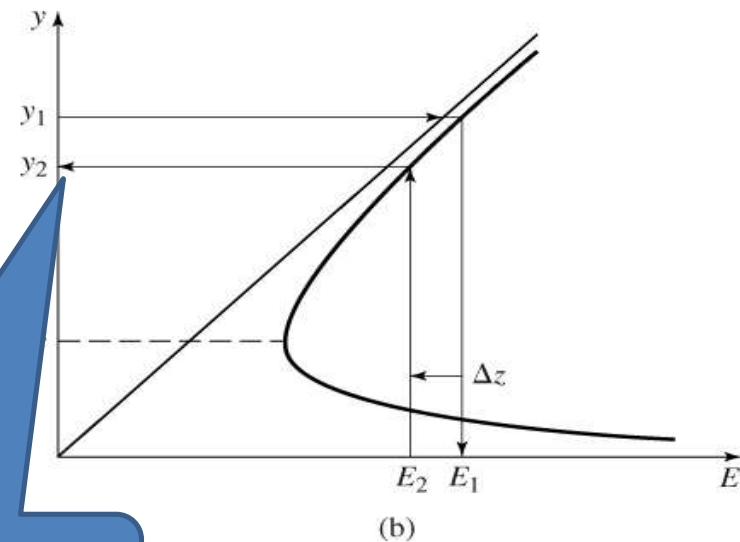
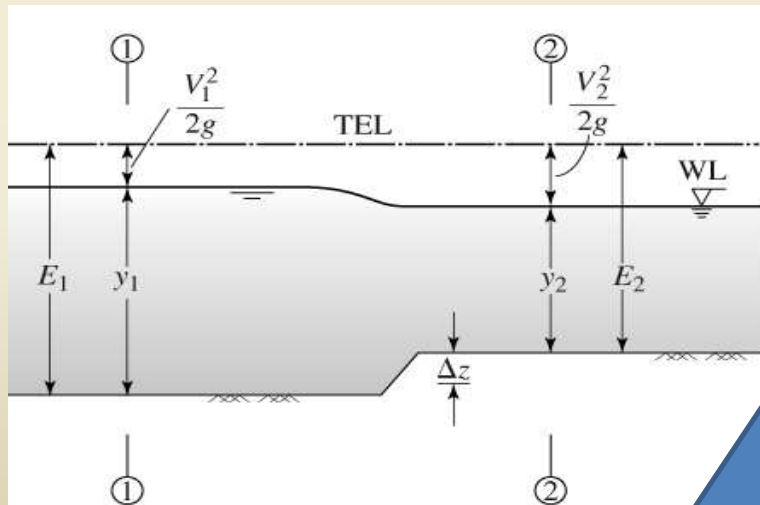
Δz αφαιρείτε, μηδενικές απώλειες, E στη θέση (2) μειώνεται:

$$(E_1 = E_2 + z_2 - z_1) \Leftrightarrow_{z_2=z_1} E_1 + z_1 - z_2 = E_2 + \Leftrightarrow_{\Delta z=z_2-z_1}$$

$$\left(\frac{V_1^2}{2g} + y_1 \right) - \Delta z = \left(\frac{V_2^2}{2g} + y_2 \right)$$

ορθ. διατομή:

$$Q = by_1V_1 = by_2V_2$$



Για υποκρίσιμη ροή ανάντη, το βάθος ροής κατάντη μειώνεται!!

Μετάβαση σε διαφορές συναρμογές

Θεωρείστε ανάντη υπερκρίσιμη ροή & αρχική E_1 γνωστή

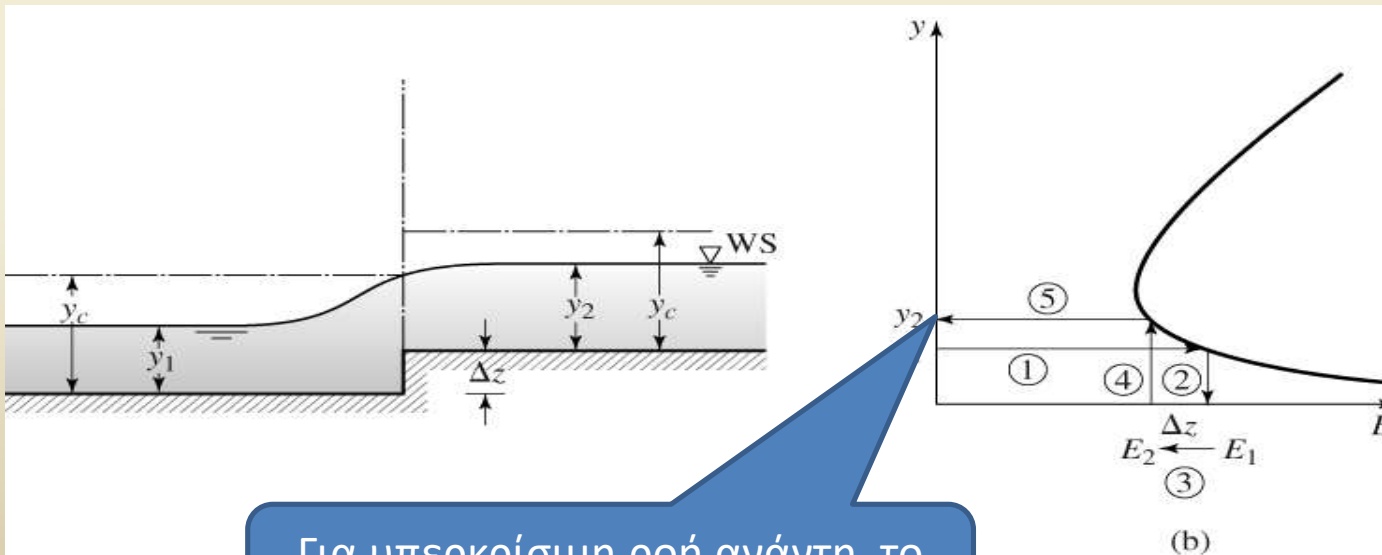
Δz αφαιρείτε, μηδενικές απώλειες, E στη θέση (2) μειώνεται:

$$(E_1 = E_2 + z_2 - z_1) \underset{z_2=z_1}{\Leftrightarrow} E_1 + z_1 - z_2 = E_2 + \underset{\Delta z = z_2 - z_1}{\Leftrightarrow}$$

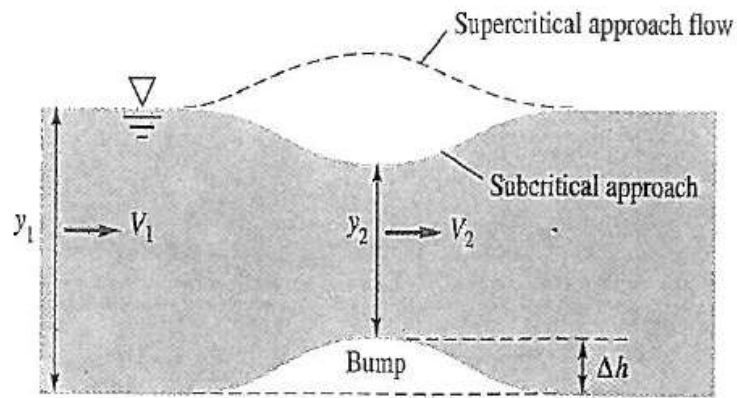
$$\left(\frac{V_1^2}{2g} + y_1 \right) - \Delta z = \left(\frac{V_2^2}{2g} + y_2 \right)$$

ορθ. διατομή:

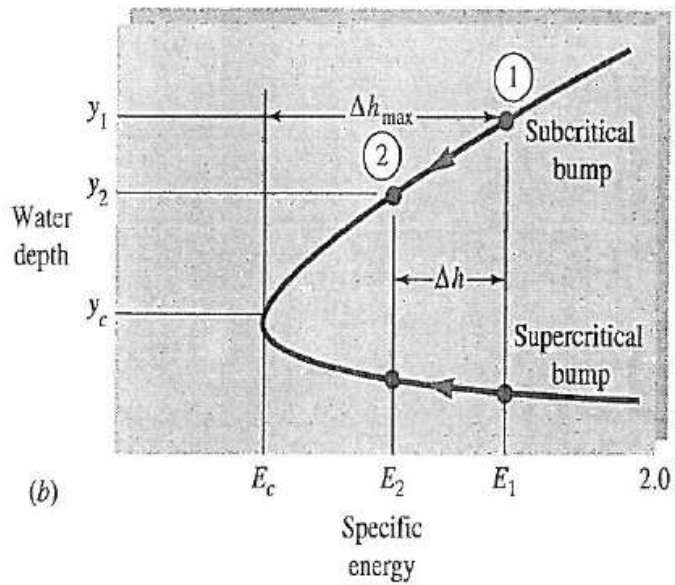
$$Q = by_1 V_1 = by_2 V_2$$



Για υπερκρίσιμη ροή ανάντη, το βάθος ροής κατάντη αυξάνεται!!

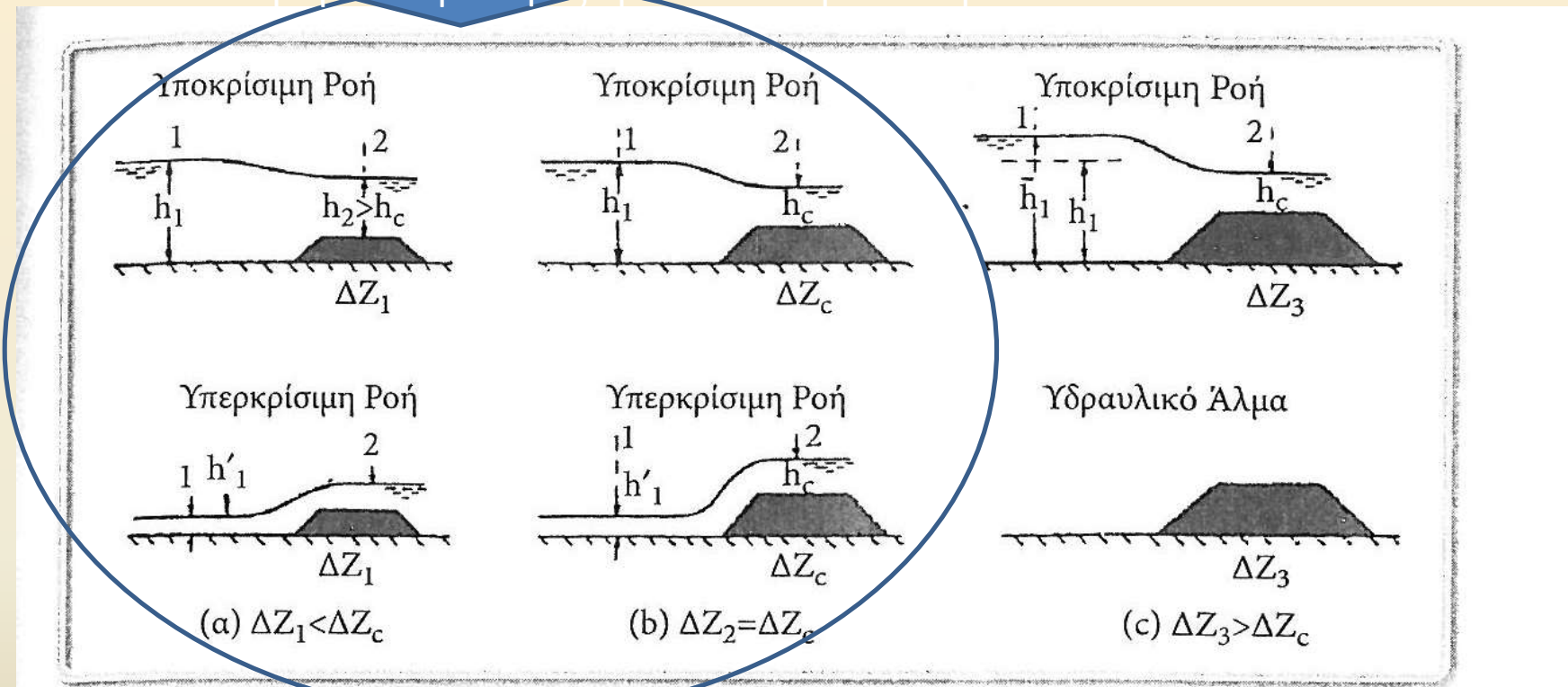


(a)



(b)

Η ροή ανάντη και στο εμπόδιο θα είναι υποκρίσιμη παντού ή υπερκρίσιμη παντού, το πολύ να φτάσει το κρίσιμο βάθος για μεγάλο ύψος εμποδίου. Διαφορετικά περίπτωση για μεγαλύτερο ύψος εμποδίου περίπτωση ©



Σχήμα 7.15: Ροή σε αγωγό με αναβαθμό, Πρίντζι, 2013

Άσκηση

(Τεργίδης, 1997)

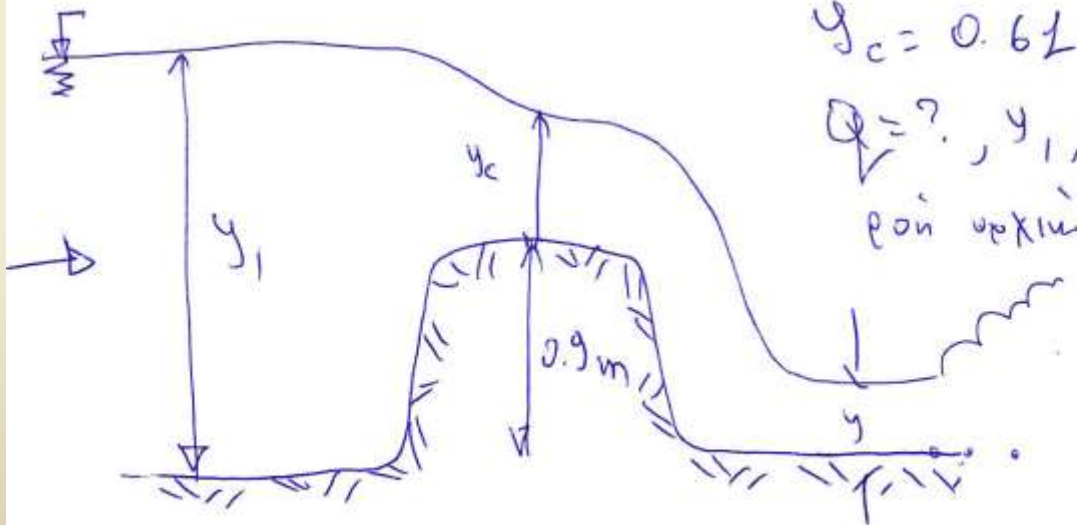
αρθ/κη Σύρρα, $b = 3.00 \text{ m}$

$$D_2 = 0.9$$

$$y_c = 0.62 \text{ m.}$$

$$Q = ? , y_1, y_2 = ?$$

ποιά αρχία ασπίδα.



αρχία ασπίδα

Κρίσιμη ροή

(Α' κρίσιμη άρνηση, συνεχίζεται)

Ορθ/ρη διατομή, ροή ~~σε~~ κρίση \Rightarrow

$$\Rightarrow \left(Fr = \frac{V_c}{\sqrt{g y_c}} = 1 \right) \Rightarrow q = \sqrt{g y_c^3} = 1.49 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

επίσης προκύπτει $\frac{Q}{b} = q$.

$$V_c = \frac{q}{y_c} = \frac{1.49}{0.61}$$

Αρχή διατ. ενέργειας

βτ.

Θεωρώντας αμελητέες απώλειες ενέργειας:

$$Z_1 + \left(y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \right) = Z_2 + \left(y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \right) = Z_3 + \left(y_3 + \frac{V_3^2}{2g} \right)$$

$$\Rightarrow \left(y_1 + \frac{q^2}{2g y_1^2} \right) = 0.9 + \left(0.61 + \frac{\left(\frac{1.49}{0.61} \right)^2}{2g} \right) = y_3 + \frac{q^2}{2g y_3^2}$$

(in $\frac{2}{3} y_c$)

idea stim.

$$y_1 + \frac{2.23}{19.62 y_1^2} = 1.815 = y_3 + \frac{2.23}{19.62 y_3^2}$$

$$y_{it} \frac{2.23}{19.624,2} = 1.815$$

$y_1 = 1.8$ a katen
poh
vostripny

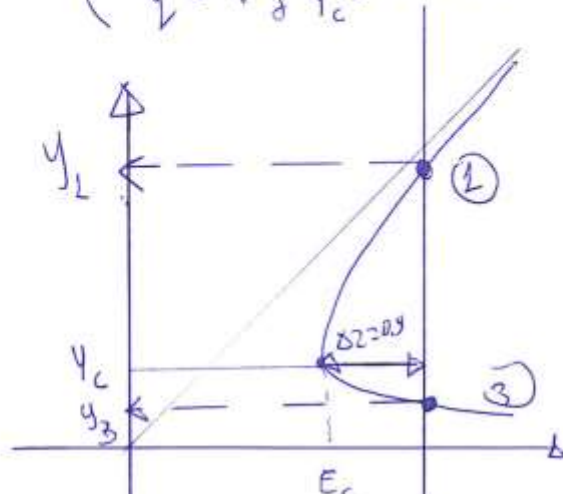
$y_3 = 0.27$
kuzivny
poh
vostripny

Κατασκευή καμπύλης

β' τρόπος: γραφική

$$E = y + \frac{q^2}{2g y^3} = y + \frac{1.4g^2}{2g y^3}$$

$$(q = \sqrt{g y_c^3} = 1.4 \text{ m}^3/\text{s})$$

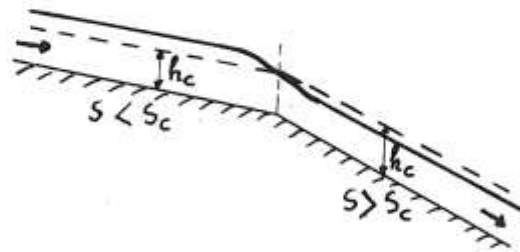


Βρίσκω το σημείο κρίσιμης ροής (ελάχιστο) και μετατοπίζω δεξιά κατά Δz . Τα δύο σημεία που η κατακόρυφος τέμνει την καμπύλη $E(y)$ είναι τα ζητούμενα σημεία

10. ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΚΡΙΣΙΜΩΝ ΣΥΝΘΗΚΩΝ ΡΟΗΣ

- Σε διατομές του ανοικτού αγωγού, όπου έχουμε μετά από ποτάμια σε χειμαρρώδη ροή (ή αντίστροφα):
 - αλλαγή κλίσης του πυθμένα του αγωγού
 - αναβαθμός τοποθετημένος στον πυθμένα
 - εύγκλιση του πλάτους του αγωγού

Αλλαγή κλίσης του πυθμένα



- Σε απότομη αλλαγή της κλίσης η καμπυλότητα των ροϊκών γραμμών είναι μεγάλη, οπότε δεν ισχύει η παραδοχή της υδροστατικής κατανομής της πίεσης.