# ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ

## 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Δύο βασικές κατηγορίες αγωγών

Ανοιχτοί αγωγοί:

- Το νερό ρέει με ελεύθερη επιφάνεια (ατμοσφαιρική πίεση)
- Η κίνηση του νερού οφείλεται στη βαρύτητα

Κλειστοί αγωγοί:

- Δεν υπάρχει κάποια επιφάνεια σταθερής πίεσης
- Η κίνηση του νερού οφείλεται σε διαφορές πίεσης

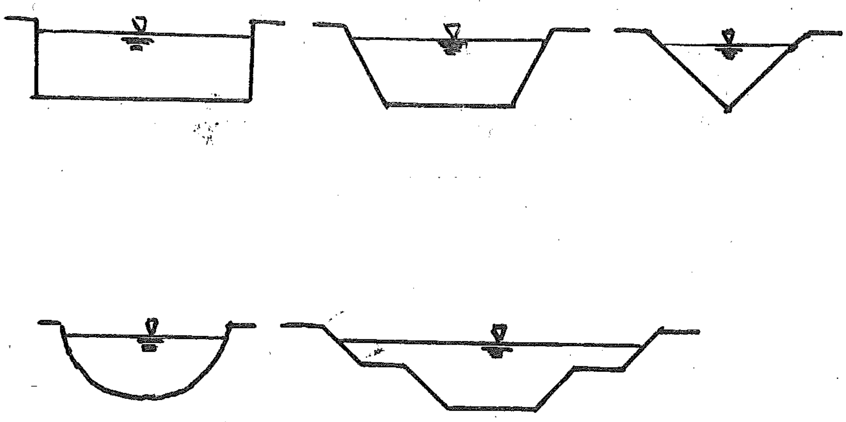
Ανοιχτοί αγωγοί → Τεχνητοί: απλή γεωμετρική διατομή

Ανοιχτοί αγωγοί → Φυσικοί: ακανόνιστη διατομή, χαλαρότητα πυθμένα και πρανών, μεταβλητότητα διατομής στο χρόνο (φυσικά υδατορρεύματα)

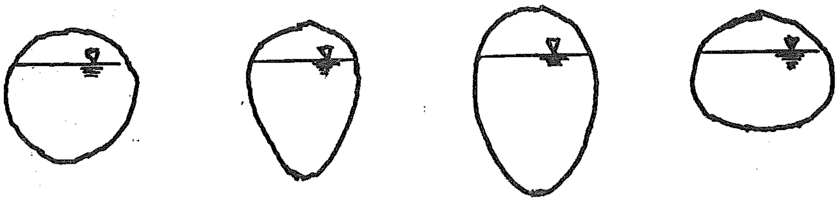
Μελέτη τεχνητών ανοικτών αγωγών: Βέλτιστος σχεδιασμός από τεχνική και οικονομική άποψη

Μελέτη φυσικών υδατορρευμάτων: Σχεδιασμός επεμβάσεων ώστε να προλαμβάνονται φυσικές καταστροφές από τις πλημμύρες και τη διάβρωση-απόθεση φερτών υλών

## Αγωγοί ανοιχτής διατομής



## Αγωγοί κλειστής διατομής



## Συντελεστής διόρθωσης κινητικής ενέργειας (α)

- Η χρήση της μέσης ταχύτητας καταλήγει στον υπολογισμό κινητικής ενέργειας χαμηλότερης από την πραγματική.

  Γι' αυτό, για τον καθορισμό της πραγματικής κινητικής ενέργειας, ιδίως σε αγωγούς ακανόνιστης διατομής, πρέπει να εφαρμοστεί ο συντελεστής διόρθωσης α.

- $\alpha \dfrac{v^2}{2g}$ : πραγματικό ύψος κινητικής ενέργειας (κινητική ενέργεια ανά μονάδα βάρους του ρευστού)

  v : μέση ταχύτητα σε μια διατομή

  α : συντελεστής Coriolis

- Κινητική ενέργεια ανά μονάδα χρόνου (για μια στοιχειώδη επιφάνεια dA)

$$dE_K = \frac{1}{2} m u^2 \frac{1}{t} = \frac{1}{2} \rho V u^2 \frac{1}{t} = \frac{1}{2} \rho Q u^2 = \frac{1}{2} \rho u \, dA \, u^2 = \frac{1}{2} \rho u^3 dA$$

$$dE_K = \frac{1}{2} \rho u^3 dA \Rightarrow E_K = \frac{1}{2} \rho \int_A u^3 dA$$

$$E_K = \alpha \frac{1}{2} \rho v^3 A$$

v: μέση ταχύτητα ροής   V: όγκος νερού

$$\frac{1}{2} \rho \int_A u^3 dA = \alpha \frac{1}{2} \rho v^3 A \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{\int_A u^3 dA}{v^3 A} = \frac{\Sigma u^3 \Delta A}{v^3 A}}$$

- Ανομοιομορφία στην οριζόντια κατανομή της ταχύτητας
- Ανομοιομορφία στην κατακόρυφη κατανομή της ταχύτητας

## Συντελεστής διόρθωσης ορμής (β)

- Αναγκαία διόρθωση λόγω ανομοιόμορφης κατανομής της ταχύτητας σε μια διατομή
- Συντελεστής Boussinesq
- Ποσότητα κίνησης (ορμή) ανά μονάδα χρόνου μέσω μιας στοιχειώδους διατομής dA:

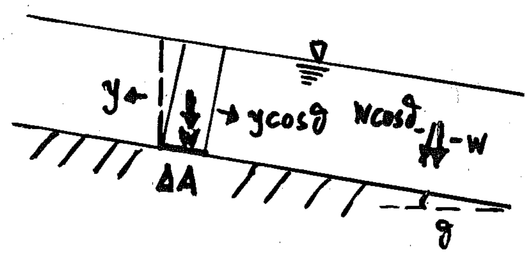
$$dJ = \rho u^2 dA$$

- Για ολόκληρη τη διατομή: $J = \rho \int_A u^2 dA$
- Επίσης $J = \beta \rho v^2 A$ (v: μέση ταχύτητα)
- $\rho \int_A u^2 dA = \beta \rho v^2 A \Rightarrow \boxed{\beta = \dfrac{\int_A u^2 dA}{v^2 A}}$

### Ενδεικτικές τιμές των συντελεστών α και β

| Είδος διατομής | α | β |
|---|---|---|
| γεωμετρικού σχήματος | 1.10-1.20 | 1.03-1.07 |
| φυσική | 1.15-1.50 | 1.05-1.17 |
| ακανόνιστη | 1.50-2.00 | 1.17-1.33 |

## Παράλληλη ροή σε κεκλιμένο αγωγό




w: κατακόρυφη δύναμη βάρους

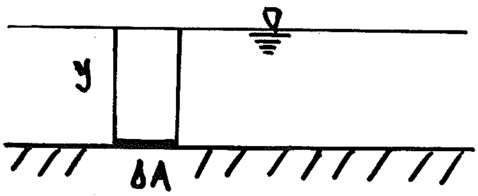
- Όγκος νερού: $\Delta A \cdot y\cos\vartheta$
- Βάρος νερού: $w = \rho g \cdot \Delta A \cdot y\cos\vartheta$
- Συνιστώσα του βάρους κάθετη προς τον πυθμένα:

$$w\cos\vartheta = (\rho g \cdot \Delta A \cdot y\cos\vartheta)\cos\vartheta$$

- Πίεση στον πυθμένα (επιφάνεια ΔA) λόγω του υπερκείμενου βάρους νερού:

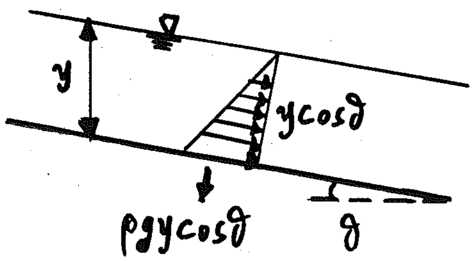
$$p = \frac{(\rho g \cdot \Delta A \cdot y\cos\vartheta)\cos\vartheta}{\Delta A} = \rho g y\cos^2\vartheta \qquad \boxed{p = \rho g y\cos^2\vartheta}$$

- Όταν $\vartheta$ μικρή $\Rightarrow \cos\vartheta \simeq 1.0 \Rightarrow \boxed{p = \rho g y}$



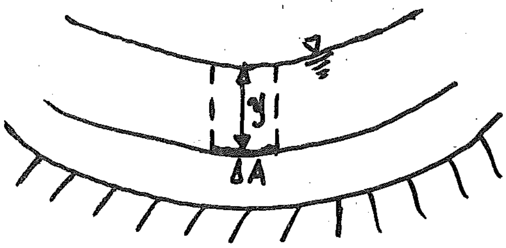

Όγκος νερού: $\Delta A \cdot y$
Βάρος νερού: $\rho g \cdot \Delta A \cdot y$
Πίεση στον πυθμένα (επιφάνεια ΔA) λόγω του υπερκείμενου βάρους νερού:

$$p = \frac{\rho g \cdot \Delta A \cdot y}{\Delta A} = \rho g y \qquad \boxed{p = \rho g y}$$



# Καμπυλόγραμμη ροή

## Κοίλος αγωγός

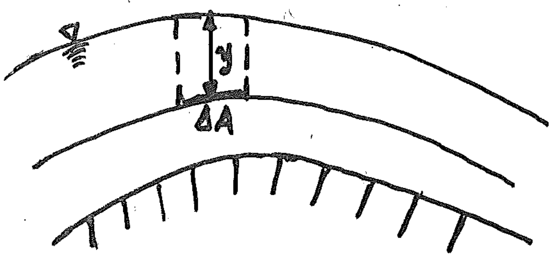



$$p = \rho g y \left(1 + \frac{v^2}{r g}\right)$$

v: μέση ταχύτητα ροής

r: ακτίνα καμπυλότητας

## Κυρτός αγωγός




$$p = \rho g y \left(1 - \frac{v^2}{r g}\right)$$

# 2. ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΡΟΗΣ ΣΕ ΑΝΟΙΚΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

## Μονοδιάστατη ασταθής ροή σ' ένα φυσικό αγωγό

### Παραδοχές

α) Νερό ασυμπίεστο

β) Μέση ταχύτητα ροής: $Q/A$

γ) Κλίση πυθμένα και καμπυλότητα ελεύθερης επιφάνειας:
αρκετά μικρές $\Rightarrow$
Σε κάθε διατομή: υδροστατική κατανομή των πιέσεων

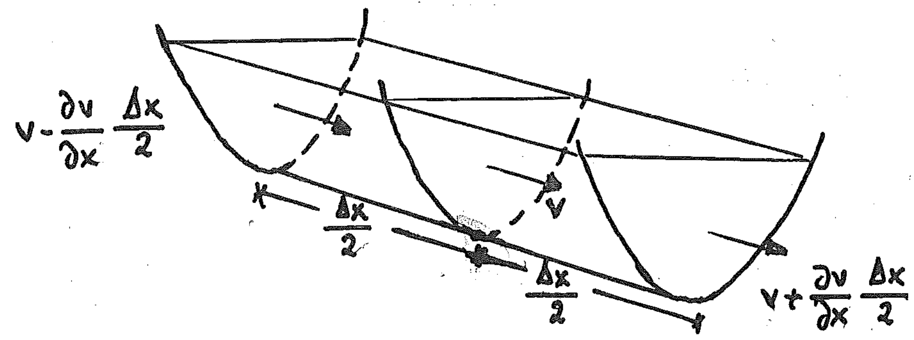
δ) Απώλειες ενέργειας κατά την κίνηση του νερού:
λόγω τριβών στον πυθμένα και στα τοιχώματα του αγωγού

- Υπολογίζονται από ημιεμπειρικές εκφράσεις για ομοιόμορφες συνθήκες ροής

ε) Δεν υπάρχουν απώλειες εξάτμισης

ζ) Καμία ασυνέχεια ή απότομη μεταβολή της ροής στο χρόνο ή στο χώρο

## Εξίσωση συνέχειας




- Εισερχόμενη μάζα νερού ανά μονάδα χρόνου:

$$\rho\left(v-\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right)\left(A-\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right)$$

$$\left(\rho v A=\rho Q=\rho\frac{V}{t}=\frac{m}{t}\right)$$

- Εξερχόμενη μάζα νερού ανά μονάδα χρόνου:

$$\rho\left(v+\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right)\left(A+\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right)$$

- Πλευρική εισροή: $\rho q_\ell \Delta x$ $\quad\left(\rho\frac{L^2}{T}L=\rho\frac{L^3}{T}=\rho Q\right)$

  $q_\ell$: πλευρική εισροή ανά μονάδα μήκους του αγωγού

- Αποθήκευση στον ίδιο χρόνο: $\rho\frac{\partial A}{\partial t}\Delta x$ $\quad\left(\rho\frac{L^3}{T}=\rho Q\right)$

- Ισοζύγιο μάζας:

$$\rho\left(v-\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right)\left(A-\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right)-\rho\left(v+\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right)\left(A+\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}\right)+\rho q_{\ell}\Delta x =$$

$$=\rho\frac{\partial A}{\partial t}\Delta x$$

$$\frac{\partial A}{\partial t}+A\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial A}{\partial x}=q_{\ell}$$

$$\boxed{\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=q_{\ell}}$$

# Εξίσωση ορμής

Αρχή διατήρησης της ορμής: Η μεταβολή της ορμής ανά μονάδα χρόνου σε μια στοιχειώδη μάζα ισούται με τη συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ενεργούν στη μάζα αυτή

$$\frac{d(mu)_x}{dt} = \Sigma \vec{F}_x$$

- Ανά μονάδα χρόνου εισερχόμενη ποσότητα κίνησης:

$$\rho \frac{Q^2}{A} - \frac{\partial(\rho Q^2/A)}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \quad \Rightarrow \text{πρόσημο } \ominus$$

$$\left(\rho Q u = \rho Q \frac{Q}{A} = \frac{\rho Q^2}{A}\right)$$

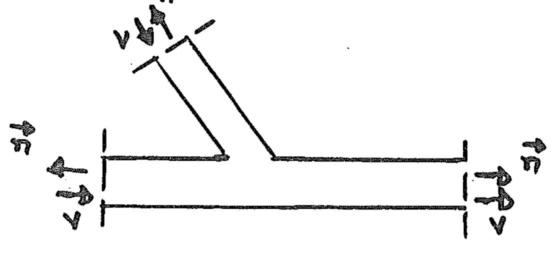
- Ανά μονάδα χρόνου εξερχόμενη ποσότητα κίνησης:

$$\rho \frac{Q^2}{A} + \frac{\partial(\rho Q^2/A)}{\partial x} \frac{\Delta x}{2} \quad \Rightarrow \text{πρόσημο } \oplus$$

- Ποσότητα κίνησης ανά μονάδα χρόνου της πλευρικά εισερχόμενης μάζας:

$$\rho q_\ell \Delta x \, v_\ell \quad \Rightarrow \text{πρόσημο } \ominus$$

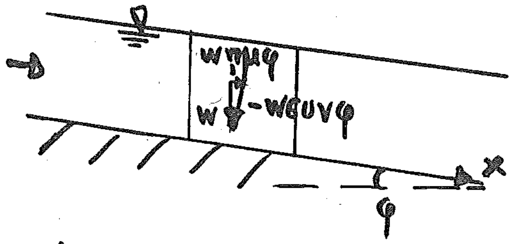
$v_\ell$ : συνιστώσα της ταχύτητας εισροής κατά τη διεύθυνση της ροής



- Μεταβολή ως προς το χρόνο της ποσότητας κίνησης της αρχικής μάζας $(m = \rho V = \rho A \Delta x)$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot A \cdot \Delta x \cdot v) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho Q \Delta x)$$ $\Rightarrow$ πρόσημο ⊕
(μεσαία διατομή σχήματος)

$$\Sigma \vec{F}_x = F_1 \text{ (βάρους)} + F_2 \text{ (πιέσεων)} + F_3 \text{ (τριβών)}$$




$w = \rho g \cdot A \cdot \Delta x$

$$F_1 = \rho g \cdot A \cdot \Delta x \cdot \eta\mu\varphi \simeq \rho g \cdot A \cdot \Delta x \cdot \varepsilon\varphi\varphi = \rho g \cdot A \cdot \Delta x \cdot S_o$$

$$F_3 = f(\rho g \cdot A \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi) \simeq f(\rho g \cdot A \cdot \Delta x) = S_f(\rho g \cdot A \cdot \Delta x)$$ $\Rightarrow$ πρόσημο ⊖

$f$: συντελεστής τριβής

$$F_2 = \frac{\partial}{\partial x}(\rho g \cdot A \cdot \bar{y})\,\Delta x$$ $\Rightarrow$ πρόσημο ⊖ $\Rightarrow$ αυξανομένου του $x$ μειώνεται η $(\rho g \cdot A \cdot \bar{y})$

$(\rho g \cdot A \cdot \bar{y})$: συνολική υδροστατική δύναμη σε τυχούσα διατομή

$\bar{y}$: απόσταση κέντρου βάρους της διατομής από την ελεύθερη επιφάνεια

Εξίσωση ορμής

$$-\rho\frac{Q^2}{A}+\frac{\partial(\rho Q^2/A)}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}+\rho\frac{Q^2}{A}+\frac{\partial(\rho Q^2/A)}{\partial x}\frac{\Delta x}{2}-\rho q_\ell\cdot\Delta x\cdot v_\ell+\frac{\partial}{\partial t}(\rho Q\Delta x)=$$

$$=\rho g\cdot A\cdot\Delta x\cdot S_o-(\rho g\cdot A\cdot\Delta x)S_f-\frac{\partial}{\partial x}(\rho g\cdot A\cdot\bar{y})\Delta x$$

- Διαιρούμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με $\rho\Delta x$

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial(Q^2/A)}{\partial x}-q_\ell v_\ell=gA(S_o-S_f)-\frac{\partial}{\partial x}(gA\bar{y})$$

$$\boxed{\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}+gA\bar{y}\right)=gA(S_o-S_f)+q_\ell v_\ell}$$

## Ασταθής ροή σε αγωγό μεταβλητής διατομής

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_\ell$$ Εξίσωση συνέχειας

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A} + gA\bar{y}\right) = gA(S_0 - S_f) + q_\ell v_\ell$$ Εξίσωση ορμής

- Συντηρητική μορφή εξισώσεων ή μορφή συντηρητικού νόμου

- Μητρωική μορφή εξισώσεων: $\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = D$

$$W = \begin{vmatrix} A \\ Q \end{vmatrix}$$

$$F = \begin{vmatrix} Q \\ \frac{Q^2}{A} + gA\bar{y} \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} q_\ell \\ gA(S_0 - S_f) + q_\ell v_\ell \end{vmatrix}$$

- Σύστημα διαφορικών εξισώσεων υπερβολικού τύπου

## Μετασχηματισμός των εξισώσεων συνέχειας και ορμής

### Εξίσωση συνέχειας

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=q_\ell \qquad \text{(συντηρητική μορφή)}$$

$$\frac{\partial A}{\partial t}=\frac{\partial A}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}=B\frac{\partial y}{\partial t}$$

$y$: βάθος ροής   $B$: επιφανειακό πλάτος

$$\frac{\partial Q}{\partial x}=\frac{\partial (vA)}{\partial x}=v\frac{\partial A}{\partial x}+A\frac{\partial v}{\partial x}=v\left[\frac{\partial A}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial x}+\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_y\right]+A\frac{\partial v}{\partial x}=$$

$$=vB\frac{\partial y}{\partial x}+v\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_y+A\frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\boxed{B\frac{\partial y}{\partial t}+A\frac{\partial v}{\partial x}+vB\frac{\partial y}{\partial x}+v\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_y=q_\ell}$$

St. Venant

$$\boxed{\frac{\partial y}{\partial t}+y\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial y}{\partial x}=0}$$

χωρίς πλευρική εισροή ($q_\ell=0$)

### Εξίσωση ορμής

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}+gA\bar{y}\right)=gA(S_o-S_f)+q_\ell v_\ell \qquad \text{(συντηρητική μορφή)}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(gA\bar{y})=gA\frac{\partial y}{\partial x}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=\frac{\partial (vA)}{\partial t}=v\frac{\partial A}{\partial t}+A\frac{\partial v}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right)=\frac{\partial}{\partial x}(v^2A)=\frac{\partial}{\partial x}(vA\cdot v)=vA\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial (vA)}{\partial x}=$$

$$=vA\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial Q}{\partial x}\simeq vA\frac{\partial v}{\partial x}$$

$$v\frac{\partial A}{\partial t} + A\frac{\partial v}{\partial t} + vA\frac{\partial v}{\partial x} + gA\frac{\partial y}{\partial x} = gA(S_0 - S_f) + q_l v_l$$

$$vq_l + A\frac{\partial v}{\partial t} + vA\frac{\partial v}{\partial x} + gA\frac{\partial y}{\partial x} = gA(S_0 - S_f) + q_l v_l$$

$$A\frac{\partial v}{\partial t} + vA\frac{\partial v}{\partial x} + gA\frac{\partial y}{\partial x} = gA(S_0 - S_f) - q_l(v - v_l)$$

$$\boxed{\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} + g\frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f) - \frac{q_l}{A}(v - v_l)}$$ St. Venant

$$\boxed{\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} + g\frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f)}$$ χωρίς πλευρική εισροή ($q_l = 0$)

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}$$ ⇒ <u>ασταθής ροή</u>

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial x}$$ ⇒ <u>σταθερή ροή</u>

**Είδη ροής**

- σταθερή
  - ομοιόμορφη
  - ανομοιόμορφη
    - βαθμιαία μεταβαλλόμενη
    - απότομα μεταβαλλόμενη
- ασταθής
  - ομοιόμορφη (σπάνια)
  - ανομοιόμορφη
    - βαθμιαία μεταβαλλόμενη
    - απότομα μεταβαλλόμενη

Ολική ενέργεια

$$S_f = S_o - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial x}$$ ⇒ Εξίσωση ορμής για σταθερή ροή

$$S_o = -\frac{\partial z}{\partial x}$$ z: απόσταση του πυθμένα από οριζόντιο επίπεδο αναφοράς

$S_f = 0$ ⇒ για ροή χωρίς τριβές

$$0 = -\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{v}{g}\frac{\partial v}{\partial x} \Rightarrow 0 = \frac{\partial}{\partial x}\left(z + y + \frac{v^2}{2g}\right)$$

$p = \gamma y$ (υδροστατική κατανομή των πιέσεων)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}\right) = 0$$

$$\boxed{z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = H = \text{σταθ.}}$$ ⇒ Εξίσωση Bernoulli

H: ολική ενέργεια ή ολικό φορτίο

(ενέργεια ανά μονάδα βάρους του υγρού σε μια διατομή ή σ' ένα σημείο)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(z + y + \frac{v^2}{2g}\right) = \frac{\partial H}{\partial x} = -S_f$$

(σταθερή ανομοιόμορφη ροή)

## Ειδική ενέργεια

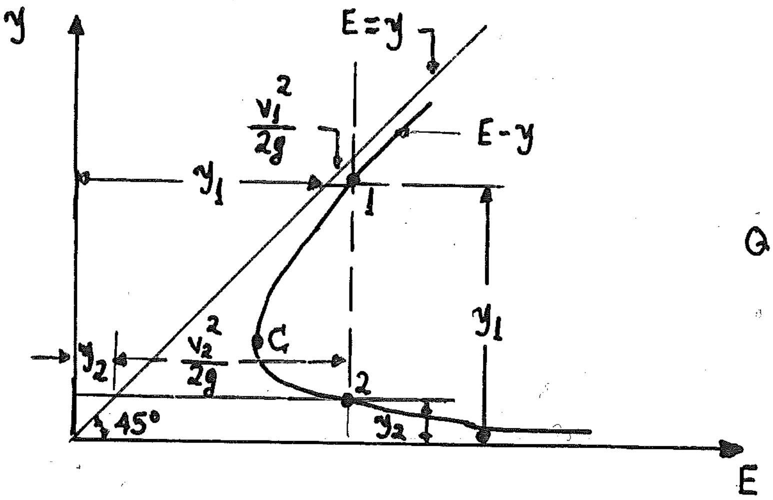
- Ενέργεια ανά μονάδα βάρους του υγρού, σε μια διατομή, με επίπεδο αναφοράς τον πυθμένα του αγωγού $(z=0)$

$$E = y + \frac{v^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(z + y + \frac{v^2}{2g}\right) = -S_f = \frac{\partial H}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(z+E) = -S_f \Rightarrow \frac{dE}{dx} + \frac{\partial z}{\partial x} = -S_f \Rightarrow \frac{dE}{dx} - S_0 = -S_f \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dE}{dx} = S_0 - S_f} \Rightarrow$$ Όταν $E =$ σταθ., τότε $S_0 = S_f \Rightarrow$ ομοιόμορφη ροή




$Q =$ σταθ.

Για $y \to 0$, $E \to \infty$, για $y \to \infty$, $E \to y \to \infty$

$E \to \min$, για $y = y_c$ (κρίσιμο βάθος)

$$\frac{dE}{dy} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{Q^2 B}{gA^3} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{Q^2 B}{gA^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c}$$

$(dA/dy = B)$

- συζυγή βάθη ροής
- υποκρίσιμη, υπερκρίσιμη, κρίσιμη ροή

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = Fr^2 \Rightarrow \text{αριθμός Froude } (Fr)$$

$Fr < 1 \Rightarrow$ υποκρίσιμη ροή

$Fr > 1 \Rightarrow$ υπερκρίσιμη ροή

$Fr = 1 \Rightarrow$ κρίσιμη ροή

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = 1 \quad \text{για } y = y_c \Rightarrow Q^2 = \frac{g A^3}{B} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{g A^3}{B}} \Rightarrow Q = \sqrt{g}\, A \sqrt{\frac{A}{B}}$$

$$\boxed{f_c = A\sqrt{\frac{A}{B}} \ : \text{ συνάρτηση κρίσιμης ροής}}$$

$$\frac{Q^2 B}{g A^3} = 1 \qquad Q = vA = \frac{1}{n} R^{2/3} S_o^{1/2} A \qquad \text{(Manning)}$$

$$S_c = \frac{n^2 g}{\left(\frac{B R^{4/3}}{A}\right)_{y=y_c}} \qquad S_c : \text{κρίσιμη κλίση}$$

$$\boxed{f_t = \frac{B R^{4/3}}{A} \ : \text{ συνάρτηση μεταβατικής ροής}}$$

$y_n$: κανονικό βάθος (ομοιόμορφη και σταθερή ροή)

- Όταν $y_n = y_c$, τότε η κλίση του αγωγού λέγεται κρίσιμη κλίση και το αντίστοιχο βάθος ροής μεταβατικό βάθος.

$S_0 < S_c \Rightarrow y_n > y_c \Rightarrow$ ήπια κλίση

$S_0 = S_c \Rightarrow y_n = y_c \Rightarrow$ κρίσιμη κλίση

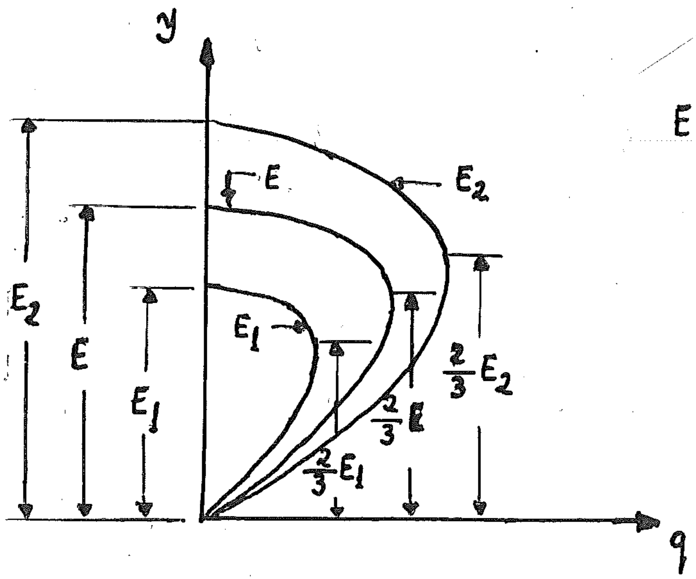
$S_0 > S_c \Rightarrow y_n < y_c \Rightarrow$ απότομη κλίση

Ορθογωνικοί αγωγοί

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \qquad A = By \qquad \boxed{E = y + \frac{q^2}{2gy^2}} \qquad q = Q/B$$

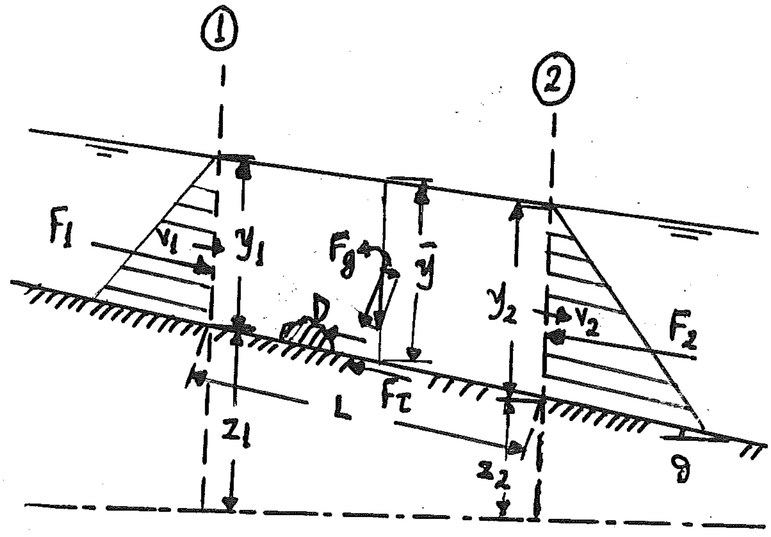
$$\frac{Q^2 B}{gA^3} = 1 \qquad Q = qB \qquad A = By \qquad \boxed{y_c = \sqrt[3]{q^2/g}}$$

$$E = y_c + \frac{g y_c^3}{2g y_c^2} = y_c + \frac{y_c}{2} = \frac{3}{2} y_c \qquad \boxed{y_c = \frac{2}{3} E_c}$$




E = σταθ.

## Ειδική δύναμη




Εξίσωση διατήρησης της ορμής: $-F_\tau + F_1 - F_2 - D + F_g = \rho Q(v_2 - v_1)$

$F_\tau$: δύναμη τριβών στα τοιχώματα του αγωγού

$F_1$: υδροστατική δύναμη στη διατομή 1 $\quad F_1 = \rho g \bar{y}_1 A_1$

$F_2$: υδροστατική δύναμη στη διατομή 2 $\quad F_2 = \rho g \bar{y}_2 A_2$

$F_g$: συνιστώσα του βάρους κατά τη διεύθυνση της ροής

D: αντίσταση (αντίδραση) του εμποδίου

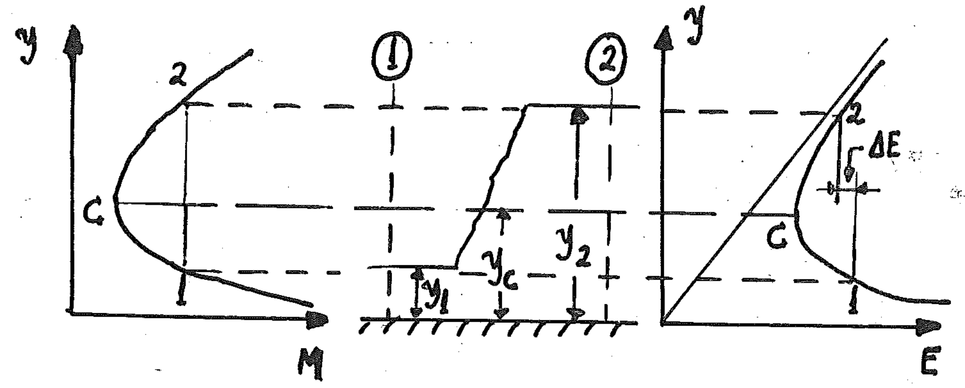
$$\frac{-F_\tau + F_g - D}{\rho g} = \left(\frac{Q^2}{g A_2} + A_2 \bar{y}_2\right) - \left(\frac{Q^2}{g A_1} + A_1 \bar{y}_1\right) = M_2 - M_1$$

$$\boxed{M = \frac{Q^2}{gA} + A\bar{y}}$$

M: ειδική δύναμη $\left[\frac{\text{δύναμη}}{\text{ειδ. βάρος}}\right]$ ή $[L^3]$

- Όταν δεν υπάρχει εμπόδιο στη ροή, η κλίση του πυθμένα είναι μηδενική και η δύναμη τριβών στα τοιχώματα του αγωγού αμελητέα, τότε $M_2 = M_1$

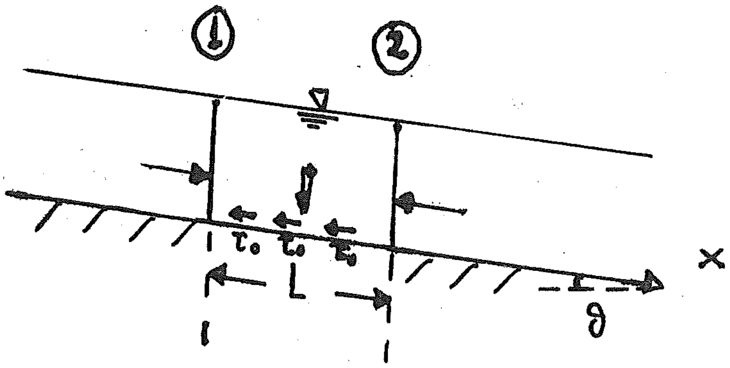
## Συσχέτιση ειδικής ενέργειας - ειδικής δύναμης στο υδραυλικό άλμα



# 3. ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΡΟΗ

- Κινούσα δύναμη: συνιστώσα της βαρύτητας κατά τη διεύθυνση του άξονα του αγωγού
- Αντίθετες δυνάμεις: τριβές στον πυθμένα και στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού με τον αέρα
- Όταν ο αγωγός είναι πρισματικός και αρκούντως μεγάλου μήκους και η παροχή είναι σταθερή, τότε η κινούσα δύναμη εξισορροπείται από τις αντιστάσεις και δεν υπάρχει επιτάχυνση σε καμιά διατομή του αγωγού.
- Τα υδραυλικά στοιχεία της ροής (βάθος και μέση ταχύτητα) παραμένουν σταθερά κατά μήκος του αγωγού $\Rightarrow$ ομοιόμορφη ροή, κανονικό βάθος ροής

## Εξισώσεις για την ταχύτητα




- Ισορροπία δυνάμεων κατά τον άξονα x
- Οι υδροστατικές δυνάμεις αλληλοαναιρούνται

$$mg\sin\theta = \tau_0 L P \Rightarrow \tau_0 = mg\sin\theta \frac{1}{LP} = mg S_0 \frac{R}{LA} = \frac{m}{LA} g R S_0$$

$$\boxed{\tau_0 = \rho g R S_0}$$

$$\sin\theta \simeq tg\theta = S_0$$

$\tau_0 = k v^2$ (διαστατική ανάλυση και πειράματα)

$$v = \sqrt{\frac{\rho g}{k}}\sqrt{R S_0} = C\sqrt{R S_0}$$

$$\boxed{v = C R^{1/2} S_0^{1/2}}$$ τύπος Chézy $\qquad C : [L^{1/2} T^{-1}]$

$$C = \frac{87}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}}$$ Bazin $\qquad m$: συνάρτηση τραχύτητας του αγωγού

$$\boxed{v = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2}}$$ εμπειρικός τύπος Manning

$n$: συντελεστής τραχύτητας Manning $[L^{-1/3} T]$

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$\boxed{f_n = A R^{2/3}}$$ $f_n$: συνάρτηση αγωγιμότητας

$$C = \frac{R^{1/6}}{n}$$

$$\Delta H = \lambda \frac{\Delta x}{D}\frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{\Delta x}{4R}\frac{v^2}{2g} \Rightarrow \frac{\Delta H}{\Delta x} = S_0 = \frac{\lambda}{4R}\frac{v^2}{2g}$$

$$v = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}\sqrt{R S_0}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} R^{1/2} S_0^{1/2}}$$ τύπος Darcy-Weisbach

# Αδιαστατοποίηση των παραμέτρων ροής

- Σκοποί της αδιαστατοποίησης:

  (α) Μείωση των μεταβλητών ενός προβλήματος

  (β) Πινακοποίηση του προβλήματος

- Σχεδιασμός ομοιόμορφης ροής:

  Δίδεται η παροχή $Q$, η κλίση του πυθμένα $S_o$ και ο συντελεστής τραχύτητας $n$.

  Ζητούνται οι διαστάσεις του αγωγού

  (που εμπεριέχονται στη συνάρτηση αγωγιμότητας $f_n(y) = AR^{2/3}$)

- Για τραπεζοειδή διατομή:

  $A = y\,(b + my)$ $\qquad P = b + 2y\sqrt{1+m^2}$ $\qquad R = A/P$

  $y$: βάθος ροής

  $b$: πλάτος πυθμένα

  $m$: κλίση πρανών

  - Η συνάρτηση αγωγιμότητας $f_n$ είναι συνάρτηση των $y$, $b$ και $m$, καθόσον $f_n = AR^{2/3}$

  - Αδιαστατοποίηση με το πλάτος πυθμένα $b_o$

  - Αντί των τριών μεταβλητών $b$, $y$ και $m$, έχουμε δύο, τις $\bar{y} = y/b_o$ και $m$

- Αδιάστατη συνάρτηση αγωγιμότητας $\bar{f}_n(\bar{y})$

$$\bar{f}_n(\bar{y}) = \bar{A}\,\bar{R}^{2/3} = \frac{A}{b_0^2}\,\frac{R^{2/3}}{b_0^{2/3}} = \frac{f_n}{b_0^{8/3}}$$

$$\boxed{\bar{f}_n = \frac{f_n}{b_0^{8/3}}}$$

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} S_0^{1/2} = A R^{2/3}\,\frac{S_0^{1/2}}{n} = f_n\,\frac{\sqrt{S_0}}{n} = b_0^{8/3}\,\bar{f}_n\,\frac{\sqrt{S_0}}{n}$$

$$\boxed{Q = b_0^{8/3}\,\bar{f}_n\,\frac{\sqrt{S_0}}{n}}$$

- Για τον υπολογισμό του $Q$ πινακοποιείται η $\bar{f}_n$ που εξαρτάται από τις μεταβλητές $\bar{y} = y/b_0$ και $m$

$$\bar{A} = A/b_0^2$$

$$\bar{R} = R/b_0 = \bar{A}/\bar{P}$$

$$\bar{P} = \frac{b_0 + 2y\sqrt{1+m^2}}{b_0} = 1 + 2\bar{y}\sqrt{1+m^2}$$

- Αδιάστατη συνάρτηση κρίσιμης ροής $\bar{f}_c$

  - Συνάρτηση κρίσιμης ροής: $f_c = A\sqrt{A/B}$

$$\bar{f}_c = \frac{A}{b_o^2}\,\frac{\sqrt{A/B}}{b_o^{1/2}} = \frac{f_c}{b_o^{5/2}}$$

$$\boxed{\bar{f}_c = \frac{f_c}{b_o^{5/2}}}$$

$$Q = A\sqrt{g\frac{A}{B}} = f_c\sqrt{g} = b_o^{5/2}\,\bar{f}_c\sqrt{g}$$

$$\boxed{Q = b_o^{5/2}\,\bar{f}_c\sqrt{g}}$$

## Αδιάστατη συνάρτηση μεταβατικής ροής $\bar{f}_t$

- Συνάρτηση μεταβατικής ροής: $f_t = \dfrac{BR^{4/3}}{A}$

$$f_t = \left(\frac{f_n}{f_c}\right)^2 = \left(\frac{AR^{2/3}}{A\sqrt{A/B}}\right)^2 = \frac{BR^{4/3}}{A}$$

$$\bar{f}_t = \frac{BR^{4/3}/A}{b_0^{-1}\, b_0^{4/3}} = \frac{f_t}{b_0^{1/3}}$$

$$\boxed{\bar{f}_t = \frac{f_t}{b_0^{1/3}}}$$

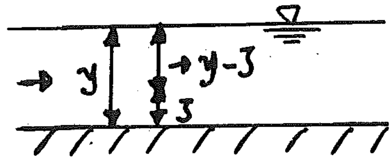
$$S_c = \frac{n^2 g}{\dfrac{BR^{4/3}}{A}} = \frac{n^2 g}{f_t} = \frac{n^2 g}{\bar{f}_t\, b_0^{1/3}} = \frac{n^2 g}{\bar{f}_t}\, b_0^{-1/3}$$

$$\boxed{S_c = \frac{n^2 g}{\bar{f}_t}\, b_0^{-1/3}}$$

## Συνάρτηση υδροστατικής δύναμης

- Υδροστατική δύναμη $F$ σε μια κατακόρυφη διατομή:

$$F(y) = \gamma \int_0^y (y-\zeta)\, b(\zeta)\, d\zeta$$



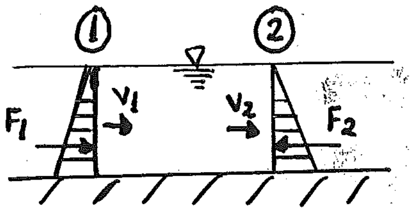

$\gamma$: ειδικό βάρος νερού

- Αδιάστατη υδροστατική δύναμη $\bar{F}$:

$$\frac{F(y)}{\gamma b_0^3} = \bar{F}(\bar{y}) = \frac{1}{b_0^3} \int_0^y (y-\zeta)\, b(\zeta)\, d\zeta = \int_0^{\bar{y}} (\bar{y}-\bar{\zeta})\, \bar{b}(\bar{\zeta})\, d\bar{\zeta}$$

$$\boxed{F(y) = \gamma b_0^3\, \bar{F}(\bar{y})}$$

- Εξίσωση διατήρησης της ορμής:




$$F_1 - F_2 = \rho Q (V_2 - V_1)$$

$$F_1 + \rho Q V_1 = F_2 + \rho Q V_2$$

$$F_1 + \frac{\rho Q^2}{A_1} = F_2 + \frac{\rho Q^2}{A_2}$$

$$\frac{F_1}{\gamma b_0^3} + \frac{Q^2}{g A_1 b_0^3} = \frac{F_2}{\gamma b_0^3} + \frac{Q^2}{g A_2 b_0^3}$$

$$A_1 = \bar{A}_1 b_0^2 \qquad A_2 = \bar{A}_2 b_0^2$$

$$\bar{F}_1 + \frac{Q^2}{g \bar{A}_1 b_0^5} = \bar{F}_2 + \frac{Q^2}{g \bar{A}_2 b_0^5}$$

<u>συνάρτηση υδροστατικής δύναμης</u>

- Αντιστοιχία με την ειδική δύναμη M:

$$M_1 = M_2 \quad \text{ή} \quad \frac{Q^2}{g A_1} + A_1 \bar{y}_1 = \frac{Q^2}{g A_2} + A_2 \bar{y}_2$$

## Υπολογισμός των γεωμετρικών στοιχείων κατασκευής του αγωγού

### Κλίση του αγωγού

- Η κλίση του πυθμένα του αγωγού πρέπει να ακολουθεί κατά το δυνατόν την κλίση του φυσικού εδάφους.
- Ο πυθμένας πρέπει να τοποθετείται μέσα στο έδαφος και σε ανάλογο βάθος ώστε να επιτυγχάνεται ισοζύγιο εκσκαφών και επιχωματώσεων σε κάθε τμήμα του αγωγού.

### Πλάτος πυθμένα, βάθος ροής

- Η οικονομικότερη θεωρητικά διατομή είναι η διατομή σχήματος κανονικού ημιεξαγώνου.
- Στην πράξη προτιμώνται διατομές με μεγαλύτερες τιμές του λόγου $b/y_n$:
  - Για μικρούς αγωγούς, $b/y_n \simeq 1$
  - Για αγωγούς μεσαίου μεγέθους, $b/y_n \simeq 1-3$
  - Για μεγάλους αγωγούς, $b/y_n > 3$

### Κλίση πρανών

- Πίνακας 3.1

### Όρια ταχυτήτων ροής

- Κατά τον προσδιορισμό του λόγου $b/y_n$ πρέπει να προσδιορίζονται τα όρια των ταχυτήτων ροής
- Πίνακας 3.3

Πίνακας 3.1

Στοιχεία σχεδιασμού ανεπένδυτων ανοιχτών αγωγών

| α/α | Σύσταση υλικού του πρανούς | Κλίση πρανούς m/1 |
|---|---|---|
| 1 | Βράχος | 0/1 |
| 2 | Τυρφώδες έδαφος | 0.25/1 |
| 3 | Σκληρή άργιλλος | 0.50/1 - 1/1 |
| 4 | Γαίες επενδεδυμένες με λίθους για μεγάλους αγωγούς | 1/1 |
| 5 | Συμπαγής άργιλλος | 1.50/1 |
| 6 | Χαλαρό αμμώδες έδαφος | 2/1 |

Πίνακας 3.2

Πάχος επενδύσεως και πλάτος στέψης αναχωμάτων σε αρδευτικές διώρυγες

| ΕΠΕΝΔΥΣΗ ΔΙΩΡΥΓΑΣ | | | | ΑΝΑΧΩΜΑΤΑ ΔΙΩΡΥΓΑΣ | |
|---|---|---|---|---|---|
| Απλό σκυρόδεμα | | Οπλισμένο σκυρόδεμα | | | |
| Παροχή [m$^3$/s] | πάχος επένδυσης [cm] | Παροχή [m$^3$/s] | πάχος επένδυσης [cm] | Παροχή [m$^3$/s] | πλάτος στέψης αναχώματος [cm] |
| <5 | 5 | <50 | 10 | ≤200 | 50 |
| 5 -15 | 7 | 50 - 120 | 12 | 200-650 | 70 |
| 15 – 40 | 8 | | - | 650 - 1150 | 80 |
| 40 - 100 | 9 | | | 1150-1650 | 90 |
| | | | | 1650-2150 | 100 |
| | | | | 2150-2800 | 120 |
| | | | | >2800 | 180-240 |

Πίνακας 3.3

Επιτρεπόμενα όρια μεγίστων και ελαχίστων ταχυτήτων ~~και κλίσεις πρανών~~ σε διάφορες περιπτώσεις ανοιχτών αγωγών

| ΜΕΓΙΣΕΣ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ | | | |
|---|---|---|---|
| α/α | Σύσταση αρχικού υλικού κοίτης | Καθαρό νερό [m/s] | Νερό που μεταφέρει άμμο ή χαλίκια [m/s] |
| 1 | Λεπτή άμμος | 0.45 | 0.45 |
| 2 | Ιλυώδες έδαφος | 0.60 | 0.60 |
| 3 | Συμπαγής άργιλλος | 0.75 | 0.70 |
| 4 | Πολύ σκληρή άργιλλος | 1.80 | 1.50 |
| 5 | Λεπτά χαλίκια | 0.75 | 1.15 |
| 6 | Λίθοι | 1.50 | 2.00 |

| ΕΛΑΧΙΣΤΕΣ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ | | |
|---|---|---|
| α/α | Σύσταση νερού | Ταχύτητα ροής [m/s] |
| 1 | Νερά βορβορώδη | 0.35-0.40 |
| 2 | Νερά που μεταφέρουν λεπτή άμμο | 0.60-0.65 |
| 3 | Νερά πόσιμα | 0.50-0.65 |
| 4 | Νερά στάσιμα που αποχετεύονται | 0.65-0.80 |

## Υπολογισμός των υδραυλικών στοιχείων του αγωγού

### Συντελεστής τραχύτητας

### Ισοδύναμη τραχύτητα για διατομή με διαφορετικές τραχύτητες

$$Q = \Sigma Q_i \Rightarrow A \frac{1}{n_e} R^{2/3} S_o^{1/2} = \Sigma A_i \frac{1}{n_i} R_i^{2/3} S_o^{1/2}, \quad A = PR \quad A_i = P_i R_i$$

$$n_e = \frac{P R^{5/3}}{\Sigma \frac{P_i R_i^{5/3}}{n_i}}, \quad \text{για } R \simeq R_i \qquad \boxed{n_e = \frac{P}{\Sigma \frac{P_i}{n_i}}}$$

$$\boxed{n_e = \left( \frac{\Sigma P_i n_i^{3/2}}{P} \right)^{2/3}}$$

- Η διπλή τραπεζοειδής διατομή διαιρείται σε κατακόρυφες λωρίδες. Η παροχή υπολογίζεται χωριστά σε κάθε λωρίδα.
- Για επενδεδυμένες διώρυγες κατασκευασμένες στο πεδίο:
  $n = 0.014 - 0.016$
- Για προκατασκευασμένες διώρυγες με σχετικά λείες επιφάνειες:
  $n = 0.012$
- Για διώρυγες επενδεδυμένες με συρματοκιβώτια:
  $n = 0.025 - 0.030 \quad (R < 1.5\ m)$
  $n = 0.025 \quad (R > 1.5\ m)$

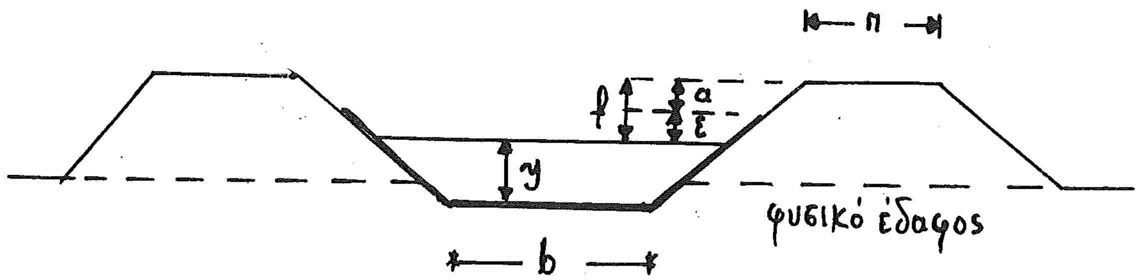
- Μέγιστη επιτρεπόμενη μέση ταχύτητα: $v_{max} = 2.5\ m/s$, υπολογισμένη για συντελεστή Manning $n^* = n - 0.003$

Πάχος επένδυσης: συναρτήσει της παροχής (Πίνακας 3.2)

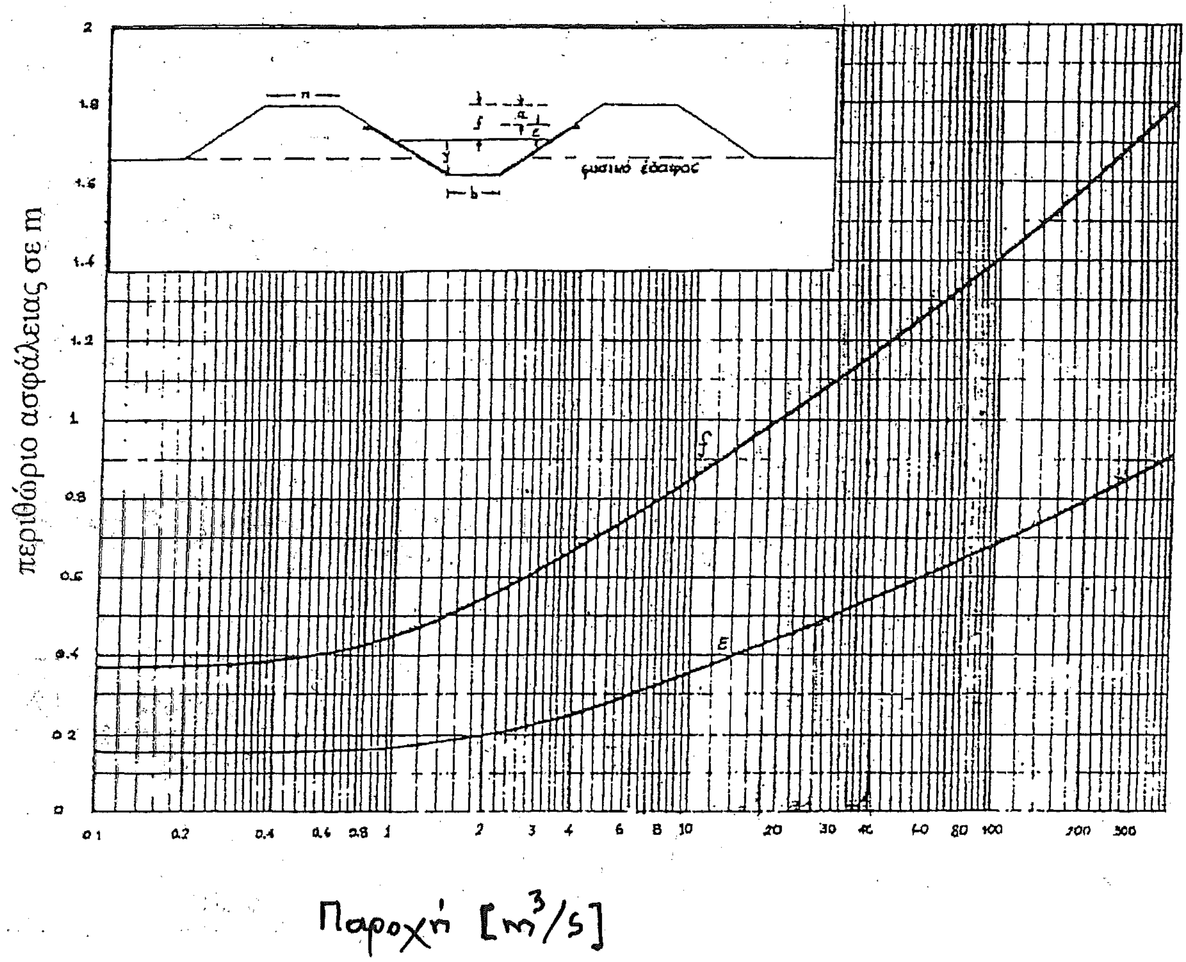
Περιθώριο ασφαλείας αναχώματος (f)

- Κατακόρυφη απόσταση της επιφάνειας του νερού από τη στέψη του αναχώματος.
- Αποφυγή υπερχείλισης του αγωγού λόγω ανεμογενών κυματισμών ή λόγω λειτουργίας θυροφραγμάτων
- Για ανεπένδυτες διώρυγες: $\boxed{f = 0.55\sqrt{Cy}}$ U.S. Bureau of Reclamation

f: περιθώριο ασφαλείας [m]
y: βάθος νερού [m]
C: συντελεστής $1.5 < C < 2.5$ για $0.50 < Q < 85\ m^3/s$




f: περιθώριο ασφαλείας αναχώματος
ε: περιθώριο ασφαλείας επένδυσης



περιθώριο ασφάλειας σε m
Παροχή [m³/s]
φυσικό έδαφος
f
E

# 4. ΑΝΟΜΟΙΟΜΟΡΦΗ ΡΟΗ

## Βαθμιαία μεταβαλλόμενη ανομοιόμορφη ροή

- Βαθμιαία μεταβολή της διατομής ή της κλίσης πυθμένα

$$\frac{dH}{dx} = \frac{\partial}{\partial x}\left(z + y + \frac{V^2}{2g}\right) = -S_f \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x}(z+E) = -S_f \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dE}{dx} = S_o - S_f}$$

$$\frac{dE}{dx} = S_o - S_f = \frac{dE}{dy}\frac{dy}{dx} = \left(1 - \frac{Q^2 B}{gA^3}\right)\frac{dy}{dx} = \left(1 - \frac{Q^2}{gA^3}\frac{dA}{dy}\right)\frac{dy}{dx}$$

$$S_o - S_f = \left(1 - \frac{Q^2 B}{gA^3}\right)\frac{dy}{dx} = (1 - Fr^2)\frac{dy}{dx} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - Fr^2}}$$

Για $y > y_n \Rightarrow S_o > S_f$

Για $y < y_n \Rightarrow S_o < S_f$

Για $y > y_{cr} \Rightarrow Fr < 1$

Για $y < y_{cr} \Rightarrow Fr > 1$

Για $y = y_{cr} \Rightarrow Fr = 1$

- Κλίση πυθμένα

α) ήπια, όταν $y_n > y_{cr}$

β) απότομη, όταν $y_n < y_{cr}$

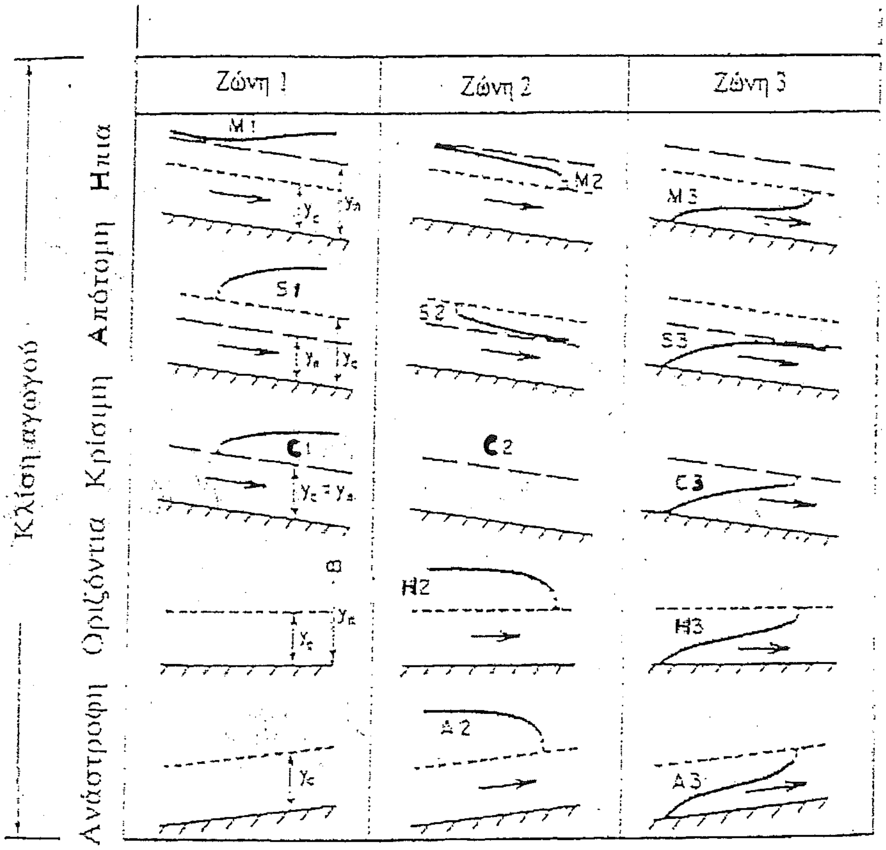
γ) κρίσιμη, όταν $y_n = y_{cr}$

- Κατατομή (προφίλ) της επιφάνειας του νερού

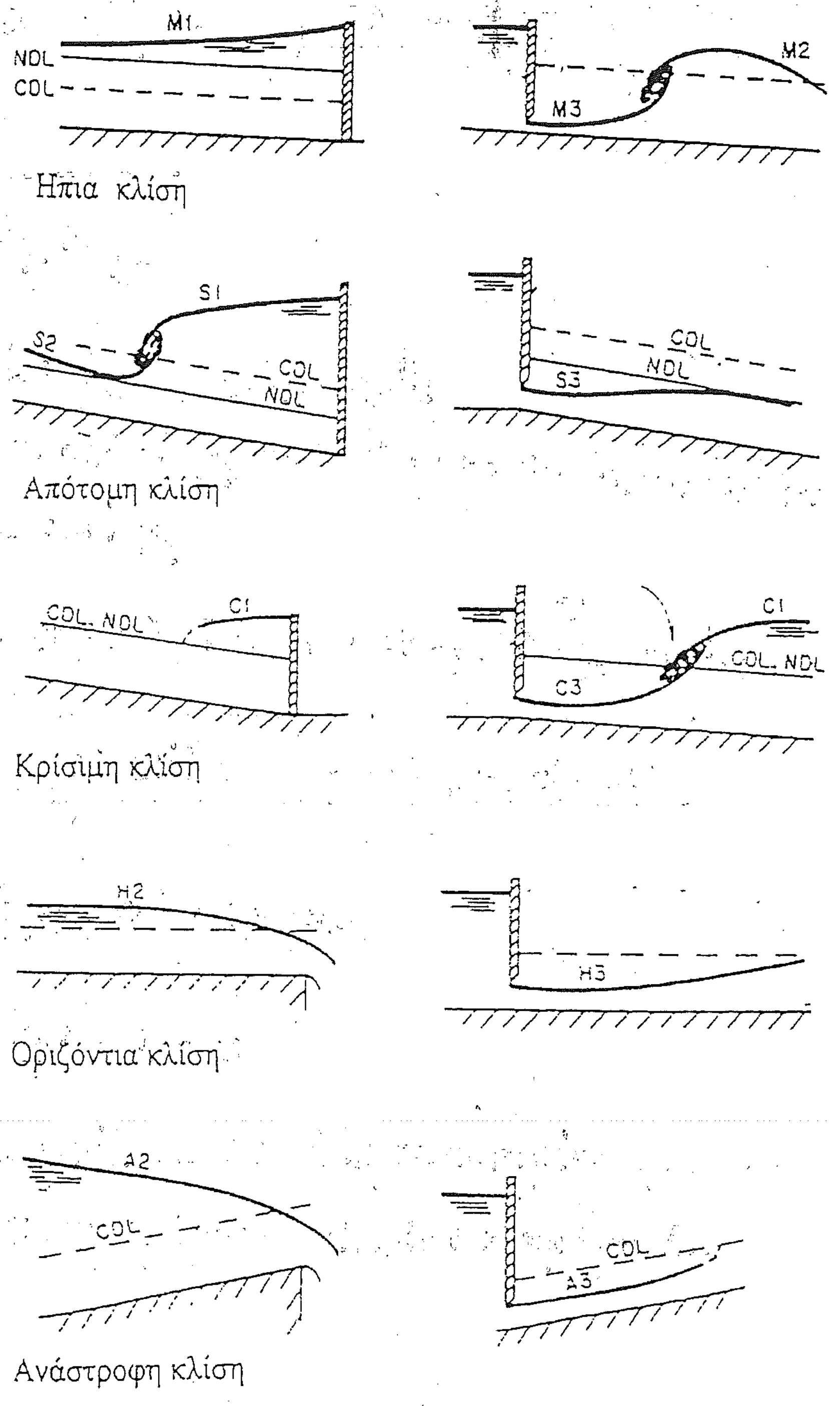
1η Ζώνη: $y > y_n$ $\quad y > y_{cr}$

2η Ζώνη: $y \gtrless y_n$ $\quad y \gtrless y_{cr}$

3η Ζώνη: $y < y_n$ $\quad y < y_{cr}$




Σχ. 4.1 Διάκριση κατατομών ροής




Σχ. 4.2 Κατατομές σε πραγματικές περιπτώσεις ροής

## Λύσεις της εξίσωσης της ανομοιόμορφης ροής

### Ρητή επίλυση

$$\frac{dE}{dx} = S_o - S_f \Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta x} = S_o - \bar{S}_f \Rightarrow \Delta x = \frac{\Delta E}{S_o - \bar{S}_f} \Rightarrow$$

$$\Delta x = \frac{E_1 - E_2}{S_o - \frac{1}{2}(S_{f1} + S_{f2})}$$

(α) Γνωστές τιμές: $y_1, A_1, R_1, v_1, S_{f1}, E_1$

(εννοείται ότι από το $y_1$ υπολογίζονται τα $A_1, R_1, v_1, S_{f1}, E_1$)

(β) Ορίζεται μια τιμή $y_2$

(γ) Υπολογισμοί $y_2 \Rightarrow A_2 \Rightarrow R_2 \Rightarrow v_2 \Rightarrow S_{f2} \Rightarrow \bar{S}_{f1,2} \Rightarrow E_2 \Rightarrow \Delta x_{12} \Rightarrow x_2$

| Κατά τη ρητή επίλυση υπολογίζεται το $\Delta x$ |
|---|

### Μέθοδος σταθερού χωρικού βήματος

$$H_1 = H_2 + \Delta H = H_2 + h_f + \Sigma h_K$$

$h_f$: διανεμημένες απώλειες στο διακριτοποιημένο τμήμα $\Delta x$

$\Sigma h_K$: σύνολο συγκεντρωμένων απωλειών στο τμήμα $\Delta x$

$$z_2+y_2+\frac{Q^2}{2gA_2^2}=z_1+y_1+\frac{Q^2}{2gA_1^2}-\bar{S}_f\,\Delta x-\Sigma h_k$$

- Η ως άνω εξίσωση δεν καταλήγει σε ρητή έκφραση ως προς το $y_2$, όταν είναι γνωστό το $\Delta x$. Γι' αυτό, επιλύεται με διαδοχικές προσεγγίσεις.

- Για τη διευκόλυνση των υπολογισμών γίνεται αδιαστατοποίηση και πινακοποίηση των μεγεθών $A, P, R$ και των εκφράσεων $AR^{2/3}$, $A\sqrt{A/B}$ σε διάφορους τύπους διατομών.

- Επίλυση της ως άνω εξίσωσης στο EXCEL ή σε μικρούς φορητούς υπολογιστές.

## Ταχέως μεταβαλλόμενη ανομοιόμορφη ροή

- Απότομες μεταβολές της διατομής
- Ροή πάνω από εκχειλιστές
- Υδραυλικά άλματα
- Διατάξεις καταστροφής ενέργειας
- Διατάξεις αναπηδήσεως
- Εν γένει, όταν οι γραμμές ροής παρουσιάζουν μεγάλη καμπυλότητα, οπότε δεν ισχύει πλέον η υδροστατική κατανομή των πιέσεων, ή στις περιπτώσεις που η επιφάνεια του νερού παρουσιάζει ασυνέχειες.

- Συνήθως φαινόμενα αποκόλλησης - Κατανομή ταχυτήτων απροσδιόριστη
- Δεν ισχύουν οι εξισώσεις της αβαθούς ροής
- Στην ομοιόμορφη ροή και στη βαθμιαία μεταβαλλόμενη ανομοιόμορφη ροή, οι γραμμές ροής θεωρούνται παράλληλες, οπότε η κατακόρυφη επιτάχυνση της ροής θεωρείται αμελητέα. Ισχύει η θεωρία αβαθούς ροής (shallow water theory)

Υδραυλικό άλμα

- Για ορθογωνική διατομή:

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \qquad M = \frac{q^2}{gy} + \frac{y^2}{2}$$

E: ειδική ενέργεια [m]

M: ειδική δύναμη ανά μονάδα πλάτους [$m^2$]

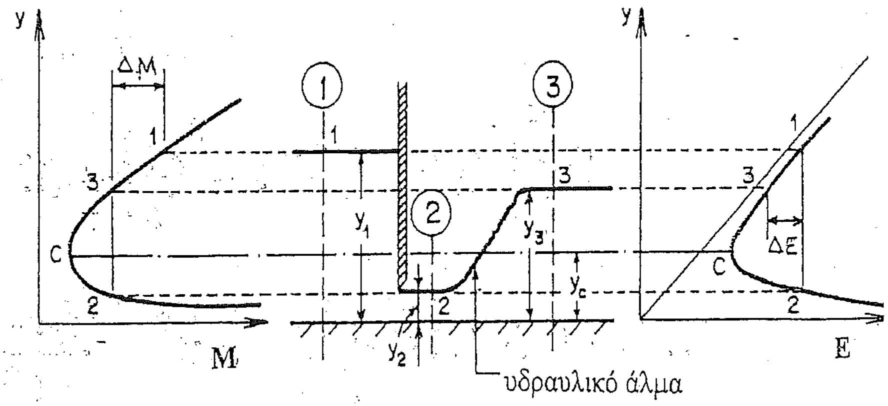
- Για τα συζυγή βάθη ροής $y_2, y_3$ ισχύει:

$$\boxed{y_3 = \frac{y_2}{2}\left(-1 + \sqrt{1 + 8Fr_2^2}\right)}$$

$$Fr_2 = \frac{V_2}{\sqrt{gy_2}} = \frac{q}{\sqrt{gy_2^3}}$$

$dE = E_2 - E_3$ dE: ύψος απωλειών ενεργείας στο υδραυλικό άλμα

$$\boxed{dE = \frac{(y_3 - y_2)^3}{4y_3y_2}}$$




Σχ. 4.3 Υδραυλικό άλμα σε ροή κάτω από θυρόφραγμα

$E_1 = E_2$

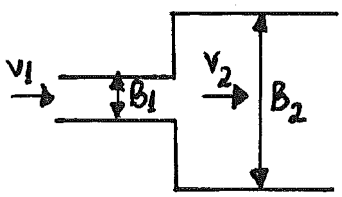
$$\frac{-F}{\rho g} = M_2 - M_1$$

F: δύναμη ανά μονάδα πλάτους που ασκείται από το θυρόφραγμα στη μάζα του νερού $[\frac{N}{m}]$

$M_2 = M_3$

## Τοπικές απώλειες ενέργειας (ΔΗ)

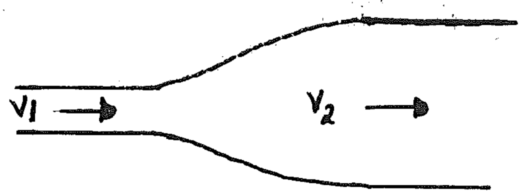
### Απότομη διεύρυνση διατομής




$$\Delta H = \frac{v_1^2}{2g}\left[\left(1-\frac{B_1}{B_2}\right)^2 + 2Fr^2 (B_2-B_1)\frac{B_1^3}{B_2^4}\right]$$

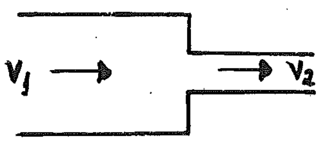
$$\Delta H = \frac{(v_1-v_2)^2}{2g} \quad \text{για} \quad \frac{B_2}{B_1} > 1.5 \text{ ή } Fr < 0.5$$

### Βαθμιαία διεύρυνση διατομής




$$\Delta H = 0.3\frac{(v_1-v_2)^2}{2g}$$

### Απότομη στένωση διατομής




$$\Delta H = 0.23\frac{v_2^2}{2g}$$

### Στένωση χωρίς αποκόλληση της ροής

$$\Delta H = 0.11\frac{v_2^2}{2g}$$

# 5. ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΡΟΗΣ

## Έλεγχος της ροής

- Από το διάγραμμα βάθους - ειδικής παροχής (Σχήμα 2.3) προκύπτει ότι υφίσταται μονοσήμαντη σχέση βάθους-παροχής σε κρίσιμες συνθήκες ροής

- Διατομές ελέγχου: διατομές όπου επικρατούν κρίσιμες συνθήκες ροής

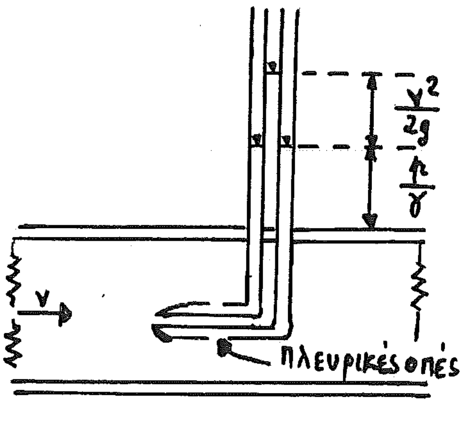
- Διατάξεις ελέγχου: διατομές όπου επιτυγχάνονται κρίσιμες συνθήκες ροής, π.χ. εκχειλιστές, θυροφράγματα.

  Έμμεση μέτρηση της παροχής λόγω της ευκολίας μετρήσεως του βάθους ροής.

  $$h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

## Μετρήσεις της ταχύτητας

### Σωλήνας Pitot




Δh: διαφορά στάθμης στους δύο σωλήνες

$$\Delta h = p_2 - p_1 = \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}\right) - \frac{p}{\rho g} = \frac{v^2}{2g}$$

$\frac{v^2}{2g}$: δυναμική πίεση

$v = \sqrt{2g\Delta h}$ $\boxed{v = c\sqrt{2g\Delta h}}$

c : συντελεστής διόρθωσης (συνάρτηση του σχήματος και της θέσης των οπών)

- Συνήθως c = 0.98
- c = 1.0 για σχετικά ομαλή ροή και για Re ≫ 100 στην περιοχή της οπής

<u>Ρευματόμετρο (μυλίσκος)</u>

- Συσκευές με κύπελλα ή πτερύγια καταλλήλου αεροδυναμικού σχήματος
- Το σύστημα των κυπέλλων είναι στερεωμένο σ' έναν περιστρεφόμενο άξονα
- Καμπύλη βαθμονόμησης: $\boxed{v = a + bn}$

  n: αριθμός στροφών

  a,b: σταθερές του οργάνου

- Η ταχύτητα είναι ανάλογη της συχνότητας περιστροφής των πτερυγίων

## Συσκευή θερμαινόμενου σύρματος (hot weir meter)

- Αύξηση θερμοκρασίας ενός αγωγού που διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα
- Ο αγωγός περιβάλλεται από το κινούμενο ρευστό, οπότε μέρος της αναπτυσσόμενης θερμότητας απάγεται από το ρευστό
- Η ταχύτητα απαγωγής είναι ανάλογη της ταχύτητας του ρευστού
- Βαθμονόμηση της συσκευής

## Ακτίνες Laser

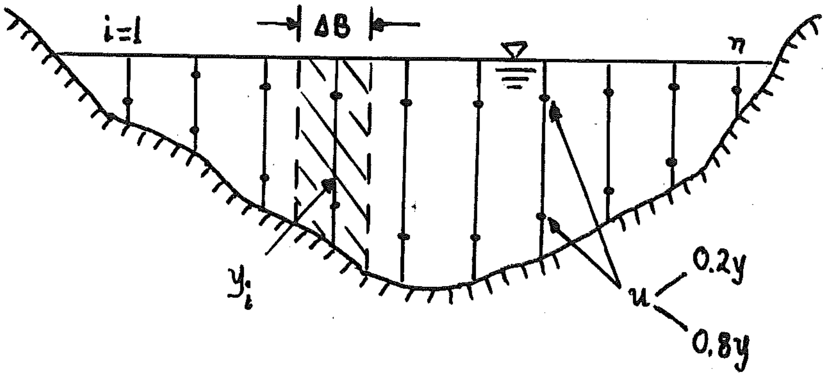
- Πλεονέκτημα: δεν διαταράσσεται η ροή στο σημείο μέτρησης
- Αρχές συμβολής και περίθλασης του φωτός

## Μέτρηση παροχής

- Ολοκλήρωση σημειακών ταχυτήτων: $Q = \iint_A u \, dA$
- Χάραξη ισοταχών σε μία διατομή:

  Πολλαπλασιάζεται το εμβαδόν μεταξύ δύο ισοταχών με τη μέση τιμή της ταχύτητας μεταξύ των ισοταχών και προστίθενται τα γινόμενα.

- Μέτρηση παροχών σε ποτάμια




  - Διαιρείται η διατομή σε κατακόρυφες λωρίδες
  - Η μέση ταχύτητα κάθε λωρίδας πολλαπλασιάζεται με το εμβαδόν αυτής και προστίθενται τα γινόμενα.

- Εκτίμηση μέσης ταχύτητας

  - Μέσος όρος σημειακών ταχυτήτων σε απόσταση 0.2y και 0.8y από τον πυθμένα (y: βάθος ροής)
  - Σημειακή ταχύτητα σε απόσταση 0.4y από τον πυθμένα (για λωρίδες με μικρά βάθη, κάτω του 1m)

# 6. ΑΣΤΑΘΗΣ ΡΟΗ ΣΕ ΑΝΟΙΧΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

## Μονοδιάστατη ασταθής ροή

**Εξισώσεις Saint Venant** (όπως διαμορφώθηκαν από τον Strelkoff)

$$B\frac{\partial y}{\partial t} + A\frac{\partial v}{\partial x} + vB\frac{\partial y}{\partial x} + v\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_y = q_\ell \qquad (6.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} + g\frac{\partial y}{\partial x} = g(S_o - S_f) - \frac{q_\ell}{A}(v - v_\ell) \qquad (6.2)$$

(αποδείχθηκαν σε προηγούμενο κεφάλαιο)

**Χαρακτηριστική μορφή των εξισώσεων Saint Venant**

- Ιδιαίτερα χρήσιμη στον υπολογισμό των οριακών συνθηκών
- $c = \sqrt{g\frac{A}{B}}$ c: ταχύτητα διάδοσης μικρών κυματισμών σε αβαθή ροή
- Με διαφόριση της προηγούμενης σχέσης και αντικατάσταση στις Εξισ. (6.1) και (6.2) προκύπτει:

$$\frac{\partial(v \pm 2c)}{\partial t} + (v \pm c)\frac{\partial(v \pm 2c)}{\partial x} = E \qquad (6.4)$$

όπου $E = g(S_o - S_f + D_\ell) \pm \frac{g}{cB}(q_\ell - vA_x^y)$

$$A_x^y = \left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_y$$

$$D_\ell = -\frac{q_\ell}{gA}(v - v_\ell)$$

- Αν τεθεί $\boxed{\dfrac{dx}{dt} = v \pm c}$ (6.5)

οι Εξισ. (6.4) γράφονται με τη μορφή ολικού διαφορικού

$$\boxed{\frac{D}{Dt}(v \pm 2c) = E} \tag{6.6}$$

- Το σύστημα των Εξισ. (6.5) και (6.6) είναι πλήρως ισοδύναμο με το σύστημα των Εξισ. (6.1) και (6.2).

- Ερμηνεία των Εξισ. (6.5) και (6.6)

Για κάθε σημείο που κινείται μέσω του ρευστού με ταχύτητες $v \pm c$ πάνω στις χαρακτηριστικές καμπύλες που ορίζονται από τις εξισώσεις

$$\frac{dx}{dt} = v + c \qquad\qquad \frac{dx}{dt} = v - c$$

ισχύουν αντίστοιχα οι εξισώσεις

$$\frac{D(v+2c)}{Dt} = E \qquad\qquad \frac{D(v-2c)}{Dt} = E$$

## Απλοποιημένη μορφή των εξισώσεων Saint Venant

### Λύση μηδενικής αδράνειας

- Εξισ. (6.1), (6.2): πλήρεις υδροδυναμικές εξισώσεις
- Εξισ. (6.2): $\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{Dv}{Dt}$ ⇒ ολική παράγωγος της ταχύτητας ως προς το χρόνο ⇒ επιτάχυνση του ρευστού ⇒ δύναμη αδρανείας ανά μονάδα μάζας του ρευστού

- Εξισ. (6.2): εξίσωση διατήρησης της ορμής

  Εάν παραλειφθούν οι δυνάμεις αδρανείας και οι όροι μεταβολής της ορμής λόγω πλευρικών εισροών-εκροών, η Εξισ. (6.2) γίνεται:

$$\boxed{\frac{\partial y}{\partial x} = S_o - S_f} \qquad (6.10)$$

- Εξίσωση συνέχειας (6.1) και Εξισ. (6.10): απλοποιημένο σύστημα διαφορικών εξισώσεων

- Ενδείκνυνται σε προβλήματα διάδοσης πλημμυρών σε πεδινά τμήματα ποταμών και σε προβλήματα επιφανειακής άρδευσης.

<u>Λύση κινηματικού κύματος</u>

- Για ομοιόμορφη ροή, όταν δηλ. $\frac{\partial y}{\partial x} = 0$, η Εξίσ. (6.10) γίνεται:

$$\boxed{S_0 = S_f} \tag{6.11}$$

- Από τον τύπο Manning

$$\boxed{S_f = \frac{n^2 Q^2}{A^2 R^{4/3}}} \tag{6.12}$$

- Εξίσ. (6.1) και Εξίσ. (6.11): απλοποιημένο σύστημα διαφορικών εξισώσεων
- Ενδείκνυνται σε προβλήματα διάδοσης ήπιων πλημμυρών σε πεδινά υδατορρεύματα ή γενικότερα σε προβλήματα διάδοσης πλημμυρών σε δισδιάστατο χώρο.

# Π1. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΔΙΩΡΥΓΑΣ ΠΡΟΣΑΓΩΓΗΣ ΑΡΔΕΥΤΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

## Δεδομένα

Μία προσαγωγός αρδευτική διώρυγα ξεκινάει από μια δεξαμενή νερού (σημείο Α, Χ.Θ. 0+000) και μετά από σχετικά ευθύγραμμη διαδρομή καταλήγει στο σημείο Δ (Χ.Θ. 2+200), κεφαλή του αρδευτικού δικτύου, όπου διακλαδίζεται σε διώρυγες κατωτέρας τάξεως.

- Τραπεζοειδής διατομή, επενδεδυμένη με σκυρόδεμα, κλίση πρανών $m = 1.5$
- Πλάτος στέψεως αναχωμάτων της διώρυγας: 3.0 m
- Παροχή υπολογισμού της διώρυγας $Q = 30.5\ m^3/s$
- Συντελεστής Manning $n = 0.014$
- Μηκοτομή του εδάφους από διατομή Α μέχρι Δ: Πίνακας Π1.1

## Ζητούμενο α

- Υδραυλικός υπολογισμός της διώρυγας υπό συνθήκες ομοιόμορφης ροής

  α1. Προσδιορισμός κλίσης $S_0$ του πυθμένα

  α2. Διαστασιολόγηση διατομής: επιλογή πλάτους $b$ της διώρυγας και προσδιορισμός του κανονικού βάθους ροής $y_n$

  α3. Προσδιορισμός κρίσιμου βάθους ροής και κρίσιμης κλίσης για τη δεδομένη παροχή

  α4. Προσδιορισμός παροχής για την οποία το $S_0$ γίνεται $S_c$

  α5. Καθ' ύψος τοποθέτηση του πυθμένα της διώρυγας

- Χωριστοί υπολογισμοί για τα τμήματα ΑΒ και ΓΔ, λόγω της απότομης μεταβολής του υψομέτρου μεταξύ των διατομών Β και Γ

# Υδραυλικός υπολογισμός τμήματος ΑΒ

## α1. Προσδιορισμός κλίσης $S_o$ του πυθμένα

- Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 0 | 200 | 500 | 700 | 1000 | 1150 | [m] |
| y | 21.00 | 21.60 | 21.20 | 20.60 | 20.80 | 20.40 | [m] |

- Εξίσωση μέσης ευθείας εδάφους (ευθείας παλινδρόμησης):

$$y = a + \beta x$$

$$\beta = \frac{\Sigma x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\Sigma x_i^2 - n\bar{x}^2} \qquad a = \bar{y} - \beta\bar{x}$$

- $n = 6 \qquad \bar{x} = 591.67\ m \qquad \bar{y} = 20.93\ m$

  $\Sigma x_i^2 = 3\,102\,500 \qquad \Sigma x_i y_i = 73600$

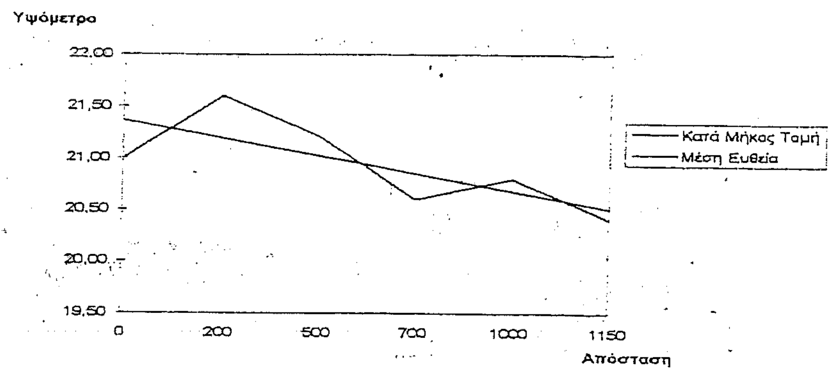
- $\beta = -0.0007 \qquad a = 21.3545$

- $y = 21.3545 - 0.0007x$ (Σχήμα Π1.1)

Πίνακας Π1.1

Στοιχεία κατά μήκος τομής του εδάφους από τη διατομή Α μέχρι Δ

| α/α | Διατομή | Χ.Θ. | Υψόμ. εδάφους |
|---|---|---|---|
| 1 | Α | 0+00 | 21.00 |
| 2 | | 0+200 | 21.60 |
| 3 | | 0+500 | 21.20 |
| 4 | | 0+700 | 20.60 |
| 5 | | 1+00 | 20.80 |
| 6 | Β | 1+150 | 20.40 |
| 7 | Γ | 1+250 | 17.50 |
| 8 | | 1+400 | 17.40 |
| 9 | | 1+700 | 17.80 |
| 10 | | 2+00 | 17.20 |
| 11 | Δ | 2+200 | 17.40 |



α2. Διαστασιολόγηση διατομής

$$Q = b^{8/3}\,\bar{f}_n\,\frac{\sqrt{S_o}}{n} \quad \text{(αποδείχθηκε)} \Rightarrow \boxed{\bar{f}_n = \frac{nQ}{b^{8/3} S_o^{1/2}}}$$

$$\bar{f}_n(\bar{y}_n) = \frac{16.139}{b^{8/3}}$$

$\bar{f}_n$ : αδιάστατη συνάρτηση αγωγιμότητας

Πίνακας Π1.2: - Για διάφορες τιμές του b υπολογίζονται τα υδραυλικά στοιχεία της ροής.

- Τιμές του $\bar{y}_n$ από το $\bar{f}_n$ με τη βοήθεια του Πίνακα Π3.1 (Παράρτημα)
- Επειδή η παροχή είναι σχετικά μεγάλη $\Rightarrow \frac{b}{y_n} > 3$
- Επιλέγεται $b = 5.5\,m$, $y_n = 1.75\,m$

α3. Προσδιορισμός κρίσιμου βάθους και κρίσιμης κλίσης

Κρίσιμο βάθος

$$Q = b^{5/2}\,\bar{f}_c\,\sqrt{g} \quad \text{(αποδείχθηκε)} \Rightarrow \boxed{\bar{f}_c = \frac{Q}{b^{5/2}\sqrt{g}}}$$

$\bar{f}_c$: αδιάστατη συνάρτηση κρίσιμης ροής

$$\bar{f}_c = \frac{Q\sqrt{a}}{b^{5/2}\sqrt{g\cos\vartheta}}$$

a: συντελεστής Coriolis, $a = 1.0$, $\cos\vartheta \simeq 1.0$

$\bar{f}_c(\bar{y}_c) = 0.1373$ Από τον Πίνακα Π3.1 (Παράρτημα) $\Rightarrow \bar{y}_c = 0.235$

$y_c = \bar{y}_c \times b = 0.2350 \times 5.5 = 1.293$ m

$y_n = 1.75$ m $\quad y_c < y_n \Rightarrow$ υποκρίσιμη ροή

- U.S. Bureau of Reclamation: Πρέπει $y_c < y_n'$, όπου $y_n'$ το βάθος ομοιόμορφης ροής που προκύπτει για συντελεστή Manning $n' = n - 0.003$ (για μεγαλύτερη ασφάλεια)

$n' = 0.014 - 0.003 = 0.011$

$\bar{f}_n(\bar{y}_n') = \dfrac{n' Q}{b^{8/3} S_o^{1/2}} = 0.1345$ Από τον Πίνακα Π3.1 $\Rightarrow \bar{y}_n' = 0.279$

$y_n' = \bar{y}_n' \times b = 0.279 \times 5.5 = 1.535$ m

$y_c < y_n' \Rightarrow$ υποκρίσιμη ροή

## Κρίσιμη κλίση

$$S_c = \frac{n^2 g}{\bar{f}_t\, b^{1/3}} \quad \text{(αποδείχθηκε)} \Rightarrow \boxed{\bar{f}_t = \frac{n^2 g}{S_c\, b^{1/3}}}$$

$\bar{f}_t$: αδιάστατη συνάρτηση μεταβατικής ροής

$$\bar{f}_t(\bar{y}_t) = \frac{n^2 g \cos\theta}{S_c\, b^{1/3} a}$$

$$y_t = y_c = 1.293 \text{ m} \Rightarrow \bar{y}_t = \frac{1.293}{5.5} = 0.235$$

Από τον Πίνακα Π3.1, για $\bar{y}_t = 0.235 \Rightarrow \bar{f}_t = 0.5133$

$$\frac{n^2 g}{S_c\, b^{1/3}} = 0.5133 \Rightarrow S_c = 0.0021$$

## α4. Προσδιορισμός παροχής για την οποία $S_o = S_c = 0.0007$

$$\bar{f}_t = \frac{n^2 g}{S_c\, b^{1/3}}, \quad \text{για } S_c = 0.0007 \Rightarrow \bar{f}_t(\bar{y}_t) = 1.5561$$

- Επειδή η τιμή $\bar{f}_t = 1.5561$ είναι μεγαλύτερη της μέγιστης τιμής των πινάκων, το $\bar{y}_t$ θα υπολογιστεί προσεγγιστικά:

$$\bar{f}_t = \frac{\bar{B}\,\bar{R}^{4/3}}{\bar{A}}\,, \quad \bar{B} = \frac{B}{b} = 1+2m\bar{y}, \quad \bar{A} = \frac{A}{b^2} = (1+m\bar{y})\,\bar{y}$$

$$\bar{P} = \frac{P}{b} = 1+2\bar{y}\sqrt{1+m^2}, \quad \bar{R} = \frac{\bar{A}}{\bar{P}}$$

- Στον Πίνακα Π1.3, για διάφορες τιμές του $\bar{y}$ βρίσκεται το $\bar{f}_t(y_t)$
- Για $\bar{f}_t = 1.5560 \Rightarrow \bar{y}_t = 15.17 \Rightarrow y_t = 83.44\ m$
- Για $y_c = y_t = 83.44\ m \Rightarrow f_c = A\sqrt{\frac{A}{B}} = 10902.27\sqrt{\frac{10902.27}{255.82}} = 71171.83$

  $Q = f_c\sqrt{g} = 71171.83 \times \sqrt{9.81} = 222917\ m^3/s$

- Η τιμή του Q και του $y_t$ (ή $y_c$) είναι εξωπραγματική και συνεπώς η ροή ουδέποτε γίνεται κρίσιμη στο θεωρούμενο αγωγό.

Πίνακας Π1.2

Υπολογισμός των διαστάσεων του τμήματος $A-B$

| b [m] | $\overline{f}_n$ | $\overline{y}_n$ | $y_n$ [m] | A [$m^2$] | B [m] | P [m] | V [m/s] | b/ $y_n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.0 | 2.5417 | 1.2154 | 2.431 | 13.725 | 9.29 | 10.76 | 2.222 | 0.823 |
| 2.5 | 1.4019 | 0.9229 | 2.307 | 13.753 | 9.42 | 10.82 | 2.218 | 1.084 |
| 3.0 | 0.8621 | 0.7312 | 2.194 | 13.799 | 9.58 | 10.91 | 2.210 | 1.368 |
| 3.5 | 0.5715 | 0.5970 | 2.090 | 13.862 | 9.77 | 11.03 | 2.200 | 1.675 |
| 4.0 | 0.4003 | 0.4985 | 1.994 | 13.940 | 9.98 | 11.19 | 2.188 | 2.006 |
| 4.5 | 0.2924 | 0.4236 | 1.906 | 14.028 | 10.22 | 11.37 | 2.174 | 2.361 |
| 5.0 | 0.2208 | 0.3652 | 1.826 | 14.131 | 10.48 | 11.58 | 2.158 | 2.738 |
| 5.5 | 0.1712 | 0.3187 | 1.753 | 14.249 | 10.76 | 11.82 | 2.140 | 3.138 |
| 6.0 | 0.1358 | 0.2809 | 1.685 | 14.373 | 11.06 | 12.08 | 2.122 | 3,560 |

Πίνακας Π1.3

Μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων

| $\overline{y}$ | $\overline{B}$ | $\overline{A}$ | $\overline{P}$ | $\overline{R}$ | $\overline{f}_t(\overline{y}_t)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 10.00 | 31.000 | 160.0000 | 37.0560 | 4.3178 | 1.3623 |
| 11.00 | 34.000 | 192.5000 | 40.6616 | 4.7342 | 1.4040 |
| 12.00 | 37.000 | 228.0000 | 44.2672 | 5.1505 | 1.4435 |
| 13.00 | 40.000 | 266.5000 | 47.8728 | 5.5668 | 1.4808 |
| 14.00 | 43.000 | 308.0000 | 51.4784 | 5.9831 | 1.5164 |
| 15.00 | 46.000 | 352.5000 | 55.0840 | 6.3993 | 1.5504 |
| 15.50 | 47.500 | 375.8750 | 56.8868 | 6.6074 | 1.5668 |
| 15.25 | 46.750 | 364.0938 | 55.9854 | 6.5034 | 1.5587 |
| 15.20 | 46.600 | 361.7600 | 55.8051 | 6.4826 | 1.5570 |
| 15.18 | 46.540 | 360.8286 | 55.7330 | 6.4742 | 1.5564 |
| 15.17 | 46.510 | 360.3634 | 55.6970 | 6.4701 | 1,5560 |

## α5. Καθ' ύψος τοποθέτηση του πυθμένα της διώρυγας

- Χρησιμοποιούμενο κριτήριο: Ισοζύγιο εκσκαφών (εκχωμάτων) και επιχωμάτων

- Από το Σχήμα 3.3, για $Q = 30.5\ m^3/s \Rightarrow$

  ε (περιθώριο επένδυσης) = 49 cm

  α (περιθώριο τοιχώματος) = 61 cm

  $f = a + \varepsilon = 61 + 49 = 110\ cm = 1.10\ m$ (Σχήμα Π1.2)

- Από τον Πίνακα 3.2, για $15 < Q < 40\ m^3/s \Rightarrow$

  $\delta$ (πάχος επένδυσης) = 0.08 m (Σχήμα Π1.2)

- Πλάτος εκσκαφής: $b_c = b + 2\sigma$ (Σχήμα Π1.2)

$$\sigma = \frac{\delta}{m + \sqrt{1+m^2}} \qquad \sigma = 2.42\ cm = 0.0242\ m$$

$$b_c = 5.5 + (2 \times 0.0242) = 5.548\ m$$

- X: βάθος εκσκαφής

  Y: απόσταση μεταξύ πυθμένα εκσκαφής και στέψης αναχωμάτων

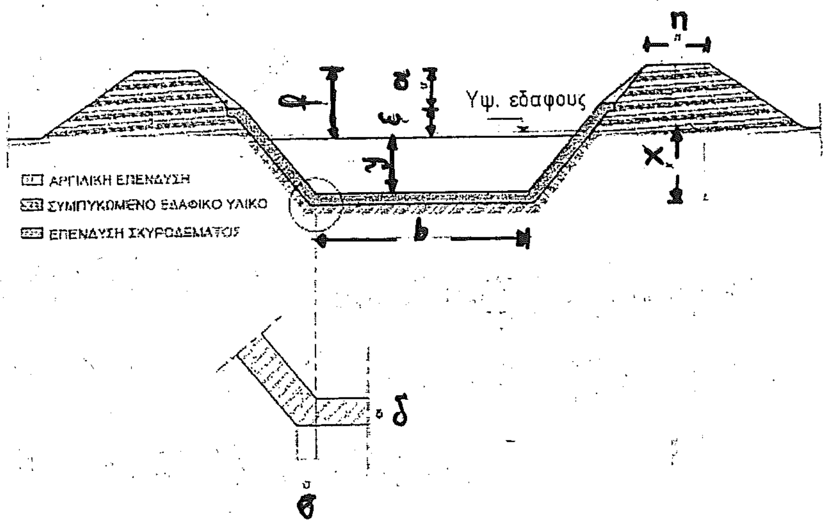
  $Y = \delta + y_n + f$

  h (ύψος αναχωμάτων) $= Y - X = (\delta + y_n + f) - X$

- $E_K$ (εμβαδόν εκσκαφής) $= (b_c + mX)\,X$

- $E_\Pi$ (εμβαδόν επίχωσης) $= 2\,[n + m(Y - X)]\,(Y - X)$

  n: πλάτος στέψης αναχώματος (Σχήμα Π1.2)




Σχήμα Π1.2. Τυπική διατομή της αρδευτικής διώρυγας

- Ισοζύγιο εκσκαφών και επιχωμάτων: $E_K = E_\Pi$

$$b_c X + m X^2 - 2[n + mY - mX](Y - X) = 0$$

$$mX^2 - (b_c + 4mY + 2n)X + 2Y(n + mY) = 0$$

$$\boxed{AX^2 - BX + \Gamma = 0}$$

$A = m = 1.5$

$B = b_c + 4mY + 2n = 5.548 + (4 \times 1.5 \times 2.93) + (2 \times 3.0) = 29.128$

$\Gamma = 2Y(n + mY) = 2 \times 2.93 \times [3.0 + (1.5 \times 2.93)] = 43.3347$

$Y = \delta + y_n + f = 0.08 + 1.75 + 1.10 = 2.93\ m$

$X_1 = 17.7952\ m$ $\qquad$ $X_2 = 1.6235\ m$

Το $X_1$ απορρίπτεται

$X_2$: μέσο βάθος εκσκαφής

- Εξίσωση του πυθμένα εκσκαφής: Προκύπτει αν από την εξίσωση της μέσης ευθείας του εδάφους αφαιρεθεί η ποσότητα $X = 1.6235\ m$.

Εξίσωση μέσης ευθείας εδάφους:

$y = 21.3545 - 0.0007\, x$

$y = 19.731 - 0.0007\, x$

- Για τον υπολογισμό του βάθους εκσκαφής κάθε διατομής αφαιρείται από το υψόμετρο του φυσικού εδάφους το υψόμετρο του πυθμένα εκσκαφής (Πίνακας Π1.4).

Πίνακας Π1.4
Βάθος εκσκαφής σε κάθε διατομή

| Διατομή | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Απόσταση (m) | 0 | 200 | 500 | 700 | 1000 | 1150 |
| Υψόμ. Φυσ. Εδάφ. | 21.000 | 21.600 | 21.200 | 20.600 | 20.800 | 20,400 |
| Υψόμ.Πυθμ. εκσκ. | 19.731 | 19.591 | 19.381 | 19.241 | 19.031 | 18.926 |
| Βάθος εκσκαφής | 1.269 | 2.009 | 1.819 | 1.359 | 1.769 | 1.474 |

Πίνακας Π1.5
Προμέτρηση χωματουργικών για μέσο βάθος εκσκαφής X = 1.6235 m

| ΔΙΑΤΟΜΗ | | ΕΚΣΚΑΦΕΣ | | ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ | | Αλγεβρικό άθροισμα |
|---|---|---|---|---|---|---|
| α/α | Χ.Θ | Βάθος εκσκαφής X | Όγκος V | Ύψος h επιχωμ. Y | Όγκος V | |
| 1 | 0+000 | 1.27 | | 1.66 | | 0 |
| | | | 2666 | | 2631 | |
| 2 | 0+200 | 2.01 | | 0.92 | | 34 |
| | | | 4838 | | 2766 | |
| 3 | 0+500 | 1.82 | | 1.11 | | 2107 |
| | | | 2537 | | 2720 | |
| 4 | 0+700 | 1.36 | | 1.57 | | 1923 |
| | | | 3723 | | 4176 | |
| 5 | 1+000 | 1.77 | | 1.16 | | 1470 |
| | | | 1946 | | 1958 | |
| 6 | 1+150 | 1.47 | | 1.46 | | 1458 |
| ΑΘΡΟΙΣΜΑ | | | 15709 | | 14251 | |

Πίνακας Π1.6
Προμέτρηση χωματουργικών για τελικό βάθος εκσκαφής X = 1.5535 m

| ΔΙΑΤΟΜΗ | | ΕΚΣΚΑΦΕΣ | | ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ | | Αλγεβρικό άθροισμα |
|---|---|---|---|---|---|---|
| α/α | Χ.Θ | Βάθος εκσκαφής X | Όγκος V | Ύψος h επιχωμ. Y | Όγκος V | |
| 1 | 0+000 | 1.20 | | 1.73 | | 0 |
| | | | 2534 | | 2812 | |
| 2 | 0+200 | 1.94 | | 0.99 | | -278 |
| | | | 4624 | | 3003 | |
| 3 | 0+500 | 1.75 | | 1.18 | | 1343 |
| | | | 2405 | | 2901 | |
| 4 | 0+700 | 1.29 | | 1.64 | | 847 |
| | | | 3527 | | 4450 | |
| 5 | 1+000 | 1.70 | | 1.23 | | -76 |
| | | | 1836 | | 2109 | |
| 6 | 1+150 | 1.40 | | 1.53 | | -350 |
| ΑΘΡΟΙΣΜΑ | | | 14925 | | 15275 | |

- Υπολογισμός όγκου εκσκαφών και επιχώσεων για τα βάθη εκσκαφής του Πίνακα Π1.4 ⇒ <u>Πίνακας Π1.5</u>

Για την εύρεση του όγκου εκσκαφής μεταξύ δύο διαδοχικών διατομών 1 και 2, υπολογίζεται το ημιάθροισμα των εμβαδών των τραπεζίων 1 και 2 και πολλαπλασιάζεται με την απόσταση (200 m) των διατομών 1 και 2.

Κατ' ανάλογο τρόπο υπολογίζεται ο όγκος επιχώσεων μεταξύ δύο διαδοχικών διατομών. Δηλ. θεωρούνται οι τραπεζοειδείς διατομές των επιχώσεων εκατέρωθεν της διατομής του ανοικτού αγωγού.

- Σύμφωνα με τον Πίνακα Π1.5, προκύπτει περίσσευμα εκσκαφών ίσο προς 1458 $m^3$. Γι' αυτό, πρέπει να μειωθεί το βάθος εκσκαφής προς όφελος της οικονομίας της κατασκευής.

- Παρακάτω θα υπολογιστεί πόσο μειώνεται η διαφορά μεταξύ εκσκαφών και επιχωμάτων για μείωση του βάθους εκσκαφής κατά 1 cm.

$$E_k = (b_c + mX)X \qquad \text{(αποδείχτηκε)}$$

$$\frac{dE_k}{dX} = b_c + 2mX \Rightarrow \Delta E_k = (b_c + 2mX)\,\Delta X$$

$$\Delta E_k = [5.548 + (2 \times 1.5 \times 1.6235)]\,\Delta X = 10.4\,\Delta X$$

Για $\Delta X = 1\,cm = 0.01\,m \Rightarrow \Delta E_K = 0.104\ m^2$

$\Delta V_K$ (μείωση όγκου εκσκαφών) $= 0.104 \times 1150 \simeq 120\ m^3$

(1150 m : μήκος τμήματος ΑΒ)

$\Delta V_\Pi$ (μείωση όγκου επιχωμάτων) $= 120\ m^3$

- Τελικά, για μείωση του βάθους εκσκαφής κατά 1 cm, η διαφορά μεταξύ εκσκαφών και επιχώσεων μειώνεται κατά $240\ m^3$ (120 + 120).

- Εάν μειωθούν τα βάθη εκσκαφής όλων των διατομών κατά 7 cm, επιτυγχάνεται καλύτερο ισοζύγιο μεταξύ εκσκαφών και επιχωμάτων (Πίνακας Π1.6). Υπάρχει περίσσευμα επιχωμάτων ίσο προς $350\ m^3$.

# Υδραυλικός υπολογισμός τμήματος ΓΔ

## α1. Προσδιορισμός κλίσης $S_o$ του πυθμένα

- Όπως για το τμήμα ΑΒ

  Εξίσωση μέσης ευθείας του εδάφους: $y = 17.7522 - 0.00017x$

  $S_o = 0.00017$

## α2. Διαστασιολόγηση διατομής

- Όπως για το τμήμα ΑΒ

  $b = 7.0 \text{ m}$ $\quad$ $y_n = 2.31 \text{ m}$

## α3. Προσδιορισμός κρίσιμου βάθους και κρίσιμης κλίσης

### Κρίσιμο βάθος

- Όπως για το τμήμα ΑΒ

  $y_c = 1.14 \text{ m}$

### Κρίσιμη κλίση

- Όπως για το τμήμα ΑΒ

  $S_c = 0.0021$

## α4. Προσδιορισμός της παροχής για την οποία $S_o = S_c = 0.0021$

- Όπως για το τμήμα ΑΒ
- Η ροή ουδέποτε γίνεται κρίσιμη στο θεωρούμενο αγωγό

α5. Καθ' ύψος τοποθέτηση του πυθμένα της διώρυγας

- Όπως για το τμήμα ΑΒ
- Επιπλέον, πρέπει να ικανοποιείται η εξής προϋπόθεση (δεδομένο του παραδείγματος):

  Η ελάχιστη στάθμη νερού στο σημείο Δ πρέπει να είναι +50 cm από την επιφάνεια του εδάφους, ήτοι:

  $H_{\Delta\, min}$ = υψόμετρο εδάφους + 0.50 m = 17.40 + 0.50 = 17.90 m

- Επειδή η παροχή ($Q = 30.5\ m^3/s$) δεν αλλάζει:

  ε (περιθώριο επένδυσης) = 49 cm
  α (περιθώριο τοιχώματος) = 61 cm
  $\}\ f = a + \varepsilon = 1.10\ m$

  δ (πάχος επένδυσης) = 0.08 m

  $\sigma = 0.0242\ m$

- Πλάτος εκσκαφής: $b_c = b + 2\sigma = 7.0 + (2 \times 0.0242) = 7.0484\ m$
- Μέσο βάθος εκσκαφής: $\bar{X} = 1.8407\ m$
- Εξίσωση του πυθμένα εκσκαφής: $y = 15.9115 - 0.00017x$
- Βάθη εκσκαφής: Πίνακας Π1.8 (για κάθε διατομή)
- Έλλειμμα εκσκαφών ίσο προς 5258 $m^3$ (Πίνακας Π1.9)
- Πρέπει να αυξηθεί το βάθος εκσκαφής
- Για αύξηση του βάθους εκσκαφής κατά 1 cm, η διαφορά μεταξύ εκσκαφών και επιχώσεων μειώνεται κατά 248 $m^3$

Πίνακας Π1.8

Βάθος εκσκαφής σε κάθε διατομή

| Διατομή | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|
| Απόσταση (m) | 0 | 150 | 450 | 750 | 950 |
| Υψόμ Φυσ. Εδάφ. | 17.500 | 17.400 | 17.800 | 17.200 | 17.400 |
| Υψόμ πυθμ. Εκσκ. | 15.912 | 15.886 | 15.835 | 15.784 | 15.750 |
| Βάθος εκσκαφής | 1.589 | 1.514 | 1.965 | 1.416 | 1.650 |

Πίνακας Π1.9

Προμέτρηση χωματουργικών για μέσο βάθος εκσκαφής $X = 1.8407$ m.

| ΔΙΑΤΟΜΗ | | ΕΚΣΚΑΦΕΣ | | ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ | | Αλγεβρικό άθροισμα |
|---|---|---|---|---|---|---|
| α/α | Χ.Θ | Βάθος εκσκαφής Χ | Όγκος V | Ύψος επιχωμ. Xh | Όγκος V | |
| 7 | 1+250 | 1.589 | | 1.901 | | 0 |
| | | | 2182 | | 3436 | |
| 8 | 1+400 | 1.514 | | 1.976 | | -1254 |
| | | | 5063 | | 5954 | |
| 9 | 1+700 | 1.965 | | 1.525 | | -2146 |
| | | | 4894 | | 6221 | |
| 10 | 2+000 | 1.416 | | 2.074 | | -3473 |
| | | | 2870 | | 4655 | |
| 11 | 2+200 | 1.650 | | 1.840 | | -5258 |
| ΑΘΡΟΙΣΜΑ | | | 15009 | | 20267 | |

Πίνακας Π1.10

Προμέτρηση χωματουργικών εργασιών για το τμήμα $Γ - Δ$

| ΔΙΑΤΟΜΗ | | ΕΚΣΚΑΦΕΣ | | ΕΠΙΧΩΣΕΙΣ | | Αλγεβρικό άθροισμα |
|---|---|---|---|---|---|---|
| α/α | Χ.Θ | Βάθος εκσκαφής Χ | Όγκος V | Ύψος επιχωμ. Xh | Όγκος V | |
| 7 | 1+250 | 1.77 | | 1.72 | | 0 |
| | | | 2512 | | 2966 | |
| 8 | 1+400 | 1.70 | | 1.79 | | -454 |
| | | | 5761 | | 5067 | |
| 9 | 1+700 | 2.15 | | 1.34 | | 239 |
| | | | 5581 | | 5322 | |
| 10 | 2+000 | 1.60 | | 1.89 | | 498 |
| | | | 3329 | | 3997 | |
| 11 | 2+200 | 1.85 | | 1.64 | | -170 |
| ΑΘΡΟΙΣΜΑ | | | 17182 | | 17352 | |

- Εάν αυξηθούν τα βάθη εκσκαφής όλων των διατομών κατά 20 cm, επιτυγχάνεται καλύτερο ισοζύγιο μεταξύ εκσκαφών και επιχώσεων (Πίνακας Π1.10)

- Από τον Πίνακα Π1.10 ⇒ Βάθος εκσκαφής στη θέση Δ (διατομή 11): 1.85 m

Υψόμετρο της στάθμης του νερού στη θέση Δ =
= (υψόμετρο εδάφους) - (βάθος εκσκαφής) + (πάχος σκυροδέματος) +
+ (βάθος ροής) =

17.40 - 1.85 + 0.08 + 2.31 = 17.94 m

Άρα ικανοποιείται η προϋπόθεση για την ελάχιστη απαιτούμενη στάθμη νερού στη θέση Δ.

## Ζητούμενο β

- Υδραυλικός υπολογισμός τμήματος ΒΓ (αναβαθμός)

### Υπολογισμός υδραυλικού άλματος (Σχήμα Π1.4)

- Το υδραυλικό άλμα λαμβάνει χώρα σε ορθογωνική διατομή
  Από διατομή 1 μέχρι διατομή 4: ορθογωνική κατασκευή.

- Από διατομή 0 έως διατομή 1 } μεταβατικά τμήματα με αναλογία
  " " 4 " " 5 } προσαρμογής 1:5 (για τη μετάβαση από την τραπεζοειδή διατομή της διώρυγας στην ορθογωνική διατομή του αναβαθμού)

### Υπολογισμός του πλάτους της λεκάνης ηρεμίας (b)

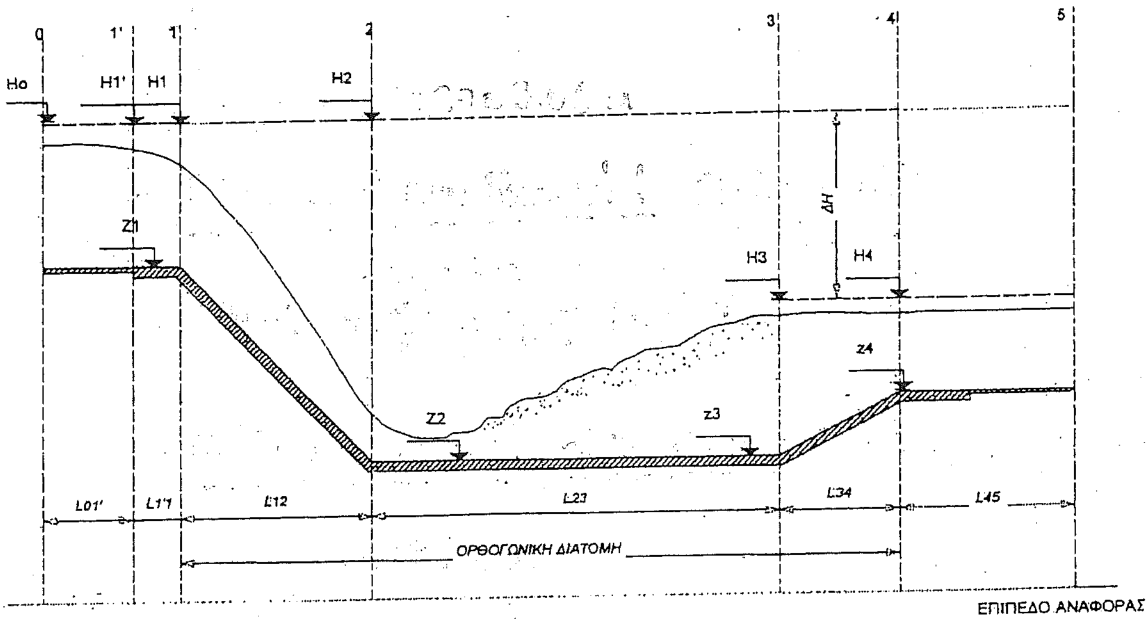
- Εμπειρικός τύπος: $b = \frac{1}{5} Q = \frac{1}{5} \times 30.5 = 6.1 \ m$
- Προτείνεται αυξημένο πλάτος $b = 7 \ m$
- Παροχή ανά μονάδα πλάτους: $q = \frac{Q}{b} = \frac{30.5}{7} = 4.36 \ \frac{m^3}{s \cdot m}$

### Υπολογισμός στοιχείων του υδραυλικού άλματος

- Ύψος ολικής ενέργειας στη θέση 0:

$$H_0 = z_0 + y_n + \frac{V_{AB}^2}{2g} = (20.40 - 1.40) + 1.75 + \frac{3.17^2}{2 \times 9.81} = 21.26 \ m$$

20.40 m : υψόμετρο φυσικού εδάφους
1.40 m : βάθος εκσκαφής




Σχήμα Π1.4. Ενδεικτική κατά μήκος τομή της Διώρυγας στη θέση του αναβαθμού

- Ύψος ολικής ενέργειας στη θέση 4:

$$H_4 = z_4 + y_n + \frac{V_{\Gamma\Delta}^2}{2g} = (17.50 - 1.79) + 2.31 + \frac{1.89^2}{2 \times 9.81} = 18.20\ m$$

- Παραδοχή: $H_0 \simeq H_1 \simeq H_2$ και $H_3 \simeq H_4$

- Ύψος απωλειών ενέργειας μεταξύ των διατομών 2 και 3:

$$\Delta H = 21.26 - 18.20 = 3.06\ m$$

- Βάθος νερού στη διατομή 1 (κρίσιμο βάθος)

$$y_1 = y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{4.36^2}{9.81}} = 1.25\ m$$

- Βάθη ροής ανάντη και κατάντη του υδραυλικού άλματος $(y_2, y_3)$

  - Χρήση Πίνακα Π3.2

  - $n = \dfrac{\Delta H}{y_c} = \dfrac{3.06}{1.25} = 2.45$

  - $\dfrac{y_2}{y_c} = 0.333 \Rightarrow y_2 = 0.333 \times 1.25 = 0.42\ m$

  - $\dfrac{y_3}{y_2} = 6.87 \Rightarrow y_3 = 6.87 \times 0.42 = 2.88\ m$

- Υπολογισμός υψομέτρου του πυθμένα της λεκάνης ηρεμίας $(z_2, z_3)$

$$H_3 = z_3 + y_3 + \frac{V_3^2}{2g} \Rightarrow z_3 = H_3 - y_3 - \frac{V_3^2}{2g}$$

$H_3 = 18.20\ m \qquad y_3 = 2.88\ m \qquad \dfrac{V_3^2}{2g} = \dfrac{Q^2}{2g\,b^2 y_3^2} = \dfrac{30.5^2}{2 \times 9.81 \times 7.0^2 \times 2.88^2} = 0.12\ m$

$z_3 = 18.20 - 2.88 - 0.12 = 15.2\ m \qquad z_2 = z_3 = 15.2\ m$

## Υπολογισμός μήκους του αναβαθμού

- Εμπειρικός τύπος για το μήκος του υδραυλικού άλματος:

$$L_j \simeq 6.0\,y_3 = 6.0 \times 2.88 = 17.28\ m$$

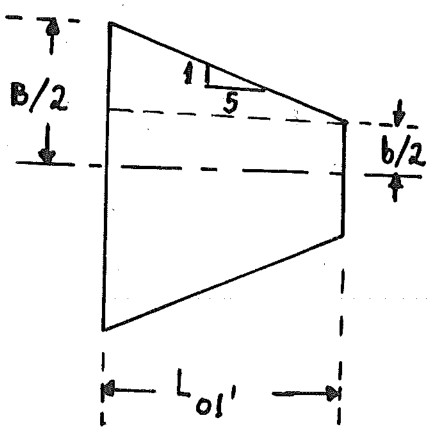
- Για λόγους ασφαλείας $L_{23} \simeq 1.1\,L_j = 1.1 \times 17.28 = 19.01\ m$

  $L_{23}$: μήκος λεκάνης ηρεμίας

## Υπολογισμός άλλων χαρακτηριστικών μηκών

- Μήκος $L_{1'1}$ από οπλισμένο σκυρόδεμα, καθόσον το κρίσιμο βάθος δεν εμφανίζεται στη θέση 1, αλλά λίγο πιο ανάντη

$$L_{1'1} = \frac{1}{10} L_{23} = \frac{1}{10} \times 19.01 \simeq 1.90\ m \quad \text{(εμπειρικός τύπος)}$$




αναλογία προσαρμογής 1:5

$$\frac{L_{01'}}{5} = \frac{\frac{B-b}{2}}{1} \Rightarrow L_{01'} = 2.5\,(B-b)$$

$$L_{01'} = 2.5(B_{AB} - b_{αναβ.}) = 2.5(10.76 - 7.0) = 9.4\ m$$

$\Delta z_{1-2} = z_1 - z_2 = (20.40 - 1.40) - 15.2 = 3.8\ m$

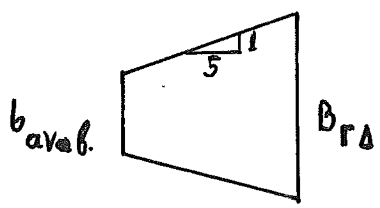
Κλίση τμήματος 1-2: 1:1.5 (δεδομένο)

$L_{12} = 1.5 \times \Delta z_{1-2} = 1.5 \times 3.8 = 5.7\ m$

$\Delta z_{3-4} = z_4 - z_3 = (17.50 - 1.79) - 15.2 = 0.51\ m$

Κλίση τμήματος 3-4: 1:6 (δεδομένο)

$L_{3-4} = 6.0 \times \Delta z_{3-4} = 6.0 \times 0.51 = 3.06 m$




$L_{45} = 2.5\,(B_{ΓΔ} - b_{αναβ.}) = 2.5\,(13.93 - 7.0) = 17.33\ m$

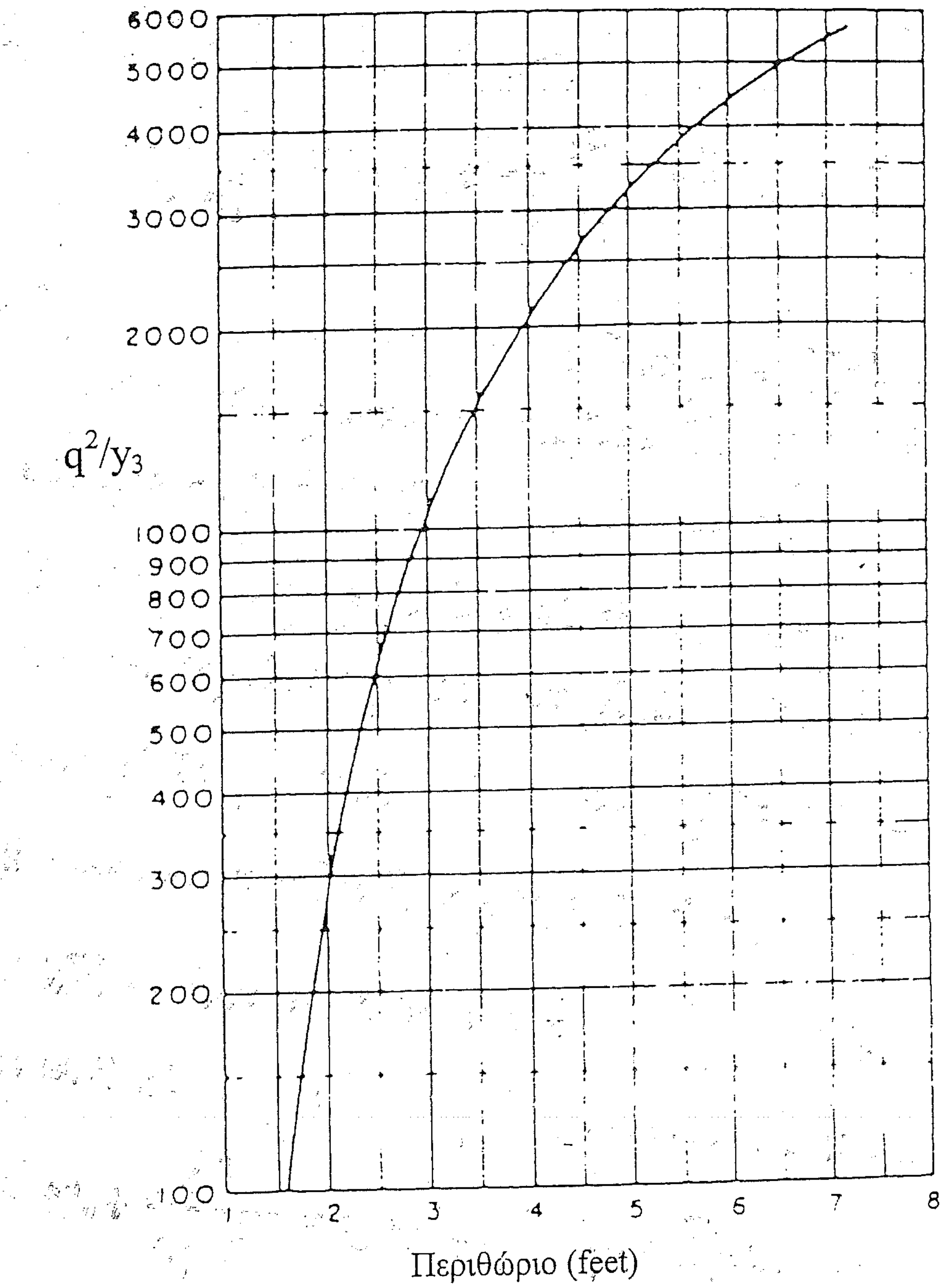
<u>Υπολογισμός ελεύθερου περιθωρίου της λεκάνης ηρεμίας</u>

(freeboard in stilling pool)

- Διάγραμμα Π3.1, $1\,m = 3.28\,ft \Rightarrow 1\,m^3 = 3.28^3\,ft^3 = 35.3\,ft^3$

$$\frac{q^2}{y_3} = \frac{4.36^2}{2.88}\ \frac{(3.28^2)^2}{3.28} = 232.92\ \frac{ft^3}{sec^2}$$

- Από το διάγραμμα Π3.1 ⇒ περιθώριο ασφαλείας $f = 1.8\,ft = 0.55\ m$




Σχήμα Π3.1 Διάγραμμα υπολογισμού του περιθωρίου Λεκάνης καταστροφής ενέργειας

## Ζητούμενο γ

- Υδραυλικός υπολογισμός τμήματος ΑΒ για ανομοιόμορφη ροή

Εφαρμογή της γενικής εξίσωσης διατήρησης της ενέργειας

$$z_1 + y_1 + \frac{Q^2}{2g A_1^2} = z_2 + y_2 + \frac{Q^2}{2g A_2^2} + \bar{S}_f \Delta x + \Sigma h_k$$

- Οι υπολογισμοί αρχίζουν από τη διατομή 1 (Σχήμα Π1.4) και κατευθύνονται προς τα ανάντη. Στη διατομή 1 υπάρχει κρίσιμο βάθος, το οποίο υπολογίστηκε προηγουμένως, $y_c = 1.25\,m$.
- Η δεύτερη θεωρούμενη διατομή είναι η διατομή 0 (Σχήμα Π1.4), η οποία συμπίπτει με τη διατομή Β (Πίνακας Π1.1).
- Διατομή 1: ορθογωνική        Διατομή 0: τραπεζοειδής
- Η απόσταση των δύο διατομών υπολογίστηκε ίση προς $9.40 + 1.90 = 11.30\,m$
- Επειδή οι διατομές 0 και 1 απέχουν μικρή απόσταση μεταξύ τους, οι απώλειες ενέργειας θεωρούνται αμελητέες και $z_0 = z_c$.

$$z_0 + y_0 + \frac{Q^2}{2g A_0^2} = z_c + y_c + \frac{Q^2}{2g A_c^2} + \bar{S}_f \Delta x \Rightarrow$$

$$y_0 + \frac{Q^2}{2g A_0^2} = y_c + \frac{Q^2}{2g A_c^2}$$ ⇒ προσεγγιστική επίλυση ως προς $y_0$

- Οι υπολογισμοί συνεχίζονται σε όλη την έκταση Β-Α με αυξανόμενο χωρικό βήμα $\Delta x$ προς τα ανάντη (βλ. Πίνακα Π1.11).

## Ζητούμενο δ

- Υδραυλικός υπολογισμός υδροληψίας (Σχήμα Π1.7)

- <u>Γνωστά μεγέθη:</u>

  - Παροχή $Q = 30.5\ m^3/s$
  - Βάθος ροής $y_4 = 1.746\ m$ (από τον υπολογισμό της ανομοιόμορφης ροής)
  - Πλάτος $b = 6.1\ m$ και $q = Q/b = 30.5/6.1 = 5\ \frac{m^3}{s \cdot m}$ (όπως στον αναβαθμό)
  - Ορίζονται αυθαίρετα $w = 1.60\ m$, $\Delta z = 0.70\ m$, $C_c = 0.60$ (Σχήμα Π1.7)

- <u>Υπολογισμός χαρακτηριστικών βαθών ροής</u>

  - $y_3$ (αμέσως κατάντη του υδραυλικού άλματος) $= y_4 + \Delta z =$
    $= 1.746 + 0.70 = 2.446\ m$

  - $y_2$ (αμέσως ανάντη του υδραυλικού άλματος) $= C_c w = 0.60 \times 1.60 =$
    $= 0.96\ m$

  - $y$ (βάθος στην κατάντη πλευρά του θυροφράγματος, βυθισμένη εκροή)

$$\frac{y}{y_3} = \left[1 - \frac{2q^2}{gy_3^3}\left(\frac{y_3}{y_2} - 1\right)\right]^{1/2} \Rightarrow y = 1.66\ m$$

  - $y_1$ (βάθος νερού στη δεξαμενή τροφοδοσίας)

    Εξίσωση ενέργειας μεταξύ των διατομών 1 και 2, αμελητέες απώλειες ενέργειας:

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} \Rightarrow \text{τριτοβάθμια εξίσωση}$$

$y_1 = -0.59\,m$ (απορρίπτεται ως αρνητική)

$y_1 = 0.74\,m$ (απορρίπτεται γιατί πρέπει $y_1 > w = 1.60\,m$)

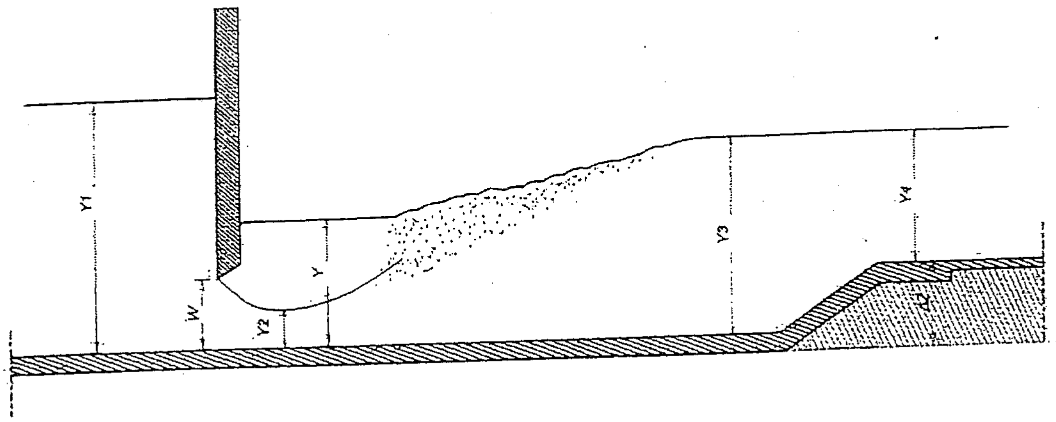
$y_1 = 2.90\,m$ (δεκτή λύση)

- Μήκος υδραυλικού άλματος

$L_j = 6.0 \times y_3 = 6.0 \times 2.446 = 14.68\ m$ (εμπειρικός τύπος)

- Για λόγους ασφαλείας αυξάνεται το μήκος κατά 10%, οπότε

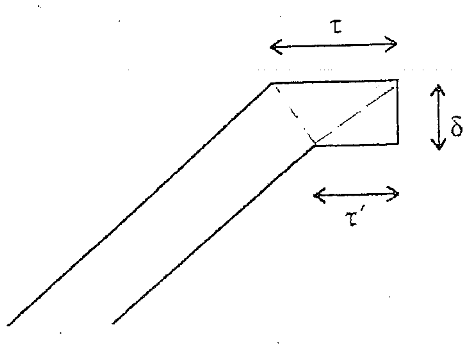
$L = 1.1 \times L_j = 1.1 \times 14.68 \simeq 17.0\ m$




Σχήμα Π1.7. Ενδεικτική κατά μήκος τομή της Διώρυγας στη θέση της υδροληψίας

Πίνακας Π1.15
Συγκεντρωτικός Πίνακας χωματουργικών εργασιών

| Τμήμα | Εκσκαφές ($m^3$) | Επιχώσεις ($m^3$) | Διαφορά ($m^3$) |
|---|---|---|---|
| Α - Β | 14.925 | 15.275 | -350 |
| Γ - Δ | 17.182 | 17.352 | -170 |
| Σύνολο | 32.107 | 32.627 | -520 |




Σχήμα Π1.8. Λεπτομέρεια της διατομής της διώρυγας

## Ζητούμενο ε

- Προμέτρηση υλικών και εργασιών

### Υπολογισμός χωματουργικών εργασιών

- Πίνακας Π1.15
- Έλλειμμα εκσκαφών ίσο προς 520 $m^3$, για όλη τη διώρυγα εκτός του αναβαθμού

### Υπολογισμός άοπλου σκυροδέματος

- Υπολογισμός μήκους επενδύσεως για τη διατομή του τμήματος ΑΒ και χωριστά για τη διατομή του τμήματος ΓΔ
- Μήκος επενδύσεως: θεωρείται μία μέση γραμμή (Σχήμα Π1.8)

$$L_{επ} = b + 2\sqrt{1+m^2}\,(y_n + ε) + 6 + 0.5\,(τ + τ')$$

$$τ = δ\sqrt{1+m^2} = 0.08\sqrt{1+1.5^2} = 0.1442 \text{ m}$$

$$τ' = mδ = 1.5 \times 0.08 = 0.12 \text{ m}$$

$$L_{επ}\text{ (για το τμήμα ΑΒ)} = 5.5 + 2\sqrt{1+1.5^2}\,(1.75 + 0.49) + 0.0242 + 0.5\,(0.1442 + 0.12) = 13.73 \text{ m}$$

$$L_{επ}\text{ (για το τμήμα ΓΔ)} = 7.0 + 2\sqrt{1+1.5^2}\,(2.31 + 0.49) + 0.0242 + 0.5\,(0.1442 + 0.12) = 17.25 \text{ m}$$

- Όγκος σκυροδέματος: $V = L_{επ} \times δ \times S$

  δ: πάχος επένδυσης

  S: μήκος διώρυγας

  $V$ (για το τμήμα ΑΒ) $= 13.73 \times 0.08 \times 1150 = 1263.16 \ m^3$

  $V$ (για το τμήμα ΓΔ) $= 17.25 \times 0.08 \times 950 = 1311 \ m^3$

  $V_{σκυροδ.}$ (συνολικός) $= 1263.16 + 1311 = 2574.16 \simeq 2574 \ m^3$