

Παράδειγμα επαλήθευσης υδραυλικής επίλυσης

Για το παρακάτω σχήμα δίνονται η ονομαστική διάμετρος (mm) των αγωγών PE τρίτης γενιάς (εξωτερική), 10 atm: (K1 - K2) = Φ160, (K2 - K3) = Φ 110, (K3 - K1) = Φ140. Επίσης:

- Ισοδύναμη τραχύτητα αγωγού $k = 0.1 \text{ mm}$
- Κινηματική συνεκτικότητα νερού $\nu = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$
- Μήκη αγωγών (1 - 2)=200m, (2-3)= 300 m, (3 - 1)= 150 m

Τυποποίηση αγωγών πολυαιθυλενίου τρίτης γενιάς, αντοχής 10 atm

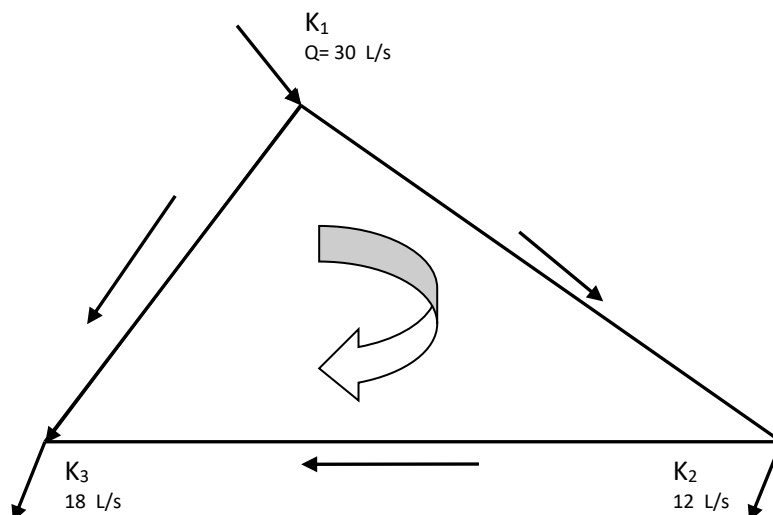
Ονομαστική Διάμετρος (mm)	Εσωτερική Διάμετρος (mm)
110	96.8
140	123.4
160	141

Ζητούνται:

- **Επαλήθευση λύσης**

Κλάδος	Q (m ³ /s)
(K ₁ -K ₂)	0,01499
(K ₂ -K ₃)	0,00299
(K ₁ -K ₃)	-0,01501

- **Το ύψος ενεργείας** στον κόμβο K1 είναι 100 m asl. Αν ο οικισμός που εξυπηρετείται από το δίκτυο αποτελείται από διώροφες και μονώροφες κατοικίες και τα υψόμετρα εδάφους σε m είναι: K₁ (+49 m), K₂ (+51 m), K₃ (+48 m), να διερευνήσετε την επάρκεια του δικτύου από την πλευρά της πίεσης. Να αγνοηθεί το ύψος; κινητικής ενέργειας.



Σχ.. Στοιχειώδες κλειστό δίκτυο εφαρμογής

Λύση:

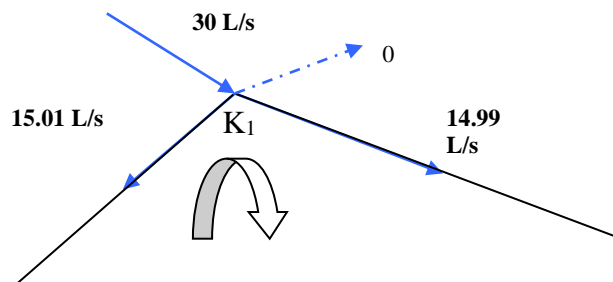
Επαλύθευση

- Επαλύθευση: Διατήρηση της μάζας στους κόμβους (εισροές= εκροές)
- Επαλύθευση: Διατήρηση της ενέργειας στο βρόχο: τα συστήματα αγωγών που είναι συνδεδεμένα παράλληλα (και άρα συνθέτουν ένα βρόχο) έχουν τις ίδιες απώλειες ενέργειας.

Επαλήθευση της διατήρησης της μάζας στους κόμβους

Ξεκινούμε από τον κόμβο K1 όπου έχουμε την εισροή 30 L/s. Στον κόμβο αυτό δεν υπάρχει κατανάλωση κόμβου. Οπότε στον κόμβο K₁ η εξίσωση της συνέχειας των παροχών γίνεται:

$$Q_{12}^{\alpha} + Q_{13}^{\alpha} = +30 \text{ L/s}$$



Σχ. παροχές στον κόμβο K₁

ΟΚ.

Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται σε κάθε κόμβο....

Επαλύθευση εξίσωσης ενέργειας στο βρόχο: τα συστήματα αγωγών που είναι συνδεδεμένα παράλληλα (και άρα συνθέτουν ένα βρόχο) έχουν τις ίδιες απώλειες ενέργειας:

$$h_{K1-K2} + h_{K2-K3} = h_{K1-K3}$$

$$R_1 Q_{K1-K2}^2 + R_2 Q_{K2-K3}^2 = R_3 Q_{K1-K3}^2$$

Σχόλιο: Πολλές φορές η παραπάνω αρχή γράφεται ισοδύναμα ότι το προσημασμένο άθροισμα των απωλειών ενέργειας σε ένα βρόχο είναι μηδέν.

Υλοποίηση

Για κάθε κλάδο προσδιορίζεται η ταχύτητα ροής (με βάση την αρχικά θεωρηθείσα παροχή και την τοποθετούμενη διάμετρο του εμπορίου). Σημειώνεται ότι στους υδραυλικούς υπολογισμούς χρησιμοποιείται πάντα η εσωτερική διάμετρος:

$$V = \frac{4Q_{αρχ}}{\pi D^2}$$

Για τους επόμενους υπολογισμούς που ακολουθούν:

D: εσωτερική διάμετρος (m), Q (m³/s) και k (m).

Στη συνέχεια προσδιορίζεται ο αριθμός Reynold:

$Re = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{V \cdot D}{10^{-6}}$, ενώ ο συντελεστής τριβής f προσδιορίζεται προσεγγιστικά από την ρητή εξίσωση των Swamee and Jain (1976).

$$f = \frac{0,25}{\left[\log \left(\frac{5.74}{Re^{0,9}} + \frac{k/D}{3.7} \right) \right]^2}$$

Για κάθε κλάδο προσδιορίζεται η αντίσταση του αγωγού από την εξίσωση των Darcy-Weisbach για το ύψος απωλειών:

$$R = \frac{8f \cdot L}{g \cdot \pi^2 \cdot D^5}, \text{ οπότε } h_f = R \cdot Q^2$$

(ή πιο ακριβώς $h_f = R \cdot |Q|Q$), αν θεωρηθεί πρόσημο παροχής (όχι εδώ)

Κλάδος	Q (m ³ /s)	D (m)	L (m)	V (m/s)	Re	k/D	f	R $\left(\frac{m}{\left(\frac{m^3}{s} \right)^2} \right)$	h _f (m)
(K ₁ -K ₂)	0,01499	0.1410	200	0,96061	135445,8389	0,00071	0,021	6121,37	1,376
(K ₂ -K ₃)	0,00299	0.0968	300	0,40674	39372,3046	0,00103	0,025	73305,58	0,656
(K ₁ -K ₃)	0,01501	0.1234	150	-1,25553	154932,7166	0,00081	0,021	9019,49	2,032

Επομένως πράγματι:

$$R_1 Q_{K_1-K_2}^2 + R_2 Q_{K_2-K_3}^2 = R_3 Q_{K_1-K_3}^2$$

$$\left(\sum h_f = R_1 Q_{K_1-K_2}^2 + R_2 Q_{K_2-K_3}^2 - R_3 Q_{K_1-K_3}^2 \approx 0 \right)$$

OK.

και άρα επαληθεύεται και η εξίσωση ενέργειας

Προσδιορισμός της πιεζομετρικής γραμμής για το δίκτυο:

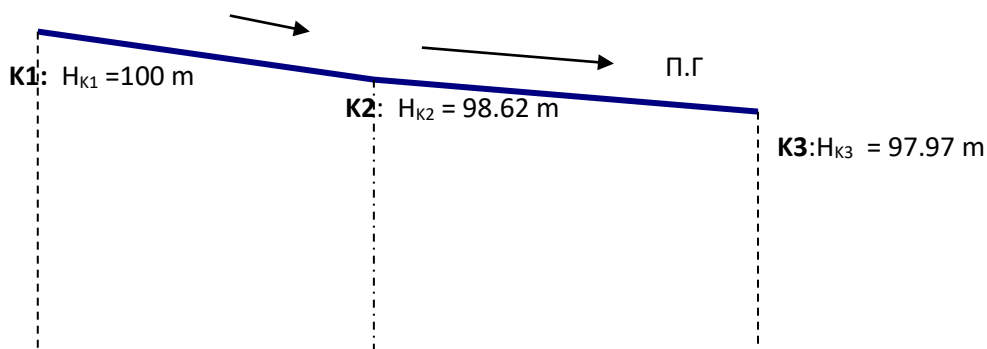
Από την εφαρμογή της εξίσωσης ενεργείας ακολουθώντας την πραγματική κίνηση του νερού και χρησιμοποιώντας τις γραμμικές απώλειες ισχύει:

$$H_i = H_{i-1} - h_{f_{i-1 \rightarrow i}}$$

$$\left. \begin{array}{l} H_{K2} = H_{K1} - h_{fK1 \rightarrow K2} \\ H_{K1} = 100 \text{ m} \\ h_{fK1 \rightarrow K2} = 1.376 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow H_{K2} \approx 98.62 \text{ m}$$

Όμοια:

$$\left. \begin{array}{l} H_{K3} = H_{K2} - h_{fK2 \rightarrow K3} \\ H_{K2} = 98.62 \text{ m} \\ h_{fK2 \rightarrow K3} = 0.656 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow H_{K3} \approx 97.97 \text{ m}$$



Σχ. 8.22. Πιεζομετρική γραμμή

Σχόλιο:

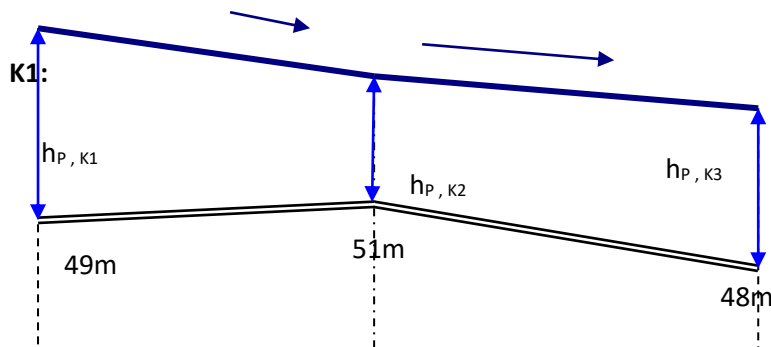
Εναλλακτικά ακολουθώντας την κίνηση του νερού είναι δυνατόν από τον κόμβο K₁ να καταλήξουμε απ' ευθείας στον κόμβο K₃:

$$\left. \begin{array}{l} H_{K3} = H_{K1} - h_{fK1 \rightarrow K3} \\ H_{K1} = 100 \text{ m} \\ h_{fK1 \rightarrow K3} = 2.032 \text{ m} \end{array} \right\} \rightarrow H_{K3} \approx 97.97 \text{ m}$$

Έλεγχος επάρκειας του δικτύου από πλευράς πίεσης

Προκειμένου να προσδιοριστεί το ύψος πίεσης σε κάθε κόμβο απλά από το ύψος πιεζομετρικής γραμμής (ή γραμμή ενεργείας, που είναι ταυτόσημα για τα συνήθη υδραυλικά έργα κλειστών αγωγών με αμελητέο ύψος κινητικής ενέργειας) την υψομετρική θέση του εν λόγω κόμβου:

$$h_{pi} = (H_i - z_i)$$



Σχ. 8.23. Πιεζομετρική γραμμή και ύψη πίεσης στους κόμβους

Συνολικά οι υπολογισμοί της στάθμης της πιεζομετρικής γραμμής και του ύψους πίεσης φαίνονται στον παρακάτω πίνακα (*ακολουθώντας την κίνηση του νερού*):

	Ύψος απωλειών h_f (m)	Γραμμή ενεργείας H (m)	Υψόμετρο εδάφους z (m)	Ύψος πίεσης h_p (m) έλεγχος
K1		100	49	$51 \geq 25$
K2	1.38	98.62	51	$47.62 \geq 25$
K3	0.65	97.97	48	$49.97 \geq 25$

Το ελάχιστο απαιτούμενο ύψος πίεσης για διώροφες κατοικίες είναι (16 m, ΕΜΠ) (20-25 m για γερμανικούς κανονισμούς). Ελέγχοντας τα υψόμετρα πίεσης για κάθε κόμβο του δικτύου συμπεραίνουμε ότι το ύψος πίεσης είναι μεγαλύτερο από 25 m για κάθε σημείο του δικτύου.

Ελέγχεται η στατική πίεση για το χαμηλότερο σημείο του δικτύου θεωρώντας ακίνητο νερό. Θεωρώντας ακίνητο το νερό και άρα μηδενικές απώλειες σε κάθε διαδρομή, το σημείο K3(+48) που είναι και το χαμηλότερο στο δίκτυο θα έχει στατική πίεση:

$$h_{sz} = 100 - 48 = 52 \leq 60 \text{ m.}$$

Υπενθυμίζεται ότι όλο το δίκτυο πρέπει να έχει πίεση κάτω από τα 60 m γιατί διευκολύνει την επιλογή σωλήνων 10 atm και για την αποφυγή υπερπίεσεων λόγω υδραυλικού πλήγματος που μπορεί να οδηγήσει σε θραύση σωλήνων. Επιπλέον, στο εσωτερικό υδραγωγείο οι μεγάλες πιέσεις έχουν ως αποτέλεσμα τη θραύση των οικιακών συσκευών που σχετίζονται με την ύδρευση. (εκτός ύλης)