Υδραυλική κλειστών αγωγών

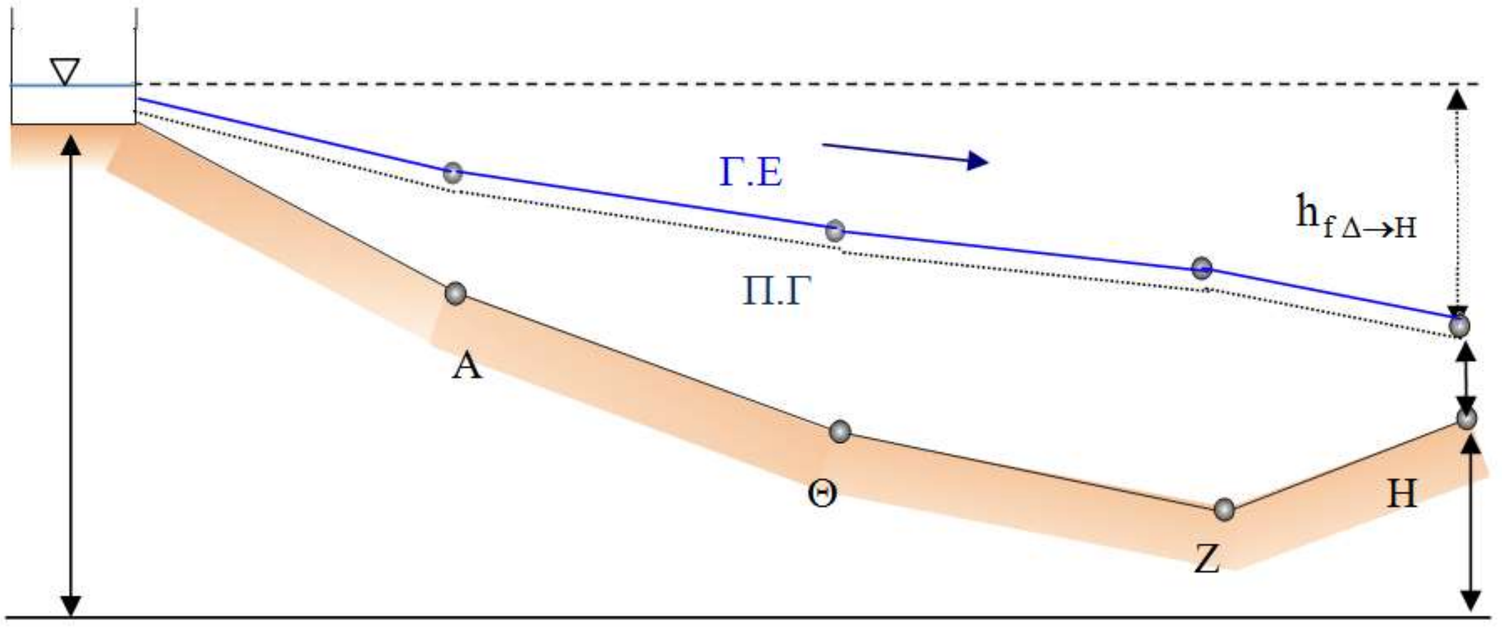
Δρ Μ.Σπηλιώτη

Γραμμικές και τοπικές απώλειες ενέργειας

Σύνδεση αγωγών σε σειρά και παράλληλα

Γραμμή ενέργειας σε ένα αγωγό (χωρίς αντλία)

- Γραμμή ενεργείας: ο γεωμετρικός τόπος του ύψος θέσης, του ύψους πίεσης και του ύψους κινητικής ενέργειας
- **Πάντοτε πτωτική από τη διατήρηση της ενέργειας**
- Δεν ισχύει πάντα το ίδιο για την Π.Γ. (βλπ. Επ. μάθημα)



Σχ Ενεργειακή διαδρομή από την υψομετρική θέση της δεξαμενής, στο Η

Οι Darcy-Weisbach κατέληξαν στην παρακάτω σχέση που αποδίδει το γραμμικό ύψος απωλειών h_f, συναρτήση του συντελεστή τριβής f, της διαμέτρου του αγωγού, του μήκους του αγωγού και της ταχύτητας:

$$h_f = f\,\frac{L}{D}\,\frac{V^2}{2g}, \tag{2.9}$$

ή ισοδύναμα θέτοντας όπου $Q = V \cdot A = V \cdot \pi(D/2)^2$

$$h_f = f\,\frac{L}{D}\,\frac{Q^2}{2g(\pi D^2/4)^2},$$

ή ισοδύναμα:

$$h_f = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5}\,Q^2$$

όπου: $f = f(Re, k/D)$ = συντελεστής τριβής αδιάστατος αριθμός,
Q = παροχή (m^3/s),
V = ταχύτητα (m/s),
L = μήκος του αγωγού για το οποίο προσδιορίζονται οι απώλειες (m) και
D = (εσωτερική) διάμετρος του αγωγού (m).

Με τον όρο αντίσταση του αγωγού εννοείται η ποσότητα:

$$R = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5} \tag{2.10}$$

Οπότε:

$$h_f = RQ^2 \tag{2.11}$$

$$h_f = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5} \; Q^2$$

όπου: $f = f(Re, k/D)$ = συντελεστής τριβής αδιάστατος αριθμός,

Q = παροχή (m^3/s),

V = ταχύτητα (m/s),

L = μήκος του αγωγού για το οποίο προσδιορίζονται οι απώλειες (m) και

D = (εσωτερική) διάμετρος του αγωγού (m).

Με βάση τον παραπάνω μετασχηματισμό παρατηρείστε ότι με τη μείωση της διατομής (D) αυξάνονται σημαντικά οι απώλειες.
Αύξηση της διατομής → σημαντική μείωση απωλειών, αλλά….
αύξηση κόστους

Πίν. 2.2: *Προσδιορισμός των γραμμικών απωλειών για κυκλικούς αγωγούς υπό πίεση*

	Εξίσωση γραμμικών απωλειών ενέργειας	Αντίσταση αγωγού (διεθνές σύστημα μονάδων)	Εκθέτης της εξίσωσης
Darcy-Weisbach	$h_f = RQ^n$	$R = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5}$ *μεταβλητή με την παροχή*	$n = 2$
Darcy-Weisbach προσέγγιση λογαριθμικής ευθείας	$h_f = RQ^n$	$R = \frac{8La}{g\pi^2 D^5}$ *μη μεταβλητή με την παροχή*	$n = 2 - b$ *(a, b προκύπτουν από εκτίμηση του εύρους της παροχής)*
Hazen-Williams	$h_f = RQ^n$	$R = \frac{10.7L}{C^{1.852} D^{4.87}}$ *μη μεταβλητή με την παροχή*	$n = 1.852 < 2$
Manning	$h_f = RQ^n$	$R = \frac{10.29 n^2_{MANNING} L}{D^{5.33}}$ *μη μεταβλητή με την παροχή*	$n = 2$

Τσακίρης και Σπηλιώτης, 2010

Η εξίσωση Darcy-Weisbach πρέπει να προτιμάται από τις άλλες εμπειρικές ή ημιεμπειρικές εξισώσεις προσδιορισμού των απωλειών, γιατί έχει θεωρητική βάση (διατήρηση της ορμής) και ενσωματώνει με το συντελεστή f, πειραματικά δεδομένα ποτ εδράζονται στη θεώρηση του οριακού στρώματος

Υπάρχουν δύο είδη απωλειών ενέργειας:

1. Γραμμικές (δε όλο το μήκος)
2. Τοπικές

2.4.5 Τοπικές Απώλειες Φορτίου

Οι τοπικές απώλειες οφείλονται στα τοπικά εμπόδια τα οποία συναντά η ροή. Οι κυριότερες αιτίες τοπικών απωλειών είναι οι παρακάτω:

- Απότομη διαστολή ή συστολή της διατομής του αγωγού
- Βαθμιαία διαστολή ή συστολή της διατομής του αγωγού
- Αλλαγή κατεύθυνσης του αγωγού
- Τοπικές απώλειες σε δικλείδες και άλλες συσκευές που παρεμβάλλονται στη ροή
- Μη ευθύγραμμη τοποθέτηση του αγωγού.

Στην πράξη η διαταραχή αυτής της ροής για τις παραπάνω αιτίες δεν περιορίζεται σε ένα σημείο και το φαινόμενο συνοδεύεται από την ανάπτυξη στροβίλων και αποκλίνουσας ροής (Νουτσόπουλος και Χριστοδούλου, 1996). Ωστόσο, για απλοποίηση θεωρείται ότι οι τοπικές απώλειες σημειώνονται σημειακά μετατοπίζοντας τη γραμμή ενέργειας κατακόρυφα. Οι τοπικές απώλειες προσδιορίζονται σύμφωνα με την παρακάτω εξίσωση:

$$h_f' = K \frac{V^2}{2g} \tag{2.30}$$

Τσακίρης και Σπηλιώτης, 2010

2.4.6 Συνολικές Απώλειες Φορτίου και Πιεζομετρική Γραμμή

Όπως αναφέρθηκε οι τοπικές απώλειες φορτίου παρουσιάζονται στα σημεία με απότομες μεταβολές της διατομής ή αλλαγής διεύθυνσης ή ύπαρξης συναρμογών, δικλείδων κ.ά., και μπορούν να προσεγγισθούν αναλυτικά. Ωστόσο, λόγω της πολυπλοκότητας των προβλημάτων σε πραγματικά υδραυλικά δίκτυα πόλεων ο αναλυτικός υπολογισμός των τοπικών απωλειών σε ένα δίκτυο ύδρευσης είναι δυσχερής. Επιπλέον, για μεγάλα μήκη αγωγών οι γραμμικές απώλειες είναι σημαντικά μεγαλύτερες από τις τοπικές απώλειες. Οπότε οι τοπικές απώλειες λαμβάνονται συνήθως υπόψη ενσωματωμένες συνήθως στις γραμμικές απώλειες θεωρούμενες ως ένα ποσοστό των γραμμικών απωλειών. Η προσαύξηση των γραμμικών απωλειών ώστε να περιλαμβάνονται οι πάσης φύσεως τοπικές απώλειες είναι 10 - 15%.

Μία άλλη προσέγγιση με ευρεία εφαρμογή στις μελέτες, ιδιαίτερα στο εσωτερικό υδραγωγείο, αποτελεί η προσαύξηση της τραχύτητας προκειμένου να συμπεριληφθούν οι τοπικές απώλειες, κατά μία τάξη μεγέθους.

Σημειώνεται ότι για τον ίδιο λόγο δε γίνεται διάκριση μεταξύ γραμμής ενέργειας και πιεζομετρικής γραμμής. Αν για παράδειγμα η ταχύτητα ροής είναι 1 m/s η ποσότητα $(V^2/2g) \approx (1/20) = 0.05$ m σε σχέση με τις συνήθεις πιέσεις 20 - 50 m αποτελεί πολύ μικρό μέγεθος.

Παραδοχές-προσεγγίσεις σε αυτό το μάθημα:

-Οι τοπικές απώλειες είναι ενσωματωμένες στις γραμμικές

- Σταθερός συντελεστής τριβής f

(οι παραπάνω παραδοχές πολλές φορές χρ. στην πράξη κατά το σχεδιασμό)

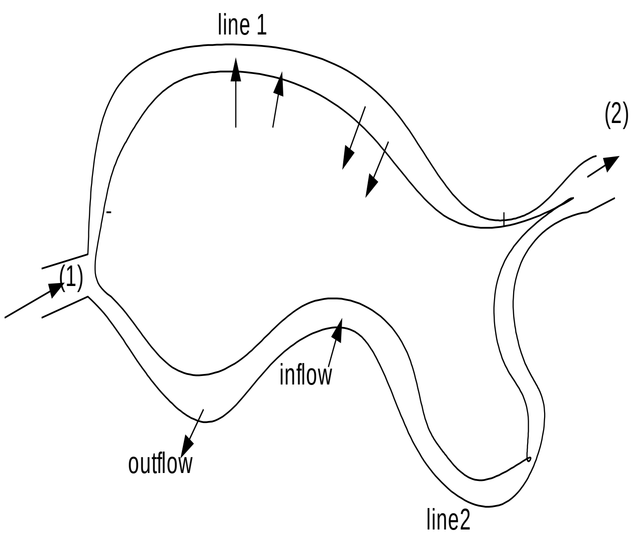
Υδραυλική: Λεπτομερής προσδιορισμός εκτός αν η εκφώνηση απλοποιεί την άσκηση (όπως σήμερα)…

Διατήρηση της ενέργειας σε βρόχο

ή

παράλληλη σύνδεση αγωγών

Ενεργειακή διαδρομή σε κλειστό δίκτυο



Εφαρμόζοντας την εξίσωση της ενέργειας από την 🕙 στην 🕙 μέσο της γραμμής 1⇒

$$H_{(2)} + (h_{losses})_{Line1} = H_{(1)} \Rightarrow$$

$$(h_{losses})_{Line1} = H_{(1)} - H_{(2)}$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση της ενέργειας από την 🕙 στην 🕙 μέσο της γραμμής 2⇒

$$H_{(1)} = H_{(2)} + (h_{losses})_{Line2} = H_{(1)}$$

$$\Rightarrow (h_{losses})_{Line2} = H_{(1)} - H_{(2)}$$

$$\begin{pmatrix} H_{(1)=}\left(\dfrac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \dfrac{V_1^2}{2g}\right) \\ H_{(2)=}\left(\dfrac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \dfrac{V_2^2}{2g}\right) \end{pmatrix}$$

Ενεργειακή διαδρομή σε κλειστό δίκτυο (Β)

- Οπότε σε ένα κλειστό δίκτυο οι απώλειες για κάθε εναλλακτική διαδρομή με κοινό πέρας και αρχή είναι ίσες

$$\left(h_L\right)_{Line1} = \left(h_L\right)_{Line2}$$

$$\text{ή} \quad \left(h_L\right)_{Line1} - \left(h_L\right)_{Line2} = 0$$

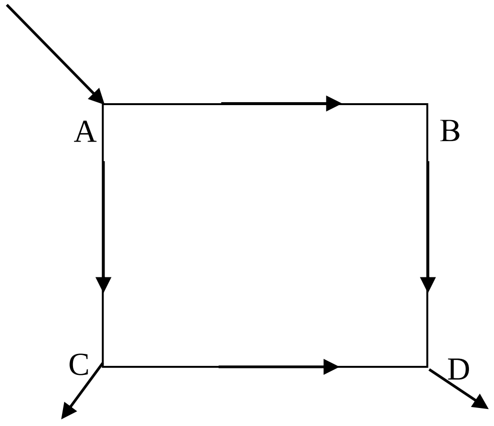
- Έτσι από την τελευταία εξίσωση προκύπτει το συμπέρασμα ότι το αλγεβρικό άθροισμα (με αναγκαία την παραδοχή θετικής φοράς) των απωλειών φορτίου για ένα κλειστό κύκλωμα (βρόχο) πρέπει να ισούται με μηδέν, δηλ

$$\left(\sum h_{losses}\right)_{\text{γύρω από τον βρόχο}} = 0$$

Βασικές αρχές της Υδραυλικής για την επίλυση κλειστών δικτύων

- Εξίσωση της ενέργειας (ή εν προκειμένω συνέχεια της πίεσης). Το αλγεβρικό άθροισμα των απωλειών φορτίου για ένα κλειστό κύκλωμα (βρόχο) ισούται με μηδέν:

$$(\sum h_{losses})_{\text{γύρω από τον βρόχο}} = 0$$



Γενικό διάγραμμα υπολογισμού της γραμμής ενέργειας στους κλειστούς αγωγούς

- Ξεκινώ από το ανάντη σημείο (π.χ. δεξαμενή)
- Ακολουθώντας την κίνηση του νερού αφαιρώ τις απώλειες ενέργειας → γραμμή ενέργειας
- Αφαιρώντας από τη γραμμή ενέργειας το ύψος κινητικής ενέργειας → ύψος πιεζομετρικής γραμμής
- Από την πιεζομετρικής γραμμή αφαιρώ το ύψος θέσης → ύψος πίεσης

Το ύψος της γραμμής ενεργείας σε μία θέση δίνεται από την εξίσωση:

$$\Gamma.\mathrm{E}_i = H_i = \left(h_{pi} + z_i\right) + \frac{V_i^2}{2g},$$

$$h_{pi} = \frac{p_i}{\gamma}$$

Ενώ το ύψος της πιεζομετρικής γραμμής δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$\Pi.\Gamma_i = h_{pi} + z_i$$

Συνεπώς η γραμμή ενεργείας αποτελείται από το άθροισμα της πιεζομετρικής γραμμής και του ύψους κινητικής ενεργείας:

$$\Gamma.\mathrm{E}_i = \Pi.\Gamma_i + \frac{V_i^2}{2g}$$

Υπολογισμός ύψους πίεσης: εξίσωση ενέργειας

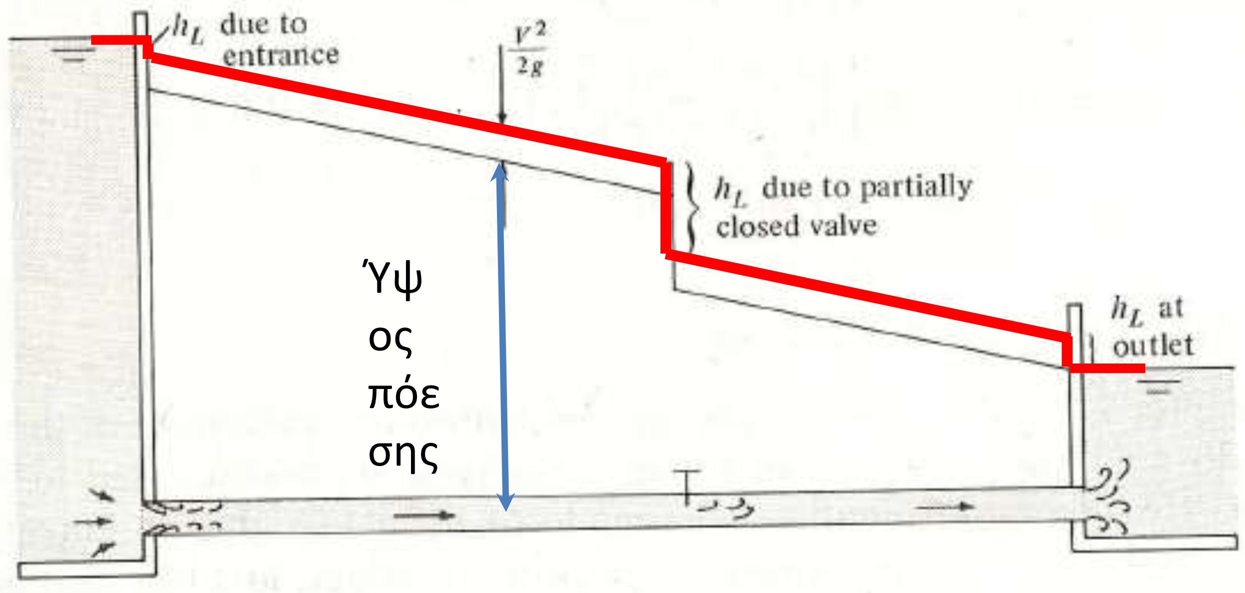
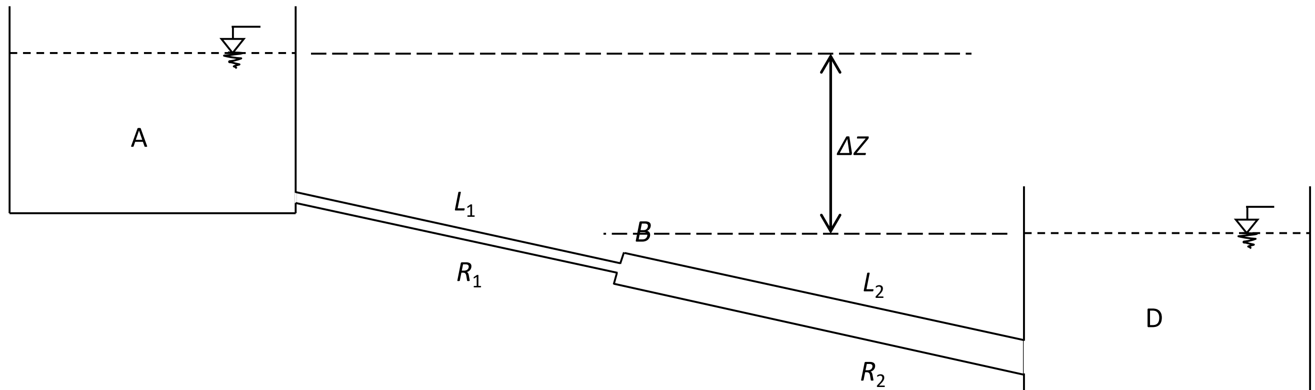


FIGURE 10-15 Head losses in a pipe.

Πρώτα η γραμμή ενέργειας απλά αφαιρώ απώλειες
Από τη γραμμή ενέργειας αφαιρώ την κινητική γραμμή → πιεζομετρική γραμμή
Από την πιεζομετρική γραμμή αφαιρώ το ύψος θέσης → πίεση

Σύνδεση αγωγών σε σειρά και παράλληλα

Ισοδύναμη αντίσταση αγωγού για συνδεσμολογία αγωγών σε σειρά



Ορίζεται **Ισοδύναμη Αντίσταση αγωγού** :

- παροχής Q
- Για την αντίσταση από την ενεργειακή εξίσωση προκύπτει:

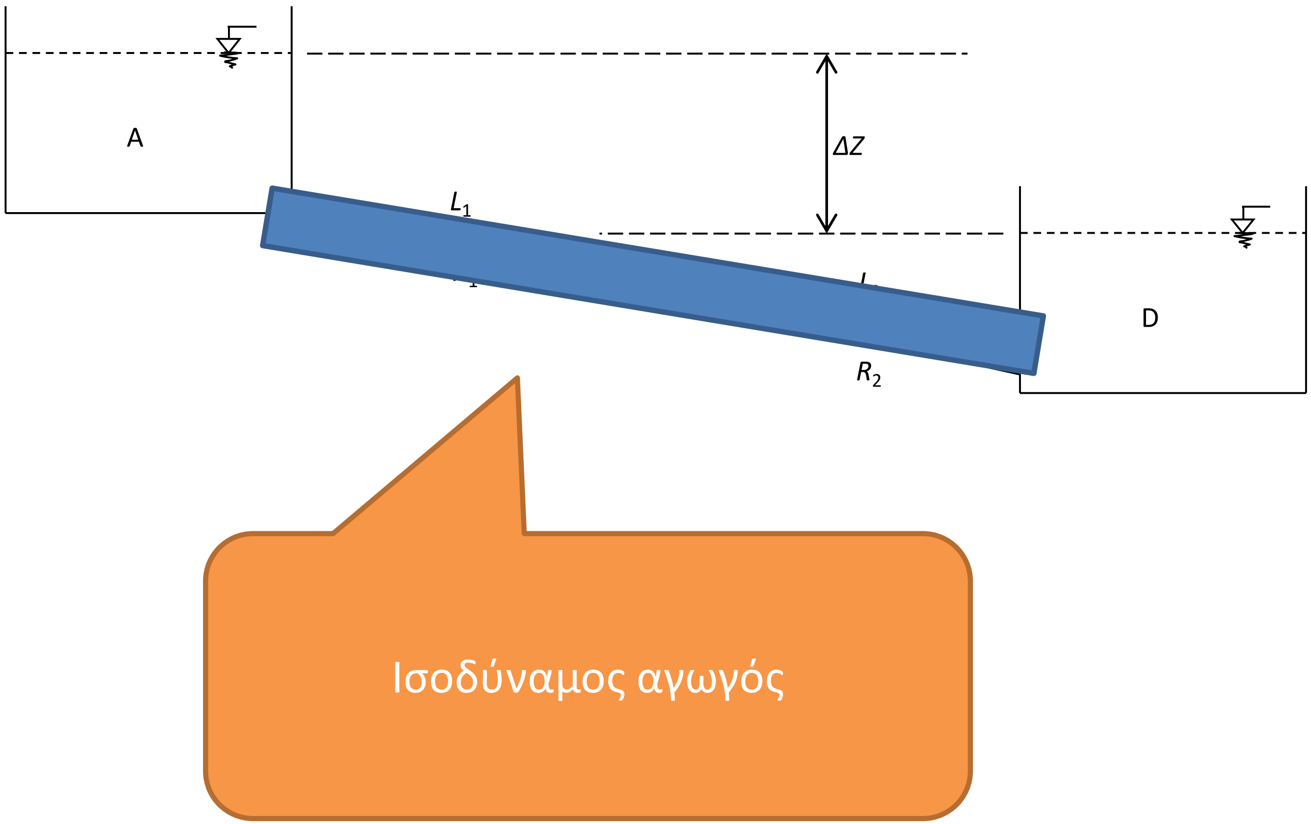
$$\sum h_{f\,A\rightarrow D} = h_{f\,A\rightarrow B} + h_{f\,B\rightarrow D} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R_{\iota\sigma} Q^{n}_{A\rightarrow D} = R_1 Q^n + R_2 Q^n \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R_{\iota\sigma} \overset{o\rho}{=} R_1 + R_2$$

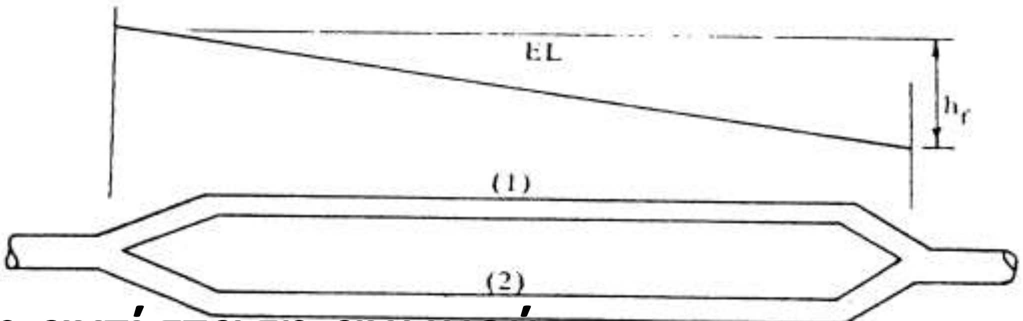
2. ΑΣΚΗΣΗ

h_f = Δz =γν.



A
ΔZ
L_1
D
R_2
Ισοδύναμος αγωγός

Ισοδύναμη αντίσταση αγωγού για παράλληλη συνδεσμολογία αγωγών



DARCY –W
Γραμμικές απώλειες ενέργειας
n = 2

$$R = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5}$$

Οπότε:

$$h_f = RQ^2$$

Ισοδύναμη αντίσταση αγωγού :

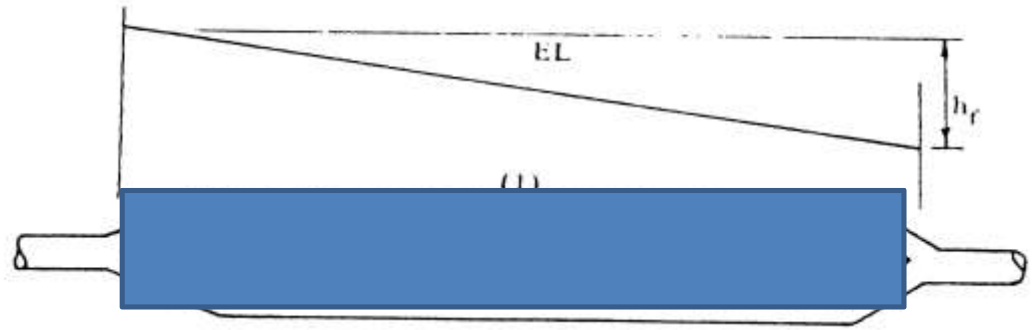
- Με ύψος απωλειών ενέργειας:

$$h_{f\,A\rightarrow B} = h_{f\,1} = h_{f\,2}$$

- Συνολική παροχής: $Q_{o\lambda} = Q_1 + Q_2 \Leftrightarrow$

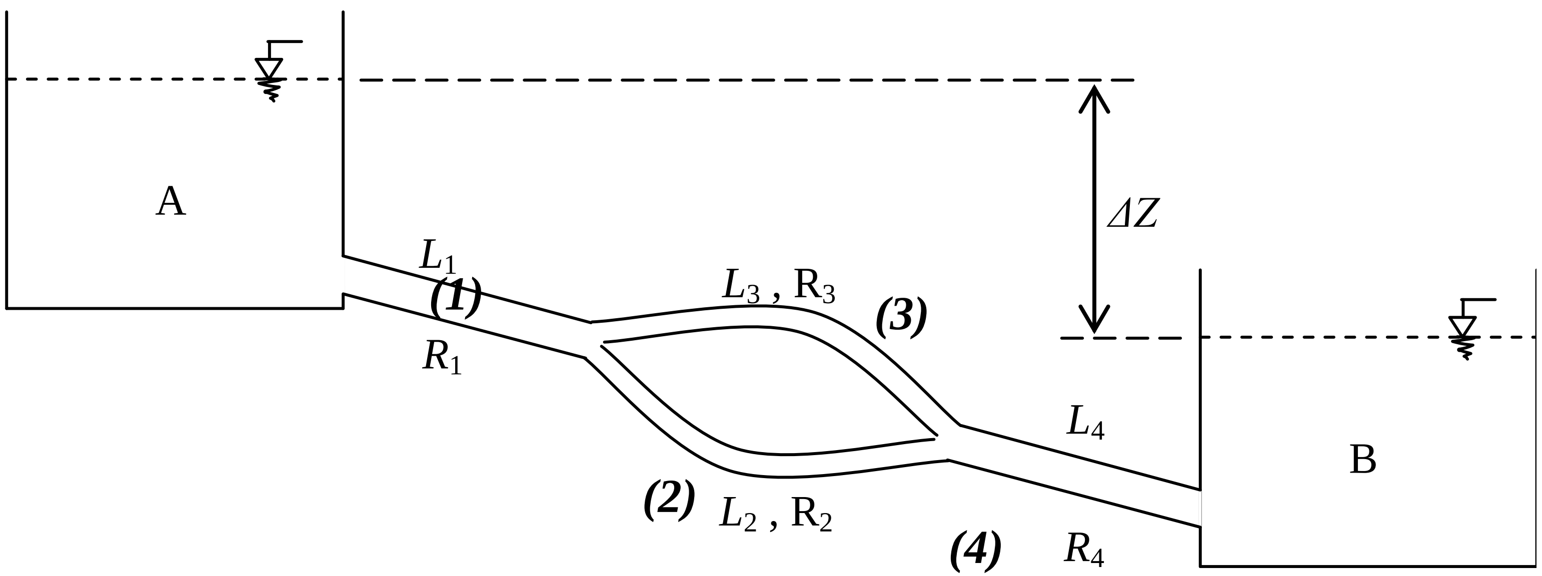
$$\left(\frac{h_{f\,A\rightarrow B}}{R_{\iota\sigma}}\right)^{1/n} = \left(\frac{h_{f\,1}}{R_1}\right)^{1/n} + \left(\frac{h_{f\,2}}{R_2}\right)^{1/n} \Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{1}{R_{\iota\sigma}}\right)^{1/n} \overset{o\rho}{=} \left(\frac{1}{R_1}\right)^{1/n} + \left(\frac{1}{R_2}\right)^{1/n}$$



Ισοδύναμος αγωγός

Εφαρμογή 1.2: **Για το σχήμα 4 δίνεται ότι η διαφορά στάθμης μεταξύ των δύο δεξαμενών νερού είναι 100m. Η στάθμη των δεξαμενών παραμένει σταθερή. Ο αγωγός 1 έχει συνολικό μήκος L_1= 4000m, διάμετρο d_1= 610mm και συντελεστή τριβής f_1= 0,02. Ο αγωγός 2 έχει συνολικό μήκος L_2=5900m, διάμετρο d_2 = 457mm και συντελεστή τριβής f_2 = 0,024. Ο αγωγός 3 έχει συνολικό μήκος L_3=5900m, διάμετρο d_3=305mm και και συντελεστή τριβής f_3=0,026. Ο αγωγός 4 έχει συνολικό μήκος L_4 = 11000m, διάμετρο d_4 = 610mm και συντελεστή τριβής f_4 = 0,02. Να προσδιορισθεί η παροχή που μεταφέρεται από την δεξαμενή Α στην δεξαμενή Β καθώς και η παροχή στους κλάδους 2 και 3**



Βήμα 1

- **Απλοποίηση μέχρι να καταλήξω σε ένα (ισοδύναμο)αγωγό**
- **Προσδιορισμός ενιαίας αντίστασης και εύρεση ενεργειακών απωλειών ή παροχής**

Λύση:

Προφανώς το συνολικό ύψος απωλειών ισούται με την διαφορά στάθμης των δύο δεξαμενών όπως προκύπτει εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli:

$$\sum h_{fA\to B} = z_A - z_B = 100\mathrm{m}$$

Με βάση την θεώρηση Darcy-Weisbach για τυρβώδη ροή ισχύει:

$$R_1 = \frac{8f_1L_1}{g\pi^2D_1^5} \quad h_{f1} = RQ^2$$

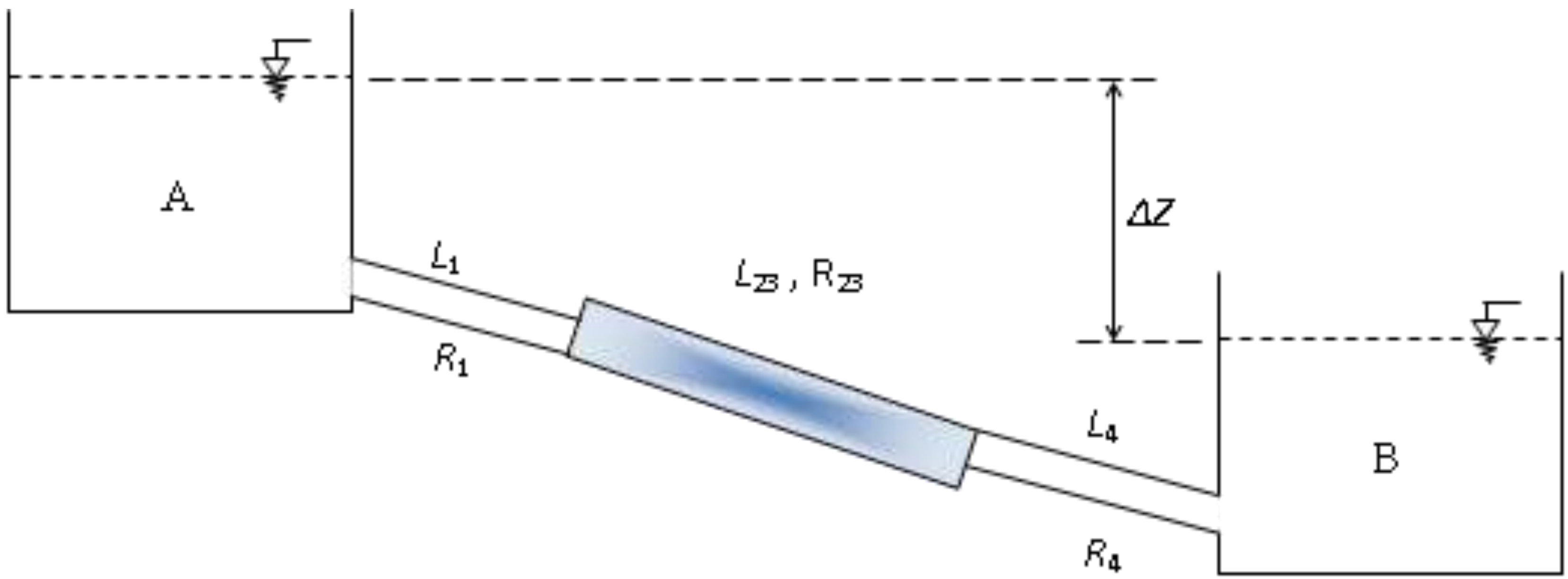
οπότε

$$R_1 = 78.34\mathrm{m}/(\mathrm{m}^3/\mathrm{s})^2,$$

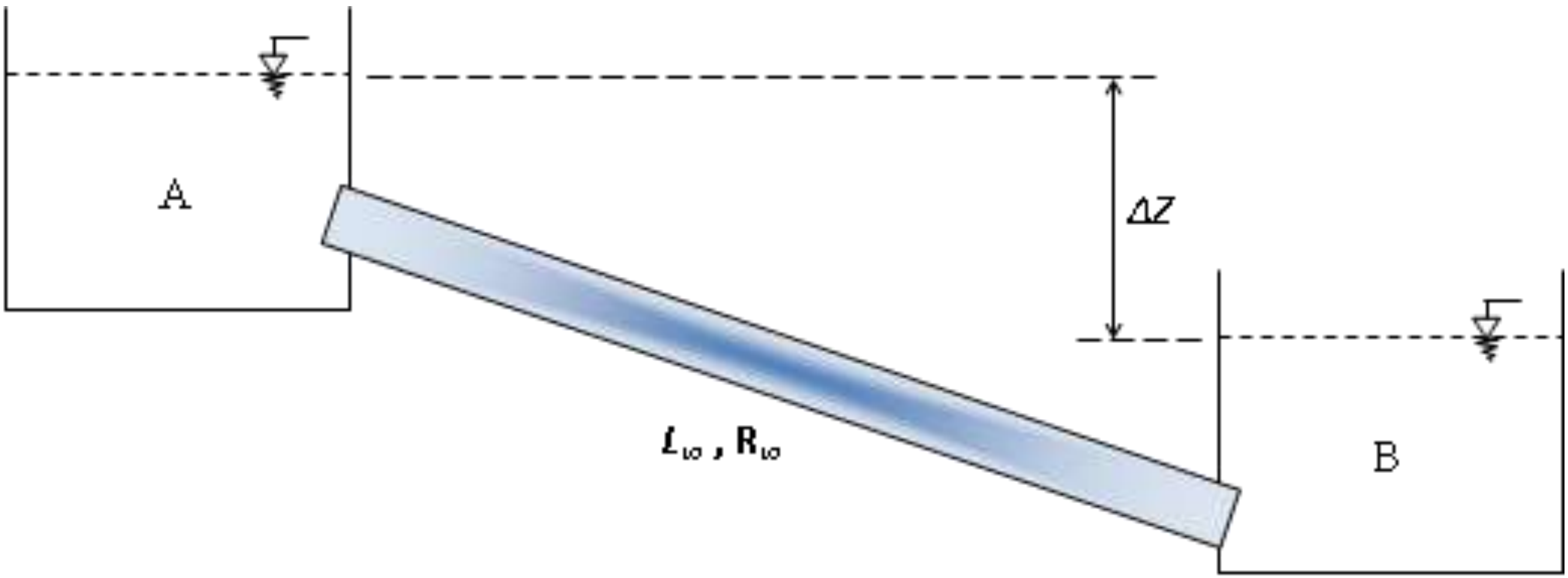
$$R_2 = 587.55,\ R_3 = 4807.15,\ R_4 = 215.44\mathrm{m}/(\mathrm{m}^3/\mathrm{s})^2$$

Οι αγωγοί 2, 3 είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, οπότε ορίζεται ισοδύναμη αντίσταση αγωγό αντίστασης R_{23}:

$$\left(\frac{1}{R_{23}}\right)^{1/2} = \left(\frac{1}{R_2}\right)^{1/2} + \left(\frac{1}{R_3}\right)^{1/2} \to R_{23} = 322.57\ \mathrm{m}/(\mathrm{m}^3/\mathrm{s})^2$$


A
L_1
R_1
L_{23} , R_{23}
ΔZ
L_4
R_4
B

Προφανώς το συνολικό ύψος απωλειών ισούται με την διαφορά στάθμης των δύο δεξαμενών όπως προκύπτει εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli:



$$\left.\begin{aligned} \sum h_{fA\to B} = z_A - z_B = 100m \\ R_{\iota\sigma o\delta}\, Q^2 = \sum h_{fA\to B} \end{aligned}\right\} \Rightarrow 100 = R_{\iota\sigma o\delta}\, Q^2 \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{100}{R_{\iota\sigma o\delta}}}$$

Οι αγωγοί 1, 2, 3, 4 είναι συνδεδεμένοι σε σειρά, οπότε οι σωλήνες 1, 2, 3, 4 μπορούν να εξομοιωθούν με έναν τελικό αγωγό, ισοδύναμης αντίστασης:

$$R_{\iota\sigma} = R_1 + R_{23} + R_4 \rightarrow R_{\iota\sigma} = 616.36 \ \mathrm{m/(m^3/s)^2}$$

και παροχής:

$$Q = \left(\frac{\sum h_{fA \rightarrow B}}{R_{\iota\sigma}} \right)^{1/2} = \left(\frac{100}{616.36} \right)^{1/2} = 0.403 \mathrm{m^3/s}$$

$$Q = Q_1 = Q_{23} = Q_4 = 0.403 \mathrm{m^3/s}$$

Η παροχή Q είναι κοινή για τους αγωγούς 1, 23, 4.

Βήμα 2

- **Ξανά συνθέτω και βρίσκω τις απαντήσεις για τους επιμέρους αγωγούς**

Για τους αγωγούς 2 και 3 εφόσον είναι παράλληλα συνδεδεμένοι ισχύει:

$$h_{f23} = h_{f2} = h_{f3}$$

$$R_{23}Q^2 = R_2 {Q_2}^2 = R_3 {Q_3}^2$$

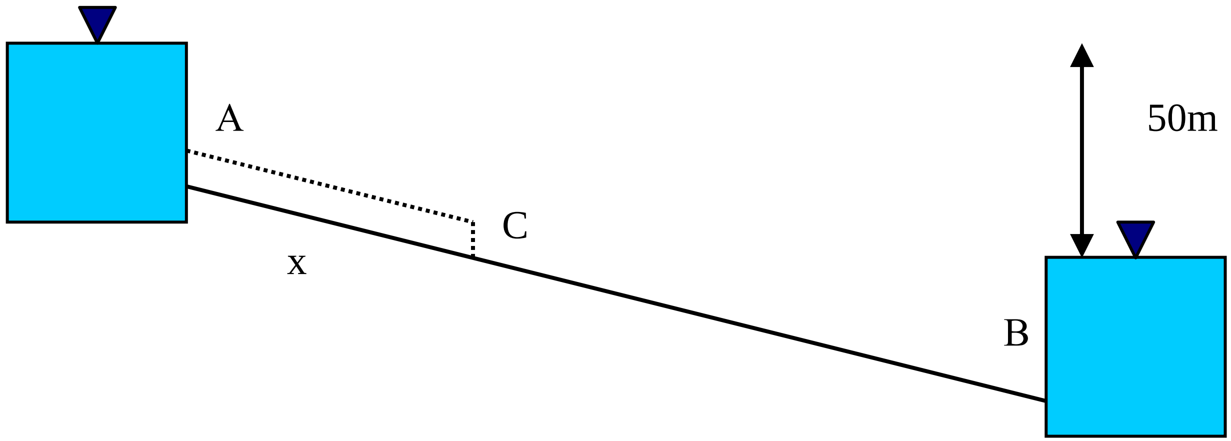
οπότε:

$$Q_2 = \left(\frac{R_{23}Q^2}{R_2} \right)^{1/2} = 0.298 m^3 / s$$

$$Q_3 = \left(\frac{R_{23}Q^2}{R_3} \right)^{1/2} = 0.104 m^3 / s$$

<u>Εφαρμογή</u> : Η δεξαμενή Α (στάθμη νερού 150 m) συνδέεται με την δεξαμενή Β με ένα σωλήνα 600mm διαμέτρου μήκους 3Km. Προκειμένου να αυξηθεί η παροχή από το Α στο Β 30% υποστηρίζεται η παράλληλη σύνδεση αγωγού ιδίας διαμέτρου με αρχή το σημείο Α και κατάληξη σε ένα σημείο του υπάρχοντος αγωγού Ζητείται να προσδιοριστεί το ελάχιστο μήκος παράλληλης σύνδεσης AC, προκειμένου να επιτευχθεί η επιθυμητή τιμή της παροχής.

Θεωρείστε συντελεστή τριβής f = 0.025 και αγνοήστε τις τοπικές απώλειες.



Σχήμα 1: Διάταξη της άσκησης.

Αύξηση παροχής με μπαϊπάς σύνδεση (παράλληλη σύνδεση αγωγών)

Εφαρμογή. Παράλληλη σύνδεση για την αύξηση της παροχής

Δρ Μ.Σπηλιώτης

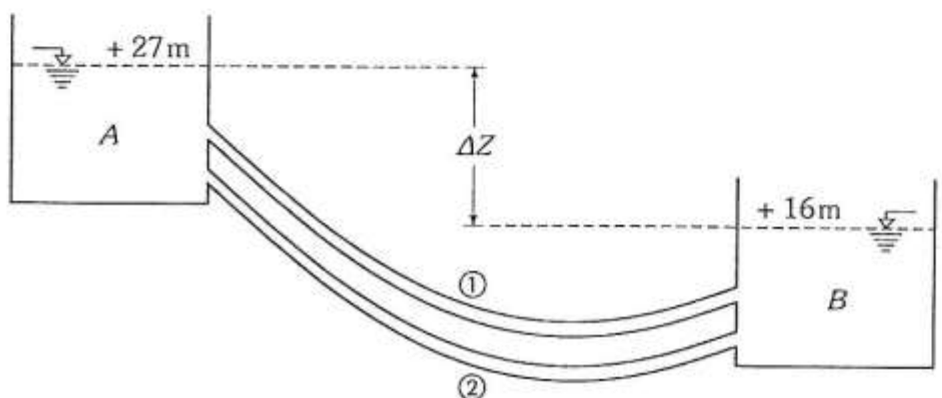
Εφαρμογίτα: Παράλληλη σύνδεση αγωγών

2.9.2 Αύξηση της Παροχής σε Συνδεσμολογία Δεξαμενών

Έστω αρχικά το πρόβλημα των δύο δεξαμενών με δεδομένη διαφορά υψομέτρου για τη στάθμη των δύο δεξαμενών. Προκειμένου να αυξηθεί η παροχή μεταξύ των δύο δεξαμενών υπάρχουν τρείς τρόποι:

1) Αύξηση της διαμέτρου του αγωγού.
2) Χρήση αντλητικής διάταξης.
3) Σύνδεση αγωγών παράλληλα σε όλο το μήκος L ή σε κάποιο κατάλληλο μήκος.

   Με τη μορφή μιας απλής εφαρμογής εξετάζεται εδώ η τρίτη περίπτωση.



(Τσακίρης και Σπηλιώτης, 2010)

Εφαρμογή

Να προσδιορισθεί η μεταβολή της παροχής μεταξύ δύο δεξαμενών με σταθερή στάθμη όταν αντί ενός αγωγού που συνδέει τις δύο δεξαμενές προστεθεί παράλληλα ένας αγωγός με την ίδια διάμετρο και από το ίδιο υλικό.

Λύση. Αρχικά, έστω διάμετρος D, μήκους L, τραχύτητας k:

$$h_{f,\,A \to B} = \Delta Z$$

$$\frac{8fL}{g\pi^2 D^5}\, Q^5 = \Delta Z$$

Νέα κατάσταση: Στην περίπτωση που επιλέγεται η παράλληλη σύνδεση αγωγών σε όλο το μήκος L, ισχύει:

$$h^{(1)}_{f,\,A\to B} = h^{(2)}_{f,\,A\to B}$$

Αν τοποθετηθεί η ίδια διάμετρος για το δεύτερο αγωγό με το ίδιο υλικό και για δεδομένο κοινό μήκος προκύπτει:

$$\frac{8 f_1 L}{g \pi^2 D^5}\, Q_1^5 = \frac{8 f_2 L}{g \pi^2 D^5}\, Q_2^5 = \Delta Z$$

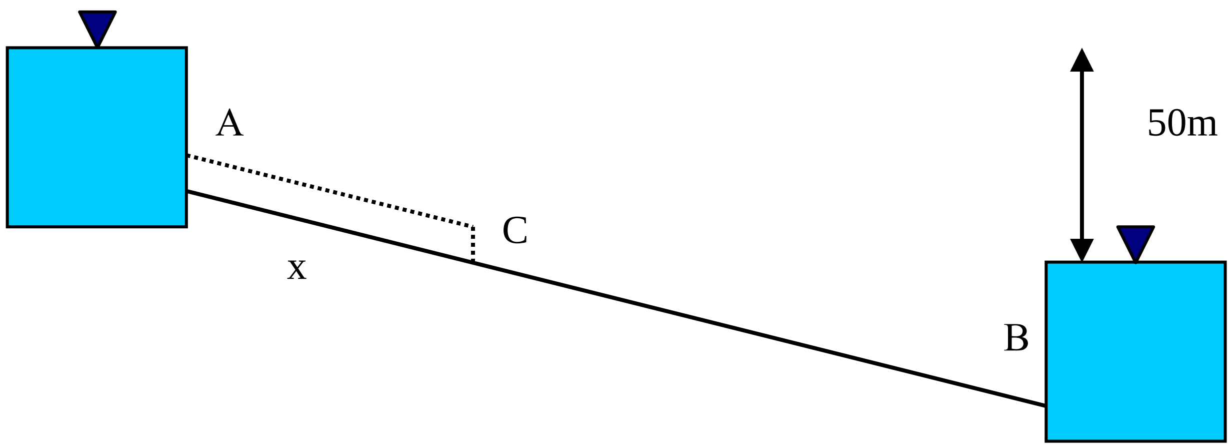
Με βάση τα παραπάνω προκύπτει ότι σ' αυτήν την περίπτωση:

$$Q_1 = Q_2 = Q,$$

οπότε πρακτικά με την παράλληλη διάταξη αγωγών με κοινή διάμετρο D (όσο η αρχική) προκύπτει διπλασιασμός της αρχικής παροχής. Η ταχύτητα κάθε αγωγού μπορεί εύκολα να προσδιορισθεί από την Εξίσωση 2.35, με θεώρηση τραχύτητας που θα έχει ενσωματώσει τις τοπικές απώλειες.

<u>Εφαρμογή</u> : Η δεξαμενή Α (στάθμη νερού 150 m) συνδέεται με την δεξαμενή Β με ένα σωλήνα 600mm διαμέτρου μήκους 3Km. Προκειμένου να αυξηθεί η παροχή από το Α στο Β 30% υποστηρίζεται η παράλληλη σύνδεση αγωγού ιδίας διαμέτρου με αρχή το σημείο Α και κατάληξη σε ένα σημείο του υπάρχοντος αγωγού Ζητείται να προσδιοριστεί το ελάχιστο μήκος παράλληλης σύνδεσης AC, προκειμένου να επιτευχθεί η επιθυμητή τιμή της παροχής.

Θεωρείστε συντελεστή τριβής f = 0.025 και αγνοήστε τις τοπικές απώλειες.



Σχήμα 1: Διάταξη της άσκησης.

Αρχικά προσδιορίζεται για τις υπάρχουσες συνθήκες (σχήμα 2) η παροχή της δεξαμενής Α προς την Β. Αυτό επιτυγχάνεται με την βοήθεια της εξίσωσης του Bernoulli από την θέση Α στην Β:

$$\sum h_{f,A\rightarrow B} = z_A - z_B$$

Με βάση την εξίσωση των Darcy-Weisbach και θεωρώντας συντελεστή f = 0.025, οι απώλειες από το Α στο Β είναι:

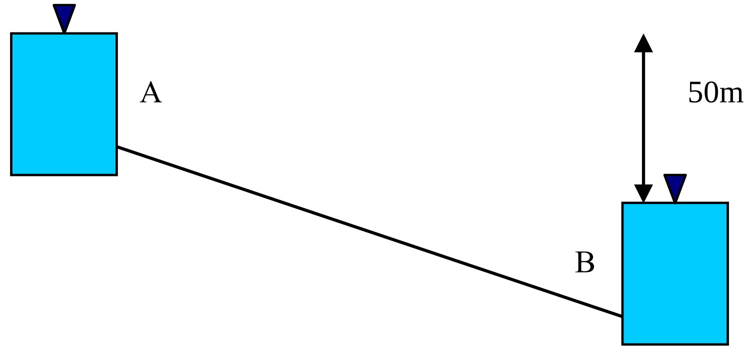
$$h_{f\ A\rightarrow B} = \frac{8fLQ^2}{g\pi^2 D^5}$$

Όπου:
f = 0.025
L = 3000m
D = 600 mm

Οπότε η εξίσωση του Bernoulli γίνεται:

$$\frac{8 \cdot 0.025 \cdot 3000 \cdot Q^2}{g \cdot \pi \cdot 0.6^5} = 50$$

$$Q = 0.79\, m^3 / s$$



Σχήμα 2: Αρχική διάταξη.

Για την νέα κατάσταση (σχήμα 3) επιδιώκεται αύξηση της παροχής κατά 30%, δηλαδή:
$Q = 1.3\ 0.79 = 1.03\ m^3/s$

Έστω ότι για ένα μήκος x = AC θα υπάρχει αγωγός (2) ώστε για την περίπτωση των αγωγών (1) και (2) να υπάρχει παράλληλη συνδεσμολογία σωλήνων (Σχήμα 3). Τότε ισχύει για τους αγωγούς (1) και (2):

Το ύψος απωλειών ενέργειας για τους παράλληλους σωλήνες εφόσον αυτοί έχουν κοινή αρχή και πέρας (δηλαδή συνθέτουν ένα κλειστό δίκτυο) είναι:

$$h^{(1)}{}_{f\ A\to C} = h^{(2)}{}_{f\ A\to C}$$

$$\frac{8fxQ_1{}^2}{g\pi^2 D^5} = \frac{8fxQ_2{}^2}{g\pi^2 D^5}$$

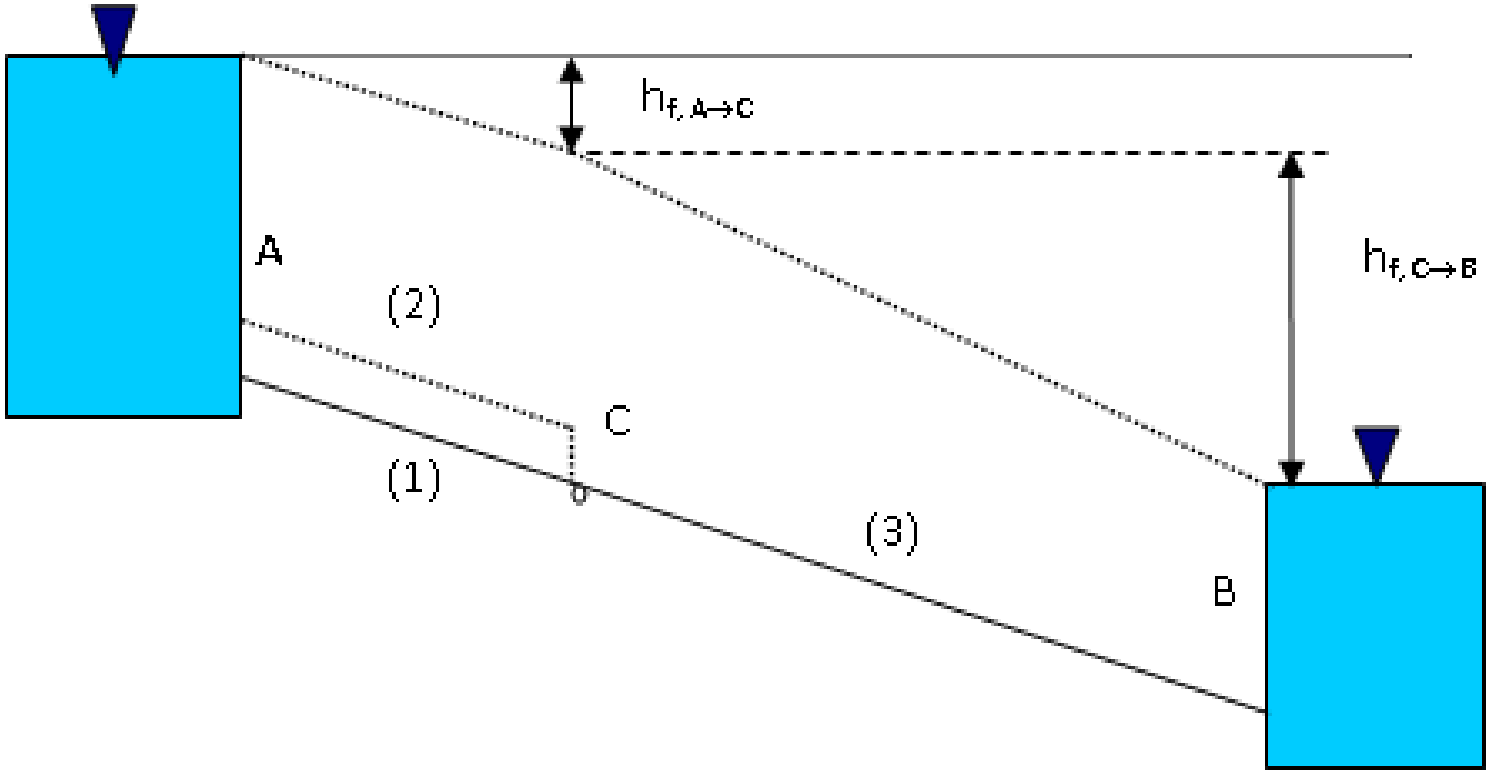
$$Q_1 = Q_2$$

Συνεπώς εφόσον οι αγωγοί (1) και (2) έχουν κοινή διάμετρο και κοινό f καταλήγουν για παράλληλη σύνδεση να έχουν την ίδια παροχή.

Η συνολική παροχή που μεταφέρεται είναι:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 1.03$$

$$Q_1 = Q_2 = {}^{1.03}\!/_{2} = 0.515 m^3/s$$



Σχήμα 3: Τελική διάταξη παράλληλων σωλήνων (1) και (2) μήκους x με στόχο την αύξηση κατά 30% της παροχής.

Οπότε το ενεργειακό υψόμετρο από το A στο C (κοινό και για τους δύο σωλήνες) είναι:

$$H_A = H_C + h_{f\,A\to C}$$

$$h_{f\,A\to C} = \frac{8fxQ_1^{\,2}}{g\pi^2 D^5}$$

$$h_{f\,A\to C} = \frac{8\cdot 0.025\cdot x\cdot 0.515^2}{g\cdot \pi^2\cdot 0.6^5} = 0.007053x$$

Για το σωλήνα (3) το ύψος των απωλειών είναι:

$$h_{f\,,C\to B} = \frac{8f\,(3000-x)Q^2}{g\pi^2 D^5}$$

$$h_{f\,,C\to B} = \frac{8\cdot 0.025\cdot (3000-x)\cdot 1.03^2}{g\pi^2\cdot 0.6^5}$$

$$h_{f\,,C\to B} = 84.63 - 0.0282x$$

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli από το A στο B, προκύπτει το μήκος x:

$$\sum h_{f,A\to B} = z_A - z_B$$

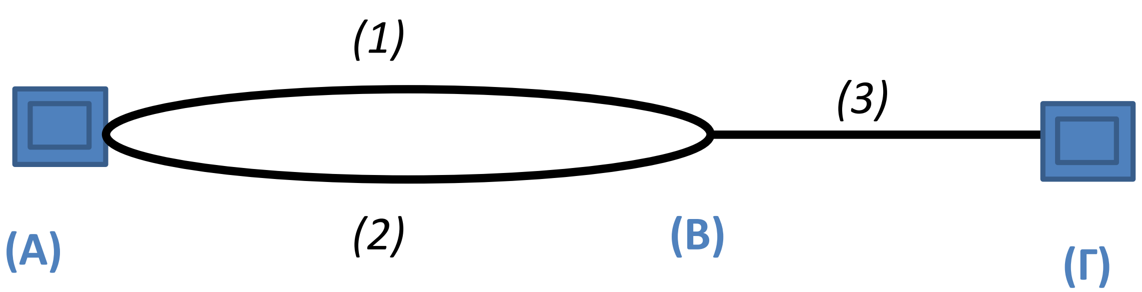
$$h_{f\,,A\to C} + h_{f\,,C\to B} = 50 \Leftrightarrow$$

$$0.007053x + 84.63 - 0.0282x = 50$$

$$x = 1637.585\text{m}$$

Προσοχή, εξίσωση ενέργειας, ακολουθώντας την κίνηση του ρευστού

- Η εξίσωση ενέργειας ισχύει κατά μήκος μιας γραμμής ροής
- Σε μόνιμη ροή, γραμμή ροής και τροχιά συμπίπτουν
- Ακολουθώ την λοιπόν, την κίνηση του ρευστού



Παράλληλη σύνδεση (1),(2):

$h_{f,1} = h_{f,2}$

Εξ. ενέργειας (Α) → (Β):

$$1)\ z_A + \frac{p_{atm}}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2} = z_B + \frac{p_{atm}}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2} + h_{f,1} + h_{f,3}$$

ή

$$1)\ z_A + \frac{p_{atm}}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2} = z_B + \frac{p_{atm}}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2} + h_{f,2} + h_{f,3}$$

Το νερό είναι έξυπνο…

- Και διαλέγει το ενεργειακό ευκολότερο δρόμο
- Έστω δύο αγωγοί συνδεδεμένοι παράλληλα, ίδιου υλικού, ιδίου μήκους αλλά διαφορετικής διαμέτρου και έστω ίδιο f, $D_1 > D_2$
- Το νερό θα προτιμήσει τον αγωγό με τη μεγαλύτερη διάμετρο.

Πράγματι:

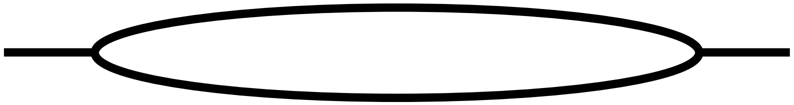
$$\text{Παράλληλη σύνδεση}\,(1),(2):$$

$$h_{f,1} = h_{f,2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{8fL}{g\pi^2 D_1^{\,5}} Q_1^{\,2} = \frac{8fL}{g\pi^2 D_2^{\,5}} Q_1^{\,2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{Q_1}{Q_1} = \sqrt{\frac{D_1^{\,5}}{D_2^{\,5}}}$$

(1)



(2)

Οι παροχές ρυθμίζονται με βάση την ενέργεια

Παραδοχές-προσεγγίσεις σε αυτό το μάθημα:

-Οι τοπικές απώλειες είναι ενσωματωμένες στις γραμμικές

- Σταθερός συντελεστής τριβής f

(οι παραπάνω παραδοχές πολλές φορές χρ. στην πράξη κατά το σχεδιασμό)

Υδραυλική: Λεπτομερής προσδιορισμός εκτός αν η εκφώνηση απλοποιεί την άσκηση (όπως σήμερα)…