

# Μια ματιά στην Κβαντομηχανική

## 0.1 Εισαγωγή

Είναι χρήσιμο να ξεκινήσουμε πρώτα με κάποιες γενικές παρατηρήσεις και υπενθυμίσεις.

Η Φυσική είναι η επιστήμη που μελετάει τη δομή της ύλης και τις αλληλεπιδράσεις της. Μπορούμε να τη χωρίσουμε σε δύο μεγάλες κατηγορίες: την Κλασική Φυσική, που αναφέρεται στα φαινόμενα του μακρόκοσμου και την Κβαντική Φυσική που αναφέρεται στο μικρόκοσμο. Η πρώτη έχει ως βάση τη Νευτώνεια Μηχανική ενώ η δεύτερη τη Κβαντομηχανική.

- Στη Νευτώνεια Μηχανική υπάρχουν μόνο τα σωματίδια και οι τροχιές τους. Η εφαρμογή αυτής σ' έναν μεγάλο αριθμό σωματιδίων οδηγεί στις φαινομενολογικές θεωρίες της Υδροδυναμικής και της Ελαστικότητας. Αυτές περιγράφουν φαινόμενα όπως τα ακουστικά κύματα και τα κύματα του νερού. Δηλαδή τα κύματα είναι επακόλουθα φαινόμενα. Ο Ευκλείδειος χώρος τριών διαστάσεων και ο χρόνος είναι το σταθερό γήπεδο όπου κινούνται τα σωματίδια και η κίνησή τους δεν επηρεάζει τα άλλα σωματίδια.

Η γνώμη που έχουμε για τον κόσμο βασίζεται σε τρεις παραδοχές.

- α) Τα διάφορα αντικείμενα υπάρχουν ανεξάρτητα αν τα παρατηρούμε ή όχι.
- β) Είναι λογικό να συνάγουμε γενικά συμπεράσματα μετά από πολλές παρατηρήσεις ή πειράματα.

- γ) Καμιά επίδραση δεν μπορεί να μεταδοθεί ταχύτερα από το φως.

Οι παραδοχές αυτές αποτελούν τη βάση της πραγματικότητας και της τοπικότητας.

Με τη λέξη τοπικότητα εννοούμε ότι αν δύο συστήματα που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους απομακρυνθούν πάρα πολύ τότε διαχωρίζονται και δεν υπάρχει καμία αλληλεπίδραση μεταξύ τους.

- Η δομή της Κβαντομηχανικής είναι αρκετά αφηρημένη και δεν είναι εύκολο να την κατανοήσουμε όπως τη Νευτώνεια Μηχανική. Επιπλέον φαίνεται ότι οι παραπάνω τρεις παραδοχές δεν ισχύουν στην Κβαντομηχανική. Η δυσκολία μεγαλώνει επειδή όλες οι εμπειρίες που έχουμε προέρχονται από τις παρατηρήσεις των φαινομένων της καθημερινής ζωής ώστε τα κβαντικά φαινόμενα να βρίσκονται σε αντιδιαστολή με την κοινή λογική. Είναι δύσκολο να αντιληφθούμε ότι τόσο το φως όσο και τα σωματίδια έχουν κυματικές και σωματιδιακές ιδιότητες. Ανάλογα με το είδος της μέτρησης που κάνουμε άλλες φορές υπερισχύει η μια μορφή και άλλες φορές ή άλλη. Ένα άλλο χαρακτηριστικό είναι ότι για τη μέτρηση ενός κβαντομηχανικού μεγέθους είμαστε υποχρεωμένοι να χρησιμοποιήσουμε μια συσκευή μέτρησης που στηρίζεται στις θεωρίες της Κλασικής Φυσικής με αποτέλεσμα η μέτρηση να επηρεάζει το σύστημα. Αυτό οδηγεί στην αρχή της απροσδιοριστίας που μας λέει ότι δεν είναι δυνατό να γνωρίζουμε συγχρόνως με όση ακρίβεια θέλουμε δύο συζυγή μεγέθη όπως είναι η θέση και η ορμή του σωματιδίου ή η ενέργεια (μιας κατάστασης) και ο χρόνος (ζωής της).

Επακόλουθο των προηγούμενων είναι ότι η Κβαντομηχανική είναι μια Πιθανοκρατική θεωρία και μια μέτρηση δεν σχετίζεται με τις προϋπάρχουσες ιδιότητες του συστήματος. Επίσης είναι και μη τοπική θεωρία με την έννοια ότι αν δύο συστήματα αλληλεπιδράσαν κάποτε θα εξακολουθούν να αλληλεπιδρούν σε όση απόσταση και αν απομακρυνθούν μεταξύ τους.

Δυστυχώς δεν θα αποφύγουμε τη χρήση κάποιων συμβόλων και εξισώσεων που δημιουργούν δυσκολίες στην παρακολούθηση μιας γενικής διάλεξης. *Όμως για να περιγράψουμε την Κβαντομηχανική χωρίς Μαθηματικά είναι σαν να θέλουμε να περιγράψουμε ένα μουσικό κομμάτι με λόγια.*

## 0.2 Τι είναι η Κβαντομηχανική;

Η Κβαντομηχανική είναι η θεωρία της Φυσικής που μελετάει τη συμπεριφορά της ύλης και του φωτός σε “ατομική” κλίμακα. Στη σημερινή της μορφή, είναι η μόνη που εξηγεί τα φυσικά φαινόμενα του μικρόκοσμου με πολύ καλή ακρίβεια και έχει προβλέψει πολλά νέα φαινόμενα. Η ακρίβεια των προβλέψεων της θεωρίας είναι της τάξεως του  $10^{-11}$ .

• Τα κβαντικά χαρακτηριστικά της ύλης γίνονται εντονότερα όσο **μικρότερος είναι ο χώρος** μέσα στον οποίο είναι εγκλωβισμένο το σωματίδιο και όσο **μικρότερη είναι η μάζα** του.

Για να καταλάβουμε για τις διαστάσεις με τις οποίες ασχολείται αναφέρουμε ότι: Ο αριθμός του *Avogadro* = αριθμός μορίων σε ένα γραμμομόριο =  $6 \cdot 10^{23}$ . Για παράδειγμα ένα γραμμάριο άνθρακα (μισή κουταλιά ζάχαρη ή βούτυρο) περιέχει περίπου  $10^{23}$  άτομα!

Πως μπορούμε να φανταστούμε αυτόν τον αριθμό; Ενδεχομένως συγκρίνοντας τον με έναν άλλο αριθμό, π.χ. την ηλικία του σύμπαντος που είναι  $\simeq 15 \cdot 10^9$  έτη  $\simeq 10^{17}$  sec.

Ο αριθμός αυτός είναι πολύ μικρότερος από το αριθμό του *Avogadro*. Αν κάποιος αφαιρούσε ένα άτομο άνθρακα της παραπάνω ποσότητας κάθε sec από τη στιγμή της δημιουργίας του σύμπαντος τότε θα είχε αφαιρέσει περίπου το ένα εκατομμυριοστό του αρχικού αριθμού!

**Τι εξηγεί και τι μελετάει:** Σχεδόν όλα τα φαινόμενα που μας οδήγησαν στις επαναστατικές ανακαλύψεις των τελευταίων 100 ετών: Περιοδικός πίνακας των στοιχείων, Δομή των Στοιχειωδών σωματιδίων, των Πυρήνων, των Ατόμων, και της Στερεάς Κατάστασης της ύλης, Πυρηνική ενέργεια, Ιατρικές εφαρμογές, Laser, Maser, Τρανζίστορ, Ημιαγωγοί, Υπολογιστές, υλικά με διάφορες ιδιότητες, Υπεραγωγιμότητα, Υπερρευστικότητα, Σύγχρονες τηλεπικοινωνίες, Γενετική Μηχανική (DNA) ...

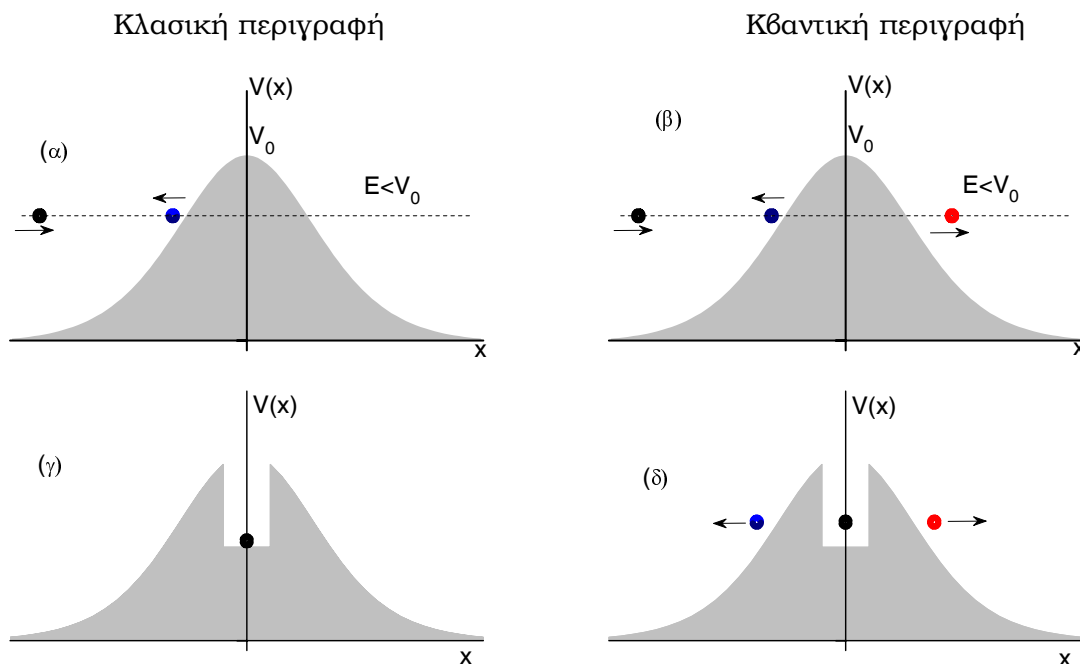
### 0.2.1 Γιατί έχει δημιουργηθεί ένας μύθος για την Κβαντομηχανική;

Είναι ίσως η μόνη θεωρία της Φυσικής που έχει δημιουργήσει ένα μύθο γύρω από το όνομά της κυρίως λόγω του τρόπου που προσπαθεί να εξηγήσει τα φυσικά φαινόμενα. Σημειώνεται ότι μεγάλοι φυσικοί που ήταν μεταξύ των θεμελιωτών της θεωρίας, όπως οι Einstein, De Broglie, Schrödinger, ήταν αντίθετοι με τον τρόπο της ερμηνείας των φυσικών φαινομένων και με την άποψη που διαμορφώθηκε από άλλους θεμελιωτές της όπως ήταν οι Bohr, Heisenberg, Born.

Σε αδρές γραμμές οι βασικές δυσκολίες στην κατανόηση της Κβαντομηχανική είναι:

**α)** Η εξήγηση που δίνει στα φαινόμενα **έρχεται σε αντίθεση με την κοινή λογική**, δηλαδή με το σύνολο των προκαταλήψεων που αποκτά ο άνθρωπος στα πρώτα χρόνια της ζωής του.

Για παράδειγμα η κοινή λογική λέει ότι αν ρίξουμε ένα σώμα με ενέργεια μικρότερη από τη μέγιστη τιμή ενός φράγματος δυναμικού (π.χ. ένα λόφο) αυτό θα ανακλαστεί και δεν είναι δυνατό να βρεθεί από την άλλη μεριά του λόφου (Σχ. 1α). Η Κ.Μ. απαντάει ότι είναι δυνατό να βρεθεί από την άλλη μεριά λόφου (Σχ. 1β) με **κάποια πιθανότητα!**



Σχήμα 1: Η συμπεριφορά ενός κλασικού και ενός κβαντομηχανικού σωματιδίου από φράγμα και φρέαρ δυναμικού

Επίσης αν βάλουμε ένα σώμα σ' ένα πηγάδι στην κορυφή ενός λόφου αυτό θα ηρεμήσει στο κατώτερο μέρος του πηγαδιού και δεν θα βρεθεί ποτέ έξω από αυτό (Σχ. 1γ). Η Κβαντομηχανική απαντάει ότι:  $\alpha_1$ ) το σώμα έχει κάποια κινητική ενέργεια μεγαλύτερη από το μηδέν,  $\alpha_2$ ) υπάρχει **κάποια πιθανότητα** να βρεθεί έξω από το πηγάδι (Σχ. 1δ).

**β)** Η Κλασική μηχανική διατυπώνεται με τη μαθηματική γλώσσα των παραγώγων και των ολοκληρωμάτων. Η ταχύτητα και η επιτάχυνση ορίζονται με τη βοήθεια των παραγώγων, το έργο με τη βοήθεια ολοκληρωμάτων.

Η μαθηματική γλώσσα της Κβαντομηχανικής περιέχει όχι μόνο τα παραπάνω αλλά και αρκετούς άλλους κλάδους των μαθηματικών: διανυσματικούς χώρους (δύο, τριών ή και απείρων διαστάσεων), τανυστικό λογισμό, θεωρία πιθανοτήτων, θεωρία πινάκων, μιγαδικές συναρτήσεις (η κυματοσυνάρτηση από τη φύση της είναι μιγαδική συνάρτηση).

Με άλλα λόγια η γλώσσα της Κβαντομηχανικής είναι πολύ πιο αφηρημένη και συμπαγής από ότι η γλώσσα της Κλασικής Μηχανικής. Τα συμπεράσματα στα οποία καταλήγει δίνονται και επομένως γίνονται αντιληπτά μέσα από τη μαθηματική γλώσσα. Αυτή είναι μια δυσκολία στο να γίνει εύκολα κατανοητή από τους μη ειδικούς. Πολλές φορές και οι ειδικοί δεν την καταλαβαίνουν τόσο καλά όσο θα ήθελαν.

**γ)** Η Κλασική Μηχανική είναι μια **αιτιοκρατική θεωρία**: Αν γνωρίζουμε τις αρχικές συνθήκες ενός συστήματος (θέση και ορμή) μπορούμε να γνωρίζουμε τη χρονική εξέλιξη του συστήματος (δηλαδή το μέλλον του), δηλαδή γνωρίζουμε ποια τροχιά θα διαγράψει

το σώμα. Διαφορετικά η θέση και η ορμή είναι με ακρίβεια ορισμένες κάθε χρονική στιγμή. Είναι πάντα δυνατό, τουλάχιστον κατ' αρχή, να μετρήσουμε αυτά τα μεγέθη με όση ακρίβεια θέλουμε χωρίς να διαταράξουμε το σύστημα.

Αντίθετα στην Κβαντομηχανική δεν γνωρίζουμε τις αρχικές συνθήκες αφού σύμφωνα με την **αρχή της απροσδιοριστίας** δεν είναι δυνατό να γνωρίζουμε με όση ακρίβεια θέλουμε τη θέση και την ορμή ενός σώματος και επομένως:  $\gamma_1$ ) **δεν έχει έννοια να μιλάμε για τροχιά του σωματιδίου**,  $\gamma_2$ ) δεν μπορούμε να μιλήσουμε για το μέλλον του συστήματος, παρά μόνο **ποια είναι η πιθανότητα** το σύστημα να βρεθεί στη μια ή στην άλλη κατάσταση.

Για να τονίσουμε τα παραπάνω αναφέρουμε τα λόγια του Feynman από το βιβλίο του: *The character of Physical Law (1967)* : *Υπήρξε μια εποχή που οι εφημερίδες έγραφαν ότι μόνο 12 άνθρωποι καταλάβαιναν τη θεωρία της Σχετικότητας. Δεν πιστεύω ότι έχει γραφεί κάτι τέτοιο. Από την άλλη μεριά νομίζω ότι είναι ασφαλές να πούμε ότι κανένας δεν καταλαβαίνει την Κβαντομηχανική.*

### 0.3 Μακρόκοσμος - μικρόκοσμος

Στο τέλος του 19ου αιώνα, πολλοί φυσικοί πίστευαν ότι οι γενικές θεωρίες της Φυσικής: Μηχανική του Νεύτωνα, Ηλεκτροδυναμική, Θερμοδυναμική - Στατιστική Φυσική, ήταν αρκετές για να εξηγήσουν όλα τα φυσικά φαινόμενα. Είναι χαρακτηριστικό αυτό που έγραψε ο H. Hertz (1894), *Όλοι συμφωνούμε ότι ο σκοπός της Φυσικής είναι να προσαρμόσει όλα τα φαινόμενα της φύσης στα πλαίσια των απλών νόμων της Μηχανικής.*

Αν και αυτή η πίστη φαινόταν σωστή, άρχισαν να εμφανίζονται φαινόμενα τα οποία η Κλασική Φυσική αδυνατούσε να εξηγήσει. Αυτά τα φαινόμενα εμφανίστηκαν όταν οι φυσικοί από τη μελέτη του μακρόκοσμου άρχισαν τη μελέτη του μικρόκοσμου.

**Ερώτημα:** Οι νόμοι της φυσικής που θεμελιώθηκαν από παρατηρήσεις της καθημερινής ζωής ισχύουν και στα φαινόμενα του μικρόκοσμου;

Με την πείρα που αποκτήσαμε μπορούμε να απαντήσουμε ΟΧΙ. Επομένως η 2η παραδοχή της Νευτώνειας Μηχανικής, που αναφέρθηκε στο εδάφιο 0.1 δεν είναι πάντα σωστή.

#### 0.3.1 Δυσκολίες στην εξήγηση φαινομένων

Οι δυσκολίες στην εξήγηση των φαινομένων από την Κλασική Φυσική μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες:

**A.** Φαινόμενα όπου **ορισμένα φυσικά μεγέθη παίρνουν ασυνεχείς τιμές** σε αντίθεση με το συνεχές φάσμα που αναμένεται από την Κλασική Φυσική.

**B.** Φαινόμενα που μας οδηγούν στο **δυσμό της Η.Μ. ακτινοβολίας και της ύλης.**

Από την πρώτη κατηγορία φαινομένων θα αναφέρουμε την ακτινοβολία του μελανού σώματος και τα φάσματα εκπομπής των ατόμων και από τη δεύτερη το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο και τη σκέδαση ηλεκτρονίων από κρυστάλλους.

**A1. Ακτινοβολία του μελανού σώματος.** Για την εξήγηση του φάσματος της έντασης της Η.Μ. ακτινοβολίας μιας κοιλότητας σε σταθερή θερμοκρασία, ο Planck (1900) δέχτηκε ότι αυτή ανταλλάσσει ενέργεια με το περιβάλλον με διακριτές ποσότητες:

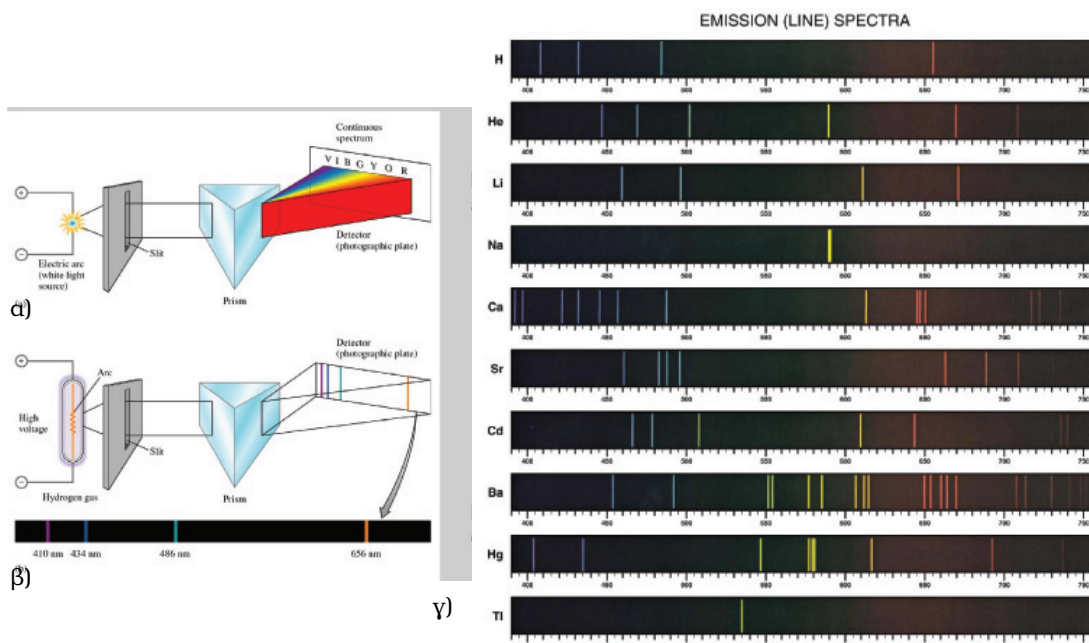
$$\varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, \dots$$

$$\varepsilon = h\nu$$

όπου  $\varepsilon = h\nu$  είναι το στοιχειώδες ποσό της ενέργειας που ανταλλάσσεται και ονομάστηκε από τον Planck *quantum* της ενέργειας,  $h =$  φυσική σταθερά  $= 6,625 \cdot 10^{-27}$  erg sec και  $\nu$  η συχνότητα της ακτινοβολίας.

Η σταθερά  $h$  εμφανίζεται σ' όλα τα κβαντικά φαινόμενα. Επειδή η αριθμητική της τιμή είναι πολύ μικρή τα κβαντικά φαινόμενα δεν γίνονται αντιληπτά στα φαινόμενα της καθημερινής ζωής.

**A2. Τα φάσματα εκπομπής των ατόμων.** Αυτά είναι γραμμικά και όχι συνεχή. Τα άτομα εκπέμπουν φως σε ορισμένα μήκη κύματος. Αυτό μπορούμε να το διαπιστώσουμε κάνοντας κάποια σχετικά απλά πειράματα.



Σχήμα 2: α) Ανάλυση λευκού φωτός από πρίσμα. β) Το γραμμικό φάσμα εκπομπής του ατόμου του Υδρογόνου. γ) Γραμμικά φάσματα εκπομπής διαφόρων ατόμων.

Έτσι αν κατευθύνουμε το λευκό φως που εκπέμπεται από ένα λαμπτήρα πυρακτώσεως σ' ένα πρίσμα, αυτό αναλύεται σ' όλα τα χρώματα (μήκη κύματος). Στο (Σχ. 2α) φαίνεται η ανάλυση του λευκού φωτός στο ορατό μέρος της Η.Μ. ακτινοβολίας. Άν όμως διεγείρουμε τα άτομα του υδρογόνου σ' έναν κατάλληλο λαμπτήρα αυτό εκπέμπει φως μόνο σε ορισμένα μήκη κύματος (χρώματα). Στο (Σχ. 2β) φαίνεται η ανάλυση του εκπεμπόμενου φωτός (στο ορατό μέρος της Η.Μ. ακτινοβολίας) από το άτομο του υδρογόνου. Με παρόμοιο τρόπο μπορούμε να δούμε τα γραμμικά φάσματα εκπομπής και άλλων στοιχείων (Σχ. 2γ). Τα φάσματα αυτά χαρακτηρίζουν πλήρως τα διάφορα στοιχεία, ανεξάρτητα αν είναι ελεύθερα ή σχηματίζουν ενώσεις με άλλα στοιχεία. Για παράδειγμα, μπορούμε εύκολα να δούμε τη φασματική γραμμή, του ορατού μέρους του φάσματος, του ατόμου του Na (4ο φάσμα του Σχ. 2γ). Αν ρίξουμε λίγο αλάτι (NaCl) στη φλόγα υγραερίου θα παρατηρήσουμε μια κίτρινη φλόγα που οφείλεται στην εκπομπή ακτινοβολίας από τα διεγερμένα άτομα του Na,

Για την εξήγηση του φάσματος εκπομπής των ατόμων (π.χ. του υδρογόνου), ο Bohr (1913) διαπίστωσε ότι αυτά μπορούν να εξηγηθούν αν δεχτούμε ότι:

**α)** Η στροφορμή (γωνιακή ορμή) των ηλεκτρονίων των ατόμων μπορεί να έχει μόνο τις διακεκριμένες τιμές:

$$\hbar, 2\hbar, 3\hbar, \dots \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Επομένως και οι ενέργειες των ηλεκτρονίων των ατόμων έχουν διακεκριμένες τιμές.

**β)** Η εκπομπή ή απορρόφηση Η.Μ. ακτινοβολίας από τα άτομα γίνεται μόνο όταν ένα ηλεκτρόνιο από μια ενεργειακή κατάσταση μεταβεί σε μια άλλη.

Θα μπορούσαμε να παρομοιάσουμε τις ενεργειακές καταστάσεις του ηλεκτρονίου στο άτομο με τα σκαλοπάτια μιας σκάλας. Ένα σώμα έχει μια συγκεκριμένη δυναμική ενέργεια στο κάθε σκαλοπάτι. Όταν το σώμα βρεθεί από ένα σκαλοπάτι σ' ένα άλλο η ενέργειά του δεν μεταβάλλεται κατά συνεχή τρόπο.

Η δεύτερη κατηγορία δυσκολιών σχετίζεται με τη **διάκριση μεταξύ κυμάτων και σωματιδίων**. Ήταν γενικά αποδεκτό ότι το φως έχει κυματικό χαρακτήρα ενώ τα ηλεκτρόνια ήταν σωματίδια.

**B1.** Ο Einstein (1905) μπόρεσε να εξηγήσει το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο (εκπομπή ηλεκτρονίων από μέταλλα κατά την πρόσπτωση σ' αυτά Η.Μ. ακτινοβολίας) δεχόμενος ότι το φως συμπεριφέρεται (εκπέμπεται, απορροφάται και διαδίδεται) ως να είναι μια συλλογή σωματιδίων με ενέργεια:

$$\varepsilon = h\nu$$

Τα σωματίδια αυτά ονομάστηκαν **φωτόνια**.

**Συμπέρασμα 1.** Το φως συμπεριφέρεται άλλοτε ως σωματίδια (φωτόνια) και άλλοτε ως κύμα.

**B2.** Οι Davisson-Germer (1927) παρατήρησαν ότι η σκέδαση μιας δέσμης ηλεκτρονίων από ένα κρυσταλλικό πλέγμα ατόμων δείχνουν εικόνες όμοιες με αυτές που παίρνουμε από τη σκέδαση ακτινών  $X$  από τους κρυστάλλους. Η δέσμη των ηλεκτρονίων παράγει εικόνες περιθλάσεως που χαρακτηρίζονται από κύμα μήκους κύματος:

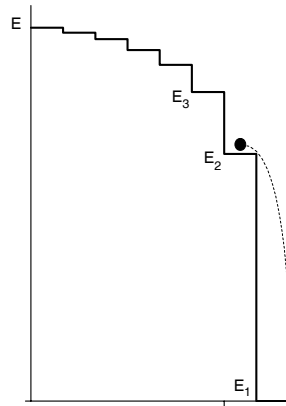
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

σε συμφωνία με τις προβλέψεις που έκανε ο de Broglie τρία χρόνια νωρίτερα.

**Συμπέρασμα 2.** Το ηλεκτρόνιο συμπεριφέρεται άλλοτε ως σωματίδιο και άλλοτε ως κύμα.

**Συμπέρασμα 3.** Υπάρχει ένα είδος **δυϊσμού “κύματος—σωματίδιο”** στη φύση που είναι σε αναντιστοιχία με τους όρους της Κλασικής Φυσικής.

Η κβάντωση (ασυνεχές) των τιμών των φυσικών ποσοτήτων και ο δυϊσμός του φωτός και των σωματιδίων γέννησε την αναγκαιότητα της δημιουργίας μιας δραστηκής νέας προσέγγισης των φαινομένων του μικρόκοσμου. Η Κβαντομηχανική δημιουργήθηκε στα επόμενα λίγα χρόνια (μέχρι το 1931) με τις προσπάθειες πολλών φυσικών όπως των Heisenberg, Schrödinger, Dirac, Born.



Σχήμα 3: Σχηματική παράσταση των ενεργειακών καταστάσεων του ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου.

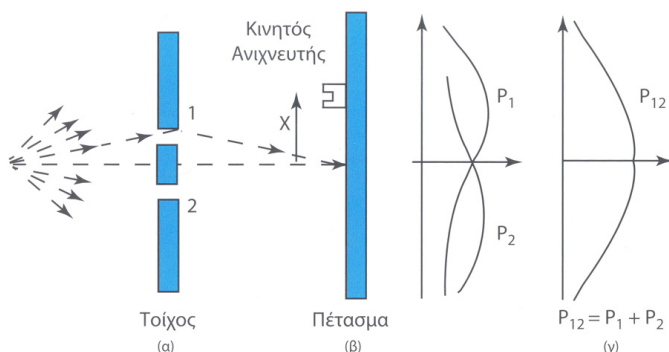
## 0.4 Το πείραμα των δύο οπών

Με τη βοήθεια ενός πειράματος θα εξετάσουμε ένα φαινόμενο που παρουσιάζει μυστηριώδη συμπεριφορά και που είναι αδύνατο να εξηγηθεί με οποιοδήποτε κλασικό τρόπο. Το

πείραμα αυτό, που περιέχει μέσα του την καρδιά της Κβαντομηχανικής, είναι το πείραμα των δύο οπών. Θα το εξετάσουμε σε τρεις περιπτώσεις: α) σε κλασικά σωματίδια, β) σε κύματα της επιφάνειας του νερού και γ) στα ηλεκτρόνια.

### 0.4.1 Το πείραμα των δύο οπών για κλασικά σωματίδια

Έχουμε ένα αυτόματο όπλο που ρίχνει σφαίρες με σταθερό ρυθμό αλλά με τυχαίο τρόπο μέσα στο άνοιγμα μιας γωνίας. Μπροστά από το όπλο υπάρχει ένας τοίχος με δύο οπές αρκετά μεγάλες ώστε να περνάει ελεύθερα μια σφαίρα. Μπροστά από τον τοίχο υπάρχει ένα πέτασμα με έναν ανιχνευτή που μετράει τον αριθμό των σφαιρών που φθάνουν στις διάφορες περιοχές του πετάσματος. Διαφορετικά, μετράει την πιθανότητα να φθάσει μια σφαίρα σε κάποια περιοχή του πετάσματος (Σχ. 4).



Σχήμα 4: Το πείραμα των δύο οπών με σφαίρες.

Αν μόνο η οπή (1) είναι ανοιχτή τότε η πιθανότητα  $P_1$  να φθάσει μια σφαίρα στις διάφορες περιοχές του πετάσματος δίνεται από την καμπύλη  $P_1$  του Σχ. 4.

Αν μόνο η οπή (2) είναι ανοιχτή τότε η πιθανότητα  $P_2$  να φθάσει μια σφαίρα στις διάφορες περιοχές του πετάσματος δίνεται από την καμπύλη  $P_2$  του Σχ. 4.

Αν και οι δύο οπές είναι ανοιχτές τότε η πιθανότητα  $P_{12}$  να φθάσει μια σφαίρα στις διάφορες περιοχές του πετάσματος δίνεται από την καμπύλη  $P_{12}$  του Σχ. 4.

Όπως έπρεπε να περιμένουμε ισχύει η σχέση:

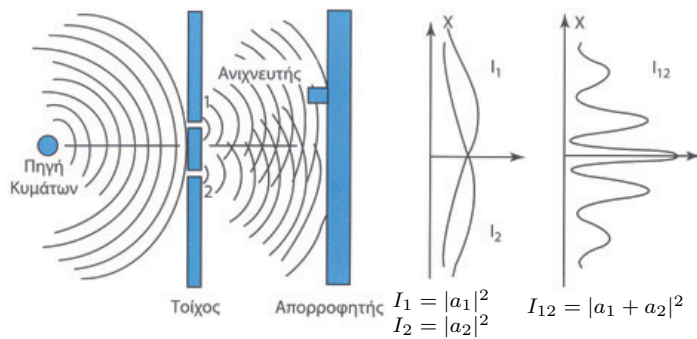
$$P_{12} = P_1 + P_2$$

Οι σφαίρες ως σωματίδια υπακούουν στους νόμους της Κλασικής Φυσικής. Η ολική πιθανότητα να φθάσει μια σφαίρα στο πέτασμα είναι το άθροισμα των πιθανοτήτων να περάσει από τη μια ή από την άλλη οπή.

### 0.4.2 Το πείραμα των δύο οπών για κύματα

Το δεύτερο πείραμα δεν διαφέρει ουσιαστικά από το πρώτο. Το όπλο έχει αντικατασταθεί με τα κυκλικά κύματα που δημιουργούνται στην επιφάνεια μιας λίμνης ή μιας σκάφης με τη βοήθεια μιας πηγής κυμάτων. Κάθε οπή του τοίχους γίνεται πηγή κυμάτων που διαδίδονται προς τα δεξιά. Τα δύο αυτά κύματα συμβάλλουν και δημιουργούνται κροσσοί συμβολής. Δηλαδή υπάρχουν σημεία του κύματος που πάλλονται με μέγιστο πλάτος (ύψος) και σημεία του κύματος που δεν πάλλονται καθόλου (Σχ. 5).

Το στιγμιαίο ύψος του κύματος που φθάνει στον ανιχνευτή μπορεί να παρασταθεί μαθηματικά με το πραγματικό μέρος της ποσότητας  $ae^{i\omega t}$ , όπου  $t$  ο χρόνος και  $a$  εξαρτάται από τη φάση του κύματος. Η ένταση του κύματος είναι ανάλογη με το μέτρο στο τετράγωνο της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας.



Σχήμα 5: Το πείραμα των δύο οπών με κύματα.

Αν μόνο η οπή (1) είναι ανοιχτή τότε η ένταση του κύματος που μετράει ο ανιχνευτής στις διάφορες περιοχές του πετάσματος είναι:

$$I_1 = |a_1 e^{i\omega t}|^2 = |a_1|^2$$

και δίνεται από την καμπύλη  $I_1$  του Σχ. 5. Αυτή είναι περίπου όμοια με την καμπύλη  $P_1$  του Σχ. 4.

Αν μόνο η οπή (2) είναι ανοιχτή τότε η ένταση του κύματος που μετράει ο ανιχνευτής στις διάφορες περιοχές του πετάσματος είναι  $I_2 = |a_2|^2$  και δίνεται από την καμπύλη  $I_2$  του Σχ. 5 και είναι περίπου όμοια με την καμπύλη  $P_2$  του Σχ. 4.

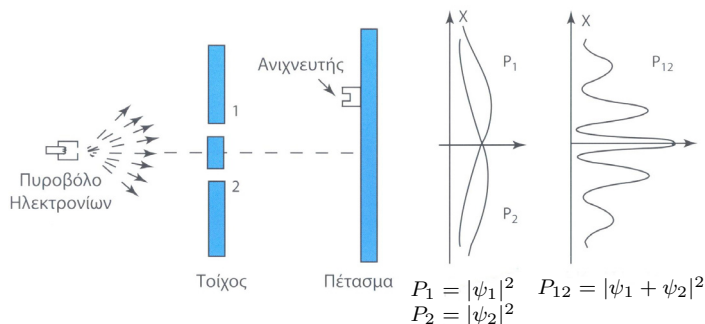
Αν και οι δύο οπές είναι ανοιχτές τότε η ένταση  $I_{12}$  του κύματος που μετράει ο ανιχνευτής στο πέτασμα δίνεται από την καμπύλη  $I_{12}$  του Σχ. 5. Η ένταση  $I_{12}$  δεν είναι όπως στο πρώτο πείραμα, αφού:  $I_{12} \neq I_1 + I_2$ , αλλά:

$$I_{12} = |a_1 + a_2|^2 \Rightarrow I_{12} = |a_1|^2 + |a_2|^2 + 2|a_1||a_2| \sin \delta$$

Το αποτέλεσμα αυτό είναι ένα χαρακτηριστικό αποτέλεσμα των κυμάτων.

### 0.4.3 Το πείραμα των δύο οπών για ηλεκτρόνια

Επαναλαμβάνουμε το πρώτο πείραμα όπου τώρα το πυροβόλο όπλο έχει αντικατασταθεί με ένα λαμπτήρα πυρακτώσεως με σύρμα βολφραμίου που βρίσκεται μέσα σ' ένα κουτί με μια οπή. Με κατάλληλη διαφορά δυναμικού τα ηλεκτρόνια που διαφεύγουν από το βολφράμιο αποκτούν κινητική ενέργεια και ένα μέρος αυτών διέρχεται από μια οπή του κουτιού και πέφτουν στον τοίχο με τις δύο οπές. Τέλος αυτά ανιχνεύονται στο πέτασμα με έναν κατάλληλο ανιχνευτή, π.χ. ένα μετρητή Gaiger (Σχ. 6).



Σχήμα 6: Το πείραμα των δύο οπών με ηλεκτρόνια.

Αν ο ανιχνευτής “συνδεθεί” με ένα μεγάφωνο τότε θα ακούμε πάντα τον ίδιο ήχο, ένα “κλικ”, με όποια ενέργεια και αν φθάνουν τα ηλεκτρόνια στον ανιχνευτή. Ποτέ δεν



παρατηρούμε “μισά” κλικ και στις διάφορες περιοχές του πετάσματος ακούμε πολλά ή λίγα κλικ. Αν μετρήσουμε τον αριθμό των κλικ σε μια μικρή περιοχή σε κάποιο χρονικό διάστημα και κάνουμε αργότερα την ίδια μέτρηση στην ίδια περιοχή ο αριθμός των κλικ θα είναι σχεδόν ο ίδιος. Έτσι, μπορούμε να ισχυριστούμε ότι ο μέσος ρυθμός είναι σταθερός. Αν μετακινήσουμε τον ανιχνευτή ο αριθμός των κλικ μεταβάλλεται. Αν είχαμε δύο ανιχνευτές στο πέτασμα θα ακούγαμε το ίδιο κλικ είτε από τον ένα είτε από τον άλλο, ποτέ και από τους δύο μαζί συγχρόνως.

Από τα παραπάνω μπορούμε να συμπεράνουμε ότι: Αυτό που φθάνει στο πέτασμα, φθάνει με τη μορφή “σωματιδίου”. Όλα τα σωματίδια είναι ίδια, μόνο ολόκληρα σωματίδια φθάνουν στο πέτασμα και σε κάθε χρονική στιγμή φθάνει πάντα ένα. Δηλαδή τα ηλεκτρόνια φθάνουν με τη μορφή “πανομοιότυπων σωματιδίων”.

Επειδή αυτό που φθάνει στον ανιχνευτή με τη μορφή πανομοιότυπων σωματιδίων έχει διέλθει είτε από την οπή (1) είτε από την οπή (2), φαίνεται λογικό(!) να διατυπώσουμε την **πρόταση**:

**A.** Το κάθε ηλεκτρόνιο διέρχεται είτε από την οπή (1) είτε από την οπή (2).

Σύμφωνα με την πρόταση A, όλα τα σωματίδια που φθάνουν στο πέτασμα μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες:

α) Αυτά που περνούν από την οπή (1). β) Αυτά που περνούν από την οπή (2).

Αν ο διαχωρισμός αυτός, που στηρίζεται στην παραπάνω πρόταση, είναι σωστός θα πρέπει η πιθανότητα  $P_{12}$ , ένα ηλεκτρόνιο να περάσει είτε από την οπή (1) είτε από την οπή (2), να είναι:

$$P_{12} = P_1 + P_2$$

όπως και στο πρώτο πείραμα.

Θα προσπαθήσουμε να ελέγξουμε την πρόταση βρίσκοντας την πιθανότητα ένα ηλεκτρόνιο να φθάσει στις διάφορες περιοχές του πετάσματος σε απόσταση  $x$  από το κέντρο. Η πιθανότητα αυτή βρίσκεται παρατηρώντας το ρυθμό των κλικ.

Η κατανομή της πιθανότητας εξαρτάται από το αν έχουμε ανοιχτή την οπή (1) ή την οπή (2) ή και τις δύο μαζί. Αυτό που παρατηρούμε είναι:

Αν η οπή (1) είναι ανοιχτή η κατανομή της πιθανότητας δίνεται από την καμπύλη  $P_1$  του Σχ. 6 όπως και στο πρώτο πείραμα.

Αν η οπή (2) είναι ανοιχτή η κατανομή της πιθανότητας δίνεται από την καμπύλη  $P_2$  του Σχ. 6 όπως και στο πρώτο πείραμα.

Αν οι οπές (1) και (2) είναι ανοιχτές η κατανομή της πιθανότητας δίνεται από την καμπύλη  $P_{12}$  του Σχ. 6. Παρατηρούμε ότι:

$$P_{12} \neq P_1 + P_2$$

και ότι το  $P_{12}$  είναι όμοιο με το αποτέλεσμα των κυμάτων, δηλαδή έχουμε συμβολή.

Επομένως θα μπορούσαμε να διατυπώσουμε την **πρόταση**:

**B.** Ο ισχυρισμός ότι τα ηλεκτρόνια διέρχονται είτε από την οπή (1) είτε από την οπή (2) δεν είναι σωστός γιατί αν ήταν σωστός έπρεπε οι πιθανότητες να προστίθενται. Ίσως αυτά να κινούνται με πιο πολύπλοκο τρόπο, δηλαδή ακολουθούν πιο πολύπλοκη διαδρομή . . .

Με ότι άλλο μπορούμε να συμπληρώσουμε την πρόταση B, αυτή μας οδηγεί σε δύσκολη ποιοτική και ποσοτική εξήγηση του φαινομένου.

Από την άλλη πλευρά όμως, επειδή η καμπύλη  $P_{12}$  μοιάζει με την καμπύλη  $I_{12}$  του Σχ. 5 που είναι απλή και τα μαθηματικά που χρησιμοποιήθηκαν ήταν απλά, οδηγούμαστε στο να περιγράψουμε το πείραμα χρησιμοποιώντας τα ίδια μαθηματικά με το πείραμα

των κυμάτων. Έτσι αν δεχτούμε ότι η πιθανότητα να περάσει το ηλεκτρόνιο από τη μια οπή είναι:  $P_1 = |\psi_1|^2$  και  $P_2 = |\psi_2|^2$  και ότι η πιθανότητα να περάσει είτε από τη μια είτε από την άλλη οπή είναι:

$$P_{12} = |\psi_1 + \psi_2|^2 \quad \text{τότε} \quad P_{12} = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + 2|\psi_1||\psi_2|\sin \delta$$

Δηλαδή, το πείραμα με τα ηλεκτρόνια μπορεί να εξηγηθεί αν δεχτούμε ότι αυτά έχουν κυματικές ιδιότητες ώστε ο όρος συμβολής  $2|\psi_1||\psi_2|\sin \delta$  που προκύπτει να αναπαράγει την καμπύλη  $P_{12}$  του Σχ. 6. Ο αριθμός  $\psi$  που χαρακτηρίζει την πιθανότητα είναι ένας **μιγαδικός αριθμός**.

Ότι και αν είναι αυτό που συμβαίνει στο πέτασμα μπορεί να περιγραφεί με τη βοήθεια δύο μιγαδικών αριθμών, τους  $\psi_1$  και  $\psi_2$  που είναι συναρτήσεις της συντεταγμένης  $x$ .

Ανακεφαλαιώνοντας καταλήγουμε στο συμπέρασμα: Τα ηλεκτρόνια φθάνουν με τη μορφή πανομοιότυπων σωματιδίων και η πιθανότητα άφιξης αυτών κατανέμεται με τρόπο που θυμίζει την ένταση ενός κύματος. Με αυτήν την έννοια μπορούμε να πούμε ότι:

Ένα ηλεκτρόνιο συμπεριφέρεται μερικές φορές ως σωματίδιο και άλλες φορές ως κύμα.

**Σημείωση.** Όταν μελετάμε τα κύματα χρησιμοποιούμε μιγαδικούς αριθμούς για λόγους ευκολίας. Στην Κβαντομηχανική όμως τα αντίστοιχα πλάτη είναι μιγαδικοί αριθμοί.

Η παραπάνω συζήτηση μας οδηγεί στο να θέσουμε την **πρόταση** (αξίωμα):

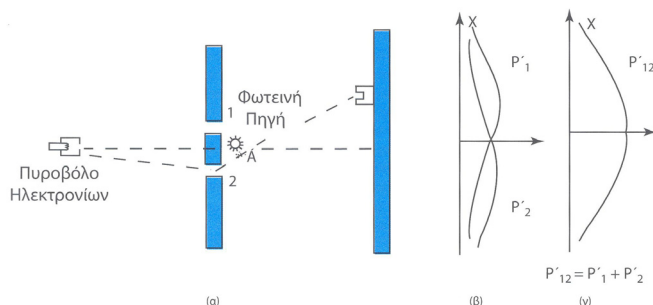
Η κατάσταση ενός κβαντομηχανικού συστήματος καθορίζεται πλήρως από ένα μιγαδικό αριθμό  $\psi$ , που είναι συνάρτηση της θέσης και του χρόνου. Το  $|\psi|^2$  έχει στατιστικό χαρακτήρα.

## 0.5 Σχόλια στο πείραμα των δύο οπών - Η επίδραση της παρατήρησης

Επειδή από τα προηγούμενα δημιουργούνται πολλά ερωτηματικά είναι καλό να προσπαθήσουμε να απαντήσουμε στο ερώτημα:

*Είναι δυνατό να υπάρξει μια συσκευή που να διακρίνει από ποια οπή έχουν περάσει τα ηλεκτρόνια;*

Αν κάτι τέτοιο μπορούσε να γίνει, τότε από πειραματική σκοπιά η πρόταση A είναι σωστή. Το ηλεκτρόνιο περνάει είτε από την οπή 1 είτε από την οπή 2.



Σχήμα 7: Παρατηρώντας την διαδρομή των ηλεκτρονίων.

Το πείραμα αυτό θα μπορούσε να γίνει αν υπήρχε μια πηγή φωτός (φωτονίων) πίσω από τις δύο οπές και μεταξύ αυτών. Η αλληλεπίδραση των φωτονίων με τα ηλεκτρόνια θα μας έδειχνε την οπή από την οποία πέρασαν αυτά. Έτσι θα βρίσκαμε τις κατανομές των

πιθανοτήτων  $P'_1$  και  $P'_2$  που θα μοιάζουν με τις κατανομές  $P_1$  και  $P_2$  όταν δεν έχουμε την παρεμβολή του φωτός. Η κατανομή όμως  $P'_{12}$  είναι τώρα:  $P'_{12} = P'_1 + P'_2$  όπως στο πρώτο πείραμα. Με άλλα λόγια:

Όταν παρατηρούμε τα ηλεκτρόνια αυτά συμπεριφέρονται όπως τα κλασικά σωματίδια.

**Συμπέρασμα.** Όταν παρατηρούμε τα ηλεκτρόνια η κατανομή πιθανοτήτων στο πέτασμα είναι διαφορετική από εκείνη που τα χαρακτηρίζει όταν δεν τα παρατηρούμε.

Φαίνεται ότι προσπαθώντας να παρακολουθήσουμε τα ηλεκτρόνια επηρεάζουμε την κίνησή τους αφού το φως θα επιδράσει στα ηλεκτρόνια όπως και σε κάθε φορτισμένο σωματίδιο. Δηλαδή, η επίδραση που ένοιωσε το ηλεκτρόνιο όταν το φως σκεδάστηκε από αυτό άλλαξε τόσο την κίνησή του ώστε **να καταστρέψει το φαινόμενο της συμβολής.**

Από το πείραμα διαπιστώνουμε ότι είναι αδύνατο να προσαρμόσουμε το φως με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορεί κάποιος να πει από ποια οπή πέρασε το ηλεκτρόνιο και ταυτόχρονα να μη προκαλεί κάποια διαταραχή σε αυτό.

Με άλλα λόγια, προσπαθώντας να ακολουθήσουμε τα ηλεκτρόνια από ποια οπή πέρασαν ή να παρατηρήσουμε την τροχιά τους σ' ένα άτομο είναι σαν να κάνουμε ερωτήσεις για τη φύση που δεν έχουν έννοια. Σύμφωνα με τον Heisenberg: **Οι εξισώσεις, που περιγράφουν την κίνηση των ηλεκτρονίων σ' ένα άτομο, πρέπει να περιέχουν μόνο ποσότητες που μπορούν να μετρηθούν πειραματικά.**

Το πείραμα δείχνει ότι το άτομο κάτω από πολύ διαφορετικές συνθήκες είναι σταθερό, αποτελείται από τον πυρήνα και τα ηλεκτρόνια και μπορεί να εκπέμψει φως αν η κατάσταση ισορροπίας διαταραχθεί. Το φως που εκπέμπεται έχει καθορισμένο μήκος κύματος που αντιστοιχεί σε ορισμένες ενεργειακές μεταβολές του ηλεκτρονίου και επομένως δεν έχει νόημα να ρωτήσουμε ποια τροχιά ακολουθεί για να πάει από τη μια κατάσταση στην άλλη αλλά μόνο ποια είναι η αρχική κατάσταση και ποια η τελική. Όπως για παράδειγμα σε μια παρτίδα σκακιού η κίνηση ενός πιονιού από ένα τετράγωνο σε ένα άλλο δεν έχει καμιά σημασία ποια τροχιά ακολούθησε το πιόνι παρά μόνο ποιοι είναι οι κανόνες του παιχνιδιού.

Σύμφωνα με το Heisenberg: *Οι κανόνες της Κβαντομηχανικής δεν χρειάζονται κανενός είδους τροχιά και το αποτέλεσμα εξαρτάται μόνο από την αρχική κατάσταση  $n$  και την τελική κατάσταση  $k$ .* Δηλαδή το μέγεθος που μας ενδιαφέρει θα είναι της μορφής:

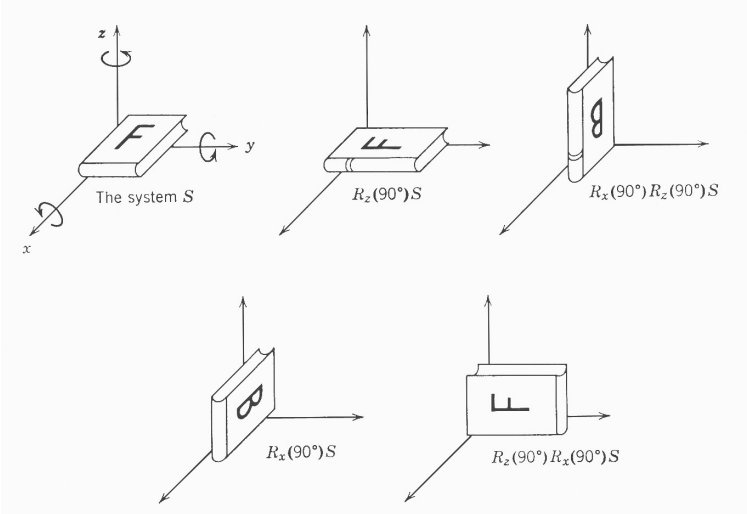
$$X_{nk}$$

αν  $x$  είναι το φυσικό μέγεθος που μας ενδιαφέρει. Το μέγεθος  $X_{nk}$  που εξαρτάται από δύο αριθμούς (τους  $n$  και  $k$ ) μπορεί να παριστάνει το στοιχείο ενός πίνακα και όλοι οι αριθμοί  $X_{nk}$  μπορούν να παριστάνουν έναν πίνακα δύο διαστάσεων. Επομένως μπορούμε να θέσουμε την **πρόταση** (αξίωμα):

Σε κάθε παρατηρήσιμο φυσικό μέγεθος αντιστοιχούμε έναν πίνακα.

Όπως στη Νευτώνεια Μηχανική μπορούμε να προσθέσουμε ή να πολλαπλασιάσουμε δύο φυσικά μεγέθη, το ίδιο μπορούμε να κάνουμε και με τις οντότητες της Κβαντομηχανικής. Η βασική διαφορά είναι ότι στον πολλαπλασιασμό των πινάκων δεν ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα. Ισχύει γενικά:  $A \cdot B \neq B \cdot A$ .

Η ιδιότητα αυτή που φαίνεται παράξενη και είναι μια βασική ιδιότητα των πινάκων, μπορεί να γίνει κατανοητή με το εξής παράδειγμα: Στην αρχή ενός συστήματος συντεταγμένων  $Oxyz$  θέτουμε ένα βιβλίο που μπορεί να στραφεί γύρω από τους άξονες  $x$  και  $z$



Σχήμα 8: Διαδοχικές στροφές ενός βιβλίου κατά 90 μοίρες.

κατά 90 μοίρες όπως φαίνεται στο Σχ. 8. Τις στροφές αυτές τις συμβολίζουμε:  $R_x(90)$  και  $R_z(90)$ .

Η όψη του βιβλίου που θα πάρουμε μετά από δύο διαδοχικές στροφές γύρω από αυτούς τους άξονες εξαρτάται από τη σειρά με την οποία έγιναν οι δύο στροφές. Όπως φαίνεται από Σχ. 8 θα έχουμε:

- Αν η σειρά των στροφών είναι  $R_z(90)$  και μετά  $R_x(90)$  έχουμε την όψη του βιβλίου που φαίνεται στην πρώτη σειρά του σχήματος.
- Αν η σειρά των στροφών είναι  $R_x(90)$  και μετά  $R_z(90)$  έχουμε την όψη του βιβλίου που φαίνεται στη δεύτερη σειρά του σχήματος.

Επειδή οι δύο όψεις είναι διαφορετικές οδηγούμαστε στην ιδιότητα

$$R_x(90) \cdot R_z(90) \neq R_z(90) \cdot R_x(90)$$

Στην προσπάθεια να ξεπεραστεί η έννοια της τροχιάς του ηλεκτρονίου οδηγούμαστε στη **Μηχανική των Πινάκων** όπου το κάθε παρατηρήσιμο φυσικό μέγεθος, όπως η θέση  $x$ , η ορμή  $p_x$ , η ενέργεια  $E$  κλπ. αντικαθίστανται από τους πίνακες:

$$X, P, E \text{ με στοιχεία πίνακα } X_{nk}, P_{nk}, E_{nk}$$

Οι εξισώσεις της κίνησης της Νευτώνειας Μηχανικής αντικαθίστανται από τις εξισώσεις των πινάκων.

Επιπλέον ο Heisenberg βρήκε ότι οι πίνακες των συντεταγμένων  $X$  και της ορμής  $P$  πρέπει να ικανοποιούν τη σχέση:

$$\boxed{X \cdot P - P \cdot X = i\hbar}, \quad i = \sqrt{-1}, \quad \hbar = h/2\pi$$

Η σχέση αυτή που είναι από τις πιο βασικές σχέσεις της Κβαντομηχανικής σχετίζεται με την αρχή της απροσδιοριστίας που μπορεί να διατυπωθεί με διάφορους τρόπους.

• Είναι αδύνατο να σχεδιασθεί μια συσκευή για να προσδιορίσουμε από ποια σπή πέρασε το ηλεκτρόνιο χωρίς να το διαταράξουμε σε τέτοιο βαθμό ώστε να καταστρέψουμε τον κροσσό συμβολής.

• Δεν μπορεί να σχεδιασθεί μια συσκευή που να προσδιορίζει μια από τις δυνατές περιπτώσεις ενός πειράματος χωρίς να καταστρέψουμε το κροσσό συμβολής.

• Δεν μπορεί να σχεδιασθεί μια συσκευή που να προσδιορίζει συγχρόνως τις σωματιδιακές και τις κυματικές ιδιότητες των ηλεκτρονίων.

• Δεν είναι δυνατό να γνωρίζουμε συγχρόνως τη θέση και την ορμή ενός σωματιδίου με όση ακρίβεια θέλουμε.

• Αν η ορμή ενός σωματιδίου είναι γνωστή με σφάλμα (αβεβαιότητα)  $\Delta p_x$ , τότε το σφάλμα (αβεβαιότητα) στη θέση του σωματιδίου **δεν μπορεί να γίνει μικρότερο από:**

$$\Delta x = \hbar / (2\Delta p_x)$$

Σύμφωνα λοιπόν με την Κβαντομηχανική ένα σωματίδιο όπως το ηλεκτρόνιο δεν έχει μια συγκεκριμένη ορμή και μια συγκεκριμένη θέση και επομένως δεν γνωρίζουμε το παρόν του σωματιδίου σε όλες τις λεπτομέρειές του και επομένως δεν μπορούμε να προβλέψουμε το μέλλον του σωματιδίου.

Για την Κβαντομηχανική η ιδέα μιας τέτοιας πρόβλεψης είναι χωρίς νόημα.

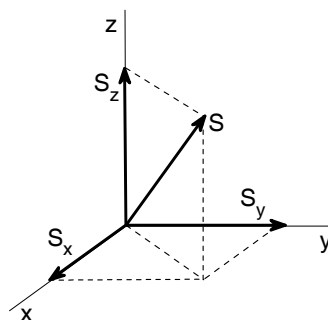
## 0.6 Το παράδοξο EPR – η μη τοπικότητα της Κβαντομηχανικής

Όπως αναφέρθηκε και σε άλλο εδάφιο, πολλοί μεγάλοι φυσικοί ήταν αντίθετοι με την επικρατούσα ερμηνεία της Κβαντομηχανικής, που ενώ δεν αμφισβητούσαν τη χρησιμότητά της και τις επιτυχίες της πίστευαν ότι ήταν μια μη πλήρης θεωρία και ότι παραβίαζε την αρχή της πραγματικότητας και της τοπικότητας. Ένας από αυτούς, ο Einstein, έκανε πολλές προσπάθειες για να δείξει ότι η θεωρία δεν ήταν πλήρης. Στη σημαντικότερη από αυτές μαζί με τους Podolsky και Rosen (1935) παρουσίασαν μια ανάλυση που “έδειχνε” τη μη πληρότητα της θεωρίας. Το επιχείρημά τους που τροποποιήθηκε από το Bohm (1952) θα παρουσιαστεί παρακάτω αφού πρώτα αναφέρουμε κάποια εισαγωγικά σχόλια για το σπιν των σωματιδίων.

Όλα τα σωματίδια (άτομα, πυρήνες, ηλεκτρόνια, πρωτόνια, φωτόνια κλπ.) χαρακτηρίζονται από μια ιδιότητα που λέγεται **σπιν** ή ιδιοστροφορμή. Θα μπορούσαμε να παρομοιάσουμε αυτό το κβαντομηχανικό μέγεθος με τη στροφορμή που δημιουργεί τον 24-ώρο κύκλο της Γης.

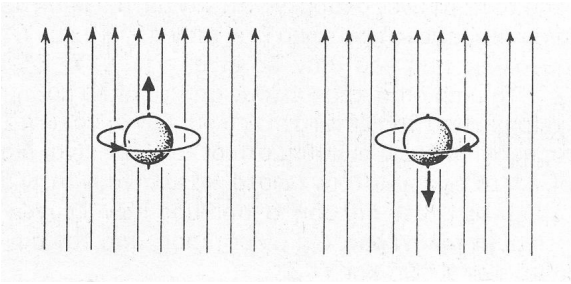
Το σπιν των σωματιδίων είναι ένα διανυσματικό μέγεθος και επομένως μπορεί να παρασταθεί ως προς κάποιο σύστημα αξόνων  $Oxyz$ . Δηλαδή το σπιν καθορίζεται πλήρως αν γνωρίζουμε τις τρεις συνιστώσες  $S_x, S_y, S_z$ , που είναι οι προβολές του στους άξονες  $x, y$  και  $z$  (βλέπε Σχ. 9).

Σύμφωνα με τους κανόνες της Κβαντομηχανικής οι τρεις συνιστώσες της στροφορμής  $S_x, S_y, S_z$  δεν μπορούν να προσδιοριστούν συγχρόνως. Μόνο η μια μπορεί να προσδιοριστεί με ακρίβεια.



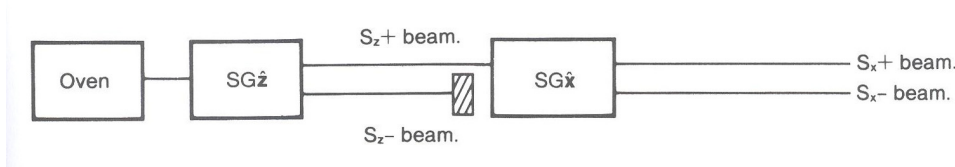
Σχήμα 9: Ανάλυση του διανύσματος του σπιν σε τρεις συνιστώσες.

Ας περιοριστούμε στην περίπτωση ενός πρωτονίου (ή ενός ηλεκτρονίου). Αν αυτό βρεθεί μέσα σ’ ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο το σπιν του μπορεί να προσανατολιστεί είτε παράλληλα είτε αντιπαράλληλα προς τις δυναμικές γραμμές (βλέπε Σχ. 10). Στις δύο αυτές δυνατότητες προσανατολισμού μπορούμε να δώσουμε τις τιμές  $+1$  και  $-1$  (σε κάποιες μονάδες στροφορμής) ή όπως συχνά λέμε **επάνω** ( $\uparrow$ ) και **κάτω** ( $\downarrow$ ), αντίστοιχα.



Σχήμα 10: Προσανατολισμός του σπιν σε ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Πριν κάνουμε οποιαδήποτε μέτρηση μιας συνιστώσας του σπιν δεν γνωρίζουμε τί αποτέλεσμα θα πάρουμε. Αυτό που γνωρίζουμε είναι ότι θα έχουμε 50% πιθανότητα να πάρουμε ως αποτέλεσμα την τιμή  $+1$  και 50% πιθανότητα να πάρουμε ως αποτέλεσμα την τιμή  $-1$ . Αυτό μπορούμε να το διαπιστώσουμε με το πείραμα Stern-Gerlach, όπως φαίνεται στο Σχ. 11, που λειτουργεί ως εξής:



Σχήμα 11: Διαδοχικά πειράματα Stern - Gerlach για την παρατήρηση των συνιστωσών του σπιν  $S_z$  και  $S_x$ .

Μια συσκευή δημιουργεί μια δέσμη πρωτονίων ή ηλεκτρονίων. Το σπιν των σωματιδίων της δέσμης έχουν τυχαίο προσανατολισμό και δεν γνωρίζουμε μια μέτρηση τί τιμή θα δώσει για κάποια συνιστώσα, έστω την  $S_z$ . Αν η δέσμη διέλθει από κατάλληλο μαγνητικό πεδίο με προσανατολισμό κατά το  $z$ -άξονα, θα χωριστεί σε δύο ίσες δέσμες. Η μια αντιστοιχεί σε σωματίδια με  $S_z = +1$  και η άλλη με  $S_z = -1$ . Δηλαδή η κάθε τιμή της  $S_z$  έχει πιθανότητα 50% να εμφανιστεί.

Με κατάλληλο φίλτρο απορροφάται η δεύτερη δέσμη και η πρώτη διέρχεται από κατάλληλο μαγνητικό πεδίο με προσανατολισμό κατά το  $x$ -άξονα. Αυτό που παρατηρούμε είναι ότι η δέσμη με  $S_z = +1$  χωρίστηκε σε δύο ίσες δέσμες με  $S_x = +1$  και  $S_x = -1$ . Δηλαδή η κάθε τιμή της  $S_x$  έχει πιθανότητα 50% να εμφανιστεί.

Γενικεύοντας την παρατήρηση αυτή μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η κάθε κατάσταση ( $+1$  και  $-1$ ) μιας συνιστώσας του σπιν είναι μια υπέρθεση (επαλληλία) των δύο καταστάσεων μιας άλλης συνιστώσας.

Έτσι αν μετρήσουμε τη μια συνιστώσα έστω την  $S_z$  και βρούμε  $S_z = +1$  δεν γνωρίζουμε η μέτρηση της  $S_x$  τί θα μας δώσει, αλλά γνωρίζουμε ότι η κατάσταση της  $S_z$  που παρατηρήσαμε μπορεί να εκφραστεί ως μια υπέρθεση των δύο δυνατών καταστάσεων της  $S_x$ :  $S_x = +1$  και  $S_x = -1$ . Επομένως η μέτρηση της  $S_x$  θα δώσει  $S_x = +1$  με 50% πιθανότητα και  $S_x = -1$  με 50% πιθανότητα.

Ας φανταστούμε τώρα ένα ζεύγος πρωτονίων που τα συμβολίζουμε με A και B. Αυτό μπορεί να βρεθεί σε τέσσερις διαφορετικές καταστάσεις. Μια από αυτές έχει ολικό σπιν  $S^{(AB)} = 0$ . Αυτό μπορεί να γίνει αν το A είναι επάνω και το B είναι κάτω και αντίστροφα.

Ας υποθέσουμε ότι τα δύο πρωτόνια απομακρύνονται σε πολύ μεγάλη απόσταση μεταξύ τους. Σ' αυτήν την απόσταση μετράμε το σπιν του A ως προς κάποια κατεύθυνση (δηλαδή μετράμε κάποια από τις συνιστώσες του), έστω την  $S_z^{(A)}$ . Η τιμή που θα πάρουμε είναι  $S_z^{(A)} = +1$  με πιθανότητα 50% και  $S_z^{(A)} = -1$  με πιθανότητα 50%.

Επειδή το ολικό σπιν είναι μηδέν θα έχουμε τις περιπτώσεις:

- Αν η μέτρηση δώσει την τιμή  $S_z^{(A)} = +1$  το B πρέπει να βρίσκεται σε μια κατάσταση που η συνιστώσα του σπιν στο  $z$ -άξονα θα είναι σίγουρα  $-1$ .

- Αν η μέτρηση δώσει την τιμή  $S_z^{(A)} = -1$ , τότε το B βρίσκεται σε μια κατάσταση με  $S_z^{(B)} = 1$ .

Παρόμοια πράγματα συμβαίνουν αν αποφασίζαμε να μετρήσουμε τις άλλες συνιστώσες του σπιν του A.

Φαίνεται ότι συνέβη κάτι το παράξενο. Η μέτρηση μιας συνιστώσας του σπιν του A, που δεν γνωρίζουμε εκ των προτέρων τι τιμή θα μας δώσει, έχει μια **αυτόματη επίδραση** στο B, αναγκάζοντας το σπιν του B να μετατραπεί στην κατάσταση με αντίθετο προσανατολισμό. Πρέπει να συμπεράνουμε λοιπόν ότι:

- Μια ακαριαία επίδραση διαδίδεται από το A στο B που το αποτέλεσμα εξαρτάται από το τί έχουμε μετρήσει στο A. Ένα σύστημα που χωρίστηκε σε δύο συστήματα και απομακρύνθηκαν, αλληλεπιδρούν μεταξύ τους όσο μεγάλη και αν είναι η απόσταση.

Κάτι τέτοιο δεν ισχύει στα πλαίσια της Νευτώνειας Μηχανικής. Αν ένα σύστημα χωριστεί στα δύο το καθένα από αυτά εξελίσσεται σύμφωνα με τις αρχικές του συνθήκες και τα δύο συστήματα δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους όταν βρεθούν σε πολύ μεγάλες αποστάσεις. Είναι όπως λέμε διαχωρίσιμα. Κβαντομηχανικά δεν έχουμε αυτήν την περίπτωση. Η πράξη της μέτρησης στο A δημιουργεί μια νέα κατάσταση στο B. Αυτό μπορεί να συμβαίνει αν δεχτούμε ότι η Κβαντομηχανική είναι μια μη τοπική θεωρία η οποία ακαριαία μεταφέρει πληροφορίες από το A στο B και επομένως δεν ισχύει η παραδοχή γ) του εδαφίου 0.1.

### 0.6.1 Κρυμμένες μεταβλητές - Ανισότητες του Bell

Σύμφωνα με τους de Broglie και Bohm τα παραπάνω παράξενα συμβαίνουν επειδή υπάρχουν κάποιες κρυμμένες μεταβλητές που περιγράφουν την πραγματικότητα και τις οποίες η θεωρία δεν τις λαμβάνει υπόψη και επομένως πρέπει να συμπληρωθεί για να είναι πλήρης. Η θεωρία αυτή έκανε πολλούς φυσικούς να πιστεύουν ότι υπάρχει μια πραγματικότητα στον μικρόκοσμο.

Ο Bell (1964) πρότεινε τη διεξαγωγή ενός πειράματος που θα αποδείκνυε την ύπαρξη αυτών των κρυμμένων μεταβλητών. Σύμφωνα με το Bell αν ισχύει η τοπικότητα και υπάρχουν οι κρυμμένες μεταβλητές πρέπει να ισχύουν κάποιες ανισότητες. Αν παραβιάζονται αυτές οι ανισότητες τότε οι μεταβλητές αυτές δεν υπάρχουν και ισχύει η μη τοπικότητα στο μικρόκοσμο.

Το πείραμα του Aspect (1982) αποφάνθηκε υπέρ της επικρατούσας άποψης. Το πείραμα έγινε όχι με δύο πρωτόνια ολικού σπιν 0 αλλά με δύο φωτόνια και ελέγχοντας την πόλωση των φωτονίων σε μεγάλες αποστάσεις.

## 0.7 Επίλογος

Τα φαινόμενα της φύσης μπορούν να χωριστούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες που είναι σχεδόν αντίθετες από πολλές απόψεις. Σ' αυτά που υπερισχύει ο σωματιδιακός χαρακτήρας και σ' αυτά που υπερισχύει ο κυματικός χαρακτήρας.

Ένα αντικείμενο σε ατομική κλίμακα δεν είναι ούτε σωματίδιο ούτε κύμα ούτε και τα δύο μαζί. Είναι κάτι που δεν μπορούμε να το αντιληφθούμε με τις αισθήσεις μας αλλά είναι κάτι το πραγματικό και τίποτε παραπάνω.

Η Κλασική Φυσική βασίζεται στο γεγονός ότι μπορούμε να “αγγίζουμε” ή να δράσουμε στα διάφορα αντικείμενα. Είναι βασικά αιτιοκρατική.

Η Κβαντική Φυσική σχετίζεται με έναν κόσμο που δεν είναι προσιτός στις αισθήσεις μας και στην κοινή λογική. Ένας κόσμος που μπορεί να περιγραφεί με αφηρημένα μαθηματικά. Δεν υπάρχουν εμπειρίες τις οποίες μπορούμε να μεταφέρουμε από τον κόσμο των αισθήσεών μας στο μικρόκοσμο. Δεν γνωρίζουμε τους λόγους για τους οποίους ο κόσμος των κβάντα συμπεριφέρεται με αυτόν τον τρόπο. Αυτό που γνωρίζουμε είναι ότι συμπεριφέρεται έτσι.

Υπάρχουν δύο μόνο σημεία από τα οποία μπορούμε να κρατηθούμε.

1ο. Τα σωματίδια (π.χ. ηλεκτρόνια) και το φως συμπεριφέρονται με τον ίδιο τρόπο. Έχουν σωματιδιακές και κυματικές ιδιότητες.

2ο. Αν μπορούμε να δεχτούμε το πείραμα των δύο οπών τότε το μεγαλύτερο μέρος του προβλήματος έχει λυθεί.

Ανακεφαλαιώνοντας μπορούμε να πούμε τα εξής:

- Τα ηλεκτρόνια και το φως έχουν σωματιδιακές και κυματικές ιδιότητες.
- Δεν υπάρχει πείραμα που να αποκαλύπτει ταυτόχρονα τις σωματιδιακές και τις κυματικές ιδιότητες.
- Η πράξη της παρατήρησης ενός συστήματος το αλλάζει και ο παρατηρητής είναι κατά κάποιο τρόπο μέρος του πειράματος.
- Ό,τι γνωρίζουμε είναι το αποτέλεσμα του πειράματος.
- Αυτό που μπορούμε να μάθουμε από τα πειράματα ή τις εξισώσεις της Κβαντικής Θεωρίας είναι η πιθανότητα να βρίσκεται ένα σύστημα σε κάποια κατάσταση τη στιγμή που το παρατηρούμε.
- Το αποτέλεσμα μιας μέτρησης ενός παρατηρήσιμου μεγέθους είναι ένα τυχαίο γεγονός. Οι τιμές που παίρνουμε ανήκουν στις δυνατές τιμές που μπορεί να έχει το μέγεθος.
- Ένα χαρακτηριστικό της Κβαντομηχανικής είναι ότι μπορεί να κατανοηθεί εφόσον εκφραστεί με μαθηματική γλώσσα και χρησιμοποιηθούν σύμβολα στη θέση των φυσικών μεγεθών