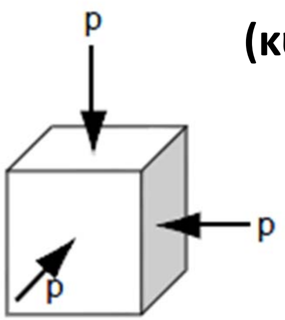
ΡΕΥΣΤΑ

- μπορούν να ρέουν
- παίρνουν το σχήμα του δοχείου που τα περιέχει
- Δεν μπορούν να αντισταθούν σε επιφανειακές δυνάμεις (εφαπτόμενες στην επιφάνεια) => δεν αναπτύσσουν διατμητικές τάσεις
- Ασκούν δυνάμεις σε διεύθυνση κάθετη στη επιφάνεια



Υδροστατικός τανυστής τάσεων
(κύριος σε οποιοδήποτε σύστημα)

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{bmatrix}$$

$$e_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\right]$$

$$e_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)\right]$$

$$e_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)\right]$$

$$e_{ij} = \begin{bmatrix} -\frac{1-2\nu}{E}p & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1-2\nu}{E}p & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1-2\nu}{E}p \end{bmatrix}$$

Μεταβολή όγκου:
ε_{vol}= -3(1-2ν)p/E =>
k=E/[3(1-2ν)] – Μέτρο διόγκωσης
(bulk modulus of elasticity)

Πυκνότητα ρ

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{m}{V}$$

Βαθμωτό μέγεθος (Kgr/m^3)

Πίεση p

$$p = \frac{F}{A}$$

Μονάδα μέτρησης 1 Pa = 1 N/m^2

1 atmosphere (atm) = 1.01x10^5 Pa (η ατμοσφαιρική πίεση στην στάθμη της θάλασσα) ή 0,1MPa

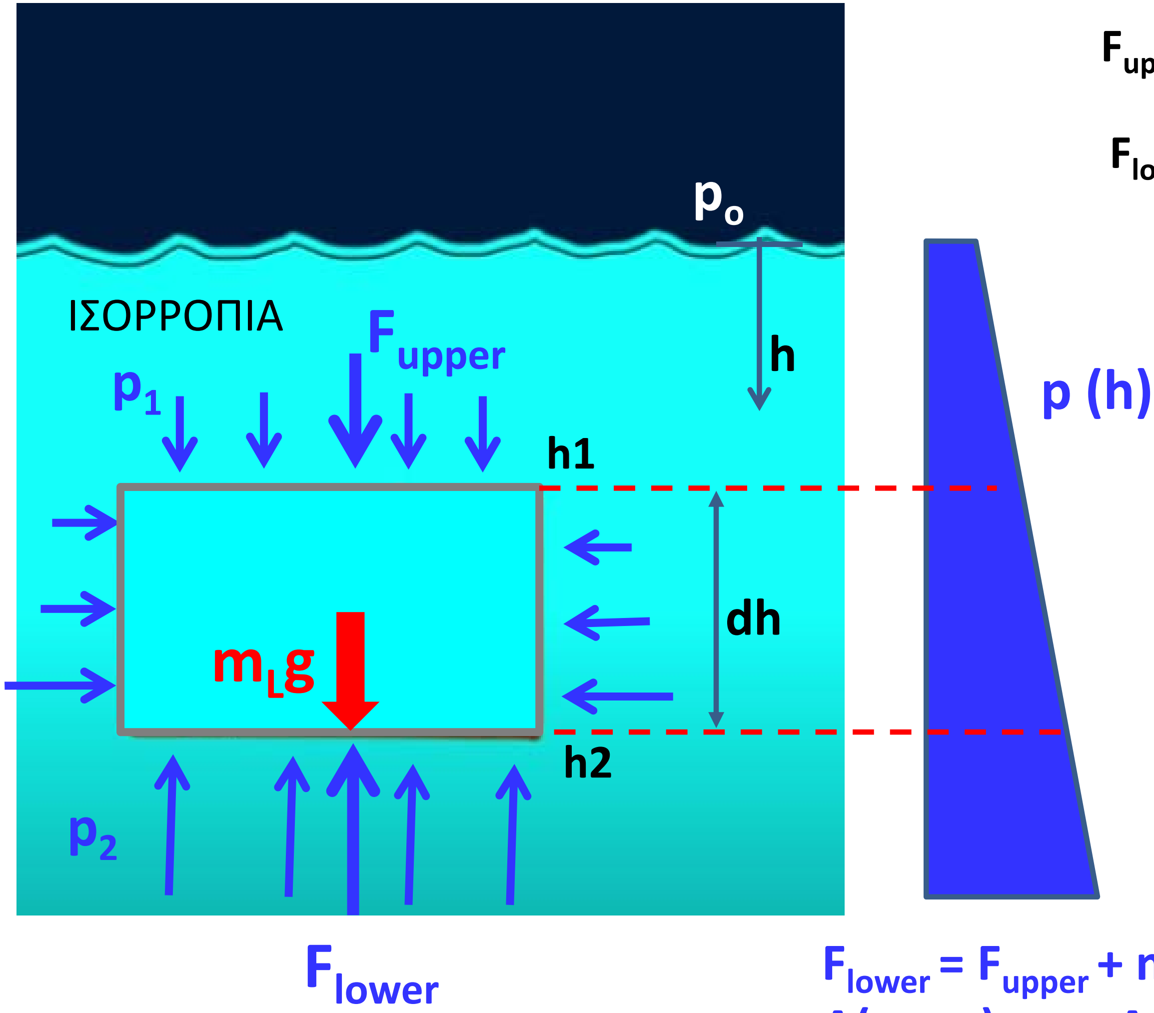
Material or Object	Density (kg/m^3)	Material or Object	Density (kg/m^3)
Interstellar space	10^{-20}	Iron	7.9×10^3
Best laboratory vacuum	10^{-17}	Mercury (the metal, not the planet)	13.6×10^3
Air: 20°C and 1 atm pressure	1.21	Earth: average	5.5×10^3
20°C and 50 atm	60.5	core	9.5×10^3
Styrofoam	1×10^2	crust	2.8×10^3
Ice	0.917×10^3	Sun: average	1.4×10^3
Water: 20°C and 1 atm	0.998×10^3	core	1.6×10^5
20°C and 50 atm	1.000×10^3	White dwarf star (core)	10^{10}
Seawater: 20°C and 1 atm	1.024×10^3	Uranium nucleus	3×10^{17}
Whole blood	1.060×10^3	Neutron star (core)	10^{18}

Το νερό ελάχιστα μεταβάλει την πυκνότητα του υπό πίεση (την μεταβάλει λόγω °C) ➔ ασυμπίεστο

Τα αέρια είναι συμπιεστά…

Ρευστό σε ηρεμία

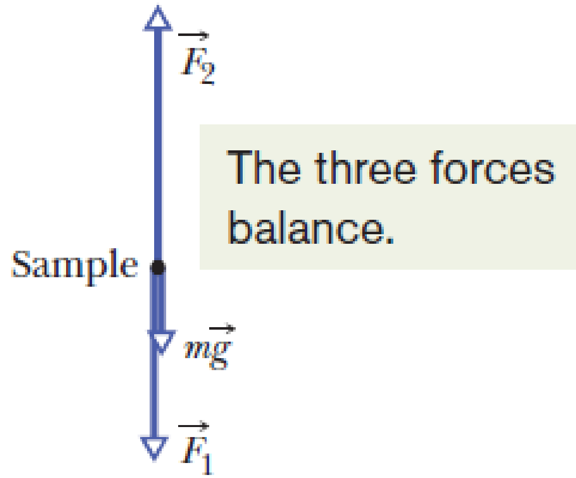
Η πίεση (υδροστατική πίεση) σε ένα σημείο του υγρού σε ηρεμία (στατική ισορροπία) εξαρτάται μόνο από το βάθος



$F_{upper}(F_1)=A*p_1$

$F_{lower}(F_2)=A*p_2$

Διάγραμμα Ελευθέρου σώματος

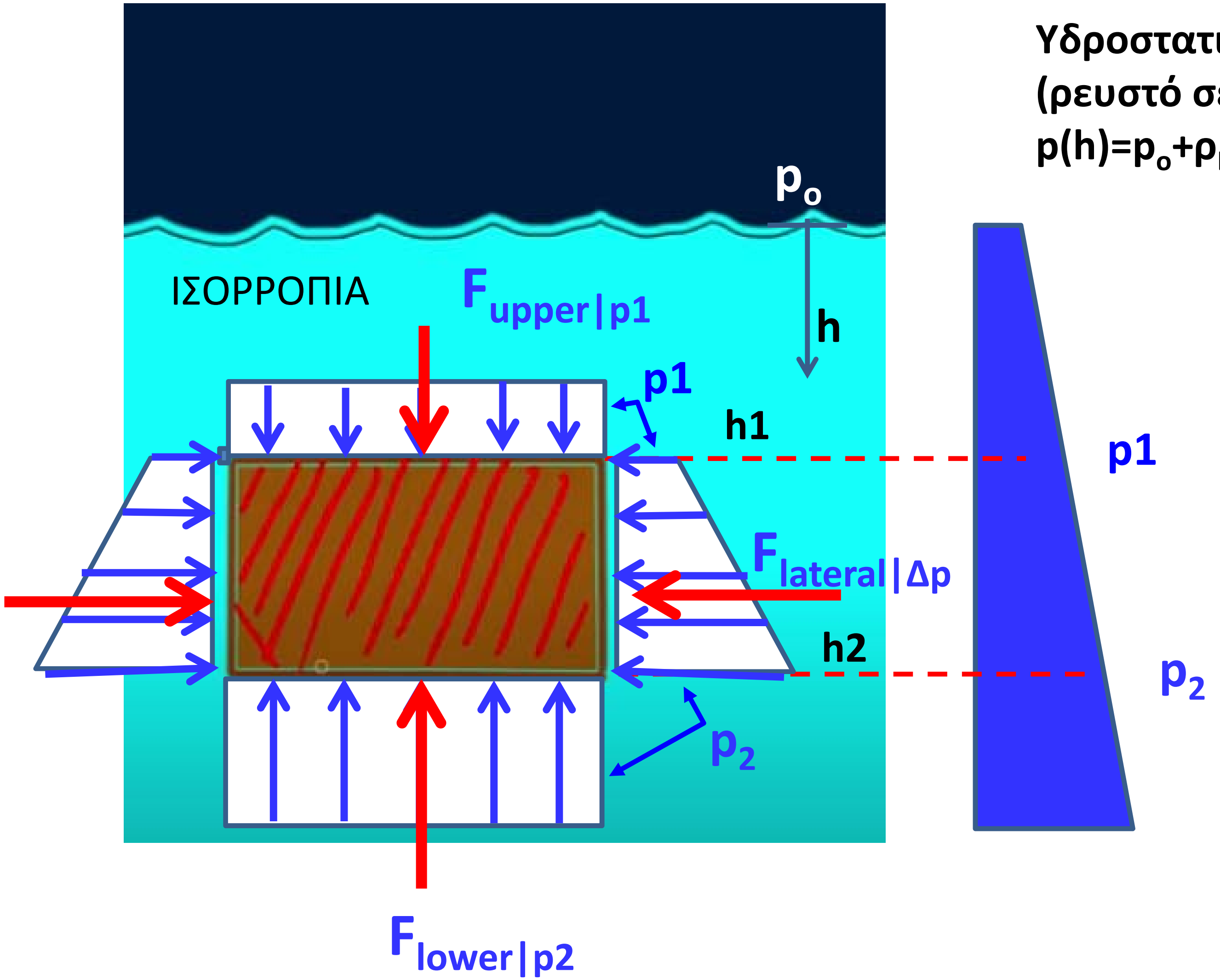


$F_{lower} = F_{upper} + m_L \cdot g$

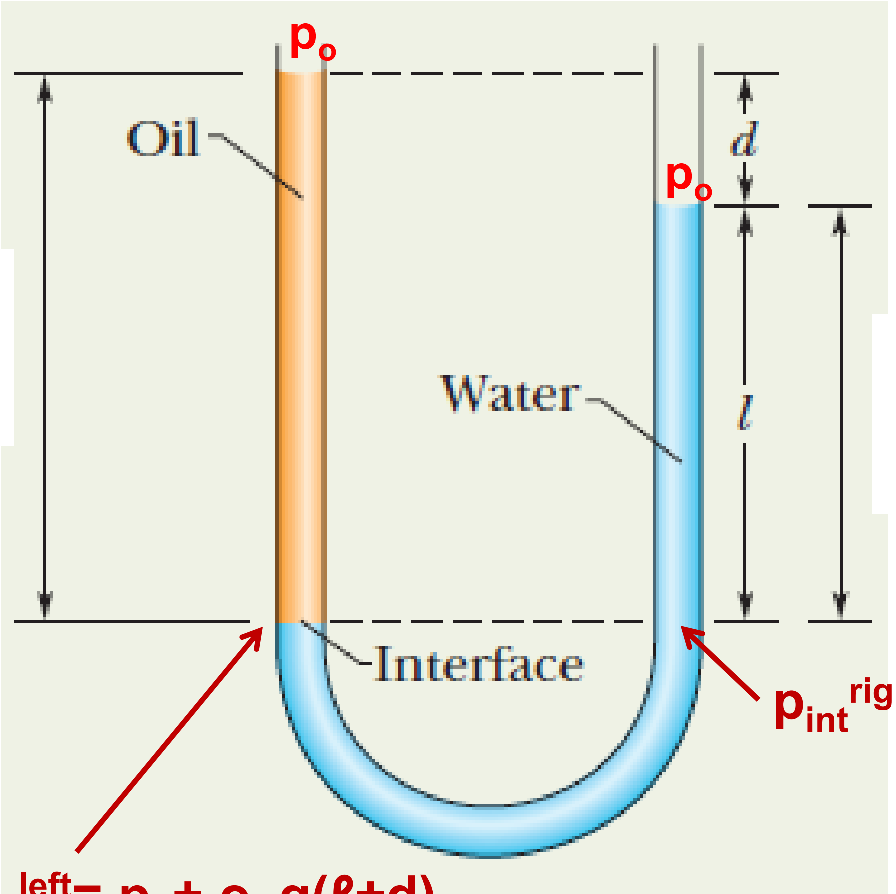
$A(p_2-p_1) = \rho_L g\, A\, (h_2-h_1) \Rightarrow p_2 = p_1 + \rho_L g\, (h_2-h_1)$

$dp = \rho_L g\, dh \Rightarrow p-p_o = \rho_L g h \Rightarrow p(h) = p_o + \rho_L g h$

Υδροστατική πίεση (ρευστό σε ηρεμία):
$p(h)=p_o+\rho_L \cdot g \cdot h$



Παράδειγμα: εύρεση άγνωστης πυκνότητας
Σωλήνας σταθερής διατομής



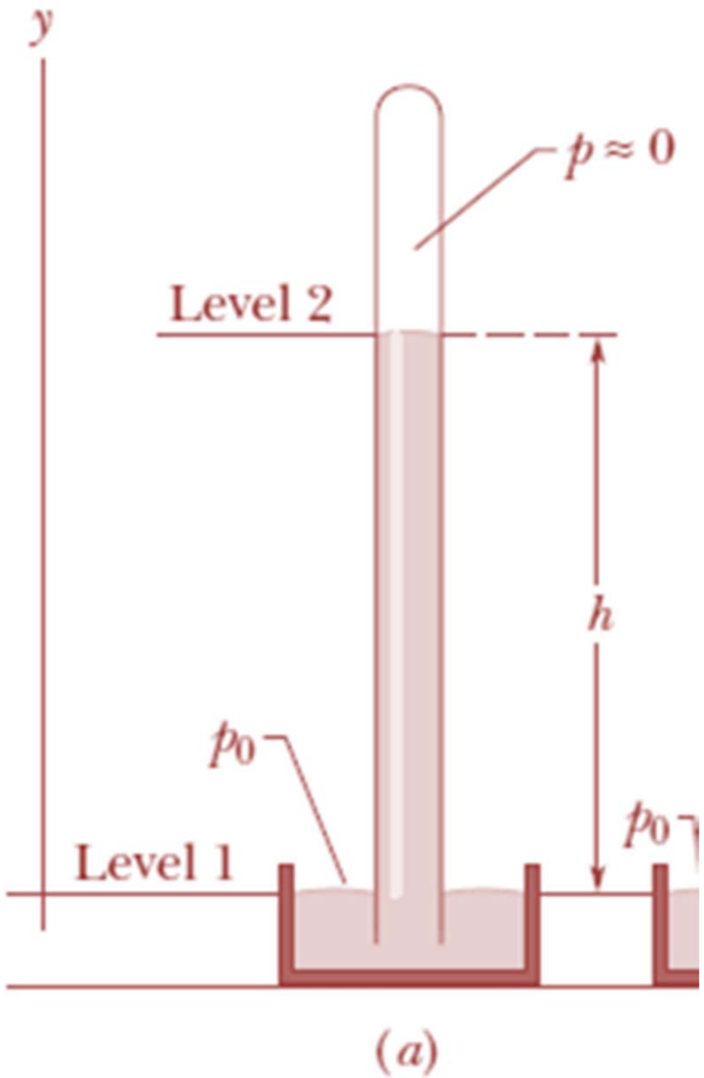
$p_{int}^{right} = p_o + \rho_w g \ell$

$p_{int}^{left} = p_o + \rho_O g(\ell + d)$

$p_{int}^{left} = p_{int}^{right} \rightarrow p_o + \rho_O g(\ell + d) = p_o + \rho_w g \ell$

$$\boxed{\rightarrow \rho_O = \rho_w \cdot \ell / (\ell + d)}$$

Μέτρηση ατμοσφαιρικής πίεσης: Βαρόμετρο Υδραργύρου



Ο Σωλήνας γεμίζει με υδράργυρο και αναποδογυρίζει μέσα σε δοχείο με υδράργυρο.

$p(y) = p_o + \rho g y$

Στην στάθμη 1 εξωτερικά: $p_1^{\varepsilon\xi} = p_o$

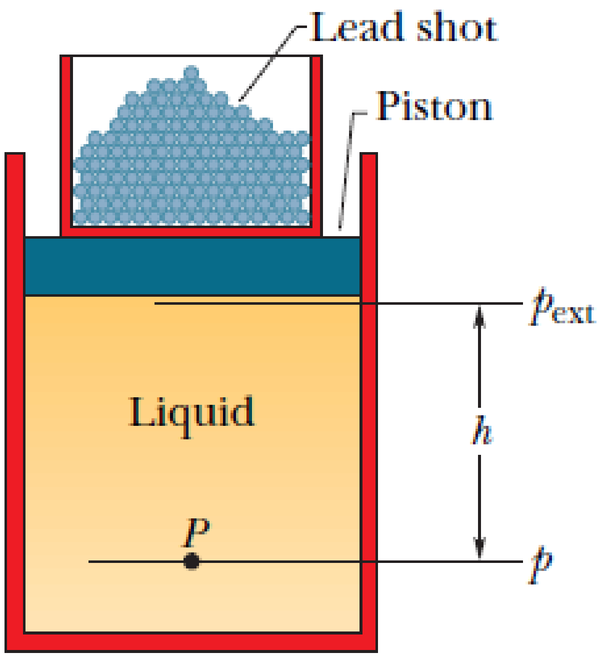
Στην στάθμη 1 εσωτερικά:
$p_1^{\varepsilon\sigma\omega\tau} = 0$ (κενό) $+\rho g h$

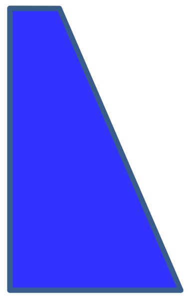
$p_1^{\varepsilon\xi} = p_1^{\varepsilon\sigma\omega\tau} \Rightarrow p_o = \rho g h$

$\rho_{\upsilon\delta\rho\alpha\rho\gamma\acute{\upsilon}\rho o\upsilon} = 13.6 \times 10^3 Kgr/m^3$
(μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία)

Η Αρχή του Pascal (1652μΧ)

Μια μεταβολή πίεσης σε έγκλειστο υγρό μεταβιβάζεται αυτούσια στο υγρό και στα τοιχώματα του δοχείου





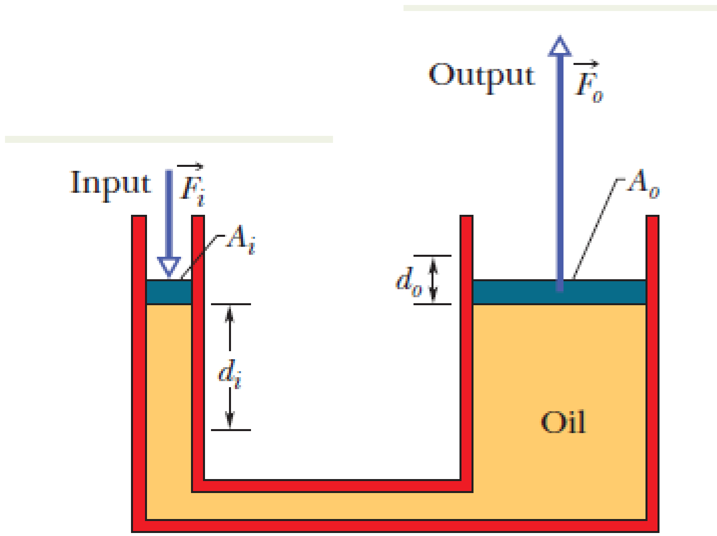
$$p = p_{ext} + \rho_L gh$$

Εάν προσθέσω επιπλέον πίεση dp_{ext}

$p' = (p_{ext} + dp_{ext}) + \rho gh$

$dp = p' - p = dp_{ext}$, η μεταβολή της πίεσης είναι ανεξάρτητη του ύψους και είναι ίδια σε όλα τα σημεία του υγρού

Υδραυλική πρέσσα **Εφαρμογή στον Υδραυλικό γρύλο για ανύψωση μεγάλου βάρους**



Επιβάλω στο αριστερό **έμβολο** (εισόδου) πίεση: $dp=F_i/A_i$

Το δεξιό **έμβολο** (εξόδου) δέχεται ίδια πίεση (Αρχή Pascal) από το υγρό (προς τα πάνω) => $dp=F_o/A_o$

$\mathbf{F_o=F_iA_o/A_i}$ **ή** $\mathbf{F_o/F_i = A_o/A_i}$

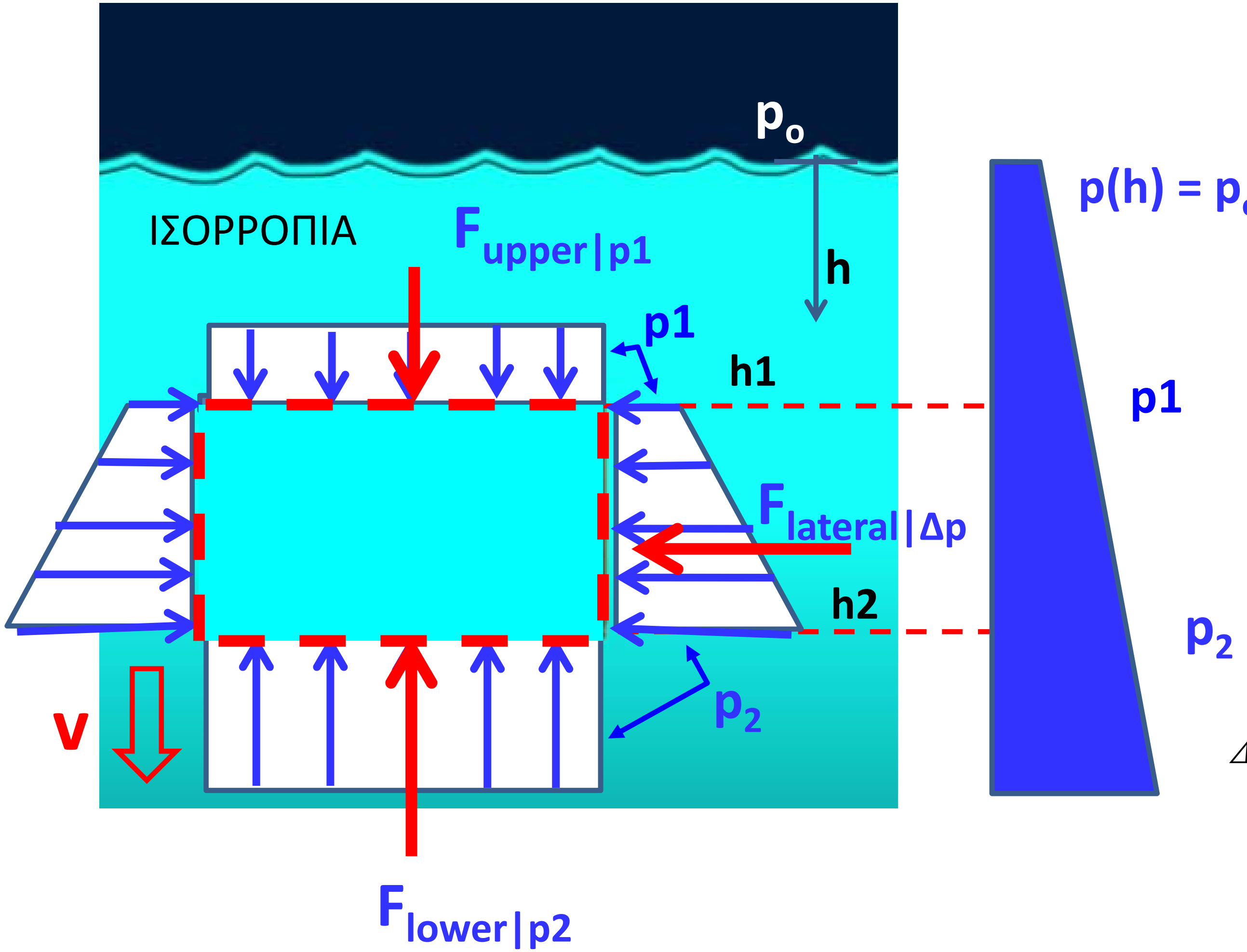
Αν $\mathbf{A_o>A_i \Rightarrow F_o > F_i}$

Μετακινώ το αριστερό **έμβολο** (εισόδου) κατά $\mathbf{d_i}$ οπότε το δεξιό **έμβολο** (εξόδου) ανέρχεται κατά $\mathbf{d_o}$.
Ο όγκος του υγρού που μετατοπίζεται είναι:
$V=A_id_i= A_od_o$ = > $\mathbf{d_o=d_i\ A_i/A_o}$ εάν $A_o>A_i$ $d_o<d_i$

Έργο εξόδου: $\mathbf{W=F_od_o=F_iA_o/A_i\ d_i\ A_i/A_o \Rightarrow W=F_id_i}$ **(έργο εισόδου= έργο εξόδου)**

Υγρό σε ηρεμία

Η πίεση σε ένα σημείο του υγρού σε ηρεμία (στατική ισορροπία) εξαρτάται μόνο από το βάθος



$p(h) = p_o + \rho_\upsilon g h$

$F_{upper}(F_1) = A * p_1$

$F_{lower}(F_2) = A * p_2$

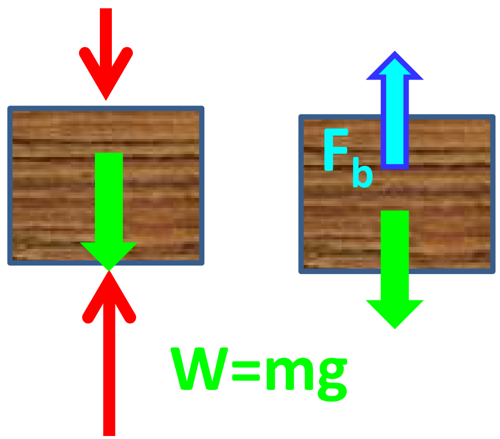
$$W = F_b$$

$$\rho_{\sigma\tau} \cdot V \cdot g = \rho_\upsilon \cdot g \cdot V$$

$$\rho_{\sigma\tau} = \rho_\upsilon$$

$W > F_b \;\Rightarrow\; \rho_{\sigma\tau} > \rho_\upsilon$

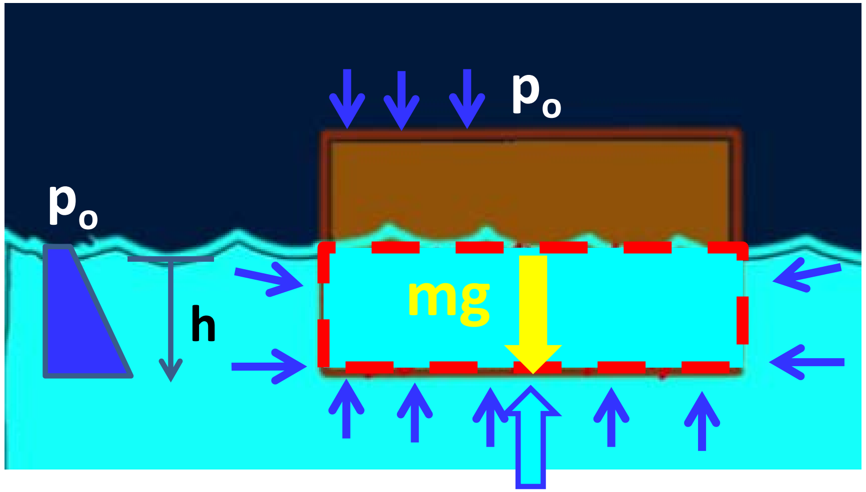
Διάγραμμα Ελευθέρου σώματος



Εκτόπισμα υγρού

$F_b = F_{lower} - F_{upper}$

$= A\,(p_2 - p_1) = A \cdot \rho_\upsilon \cdot g \cdot (h_2 - h_1) = \rho_\upsilon \cdot g \cdot V$ ➔ $F_b = m_\upsilon g$



$F_{lower} - F_{upper} =$

$= A\,(p_2 - p_1) = A \cdot (p_o + \rho_\upsilon \cdot g \cdot h - p_o) = \rho_\upsilon \cdot g \cdot V' \quad \Rightarrow F_b = m_L g$

$W = m \cdot g = \rho_{\sigma\tau} \cdot V \cdot g$

$W = F_b \;\Rightarrow\; \rho_{\sigma\tau} \cdot V \cdot g = \rho_\upsilon \cdot g \cdot V' \;\rightarrow\; \rho_{\sigma\tau} / \rho_\upsilon = V' / V \;\rightarrow\; \rho_{\sigma\tau} < \rho_\upsilon$

Η Αρχή του Αρχιμήδη: ένα σώμα που επιπλέει ή είναι πλήρως βυθισμένο, δέχεται <u>δύναμη άνωσης</u> από το υγρό με κατεύθυνση προς τα πάνω και μέτρου ίσου με το <u>βάρος του υγρού που εκτοπίζει το σώμα</u>.

Σε σώμα που είναι πλήρως βυθισμένο ή επιπλέει:

<u>δύναμη άνωσης = βάρος σώματος</u>

Παράδειγμα

In Fig. 14-11, a block of density $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ floats face down in a fluid of density $\rho_f = 1200 \text{ kg/m}^3$. The block has height $H = 6.0$ cm.

(a) By what depth h is the block submerged?

Floating means that the buoyant force matches the gravitational force.

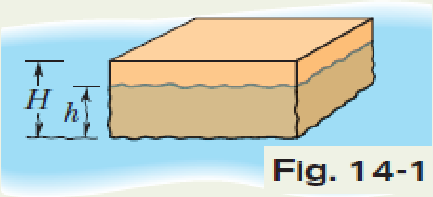


Fig. 14-11

$$F_b = m_f g = \rho_f V_f g = \rho_f LWhg.$$

$$F_g = mg = \rho V g = \rho_f LWHg.$$

$$\rho_f LWhg - \rho LWHg = 0,$$

$$\boxed{h = \frac{\rho}{\rho_f} H} = \frac{800 \text{ kg/m}^3}{1200 \text{ kg/m}^3}(6.0 \text{ cm})$$

$$= 4.0 \text{ cm}.$$

(b) If the block is held fully submerged and then released, what is the magnitude of its acceleration?

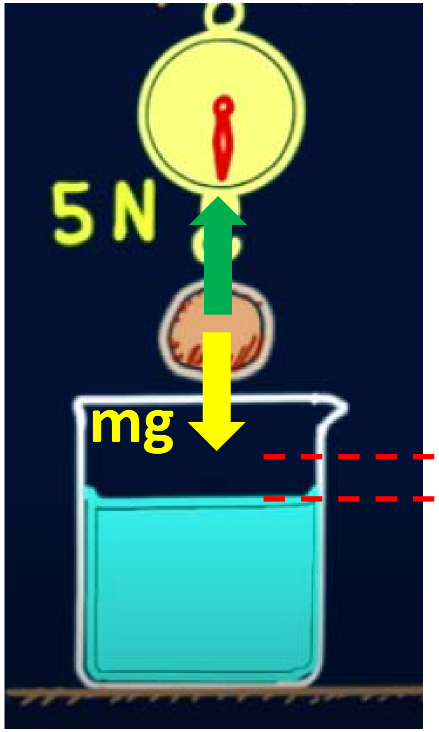
$$F_b - F_g = ma,$$

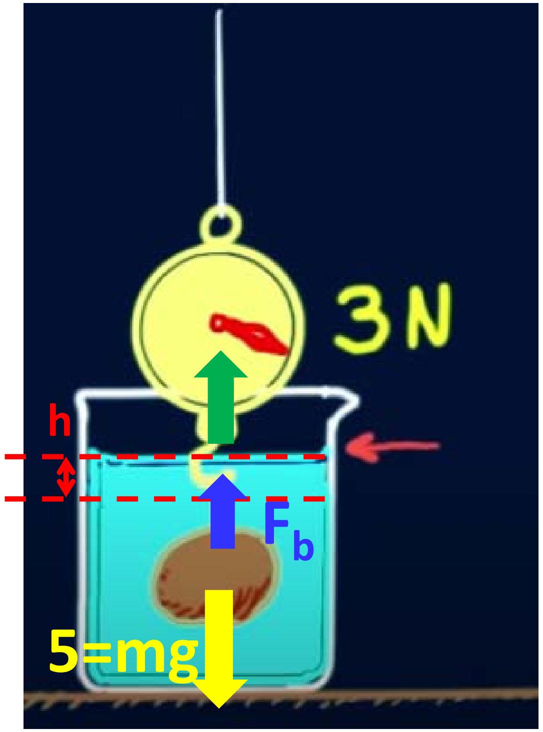
$$\rho_f LWHg - \rho LWHg = \rho LWHa$$

$$\boxed{a = \left(\frac{\rho_f}{\rho} - 1\right)g} = \left(\frac{1200 \text{ kg/m}^3}{800 \text{ kg/m}^3} - 1\right)(9.8 \text{ m/s}^2)$$

$$= 4.9 \text{ m/s}^2. \qquad \text{(Answer)}$$

Προσδιορισμός άγνωστου όγκου σώματος





Ζύγισμα μέσα σε δοχείο: η ανύψωση του νερού Δh => όγκος του αντικειμένου

Δύναμη άνωσης F_b (b=buoyancy) = Βάρος στον αέρα – βάρος μέσα στο νερό =>

F_b = $\underline{ΔW}$=ρg$\underline{V}$ (=ρg $A_{δοχείου}$* h)

Η Δύναμη Άνωσης (= βάρος του εκτοπισμένου νερού) και άρα και ο όγκος του σώματος μπορούν να μετρηθούν με ζύγισμα του εκτοπισμένου υγρού (γνωστής πυκνότητας)

Η Δύναμη άνωσης

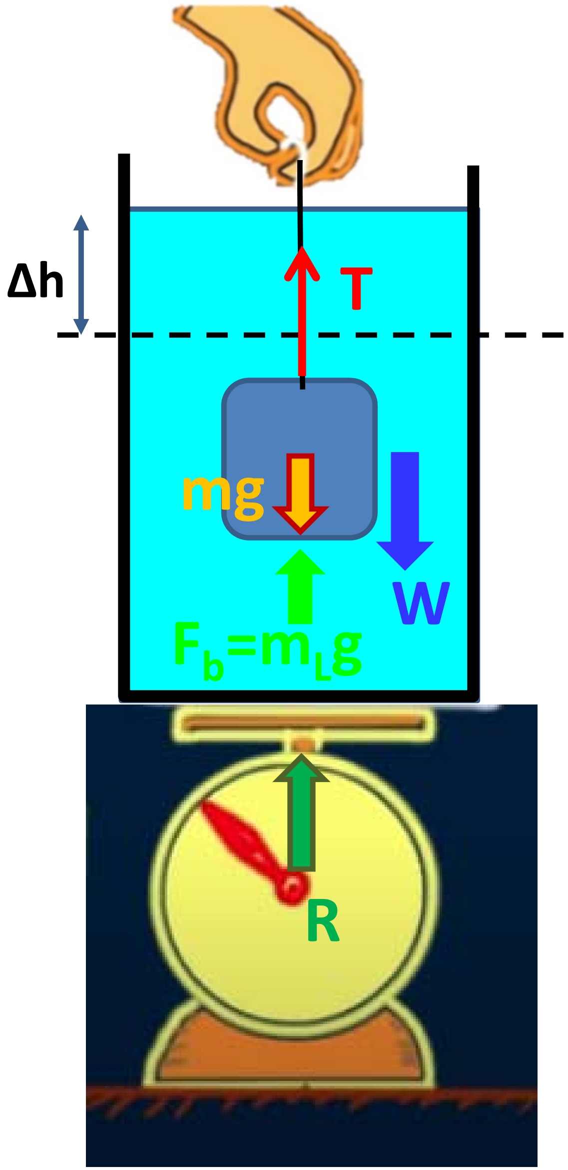
$F_b=W_{εκτ.} = m_L*g = ρ_{υγρού}*V*g$ => $V = \underline{W_{εκτ}}/(ρ_{υγρού}*g)$

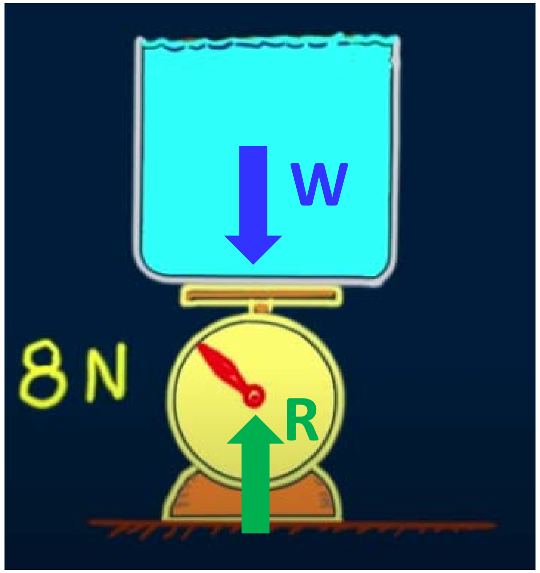
Η Αρχή του Αρχιμήδη: ένα σώμα που επιπλέει ή είναι πλήρως βυθισμένο, δέχεται δύναμη άνωσης ίση με το βάρος του εκτοπισμένου υγρού.

- **Δοχείο ημιπλήρες. Με την βύθιση του σώματος αυξήθηκε η στάθμη κατά Δh**
- **Βάρος σώματος στον αέρα = mg (δεδομένο)**
- **Βάρος υγρού = W**

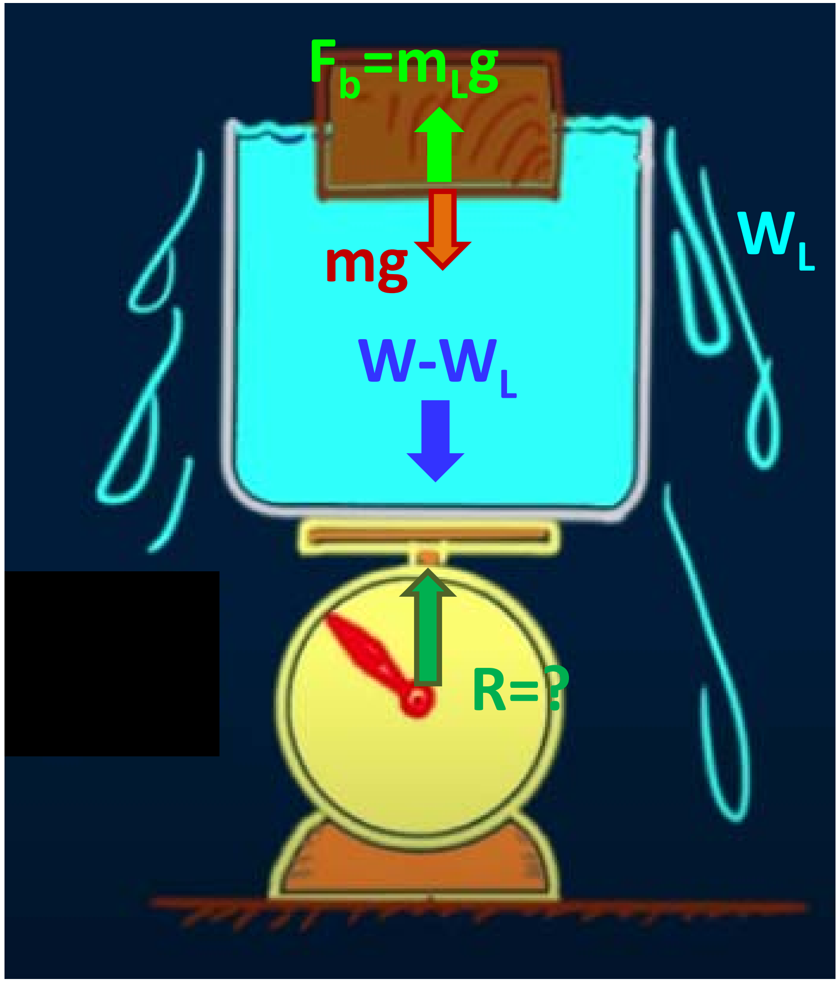
στον αέρα: Το σκοινί => όλο το βάρος T = mg
Βυθισμένο σώμα: Το σκοινί => $T = mg - F_b$
Η κάτω ζυγαριά: $R = W + F_b$
=> $F_b = R - W = \rho g V$ => $V = (R-W)/\rho g$

Χρησιμότητα: εύρεση όγκου υλικού, που πριν έχει ζυγιστεί, ώστε να προκύψει το φαινόμενο βάρος
$\varepsilon_\varphi = \rho_\varphi g = (m/V_\varphi) * g$

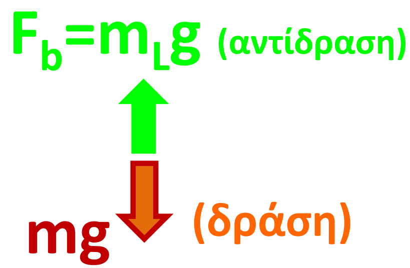




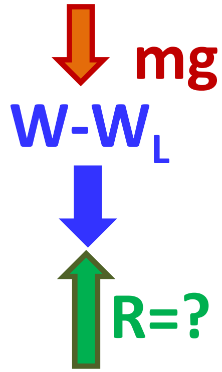
R=W



Διάγραμμα ελευθέρου σώματος που επιπλέει



Διάγραμμα ελευθέρου σώματος μπίκερ (η στήριξή του είναι η ζυγαριά):



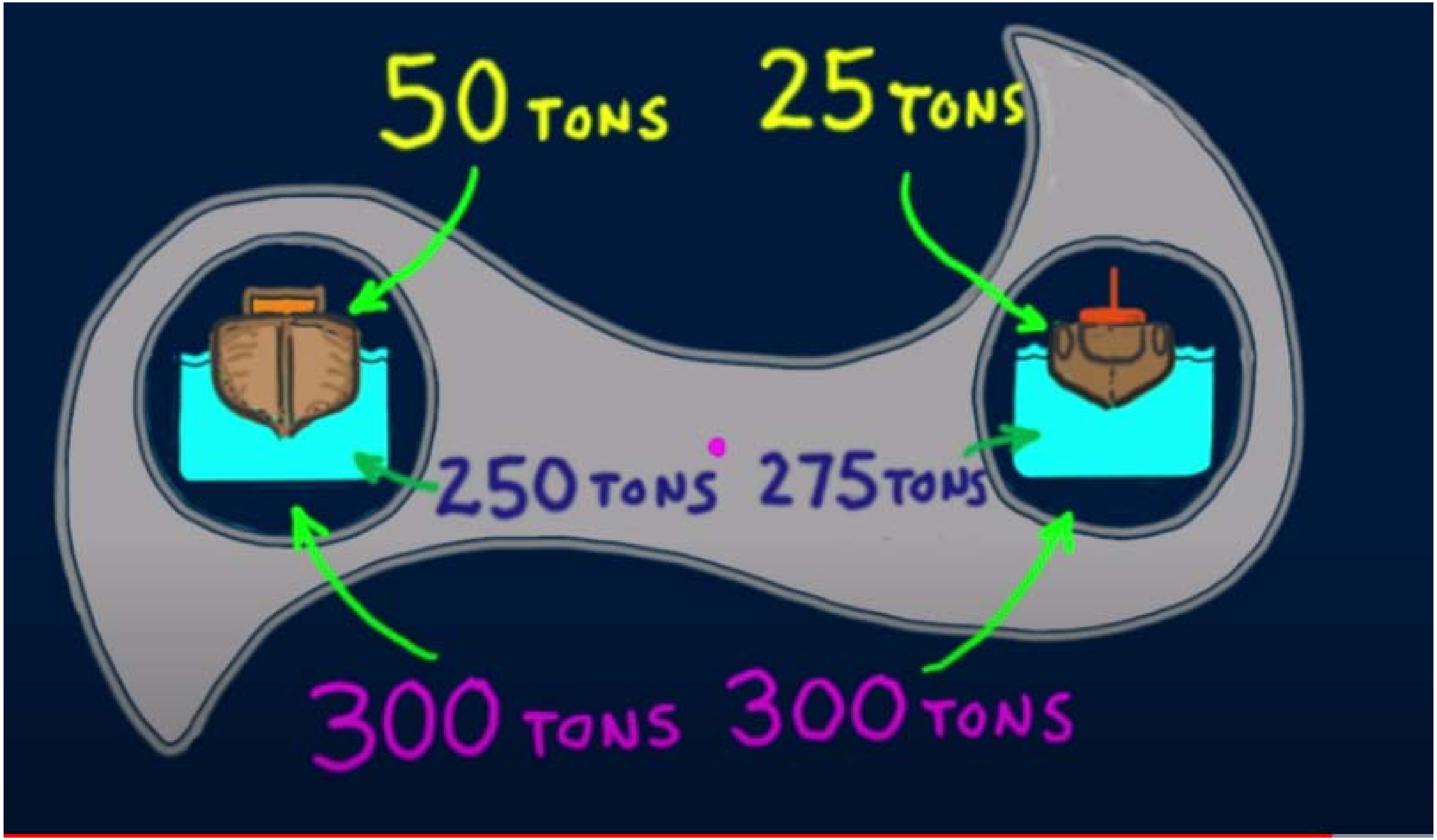
$R = (W\text{-}W_L) + mg$

Όμως από ισορροπία: $F_b=mg$

Και $F_b=W_L$

$R = (W\text{-}\cancel{W_L}) + \cancel{mg} \Rightarrow R = W$

Η Αρχή του Αρχιμήδη: ένα σώμα που επιπλέει ή είναι πλήρως βυθισμένο, δέχεται δύναμη άνωσης ίση με το βάρος του εκτοπισμένου υγρού.



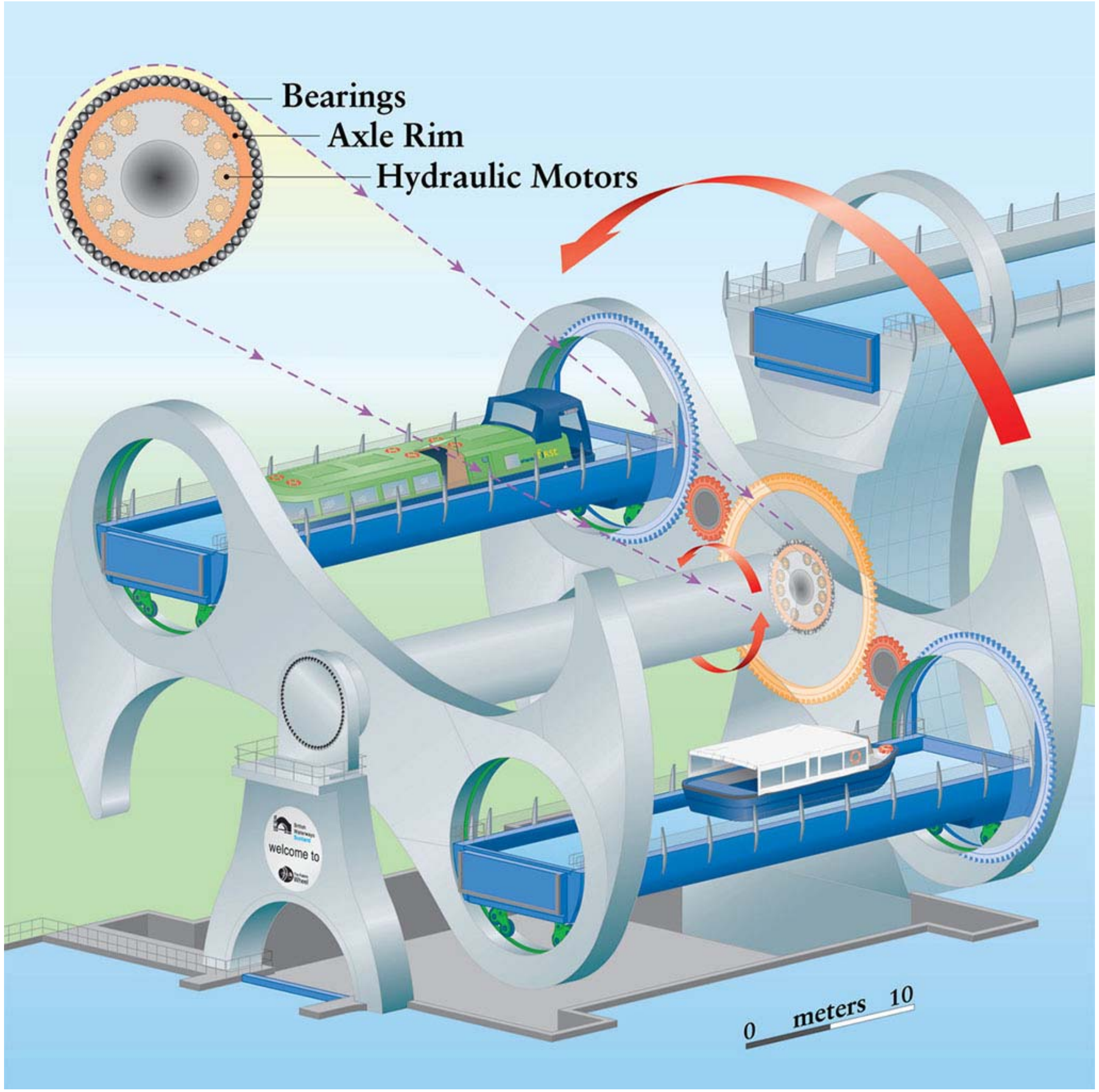
Case Study κυκλικής κίνησης: Η περίπτωση του Falkirk Wheel

https://www.scottishcanals.co.uk/falkirk-wheel/about-the-wheel/how-it-works/

https://youtu.be/_V7s7ughJIY?t=8

Case Study κυκλικής κίνησης: Η περίπτωση του Falkirk Wheel

https://www.youtube.com/watch?v=9y9Kn5qOc-E&feature=youtu.be



Το βάρος της γόνδολας με την φορτηγίδα αντισταθμίζεται από το βάρος του νερού στην άλλη γόνδολα. Ένα περίπλοκο σύστημα ανυψώνει ή χαμηλώνει τις γόνδολες. Κάθε γόνδολα, είτε με φορτηγίδες είτε απλά γεμάτη με νερό, ζυγίζει περίπου 300 τόνους.
Μικρή απαίτηση για ενέργεια (balance & equilibrium)!
Αρχή του Αρχιμήδη: ένα αντικείμενο (εδώ το σκάφος) μετατοπίζει τόσο νερό όσο το βάρος του, έτσι οι δύο γόνδολες είναι πάντα εξίσου ισορροπημένες.

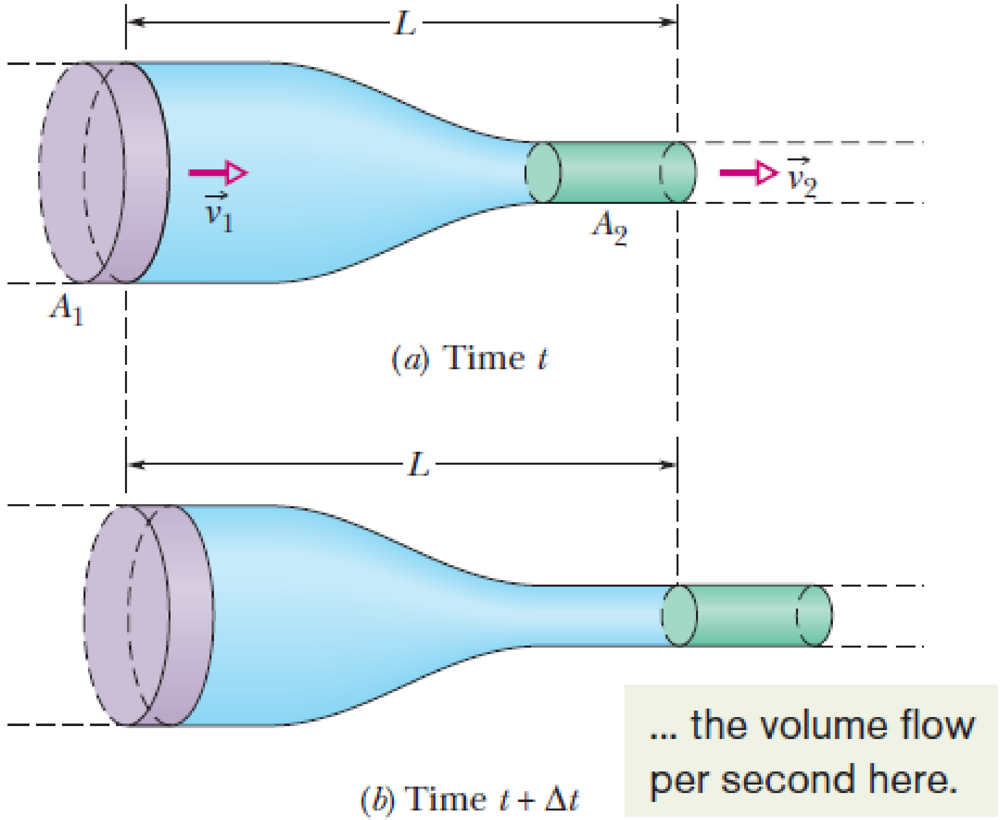
Υγρά και Κίνηση

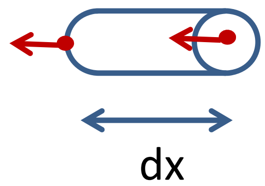
1. **σταθερή ή στρωτή ροή (Steady or laminar flow): η ταχύτητα του υγρού σε οποιοδήποτε σταθερό σημείο δεν αλλάζει με τον χρόνο**

2. **ασυμπίεστη ροή (Incompressible flow): όπως και για τα ρευστά σε ηρεμία, το ιδανικό ρευστό είναι ασυμπίεστο, δηλ. η πυκνότητά του είναι σταθερή**

3. **Ροή χωρίς ιξώδες (Nonviscous flow): Το ιξώδες είναι μέτρο της αντίστασης του ρευστού στην ροή (σε αντιστοιχία με την τριβή μεταξύ κινούμενων στερεών ➔ μετατροπή κινητικής ενέργειας σε θερμική ενέργεια). Όταν ένα σώμα κινείται σε ρευστό χωρίς ιξώδες δεν δέχεται οπισθέλκουσα δύναμη (καμιά αντίσταση) ➔ κίνηση με σταθερή ταχύτητα.**

Εξίσωση συνέχειας (Equation of Continuity)





Για σταθερή ροή:
Ταχύτητα: v=dx/dt
Όγκος: V=A·dx =A·v·dt

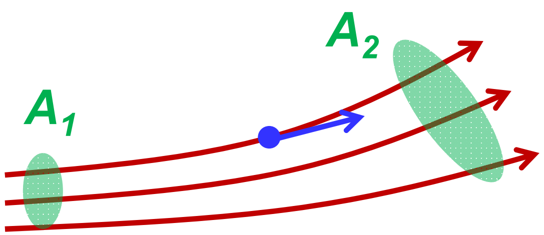
Ο ρυθμός με τον οποίο εισέρχεται το ρευστό είναι ίδιος με αυτόν που εξέρχεται από τον ιδανικό σωλήνα (όση όγκος μπαίνει, τόσος και βγαίνει)
Είσοδος: $V=A_1 \cdot dx=A_1 \cdot v_1 \cdot dt$
Έξοδος: $V=A_2 \cdot dx=A_2 \cdot v_2 \cdot dt$

(V/dt=A·v)

$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$: αυξάνεται η ταχύτητα όταν μειώνεται η διατομή

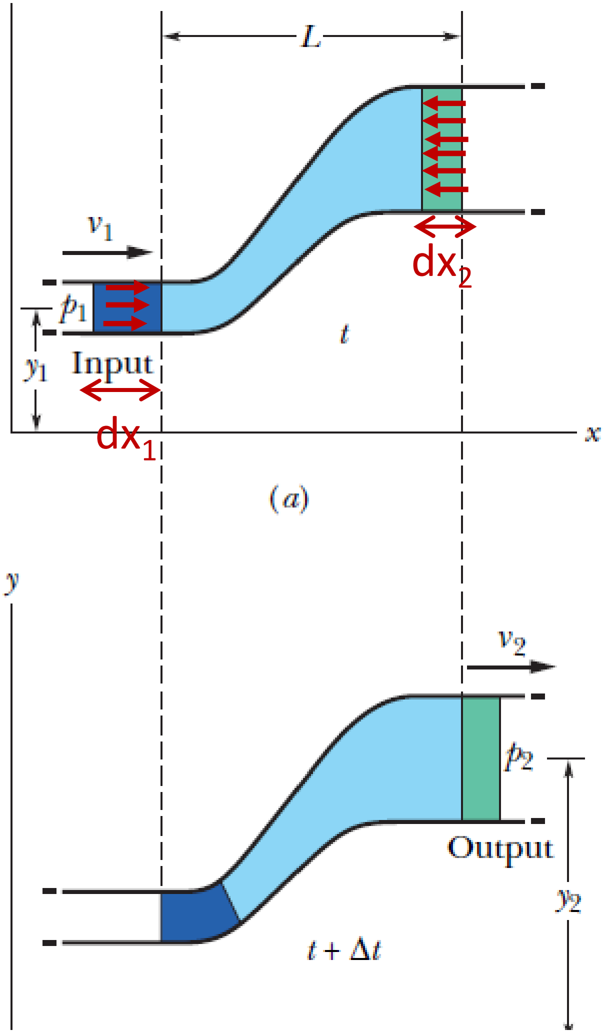
Ρυθμός ροής όγκου (παροχή):
R_V=dV/dt=A·v (σταθερά)

Ρυθμός ροής μάζας:
R_m=dm/dt=ρ·A·v (σταθερά)



Ρευματικές γραμμές: η ταχύτητα εφάπτεται σε κάθε σημείο, η πύκνωση δηλώνει αύξηση μέτρου ταχύτητας

Εξίσωση Bernoulli (Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας στα ρευστά)



Μεταβολή Κ.Ε. (ΔΚΕ) =έργο που εκτελείται (W)

Fluid flows at a steady rate through a length L of a tube, from the input end at the left to the output end at the right. From time t in (a) to time t+Dt in (b), the amount of fluid shown in purple enters the input end and the equal amount shown in green emerges from the output end.

Για το στοιχειώδες ρευστό που εισέρχεται (χωρίς ιξώδες):
$dx_1=v_1dt$
Δέχεται δύναμη $F_1=p_1A_1$ ➔ παράγει έργο $W_1=dx_1\cdot p_1A_1$
Το ρευστό κατά την έξοδό του δέχεται από τα δεξιά του δύναμη $F_2=p_2A_2$ ➔ παράγει έργο $W_2= - dx_2\cdot p_2A_2$
Έργο λόγω βαρύτητας κατά την ανύψωση:
$W_G = - dm\cdot g\cdot(y_2-y_1)$
$\Delta KE=W_1+W_2+W_G$
Όσος όγκος εισέρχεται, τόσος εξέρχεται (ασυμπ. ρευστό)

$$\frac{1}{2}dm\cdot v_2^2-\frac{1}{2}dm\cdot v_1^2=-dm\cdot g\cdot(y_2-y_1)+dx_1p_1A_1-dx_2p_2A_2$$

$dm=\rho dV$
$dV=dx_iA_i$

$$p_1+\tfrac{1}{2}\rho v_1^2+\rho g y_1=p_2+\tfrac{1}{2}\rho v_2^2+\rho g y_2.$$

$$p+\tfrac{1}{2}\rho v^2+\rho g y=\text{a constant}\qquad\text{(Bernoulli's equation).}$$

In the old West, a desperado fires a bullet into an open water tank (Fig. 14-20), creating a hole a distance h below the water surface. What is the speed v of the water exiting the tank?

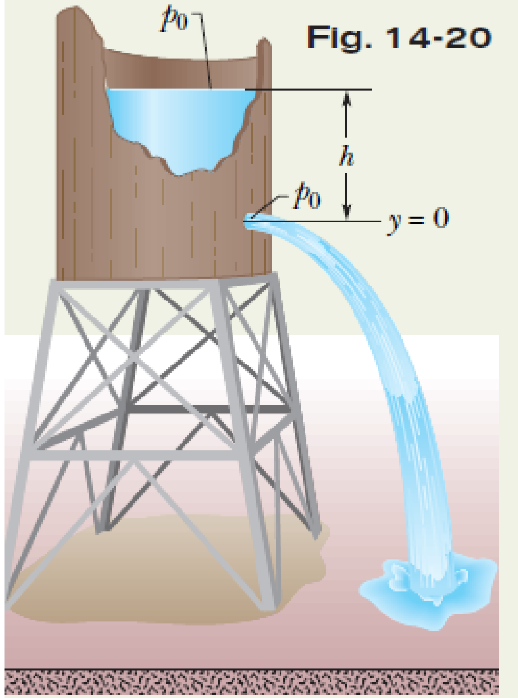


Fig. 14-20 Water pours through a hole in a water tank, at a distance h below the water surface. The pressure at the water surface and at the hole is atmospheric pressure p_0.

Example-2: Bernoulli's Principle

In the old West, a desperado fires a bullet into an open water tank (Fig. 14-20), creating a hole a distance h below the water surface. What is the speed v of the water exiting the tank?

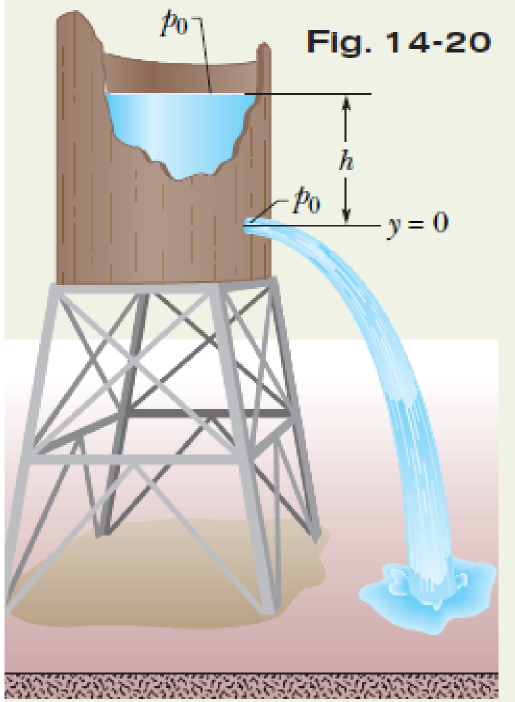


Fig. 14-20 Water pours through a hole in a water tank, at a distance h below the water surface. The pressure at the water surface and at the hole is atmospheric pressure p_0.

$$R_V = av = Av_0$$

and thus
$$v_0 = \frac{a}{A}v.$$

Because $a \ll A$, we see that $v_0 \ll v$. To apply Bernoulli's equation, we take the level of the hole as our reference level for measuring elevations (and thus gravitational potential energy). Noting that the pressure at the top of the tank and at the bullet hole is the atmospheric pressure p_0 (because both places are exposed to the atmosphere), we write Eq. 14-28 as

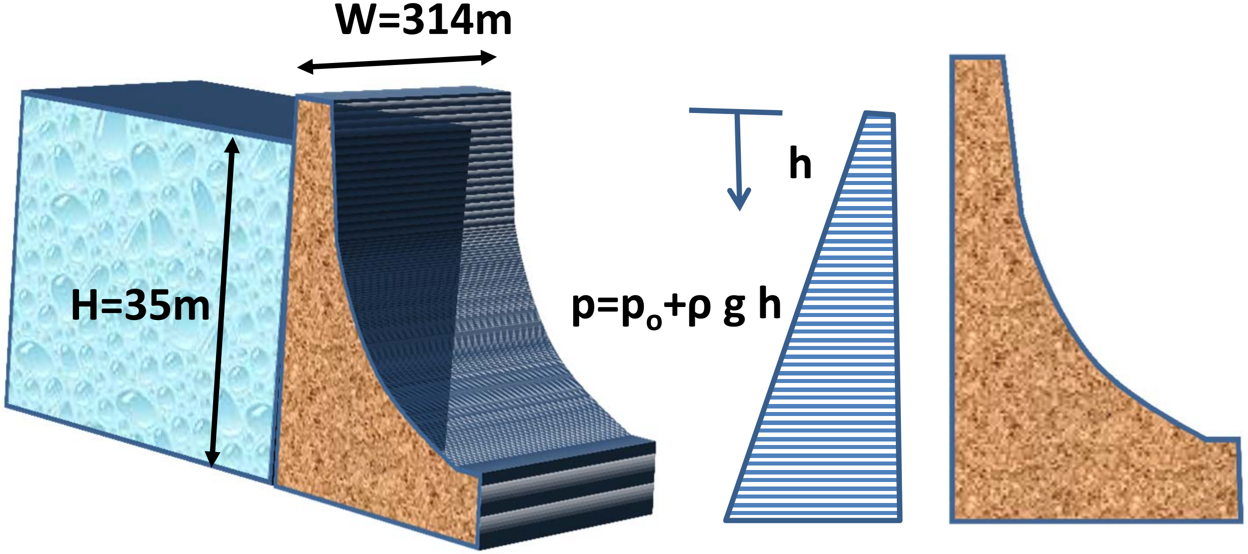
$$p_0 + \tfrac{1}{2}\rho v_0^2 + \rho g h = p_0 + \tfrac{1}{2}\rho v^2 + \rho g(0). \qquad (14\text{-}39)$$

(Here the top of the tank is represented by the left side of the equation and the hole by the right side. The zero on the right indicates that the hole is at our reference level.) Before we solve Eq. 14-39 for v, we can use our result that $v_0 \ll v$ to simplify it: We assume that v_0^2, and thus the term $\frac{1}{2}\rho v_0^2$ in Eq. 14-39, is negligible relative to the other terms, and we drop it. Solving the remaining equation for v then yields

$$v = \sqrt{2gh}. \qquad \text{(Answer)}$$

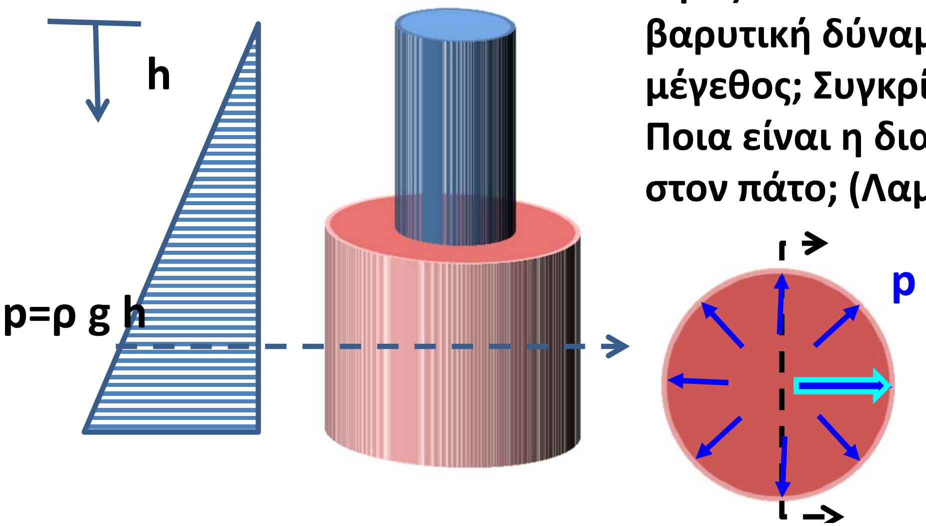
This is the same speed that an object would have when falling a height h from rest.

Άσκηση 6 -7 για το σπίτι: σχετικώς με την υδροστατική πίεση



Στο δίπλα σχήμα, το νερό βρίσκεται σε βάθος H=35m πίσω από ένα φράγμα πλάτους W=314m. Βρείτε την συνολική δύναμη (μέτρο και κατεύθυνση) λόγω υδροστατικής πίεσης που δέχεται το φράγμα, ποιο το σημείο εφαρμογής της και τι ροπή δημιουργεί στην βάση του φράγματος.
Εξηγείστε γιατί πλαταίνουμε την διατομή του φράγματος προς την θεμελίωση.

Στο δίπλα σχήμα (δεξαμενή νερού, γεμάτη), ο λεπτός σωλήνας έχει διατομή A και ύψος L, ενώ ο φαρδύς σωλήνας διάμετρο D και ύψος H. Ποια είναι η υδροστατική δύναμη στον πάτο; Ποια είναι η βαρυτική δύναμη του νερού; Τι σχέση έχουν αυτές ως προς το μέγεθος; Συγκρίνετε προσεχτικά τους όρους και αποφανθείτε.
Ποια είναι η διακύμανση της πλευρικής δύναμης στην σύνδεση και στον πάτο; (Λαμβάνουμε εδώ την μισή πλευρική επιφάνεια)



Θυμηθείτε ότι οι υδροστατικές πιέσεις ασκούνται κάθετα σε επιφάνειες, δείτε την επόμενη βοηθητική διαφάνεια… =>