

$$\text{Ταχύτητα: } v = \frac{dx}{dt}$$

$$\text{Επιτάχυνση: } a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Αν $a > 0 \rightarrow$ το μέτρο της ταχύτητα αυξάνει (επιταχυνόμενη κίνηση)

Αν $a < 0 \rightarrow$ το μέτρο της ταχύτητα μειώνεται (επιβραδυνόμενη κίνηση)

Όμως το πρόσημο της επιτάχυνσης στην Φυσική δηλώνει κατεύθυνση και όχι εάν η ταχύτητα αυξάνει ή μειώνεται.

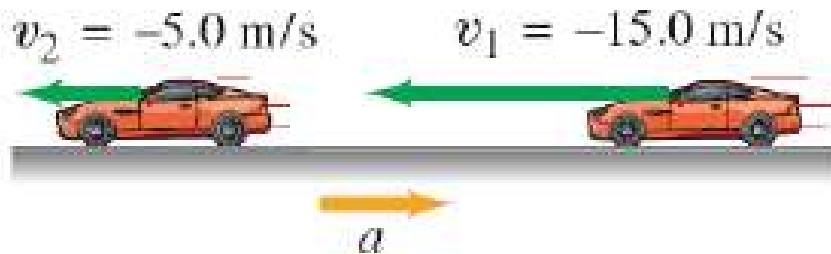
Π.χ. Εάν ένα σώμα κινείται με $v = -25 \text{ m/s}$ και σταματήσει ($v = 0 \text{ m/s}$) σε $\Delta t = 5 \text{ s}$

Τότε η επιτάχυνση $a = [0 - (-25)] / 5 = 5 \text{ m/s}^2$

\rightarrow η ταχύτητα μειώνεται, η επιτάχυνση είναι θετική \rightarrow η φορά (κατεύθυνση) της επιτάχυνσης a είναι αντίθετη της ταχύτητας.

Αρνητική επιτάχυνση είναι επιτάχυνση προς την αρνητική διεύθυνση όπως αυτή ορίζεται από το σύστημα συντεταγμένων.

Επιβράδυνση έχουμε όταν η διεύθυνση της επιτάχυνσης είναι αντίθετη από την διεύθυνση της ταχύτητας.



Όταν η Επιτάχυνση ενός σώματος είναι σταθερή στον χρόνο



$$a_{avg} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - 0}$$

Μέση ταχύτητα ως μέσος όρος:

$$\Rightarrow v(t) = v_0 + at$$

$$v_{avg} = \frac{1}{2}(v_0 + v)$$

Πέντε μεγέθη:

α

v, v_0

$t, x - x_0$

$$v_{avg} = \frac{x - x_0}{t - 0} \Rightarrow$$

$$v_{avg} = \frac{1}{2}(v_0 + v_0 + at)$$

$$x(t) = x_0 + v_{avg}t \Rightarrow v_{avg} = v_0 + \frac{1}{2}at$$

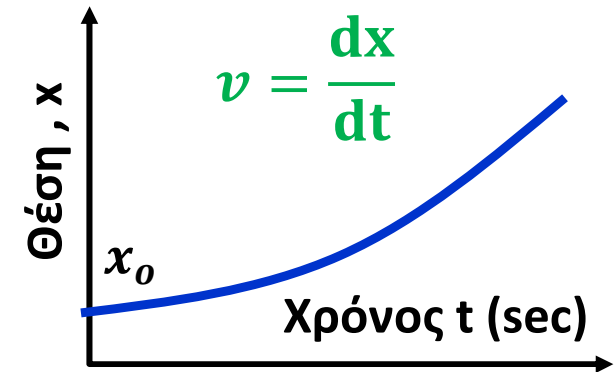
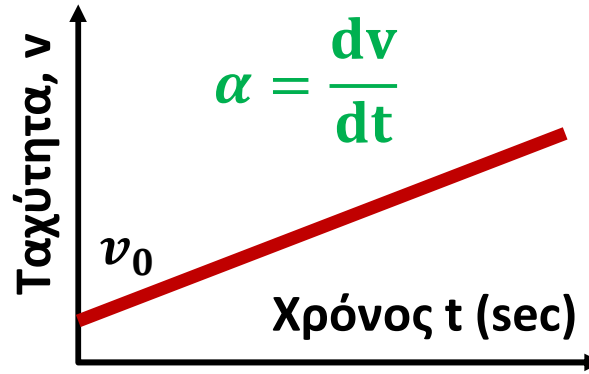
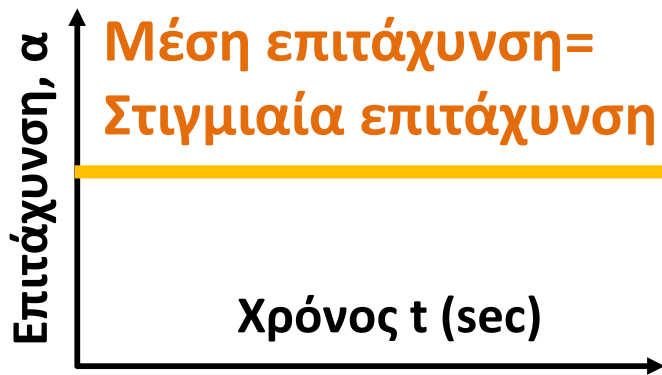
$$x(t) = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$

$$x(t) = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

Όλες οι εξισώσεις της κίνησης δόθηκαν συναρτήσει του χρόνου....

Όταν η Επιτάχυνση ενός σώματος είναι σταθερή στον χρόνο

Ολοκληρωτικός λογισμός:



$$\alpha = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = \alpha \cdot dt \Rightarrow \int dv = \int \alpha dt$$

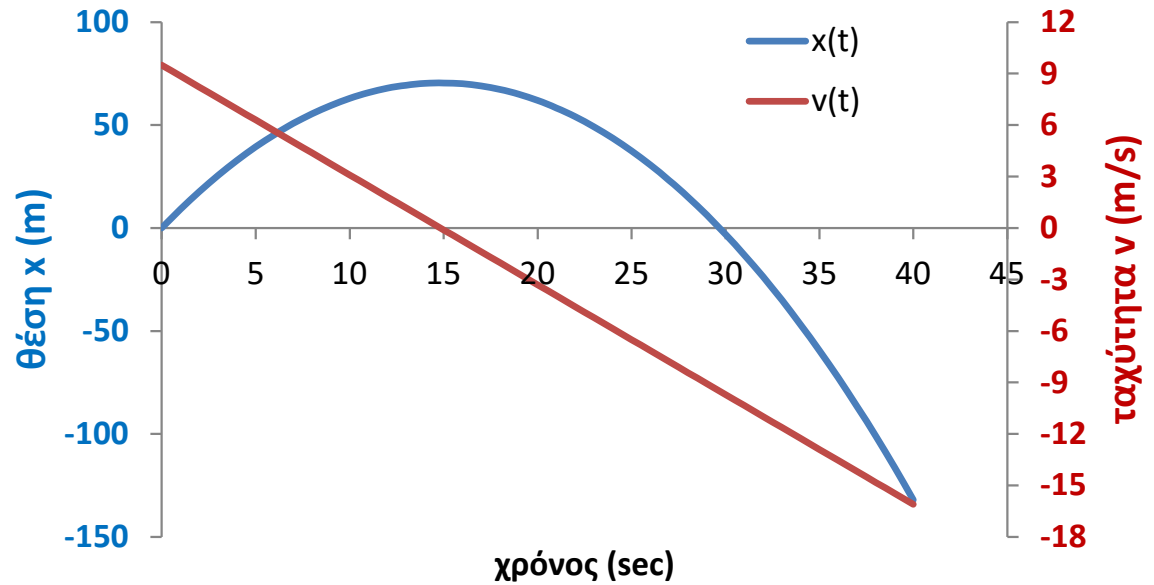
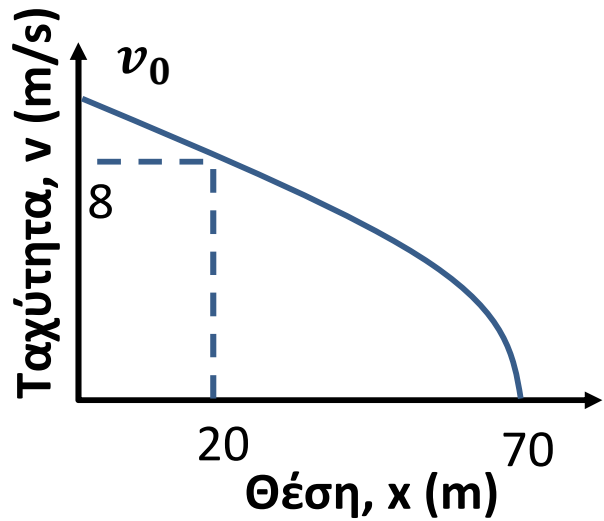
$$\rightarrow v(t) = at + C \text{ και } t=0 \rightarrow C=v_0$$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v \cdot dt \Rightarrow \int dx = \int v dt = \int (at + v_0) dt$$

$$\rightarrow x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + C' \text{ και } t=0 \rightarrow C'=x_0$$

$$\rightarrow x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$

Όταν η Επιτάχυνση ενός σώματος είναι σταθερή στον χρόνο



$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$v(t) = at + v_0$$

$$x_0(t=0) = 0 \text{ m}$$

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$x(t) = -0,32t^2 + 9,5t$$

$$v(t) = -0,64t + 9,5$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax$$

Δεδομένα:

$$x=70 \text{ m}, v=0 \rightarrow$$

$$x=20 \text{ m}, v=8 \text{ m/s} \rightarrow$$

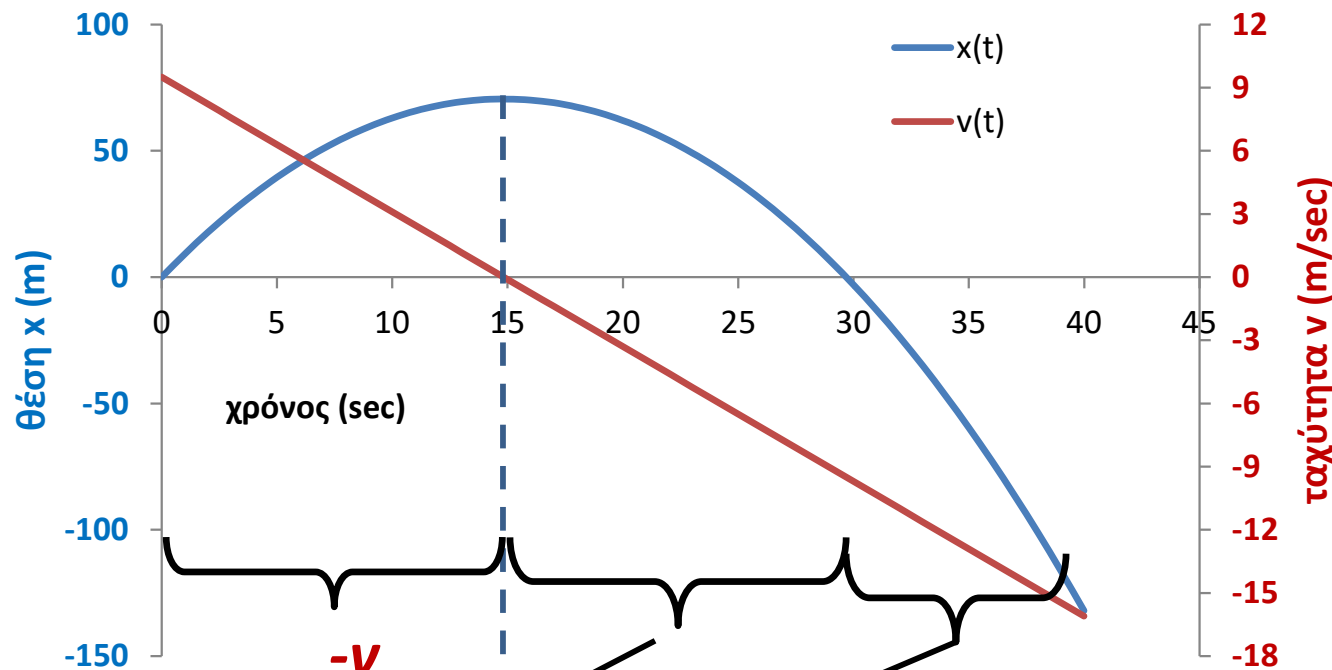
$$0 = v_0^2 + 2 a 70$$

$$8^2 = v_0^2 + 2 a 20$$

$$\alpha = -0,64 \text{ m/s}^2$$

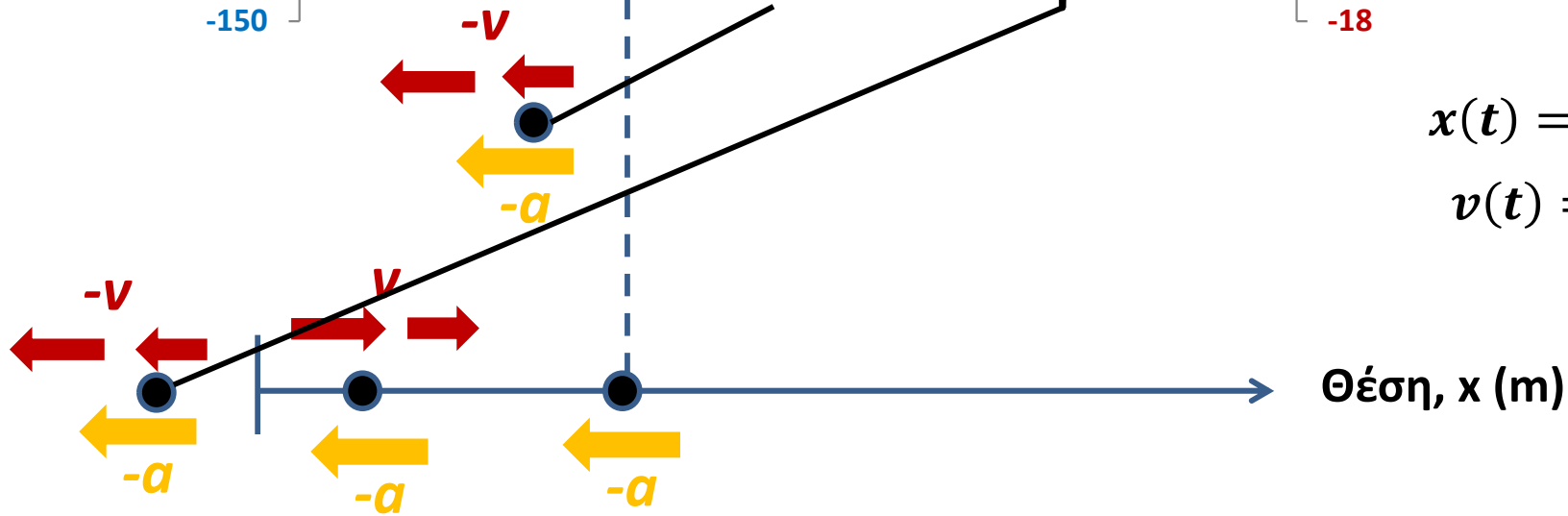
$$v_0 = 9.5 \text{ m/s}$$

Όταν η Επιτάχυνση ενός σώματος είναι σταθερή στον χρόνο

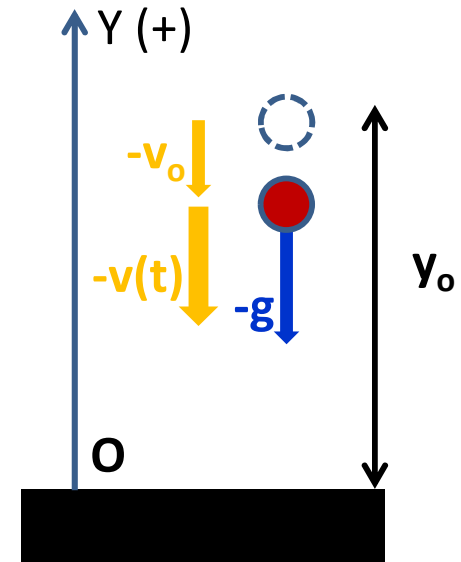
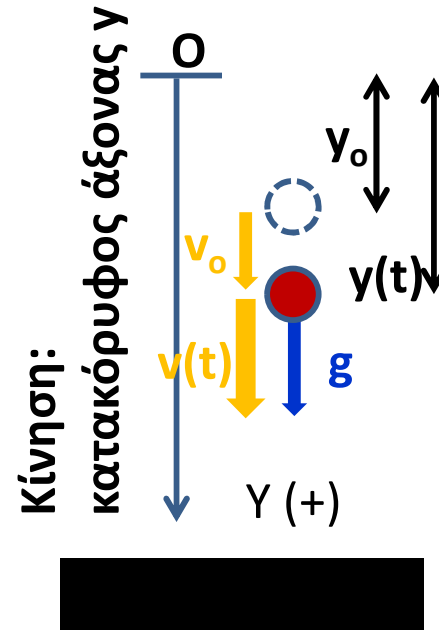
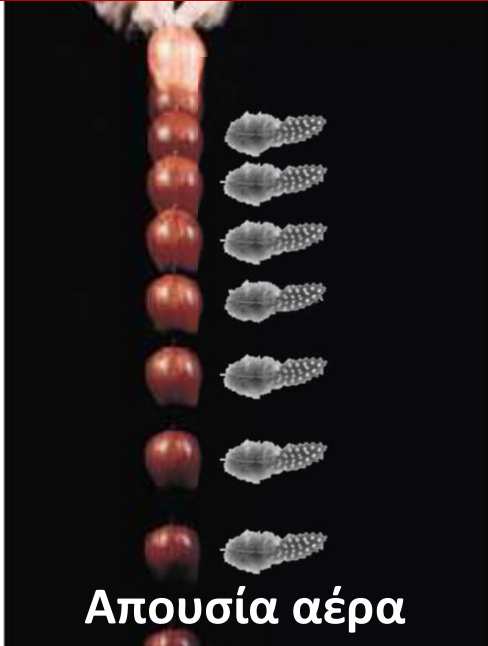


$$x(t) = -0,32t^2 + 9,5t$$

$$v(t) = -0,64t + 9,5$$



Επιτάχυνση της ελεύθερης πτώσης (κίνηση με σταθερή επιτάχυνση)



Σταδιακά στιγμιότυπα: η απόσταση μεταξύ διαδοχικών λήψεων αυξάνει \rightarrow το σώμα αυξάνει ταχύτητα (άρα επιταχύνει) λόγω σταθερής επιτάχυνσης της βαρύτητας μέτρου $g=9,81 \text{ m/s}^2$

Λόγω βαρύτητας, κοντά στην επιφάνεια της γης όλα τα αντικείμενα έχουν την ίδια επιτάχυνση.

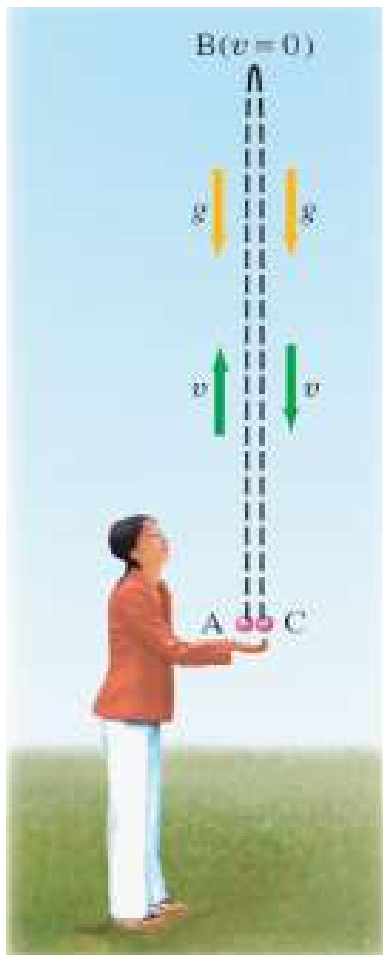
$$y(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + y_0$$

$$v(t) = gt + v_0$$

Η μετατόπιση Δy είναι αρνητική
 Το διάνυσμα ταχύτητας είναι αρνητικό (το μέτρο αυξάνει)
 Το διάνυσμα επιτάχυνσης είναι αρνητικό

$$v(t) = -gt - v_0$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0t + y_0$$



A) Κατά την άνοδο $\alpha = -g$
 Το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται
 και το διάνυσμά της παραμένει θετικό.

B) Κατά την κάθοδο $\alpha = -g$
 Το μέτρο της ταχύτητας αυξάνει
 και το διάνυσμά της γίνεται αρνητικό.

A) Ποια η μέγιστη θέση (y_{max}) και σε πόσο χρόνο (t_{up}) θα φτάσει;

$$y(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + y_0$$

$$v(t) = at + v_0$$

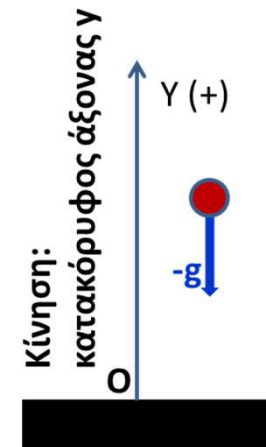
$$\alpha = -g$$

$$y_0(t=0) = 0\text{m}$$

$$v(t=0) = v_0$$

$$v(t=t_{up}) = 0$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

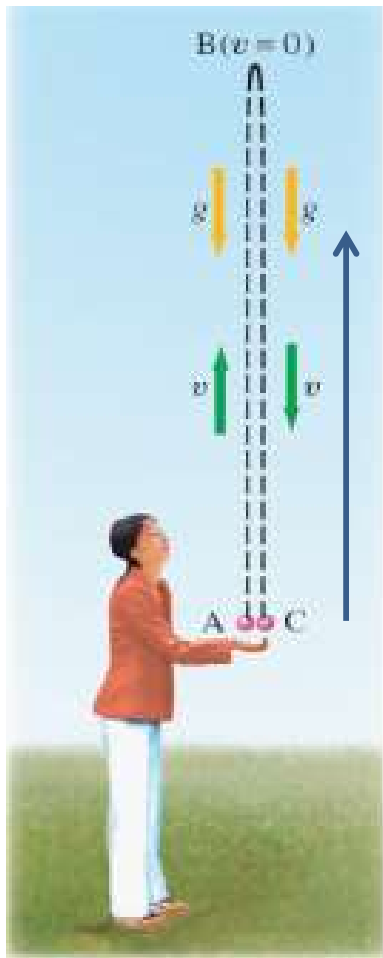


$$\rightarrow 0 = -gt_{up} + v_0 \Rightarrow t_{up} = v_0 / g$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ay$$

$$0 = v_0^2 - 2gy_{max}$$

$$y_{max} = v_0^2 / (2g)$$



$$t' = t - t_{up}$$

A) Κατά την άνοδο $\alpha = -g$
 Το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται
 και το διάνυσμά της παραμένει θετικό.

B) Κατά την κάθοδο $\alpha = -g$
 Το μέτρο της ταχύτητας αυξάνει
 και το διάνυσμά της γίνεται αρνητικό.

B) Με τι ταχύτητα επιστρέφει στην $y_0 = 0$ και ποιος είναι ο συνολικός χρόνος $t_{tot} = t_{up} + t_{down}$;

$$y(t') = \frac{1}{2}at'^2 + v_0t' + y_{max}$$

$$v(t') = at' + v_0$$

$$\alpha = -g$$

$$y(t'=0) = y_{max}$$

$$v_0(t'=0) = 0$$

$$v(t'=t_{down}) = v_{down}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(y - y_{max})$$

$$v_{down}^2 = 0 - 2g(0 - y_{max})$$

$$v_{down} = \sqrt{2gy_{max}}$$

$$y_{max} = v_0^2 / (2g)$$

Ίδιου μέτρου
 ταχύτητα στις
 θέσεις A, C
 διαφορετικής όμως
 κατεύθυνσης

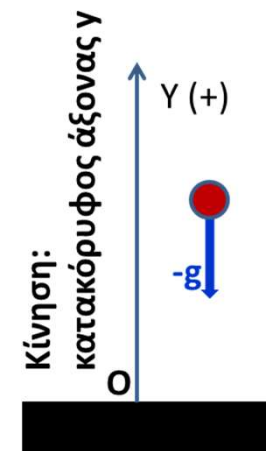
$$0 = -\frac{1}{2}gt_{down}^2 + y_{max} \Rightarrow$$

$$t_{down} = \sqrt{2y_{max}/g}$$

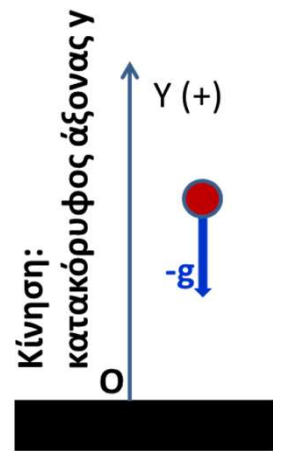
$$t_{down} = \sqrt{\frac{\frac{2v_0^2}{2g}}{g}} = v_0/g$$

$$t_{up} = v_0/g$$

Ίσος χρόνος
 ανόδου - καθόδου



Παράδειγμα: Δοκιμή για εύρεση της αντοχής σε κρούση υλικού (με ελεύθερη πτώση σώματος γνωστού βάρους)



$$y(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + y_{max} \rightarrow y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + y_{max} \rightarrow t_{down}$$

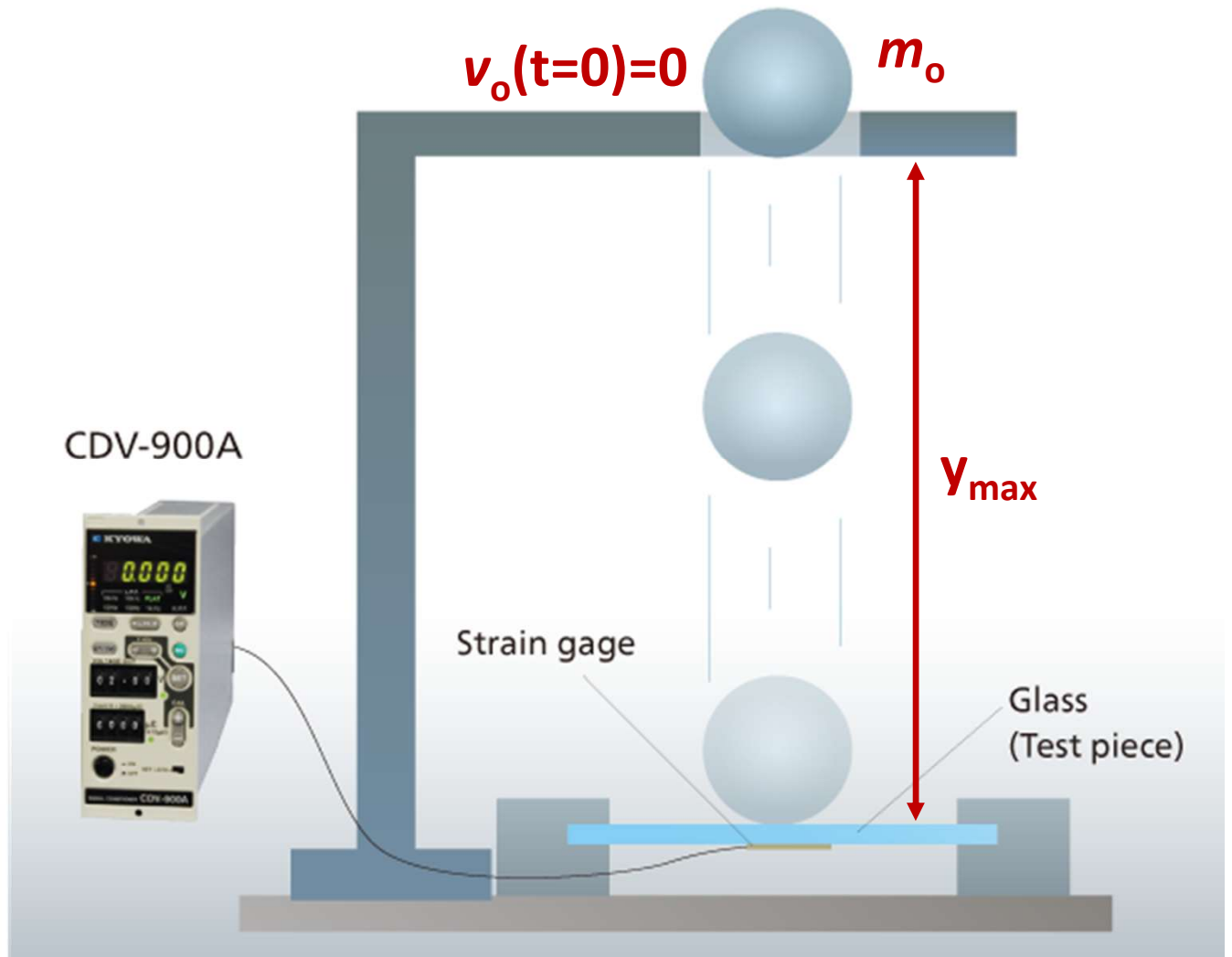
$$v(t) = at + v_0 \rightarrow v(t) = -gt \rightarrow v_{down} = -gt_{down}$$

$$\alpha = -g$$

$$y(t=0) = y_{max}$$

$$v_0(t=0) = 0$$

Όμως χρειάζεται να διανύσουμε και άλλα κεφάλαια φυσικής ...



Ασκήσεις για το σπίτι:

1. Ένα σωματίδιο ρίπεται προς τα επάνω από το επίπεδο του εδάφους την χρονική στιγμή $t=0\text{sec}$. Όταν $t=1.5\text{sec}$ περνά από την κορυφή ενός κτηρίου και 1sec αργότερα φτάνει στο μέγιστο ύψος της. Πόσο είναι το ύψος του κτηρίου;
2. Ένα όχημα με καλά ελαστικά μπορεί να φρενάρει με ρυθμό 5.2 m/s^2 . Αν κινείται με ταχύτητα 135 km/h , i) σε πόσο χρόνο θα σταματήσει, ii) ποιος είναι ο ελάχιστος χρόνος για να μειωθεί ταχύτητα κάτω από 90 km/h και iii) να κάνετε τα διαγράμματα θέσης [να εμπεριέχει τα ερωτήματα i) και ii)].
3. Τα αυτοκίνητα A και B κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση, σε διπλανές λωρίδες. Η θέση x του A δίδεται από το σχήμα. Η κλίμακα του κατακόρυφου άξονα καθορίζεται από την $x_s=32\text{ m}$. Για $t=0\text{ s}$ το B βρίσκεται στην θέση $x=0\text{ m}$ και έχει ταχύτητα 12 m/s και αρνητική σταθερή επιτάχυνση a_B . Πόση πρέπει να είναι η a_B ώστε τα οχήματα να βρεθούν στην ίδια θέση για $t=4\text{ s}$; Για αυτή την a_B πόσες φορές θα βρεθούν δίπλα-δίπλα τα δύο οχήματα; Να σχεδιάσετε το $x(t)$ του B στο ίδιο γράφημα.

