

ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΦΕΡΤΩΝ ΥΛΩΝ ΣΕ ΥΔΑΤΟΡΕΥΜΑΤΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

1. Εισαγωγή
2. Φυσικές ιδιότητες του νερού
3. Χαρακτηριστικά γνωρίσματα της ροής
4. Ιδιότητες φερτών υλών
5. Ταχύτητα καθίζησης
6. Έναρξη μετακίνησης φερτών υλών
7. Σχηματισμοί κοίτης
8. Μεταφορά φορτίου κοίτης
9. Μεταφορά φορτίου αιωρούμενων υλών
10. Τοπική διάβρωση
11. Μοντέλα μεταφοράς φερτών υλών

I. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Φερτά υλικά ή φερτές ύλες ε' ένα υδατόρευμα :
μεταφερόμενα στερεά υλικά στο υδατόρευμα.
- Προέρχονται από την επιφανειακή διάβρωση του εδάφους της αντίστοιχης λεκάνης απορροής, λόγω βροχής και επιφανειακής απορροής, τη διάβρωση της κοίτης και των οχθών του υδατορεύματος και τις κατολιθώσεις των κλιτύων λόγω της δύναμης βαρύτητας.
- Δραστηριότητες Πολιτικού Μηχανικού που σχετίζονται με τη μεταφορά φερτών υλών :
 - Μια σειρά αναβαθμών, φραγματιών κ.λπ. προκαλεί μείωση της διάβρωσης στα υδατορεύματα.
 - Τα τεχνικά έργα στους ποταμούς προκαλούν μια τάση διάβρωσης ή πρόσχωσης.
 - Με την προέδηση ή αφαίρεση φερτών υλών από τους ποταμούς μεταβάλλεται ή επιτυγχάνεται η "κατάσταση ισορροπίας".

- Προβλήματα σχετιζόμενα με τη μεταφορά φερτών υλών:
 - Αλληλεπίδραση μεταξύ ροής και κοίτης
 - Σχηματισμοί κοίτης (ρυτιδώσεις, αμμοκύματα)
 - Μεταβλητή γεωμετρία των διατομών των ποταμών, μεταβλητή τραχύτητα, μεταβλητή παροχή νερού
 - Διαφορετική κατανομή του μεγέθους κόκκων, διαφορετική πυκνότητα και μορφή των κόκκων φερτών υλών
 - Τυρβώδες νερό

Κατηγορίες φερτών υλών

Ανάλογα με την προέλευσή τους:

- Φορτίο υλικού κοίτης (bed material load)
- Φορτίο απόπλυσης (wash load)

Ανάλογα με τον τρόπο μεταφοράς τους:

- Φορτίο κοίτης (bed load)
- Φορτίο σε αιώρηση (suspended load)

Χαρακτηριστικοί αδιάστατοι αριθμοί

- Αριθμός Froude φερτών υλών : $Fr^* = \frac{v_o^{*2}}{\rho' g d_{ch}}$
- Αριθμός Reynolds φερτών υλών : $Re^* = \frac{v_o^* d_{ch}}{\nu}$
- Αριθμός Bonnelille : $D^* = \left(\frac{\rho' g}{\nu^2}\right)^{1/3} d_{ch} = \left(\frac{Re^{*2}}{Fr^*}\right)^{1/3}$
- Αριθμός αιωρούμενων φερτών υλών : $z = \frac{v_s}{\beta k v_o^*}$
- Αριθμός μεταφοράς φερτών υλών : $G^* = \frac{m_F}{\rho_F d_{ch} v_o^*}$

v_o^* : διατμητική ταχύτητα ή ταχύτητα τριβής στην κοίτη [m/s]

g : επιτάχυνση βαρύτητας [m/s²]

d_{ch} : χαρακτηριστική διάμετρος κόκκων [m]

ρ' : σχετική πυκνότητα φερτών υλών ($\rho' = \frac{\rho_F - \rho_w}{\rho_w}$)

ρ_F : πυκνότητα φερτών υλών [kg/m³]

ρ_w : πυκνότητα νερού [kg/m³]

k : σταθερά von Kármán ($k = 0.4$)

β : συντελεστής αναλογίας

m_F : μεταφερόμενη μάζα φερτών υλών ανά μονάδα πλάτους και χρόνου [kg/(cm s)]

ν : κινηματικό ιξώδες νερού [m²/s]

v_s : ταχύτητα καθίζησης [m/s]

2. ΦΥΣΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥ ΝΕΡΟΥ

- Πυκνότητα
 - Ιξώδες
- } συναρτήσεις της θερμοκρασίας

$$\rho = \rho_w (1 - C) + \rho_f C$$

ρ : πυκνότητα του μίγματος νερού-αιωρούμενων φερτών υλών [$\frac{kg}{m^3}$]

ρ_w : πυκνότητα του νερού [kg/m^3]

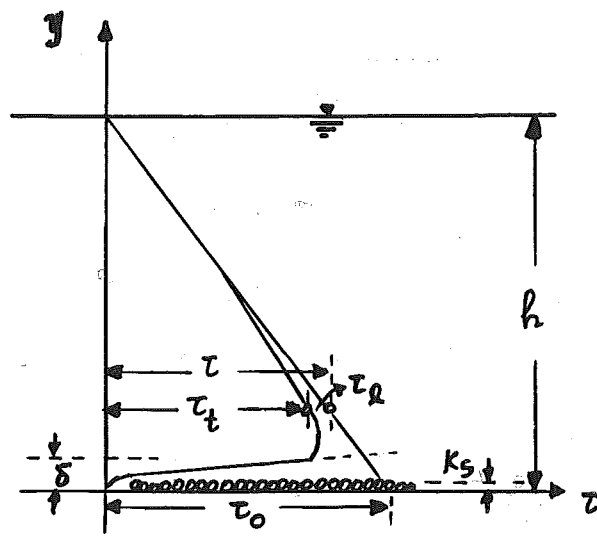
ρ_f : πυκνότητα φερτών υλών [kg/m^3]

C : συχκέντρωση φερτών υλών στο νερό, κατ' όγκον [m^3/m^3]

- Η ύπαρξη αιωρούμενων φερτών υλών στο νερό προκαλεί αύξηση της πυκνότητας και μείωση του ιξώδους.

3. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΓΝΩΡΙΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΡΟΗΣ

Κατανομή Διατμητικών τάσεων



$$\tau(y) = \rho_w g I h \left(1 - \frac{y}{h}\right) \quad \text{για } b > 30h$$

$$\tau_0 = \rho_w g I h$$

- $\tau(y)$: διατμητική τάση σε απόσταση y από τον πυθμένα $[N/m^2]$
- h : βάθος ροής $[m]$
- b : πλάτος ανοικτού αγωγού $[m]$
- I : κλίση γραμμής ενέργειας
- τ_0 : διατμητική τάση στον πυθμένα (συρτική τάση) $[N/m^2]$
- k_s : τραχύτητα πυθμένα (ισοδύναμη τραχύτητα άμμου) $[m]$
- δ : πάχος στρωτής υποστρωβάδας $[m]$

$$\tau = \tau_l + \tau_t$$

$$\tau_l = \mu \frac{d\bar{v}_x}{dy} \quad (\text{Newton})$$

τ_l : "ετρωτή" διατμητική τάση [N/m²]

μ : δυναμικό ιξώδες του νερού [kg/(ms)]

\bar{v}_x : μέση τιμή (ως προς το χρόνο) της ταχύτητας κατά τη διεύθυνση του άξονα x [m/s]

$$\tau_t = \rho_w \varepsilon \frac{d\bar{v}_x}{dy} = \rho_w l^2 \left(\frac{d\bar{v}_x}{dy} \right)^2 = -\rho_w \overline{v'_x v'_y}$$

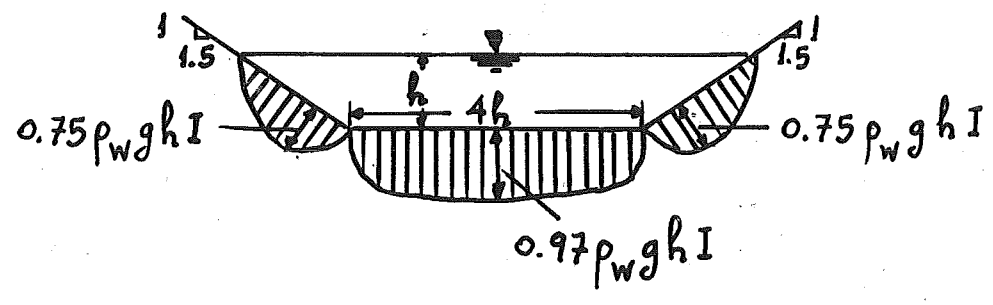
τ_t : "τυρβώδης" διατμητική τάση [N/m²]
(πρόσθετη φαινόμενη διατμητική τάση λόγω τυρβώδους)

ε : συντελεστής διάχυσης του νερού [m²/s]

l : μήκος ανάμιξης κατά Prandtl [m]

v'_x, v'_y : τυρβώδης διακύμανση της συνιστώσας της ταχύτητας κατά τη διεύθυνση του άξονα x και y, αντίστοιχα [m/s]

Φυσικά υδατορεύματα (δευτερεύουσες ροές)



Κατανομή της ταχύτητας ροής

$$\tau \approx \tau_t = \rho_w k^2 y^2 \left(\frac{d\bar{v}_x}{dy} \right)^2 \quad (\ell = ky)$$

$$\frac{\bar{v}_x}{v_o^*} = \frac{1}{k} \ln \frac{y}{k_s} + B$$

v_o^* : διατμητική ταχύτητα ή ταχύτητα τριβής στην κοίτη [m/s]

k : σταθερά von Kármán

k_s : ισοδύναμη τραχύτητα άμμου [m]

B : σταθερά ολοκλήρωσης

$$B = \frac{1}{k} \ln \frac{v_o^* k_s}{\nu} + 5.5 \quad \text{για} \quad \frac{v_o^* k_s}{\nu} < 5, \text{ υδραυλικώς λεία κοίτη}$$

$$B = 8.5 \quad \text{για} \quad \frac{v_o^* k_s}{\nu} > 70, \text{ υδραυλικώς τραχεία κοίτη}$$

ν : κινηματικό ιξώδες νερού [m²/s]

$$v_o^* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho_w}}$$

τ_o : διατμητική τάση στην κοίτη (θυρτική τάση) [N/m²]

ρ_w : πυκνότητα νερού [kg/m³]

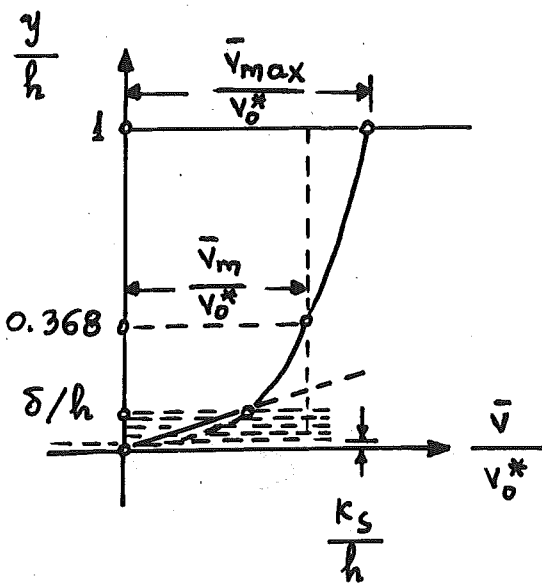
v_o^* : [m/s]

$$\frac{\bar{v}_{max}}{v_o^*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{h}{\kappa_s} + B$$

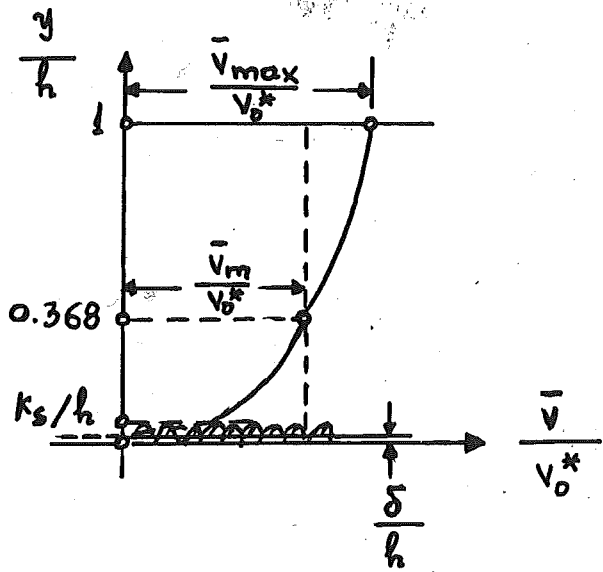
(ελεύθερη επιφάνεια νερού)

$$\frac{\bar{v}_{max} - \bar{v}_x}{v_o^*} = - \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{h}$$

λογαριθμικός νόμος κατανομής της ταχύτητας ροής



υδραυλικώς λεία κοίτη



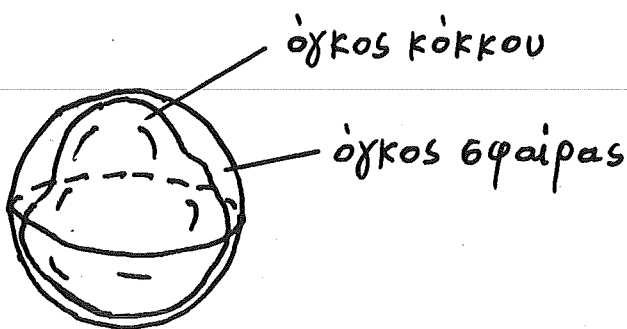
υδραυλικώς τραχεία κοίτη

Επίδραση των φερτών υλών στην κατανομή της ταχύτητας ροής

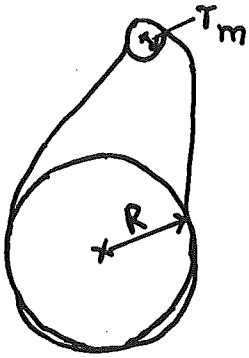
- Το "προφίλ" της ταχύτητας κοντά στην κοίτη γίνεται πιο "πεπλατυσμένο".
- Τα αιωρούμενα στερεά σωματίδια προκαλούν μεταβολή της πυκνότητας και του ιξώδους του νερού καθώς και της σταθεράς von Κάρμάν.
- Οι σχηματισμοί κοίτης (ρυτιδώσεις, αμμοκύματα) μεταβάλλουν την κατανομή της ταχύτητας, επομένως και τη διατμητική τάση, ιδιαίτερα κοντά στην κοίτη.

4. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΦΕΡΤΩΝ ΥΛΩΝ

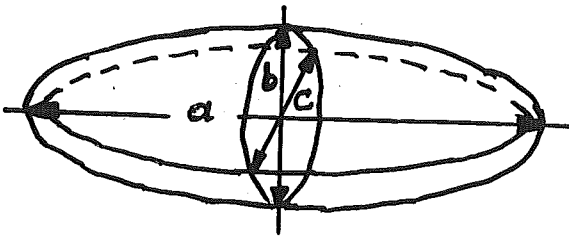
- Διάμετρος κόκκου: προσδιορίζεται με τη βοήθεια κοσκίνων
- Ισοδύναμη διάμετρος: διάμετρος μιας σφαίρας, η οποία έχει τις ίδιες φυσικές ιδιότητες όπως ο θεωρούμενος γεωμετρικά ακανόνιστος κόκκος.
- Ισοδύναμη διάμετρος μιας σφαίρας με τον ίδιο όγκο όπως ο κόκκος (d_v)
- Ισοδύναμη διάμετρος μιας σφαίρας με την ίδια επιφάνεια όπως ο κόκκος (d_o)
- Ισοδύναμη διάμετρος μιας σφαίρας με την ίδια ταχύτητα καθίζησης όπως ο κόκκος (d_n)
- Ακριβέστερη περιγραφή της μορφής των κόκκων:



Σφαιρικότητα $\psi = \left(\frac{\text{όγκος του κόκκου}}{\text{όγκος της περιβάλλουσας σφαίρας}} \right)^{1/3}$



Στρογγυλότητα $R_u = \frac{T_m}{R}$



Συντελεστής σχήματος SF
(shape factor)

$$SF = \frac{c}{\sqrt{ab}}$$

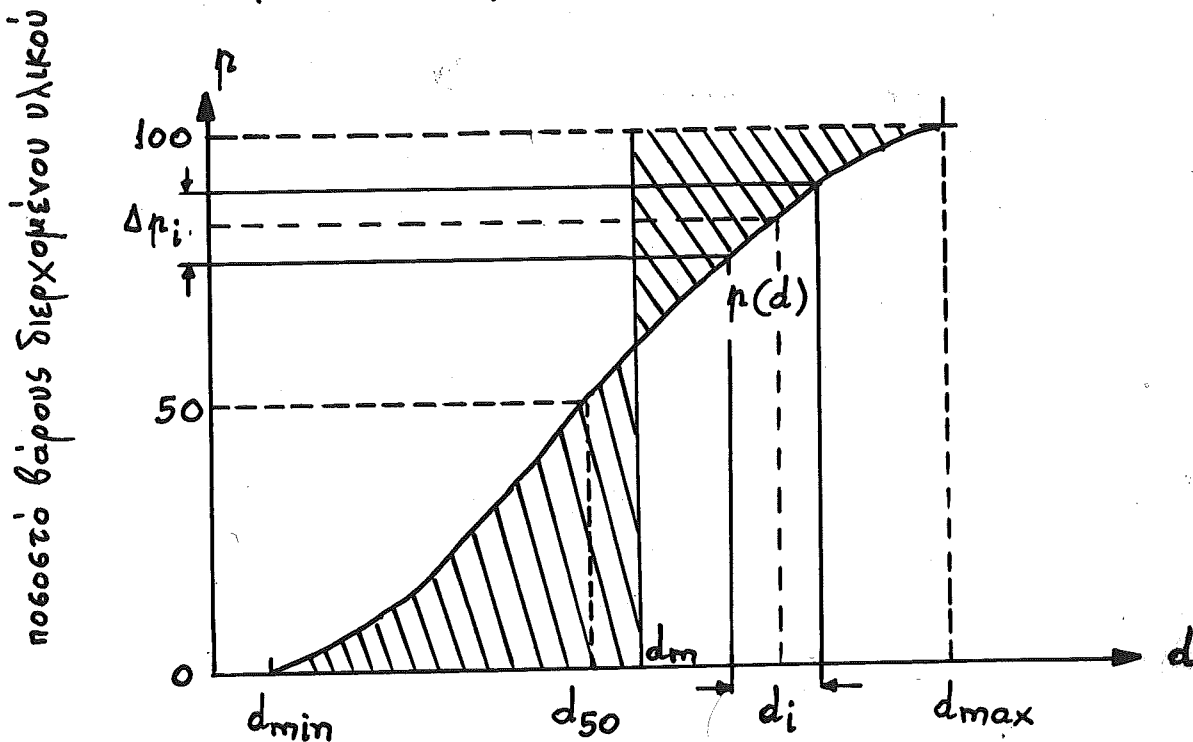
c: βραχύτερος άξονας

Μέγεθος κόκκων φερτών υλών

- Χαλίκι 60 - 2 mm
- Άμμος 2 - 0.06 mm
- Ιλύς 0.06 - 0.002 mm
- Άργιλος < 0.002 mm

Κατανομή μεγέθους κόκκων

Αθροιστική καμπύλη κατανομής $p(d)$



- Μέση διάμετρος d_m
$$d_m = \sum_{d_{min}}^{d_{max}} \frac{\Delta p_i d_i}{100}$$
- d_{50} : διάμεση (median) τιμή της κατανομής

- Βαθμός ανομοιομορφίας των κόκκων
$$U = \frac{d_{60}}{d_{10}}$$

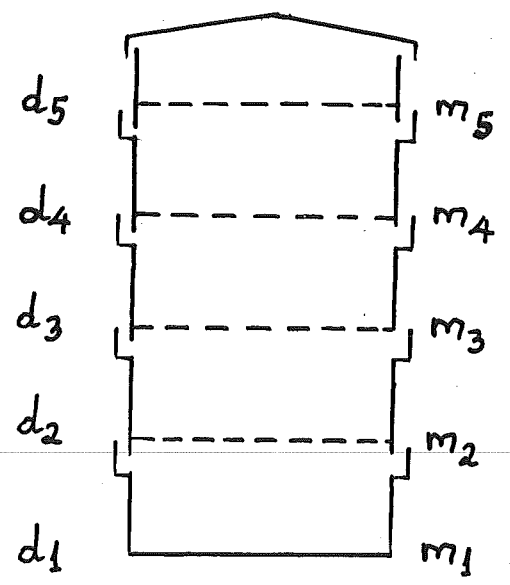
- Εάν $U < 5 \Rightarrow$ ομοιόμορφο δείγμα
- Εάν $U = 5 - 15 \Rightarrow$ ανομοιόμορφο δείγμα
- Εάν $U > 15 \Rightarrow$ πολύ ανομοιόμορφο δείγμα

- Χαρακτηριστική διάμετρος κόκκων d_{ch}

$$d_{ch} = \frac{d_{10} + d_{20} + \dots + d_{90}}{9} \quad (\text{Fühnböter, 1961})$$

Προσδιορισμός της κοκκομετρικής καμπύλης

- Για διάμετρο κόκκων μεγαλύτερη των 0.06 mm : βειρά κοσκίνων
- Ποσότητα δείγματος φερτών υλών : συνάρτηση της μέγιστης διαμέτρου κόκκων



$$\Delta r_i(d) = \frac{m_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \cdot 100$$

$$r_i(d) = \sum_{i=1}^i \Delta r_i(d)$$

- Για διάμετρο κόκκων μεταξύ 0.001 και 0.06 mm :
μέθοδος βασισμένη στις διαφορετικές ταχύτητες καθίζησης των κόκκων (νόμος του Stokes)

Πυκνότητα δείγματος φερτών υλών

- Λόγος της ξηρής μάζας προς τον όγκο των φερτών υλών
- Πυκνόμετρο ρευστών

5. ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΚΑΘΙΣΗΣΗΣ

- Παιράγοντες που επηρεάζουν την τελική τιμή της ταχύτητας καθίζησης ενός κόκκου σε ηρέμουν νερό :

- μέγεθος του κόκκου (d)
- πυκνότητα του κόκκου (ρ_f)
- γεωμετρική μορφή του κόκκου
- κινηματικό ιξώδες (ν) και πυκνότητα του νερού (ρ_w)
- περιβάλλον (τοιχώματα, άλλοι κόκκοι κ.λπ.)
- επιφανειακή τραχύτητα του κόκκου

- Τελική τιμή της ταχύτητας καθίζησης v_s [m/s] ενός σφαιρικού κόκκου σε ηρέμουν νερό :

$$v_s = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{gd}{C_D} \frac{\rho_f - \rho_w}{\rho_w}}$$

d : διάμετρος του κόκκου [m]

g : επιτάχυνση της βαρύτητας [m/s^2]

C_D : συντελεστής αντίστασης του κόκκου

ρ_f : πυκνότητα του υλικού του κόκκου [kg/m^3]

ρ_w : πυκνότητα του νερού [kg/m^3]

- Συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων κατά την κατακόρυφο

F_w [N] : δύναμη αντίστασης του κόκκου

G [N] : βάρος κόκκου μείον άνωση

$$F_w = C_D \frac{\pi d^2}{4} \frac{\rho_w v_s^2}{2}$$

$$G = \frac{\pi d^3}{6} g (\rho_F - \rho_w)$$

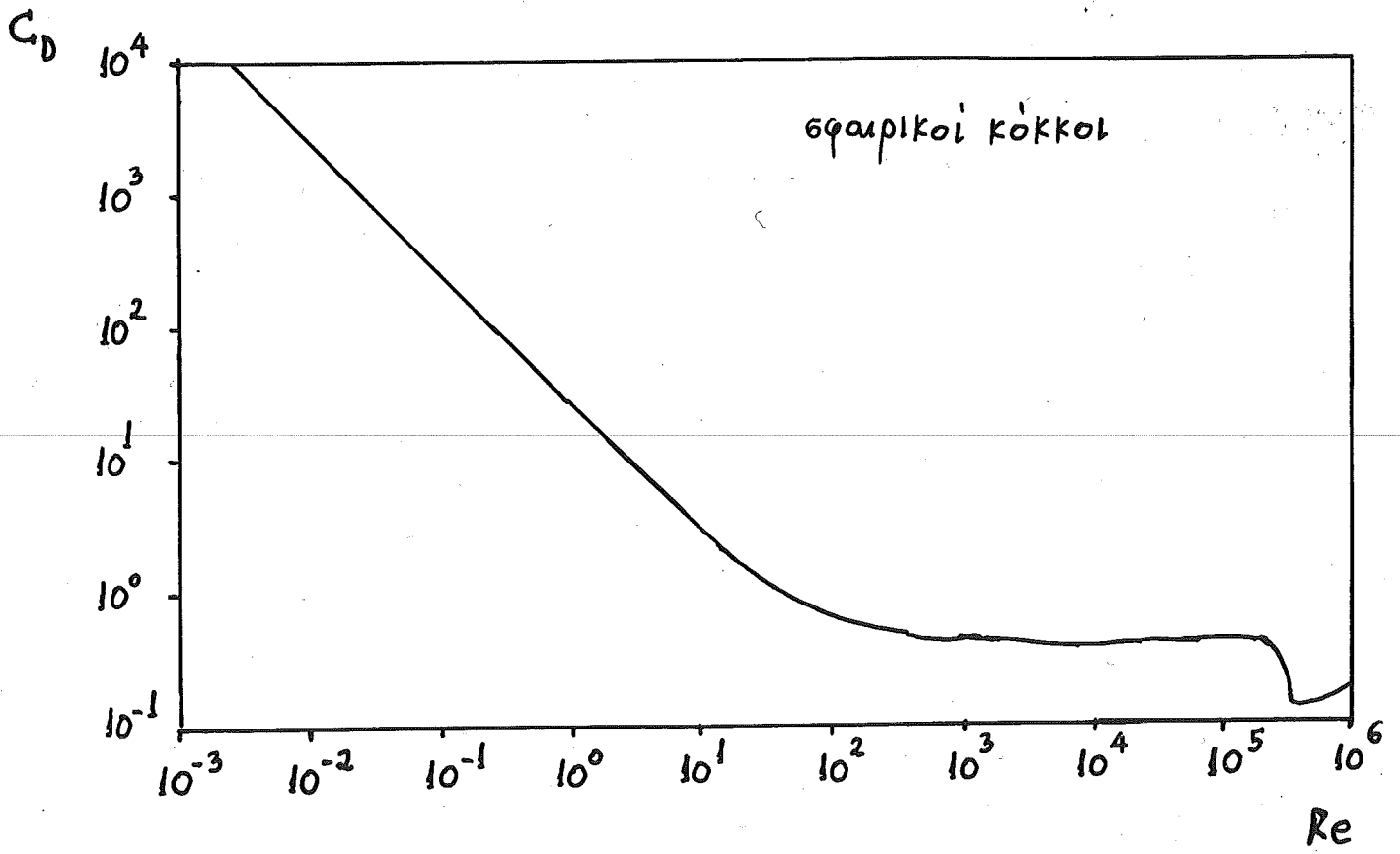
$$C_D = \frac{24}{Re}$$

για $Re = \frac{v_s d}{\nu} < 0.1$ (Stokes)

$$v_s = \frac{1}{18} \frac{g d^2}{\nu} \frac{\rho_F - \rho_w}{\rho_w}$$

για $Re < 0.1$ (Stokes)

$$C_D = \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{3}{16} Re\right) \text{ για } Re < 1 \text{ (Oseen)}$$



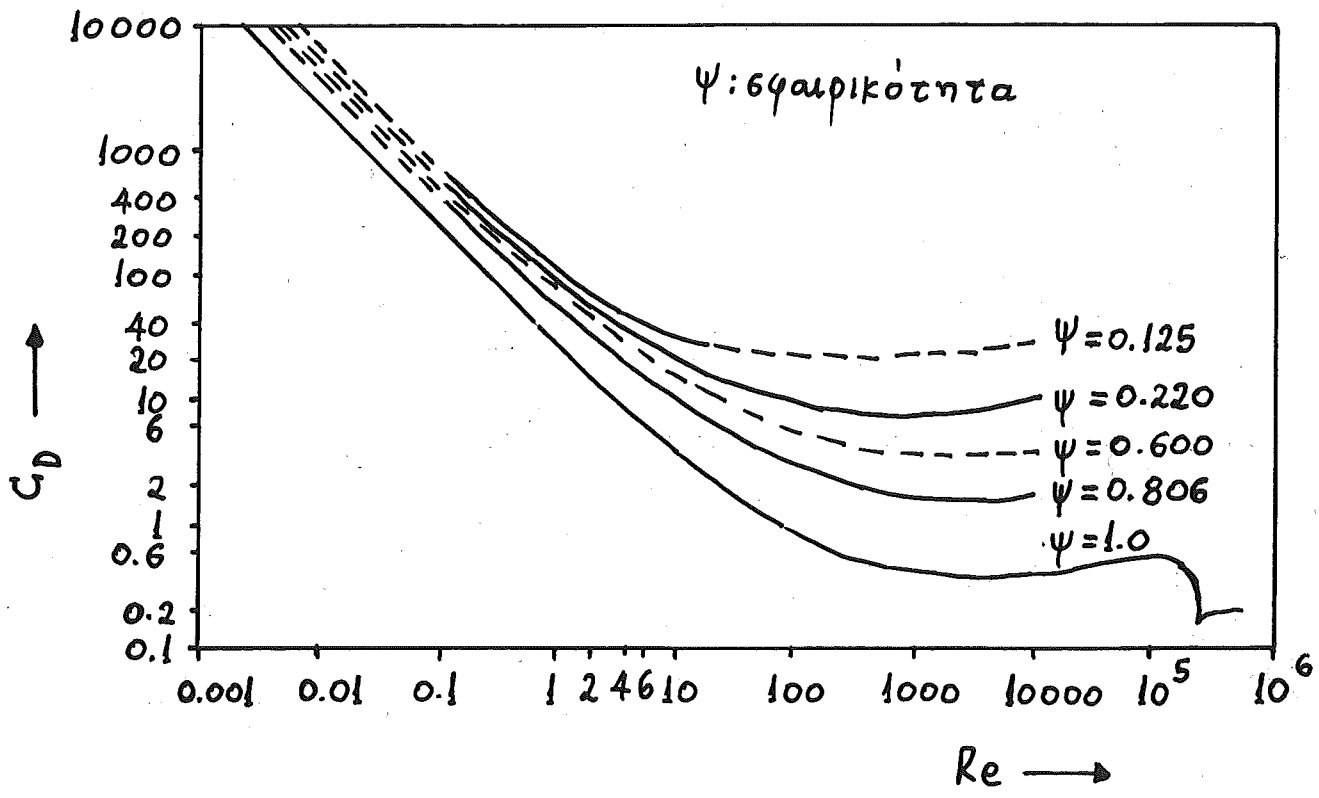
Για $Re < 0.1 \Rightarrow$ περιοχή Stokes

Για $0.1 < Re < 10^3 \Rightarrow$ μεταβατική περιοχή

Για $10^3 < Re < 10^5 \Rightarrow$ περιοχή Newton $C_D = 0.44$

- Για την ίδια διάμετρο κόκκου, αυξανόμενη της θερμοκρασίας αυξάνεται η ταχύτητα καθίζησης στο νερό.

Συντελεστής αντίστασης (C_D) μη σφαιρικών κόκκων



- Το τυρβώδες προκαλεί εν γένει μείωση της ταχύτητας καθίζησης

Πλήθος σφαιρικών κόκκων

- Εάν οι κόκκοι είναι λίγοι και πολύ κοντά ο ένας με τον άλλο, τότε καθιζάνουν ως ομάδα με μεγαλύτερη ταχύτητα απ' αυτήν των μεμονωμένων κόκκων.
- Εάν οι κόκκοι είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι, τότε η ταχύτητα καθίζησης της ομάδας είναι μικρότερη απ' αυτήν των μεμονωμένων κόκκων.

Μέτρηση της ταχύτητας καθίζησης πλήθους κόκκων

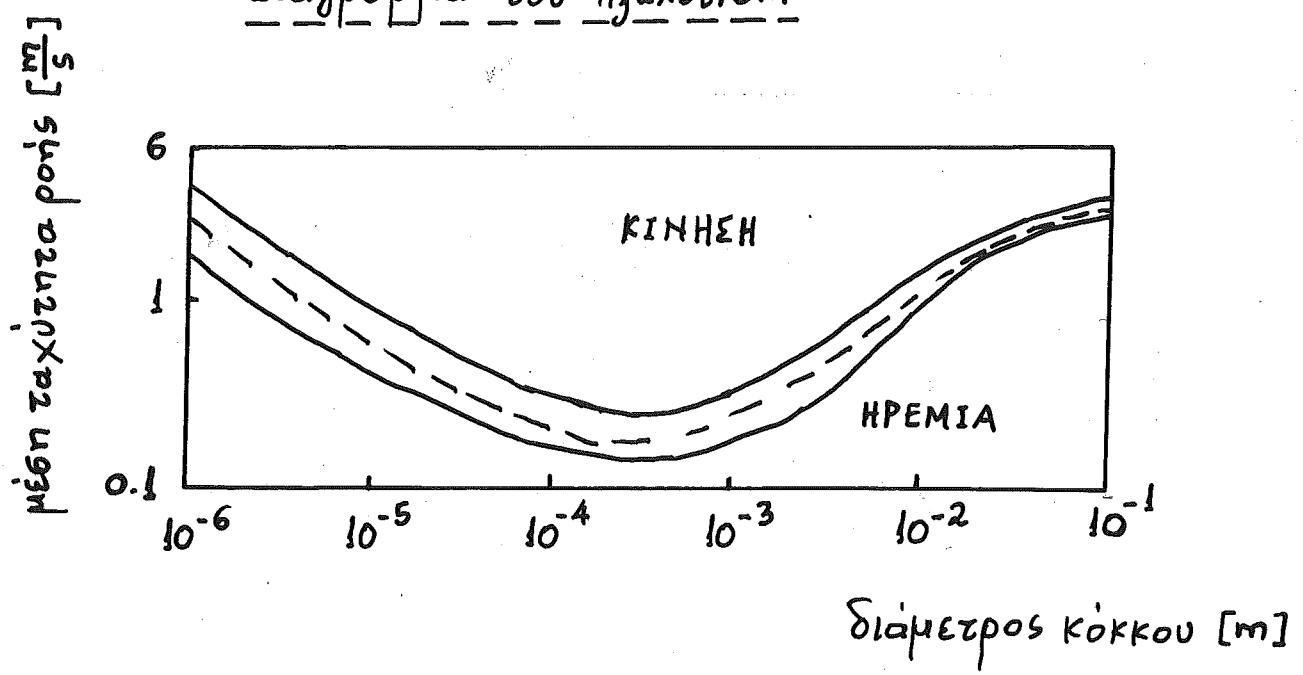
- Προσδιορισμός της αθροιστικής καμπύλης κατανομής της ταχύτητας καθίζησης $f(v_s)$ και της καμπύλης πυκνότητας της ίδιας κατανομής $g(v_s)$.
- Ζυγός καθίζησης

6. ΕΝΑΡΞΗ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΗΣ ΦΕΡΤΩΝ ΥΛΩΝ

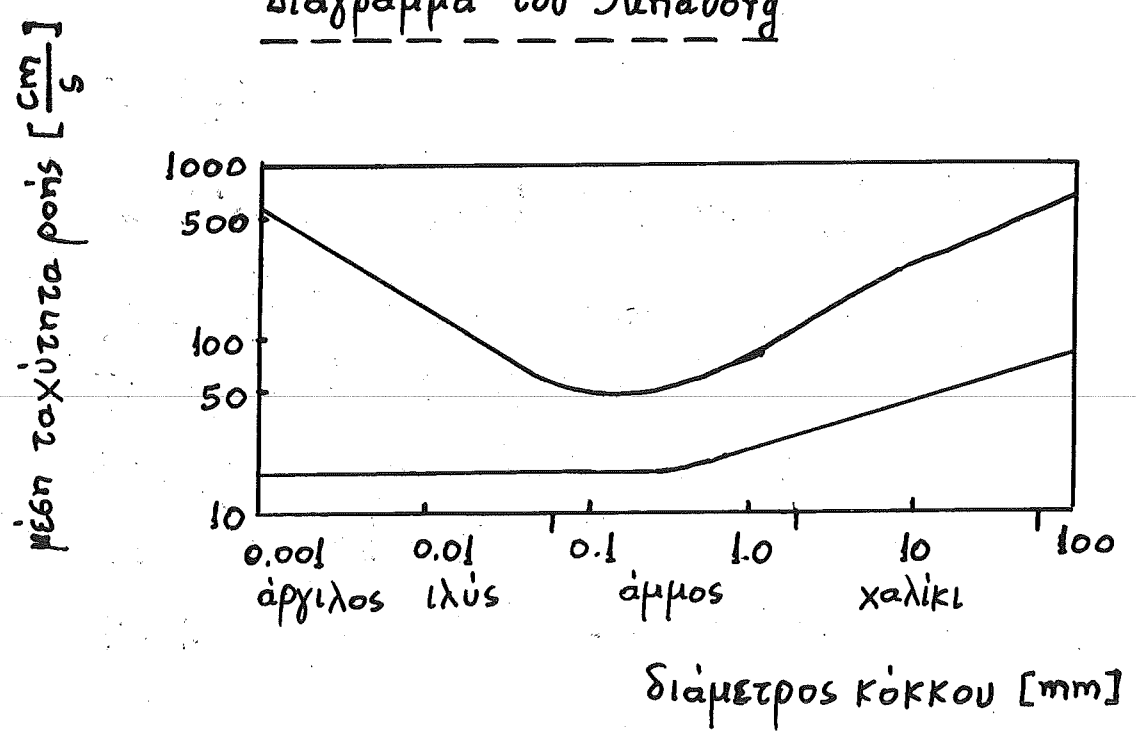
- Συνθήκες κάτω από τις οποίες οι κόκκοι των φερτών υλών τίθενται σε κίνηση;
 Προϋπόθεση για τον υπολογισμό της μεταφερόμενης μάζας φερτών υλών ε' ένα ορισμένο χρονικό διάστημα.
- Μαθηματικές σχέσεις για την έναρξη της μετακίνησης;
 Από συστηματικά πειράματα.
- Ποσοτικός προσδιορισμός της έναρξης μετακίνησης; δύσκολος
 υποκειμενικότητα παρατηρητή
- Υασιγι (1964)
 Αριθμός εκκινήσεων των κόκκων ανά μονάδα χρόνου σε μια μικρή επιφάνεια της κοίτης ενός εργαστηριακού αγωγού.
- Ηρεμία
- Αμελητέα κίνηση
- Ελάχιστη κίνηση
- Κρίσιμη κίνηση
- Γενική κίνηση
- Κρίσιμη ταχύτητα ροής
- Κρίσιμη διατμητική ή θυρτική τάση
 (επίδραση τυρβώδους, τραχύτητας κοίτης, βάθους ροής)

Κρισιμη ταχύτητα ροής

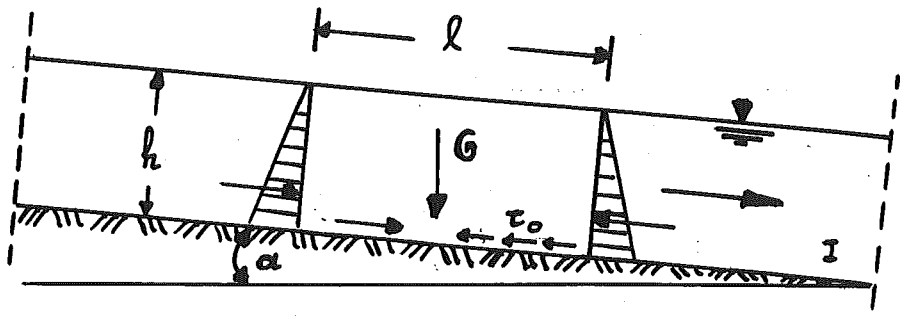
Διάγραμμα του Hjulström



Διάγραμμα του Sundborg



Συρτική τάση



- Ομοιόμορφη ροή
- Συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων κατά τη διεύθυνση της ροής

$$G \sin \alpha = \tau_0 U l$$

$$\rho_w g A l \sin \alpha = \tau_0 U l \Rightarrow \tau_0 = \rho_w g \frac{A}{U} \sin \alpha \approx \rho_w g R \tan \alpha$$

$$\tau_0 = \rho_w g R I$$

τ_0 : μέση διατμητική τάση στα τοιχώματα του αγωγού [$\frac{N}{m^2}$]

G : βάρος του στοιχειώδους όγκου νερού [N]

U : βρεχομένη περίμετρος [m]

A : υγρή διατομή [m^2]

R : υδραυλική ακτίνα [m]

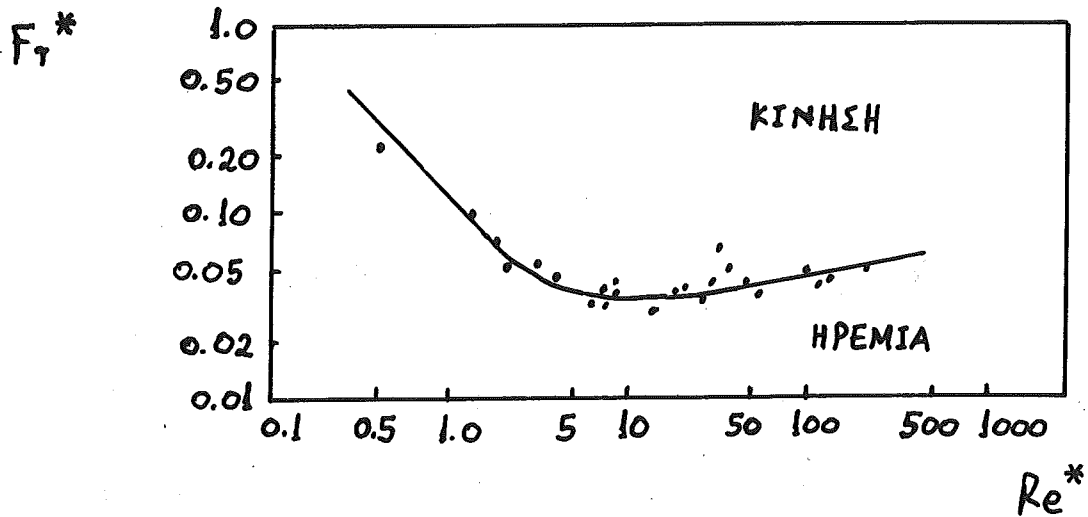
I : κατά μήκος κλίση του αγωγού

- Όταν $b > 30h$, τότε $R \approx h$

για αγωγό ορθογωνικής διατομής πλάτους b

Κρίσιμη ευρτική τάση

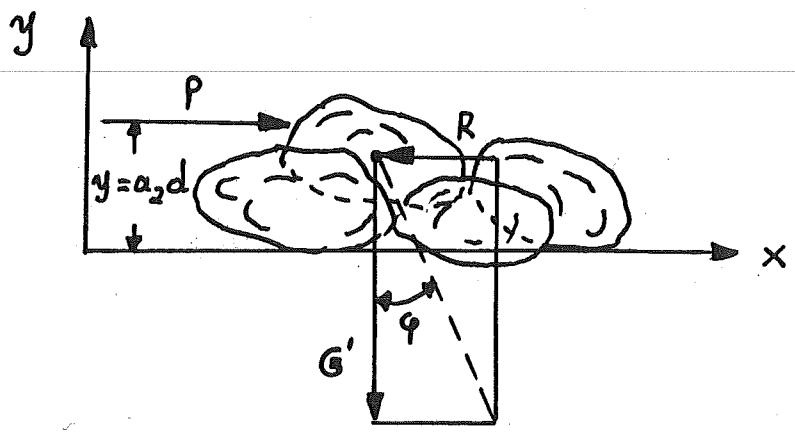
Διάγραμμα του Shields $F_T^* = f(Re^*)$



$$Re^* = \frac{v_o^* d_{ch}}{\nu}$$

$$F_T^* = \frac{v_o^{*2}}{\frac{\rho_F - \rho_W}{\rho_W} g d_{ch}} = \frac{\tau_o}{(\rho_F - \rho_W) g d_{ch}}$$

Εξήγηση της συνάρτησης του Shields



- Συνθήκη ισορροπίας οριζοντιων δυνάμεων που ενεργούν πάνω σ' έναν κόκκο

- Συρζική δύναμη: $P = C_D \rho_w A \frac{v^2}{2}$

A : προβολή της επιφάνειας του κόκκου ε' ένα επίπεδο κάθετο στη διεύθυνση της ροής [m^2]

v : σημειακή ταχύτητα ροής [m/s]

$$C_D = f\left(a_1, \frac{vd}{v}\right) \quad A = f\left(a_1, \frac{\pi d^2}{4}\right)$$

a_1 : συντελεστής για τη μορφή των κόκκων

- Λογαριθμική κατανομή ταχύτητας:

$$\frac{v}{v_o^*} = 5.75 \log \frac{y}{k_s} + f(Re^*)$$

$$y = a_2 d \quad k_s \approx d \quad \Rightarrow \quad \frac{v}{v_o^*} = f(a_2, Re^*)$$

- $P = f(a_1, a_2, \frac{v_o^* d}{v}) \rho_w d^2 v_o^{*2}$

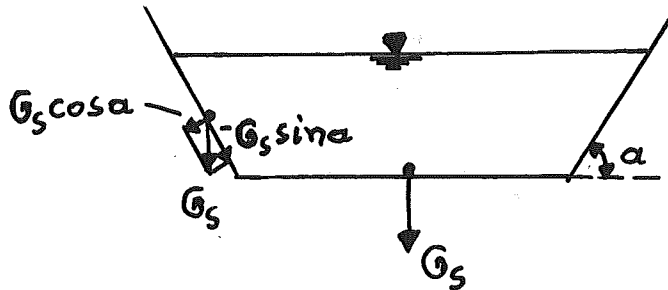
- Δύναμη αντίστασης: $R = G' \tan \varphi = a_3 (\rho_F - \rho_w) g d^3$

a_3 : συντελεστής εξαρτώμενος από τη μορφή των κόκκων και τη γωνία τριβής

- $P = R \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho_w}{\rho_F - \rho_w} \frac{v_o^{*2}}{gd} = f(a_1, a_2, a_3, Re^*)$

$$F_T^* = f(Re^*)$$

Σχέση μεταξύ της εφριτικής τάσης στον πυθμένα (τ_s) και της εφριτικής τάσης στα πρανή (τ_B)



Πυθμένας

Εφριτική δύναμη επί ενός κόκκου = Δύναμη αντίστασης

$$f \tau_s = G_s \tan \varphi$$

G_s : βάρος ενός κόκκου [N]

φ : γωνία τριβής ή φυσική γωνία κλίσεως του υλικού [$^\circ$]

f : συντελεστής για τη διάμετρο κόκκου [m^2]

$$\tau_s = \frac{G_s}{f} \tan \varphi \quad [N/m^2]$$

Πρανή

Συνισταμένη δύναμη R δρώσα επί ενός κόκκου = Δύναμη αντίστασης

$$R = \sqrt{G_s^2 \sin^2 \alpha + f^2 \tau_B^2} = G_s \cos \alpha \tan \varphi$$

$$\tau_B = \frac{G_s}{f} \cos \alpha \tan \varphi \sqrt{1 - \frac{\tan^2 \alpha}{\tan^2 \varphi}} \quad [N/m^2]$$

$$\frac{\tau_B}{\tau_S} = \cos \alpha \sqrt{1 - \frac{\tan^2 \alpha}{\tan^2 \varphi}} \approx \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \varphi}}$$

- Γραφική παράσταση της ανωτέρω εξίσωσης: $\frac{\tau_B}{\tau_S} = f(\alpha, \varphi)$
- Γραφική παράσταση: $\varphi = f(d, \text{μορφή των κόκκων})$
 d : διάμετρος κόκκων

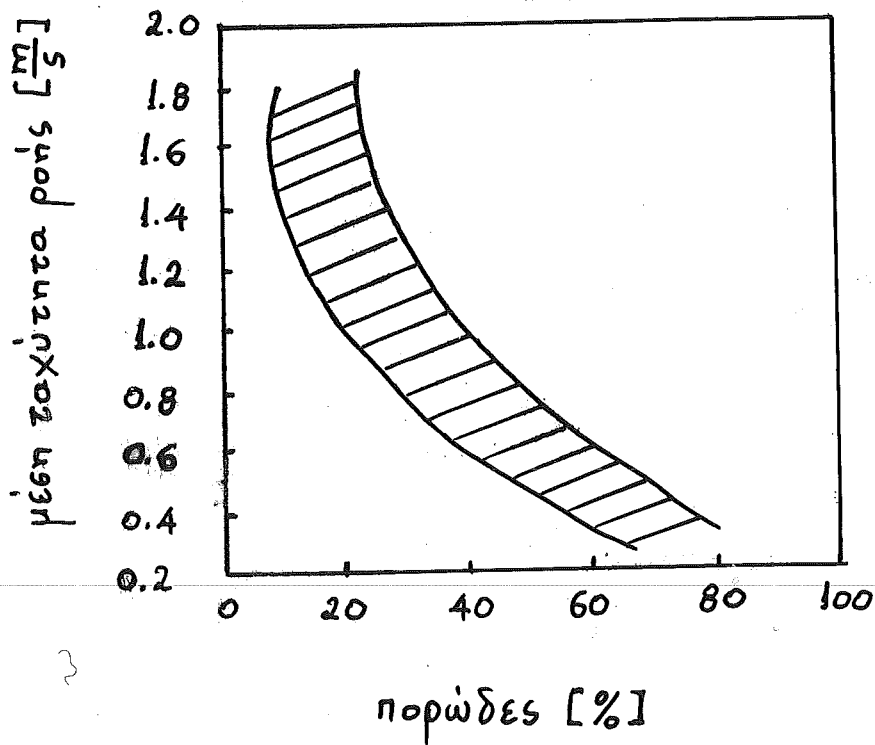
Συνεκτικό υλικό

- Ιλύς, άργιλος
- Ενδομοριακές δυνάμεις συνοχής ηλεκτροχημικής φύσεως
- Εδαφομηχανικές παράμετροι:
 - περιεκτικότητα σε άργιλο
 - δείκτης πλαστικότητας
 - περιεκτικότητα σε νερό
 - αντοχή σε εφελκυσμό, θλίψη και διάτμηση
- Ηλεκτροχημικές παράμετροι:
 - αλατότητα νερού
 - pH νερού
 - Ικανότητα ανταλλαγής ιόντων
 - αναλογία προδρόμησης ιόντων νατρίου

Διάβρωση κοίτης με συνεκτικό υλικό

- Συμπλέγματα βρωματιδίων, και όχι μεμονωμένα βρωματίδια, αποσπώνται από την κοίτη.
Μεταβαίνουν αμέσως σε κατάσταση αιώρησης.
- Η κίνηση στην κοίτη δεν λαμβάνει χώρα υπό μορφή βύρης
- Βαθμιαία διάβρωση χωρίς σχηματισμό μιας αλλουβιακής κοίτης

Κρίσιμη ταχύτητα ροής για συνεκτικό υλικό (Garbrecht)

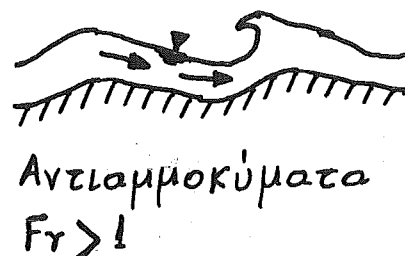
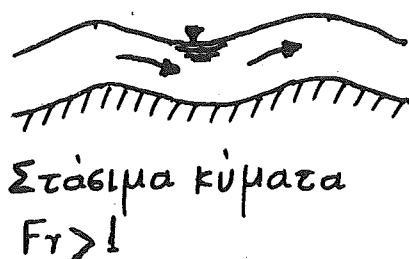
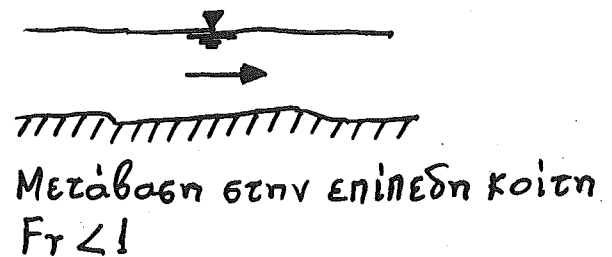
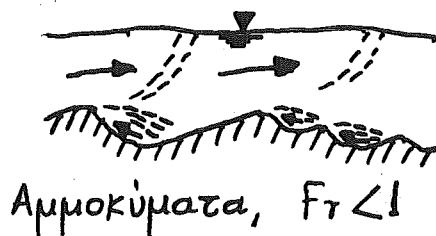
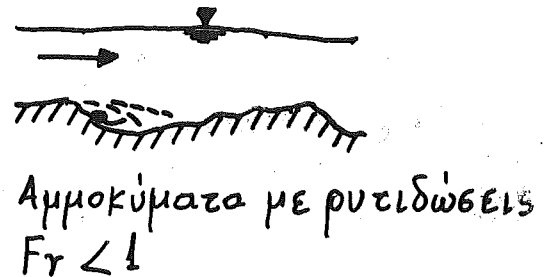
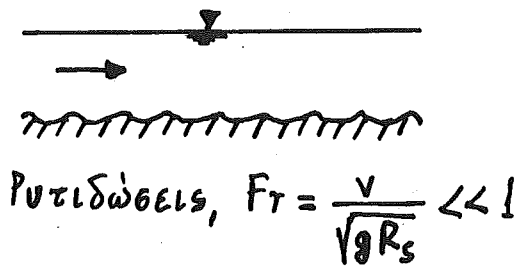


7. ΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΚΟΙΤΗΣ

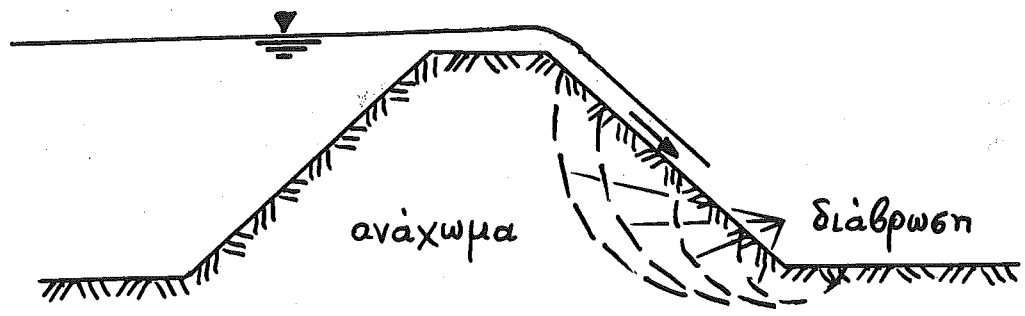
- Η κοίτη ενός φυσικού υδατορεύματος δεν παραμένει, συνήθως, επίπεδη
- Ανωμαλίες \Rightarrow Σώματα μεταφοράς (Transportkörper)
- Στα πεδινά τμήματα πλωτών ποταμών

Κατηγορίες σχηματισμών κοίτης

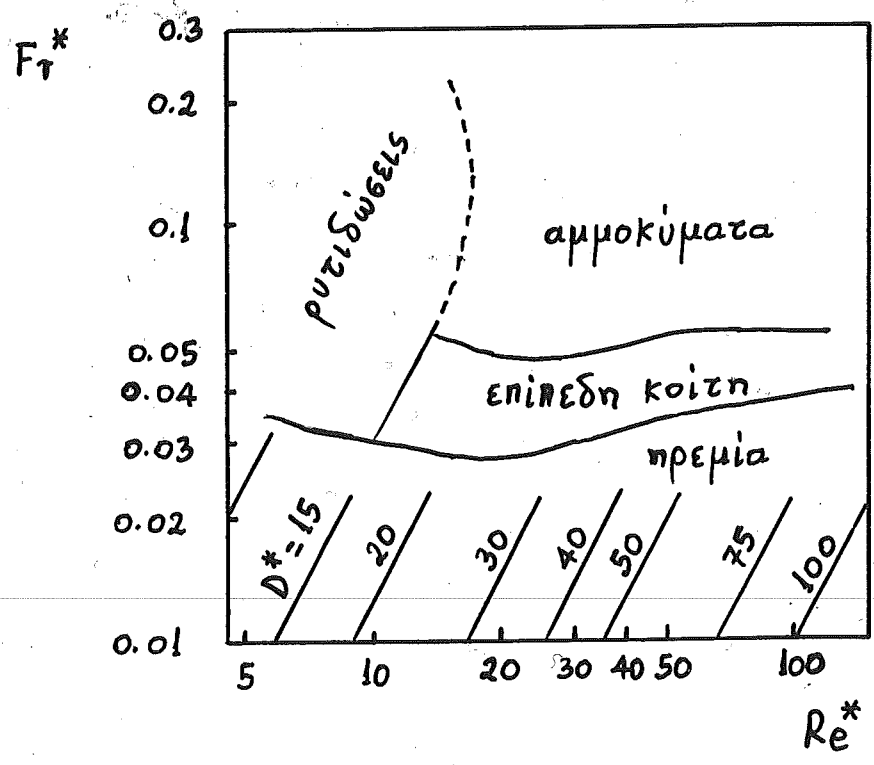
- ρυτιδώσεις ή αμμοκύματα (ripples)
- αμμοκύματα ή δίνες ή θίνες (dunes)
- αντιαμμοκύματα ή αρνητικά αμμοκύματα (antidunes)



Προς τα ανάντη κινουμένη διάβρωση (αντιαμμοκύματα)



Οριοδότηση σχηματισμών κοίτης



$D^* < 15$ ρυτιδώσεις
 $D^* > 15$
 $Fr^* > 0.05$ } αμμοκύματα

Διάγραμμα Chabert / Chauvin (1963)

$$Fr^* = \frac{v_0^{*2}}{\rho' g d_{ch}}$$

$$Re^* = \frac{v_0^* d_{ch}}{\nu}$$

$$D^* = \left(\frac{\rho' g}{\nu^2} \right)^{1/3} d_{ch}$$

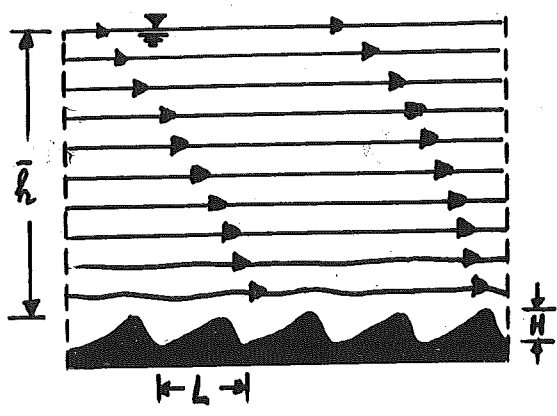
$$\rho' = \frac{\rho_F - \rho_W}{\rho_W}$$

D^* : αριθμός Bonnefille

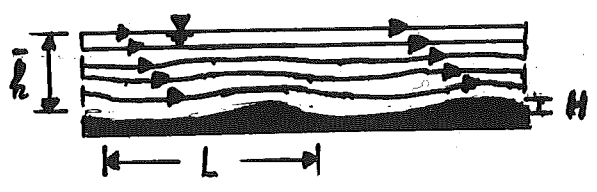
Οριοθέτηση σύμφωνα με τους Bonnetille / Petnecker και Vollmers / Giese

1. Μόνο ρυτιδώσεις $Re^* < 15$ και $D^* < 3.2 Re^{* 5/8}$
2. Ρυτιδώσεις επί αμμοκυμάτων $Re^* > 15$ και $D^* < 15$
3. Μόνο αμμοκύματα $Re^* > 15$ και $D^* < 3.2 Re^{* 5/8}$
4. Μετάβαση από ρυτιδώσεις
σε επίπεδη κοίτη $D^* = 0.95 Re^{* 4/5}$ $1 < Re^* < 10$
5. Μετάβαση από ρυτιδώσεις
επί αμμοκυμάτων σε επίπεδη
κοίτη $D^* = 1.35 Re^{* 5/8}$ $15 < Re^* < 45$
6. Μετάβαση από επίπεδη κοίτη
σε αντιαμμοκύματα $D^* = 0.42 Re^{* 0.9}$ $3 < Re^* < 50$

Διαστάσεις σχηματισμών κοίτης



ρυτιδώσεις $L \ll \bar{h}$



αμμοκύματα $L \gg \bar{h}$

$$H = \frac{1}{6} \bar{h} \left(1 - \frac{\tau_{cr}}{\tau_0} \right)$$

(Yalin, 1964)

H : ύψος αμμοκυμάτων [m]

h : βάθος νερού [m]

τ_0 : βυρτική τάση [N/m²]

τ_{cr} : κρίσιμη βυρτική τάση [N/m²]

- Μέγιστο ύψος αμμοκυμάτων, όταν $\tau_0 \gg \tau_{cr}$ ($H < \frac{1}{6} h$)

- " " " " , " $0.15 < \frac{H}{h} < 0.3$

\bar{h} : μέσο βάθος νερού [m]

$$L = 8.38 \times 10^4 \times \frac{v}{v_m}$$

(Stehr, 1975)

L : μήκος ρυτιδώσεων [m]

v : κίνηματικό ιξώδες του νερού [m^2/s]

v_m : μέση ταχύτητα ροής [m/s]

Yalin

Ρυτιδώσεις $\frac{H}{L} \leq \frac{1}{6000} \frac{h}{d} \quad (L \approx 1000 d)$

Αμμοκύματα $\frac{H}{L} < \frac{1}{30}$

d : διάμετρος κόκκου [m]

Μεταφορά φερτών υλών στους σχηματισμούς κοίτης

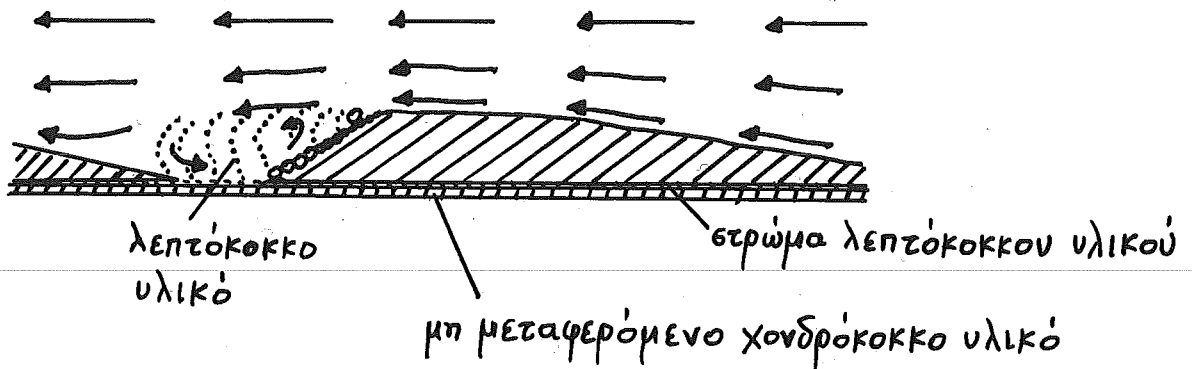
$q_1 < q_2, \frac{dq}{dt} > 0$, διάβρωση, το H μειούται



$q_1 = q_2, \frac{dq}{dt} = 0$, ισορροπία, $H = \text{σταθ.}$



$q_1 > q_2, \frac{dq}{dt} > 0$, απόθεση, το H αυξάνεται



ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΦΟΡΤΙΟΥ ΚΟΙΤΗΣ

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΣΤΕΡΕΟΠΑΡΟΧΗΣ ΚΟΙΤΗΣ

Schoklitsch (1954)

$$m_G = 2500 I^{3/2} (q - q_{cr})$$

Εμπειρική εξίσωση

$$q_{cr} = 0.26 \rho'^{5/3} \frac{d_{40}^{3/2}}{I^{7/6}}$$

$$\text{Για } \rho' = 1.65 \Rightarrow q_{cr} = 0.6 \frac{d_{40}^{3/2}}{I^{7/6}}$$

m_G : στερεοπαροχή κοίτης ανά μονάδα πλάτους $[\frac{kg}{m \cdot s}]$

q : παροχή νερού ανά μονάδα πλάτους $[\frac{m^3}{m \cdot s}]$

q_{cr} : κρίσιμη παροχή νερού $[\frac{m^3}{m \cdot s}]$

I : κατά μήκος κλίση της κοίτης

d_{40} : χαρακτηριστική διάμετρος κόκκων [m]

ρ' : σχετική πυκνότητα φερτών υλών

$$\rho' = \frac{\rho_F - \rho_W}{\rho_W}$$

ρ_F : πυκνότητα φερτών υλών $[kg/m^3]$

ρ_W : πυκνότητα νερού $[kg/m^3]$

Kalinske (1947)

$$m_G = \rho_F v_o^* d f\left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_o}\right)$$

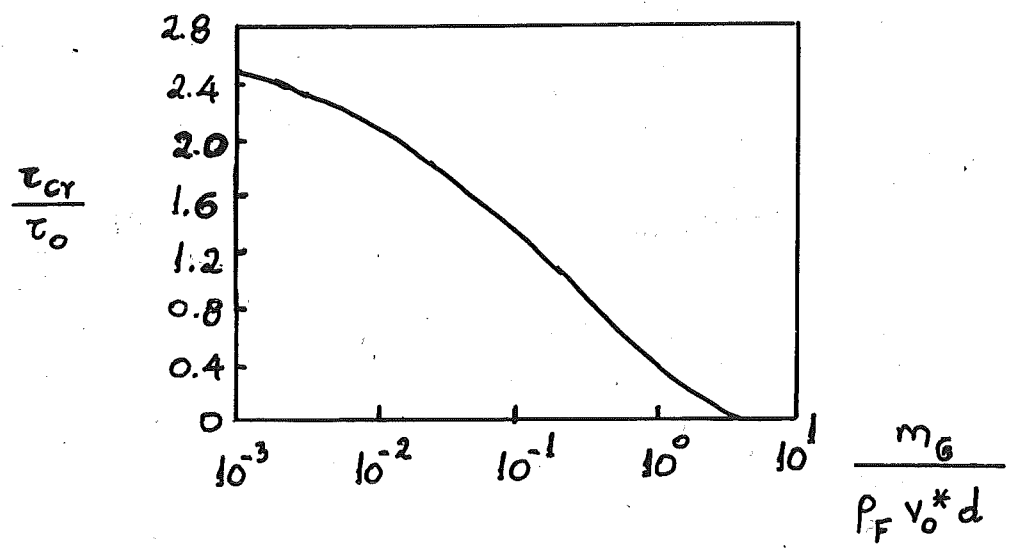
v_o^* : διατμητική ταχύτητα ή ταχύτητα τριβής στην κοίτη [$\frac{m}{s}$]

ρ_F : πυκνότητα φερτών υλών [kg/m^3]

d : διάμετρος κόκκων [m]

τ_{cr} : κρίσιμη ευρτική τάση [N/m^2]

τ_o : επικρατούσα ευρτική τάση [N/m^2]



$$G^* = \frac{m_G}{\rho_F v_o^* d} = f\left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_o}\right)$$

Einstein (1950)

- Πρόβλημα πιθανοτήτων

$$\Phi = \frac{m_G}{\rho_F} \left(\frac{1}{\rho'}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{gd^3}\right)^{1/2}$$

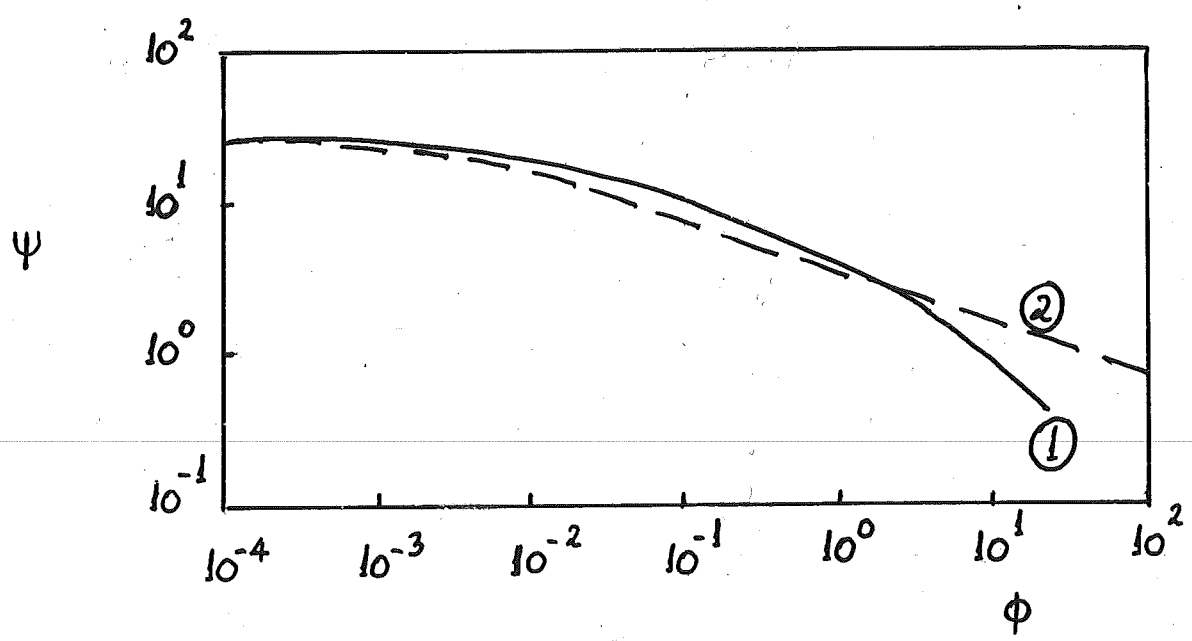
$$\Psi = \frac{\rho' d^{3.5}}{R'_s I} \Rightarrow \Psi = \frac{\rho' d}{h I}$$

R'_s : υδραυλική ακτίνα αναφερόμενη στην τραχύτητα λόγω κόκκων κοίτης
 h : βάθος νερού [m]

Φ : ένταση της μεταφοράς

Ψ : ένταση της ροής

$$\Phi = f(\Psi)$$



① ⇒ στερεοπαροχή κοίτης (Einstein)

② ⇒ ολική στερεοπαροχή (Einstein - Brown)

$$\Phi = G^* F_T^{*1/2}$$

$$\Psi = \frac{1}{F_T^*}$$

$$G^* = \frac{m_G}{\rho_F v_o^* d}$$

$$F_T^* = \frac{v_o^{*2}}{\rho' g d}$$

$$R_s = R_s' + R_s''$$

$$\tau_s = \tau_s' + \tau_s''$$

$$v_o^{*2} = v_o^{*'}^2 + v_o^{*''2}$$

$$\mu = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-B_*\psi - 1/\eta_0}^{B_*\psi - 1/\eta_0} e^{-t^2} dt = \frac{A_* \phi}{1 + A_* \phi}$$

μ : πιθανότητα κίνησης ενός κόκκου

t : μεταβλητή ολοκλήρωσης

$$A_* = 43.5$$

$$B_* = 0.143$$

$$\eta_0 = 0.5$$

$$m_{Gi} = \phi_i \tau_i \rho_F g^{1/2} d_i^{3/2} \rho^{1/2}$$

Meyer-Peter και Müller (1948/49)

$$m_G = \frac{8}{9} \frac{\rho_F}{\rho_F - \rho_w} \sqrt{\frac{I}{\rho_w}} [\rho_w g I_R R_s - 0.047 (\rho_F - \rho_w) g d_m]^{3/2}$$

I_R : κλίση τριβής

$$I_R = \left(\frac{k_s}{k_T} \right)^{3/2} I$$

I : κλίση γραμμής ενέργειας

k_s : συντελεστής τραχύτητας κατά Strickler $[\frac{m^{1/3}}{s}]$

k_T : συντελεστής τραχύτητας κόκκων $[\frac{m^{1/3}}{s}]$

$$k_T = \frac{26}{\sqrt[6]{d_{90}}}$$

$d_{90} : [m]$

$$k_s = \frac{21}{\sqrt[6]{d_{90}}}$$

- Για ευθύγραμμη ροή και επίπεδη κοίτη: $\frac{k_s}{k_T} = 1$

- Για καμπυλόγραμμη ροή και ανώμαλη κοίτη: $0.8 \leq \frac{k_s}{k_T} \leq 1$

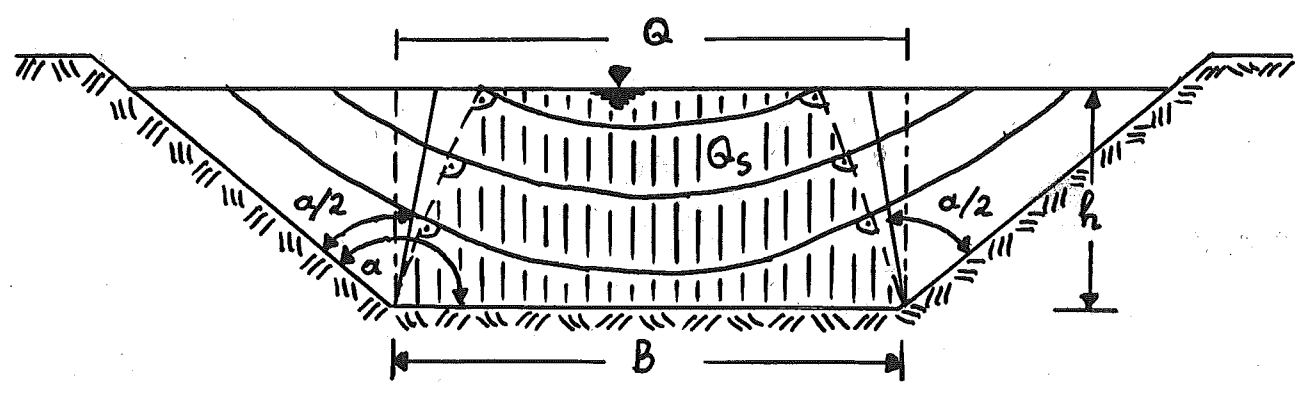
R_s : υδραυλική ακτίνα εκείνου του τμήματος της υγρής διατομής που επηρεάζει τη μεταφορά του φορτίου κοίτης [m]

$$R_s = h \frac{Q_s}{Q}$$

h : βάθος ροής [m]

Q_s : παροχή νερού μέσω εκείνου του τμήματος της υγρής διατομής που επηρεάζει τη μεταφορά του φορτίου κοίτης [m³/s]

Q : παροχή νερού μέσω της όλης υγρής διατομής [m³/s]



$$R_s \approx h \frac{B}{U}$$

B : πλάτος πυθμένα [m]

U : βρεχομένη περίμετρος [m]

- Για $B > 30h \Rightarrow R_s \approx h$

$$\tau_{ct} = 0.047 (\rho_F - \rho_W) g d m \Rightarrow$$

$$\frac{\tau_{ct}}{(\rho_F - \rho_W) g d m} = F_T^* = 0.047$$

$F_T^* \approx 0.06 \Rightarrow$ Shields

$$G^* = 8 F_T^* \left(1 - \frac{0.047}{F_T^*} \right)^{3/2}$$

$$G^* = \frac{m_G}{\rho_F v_0^* d}$$

$$F_T^* = \frac{v_0^{*2}}{\rho' g d}$$

9. ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΦΟΡΤΙΟΥ ΑΙΩΡΟΥΜΕΝΩΝ ΥΛΩΝ

Προέλευση αιωρούμενων φερτών υλών (suspended load)

- Διάβρωση της κοίτης ενός υδατορεύματος (suspended bed material load)
- Διάβρωση της αντίστοιχης λεκάνης απορροής και μεταφορά των δημιουργούμενων φερτών υλών μέσω της επιφανειακής απορροής προς το υδατόρευμα (wash load)
- Εισροή ομβρίων υδάτων και λυμάτων των αποχετευτικών δικτύων στο υδατόρευμα

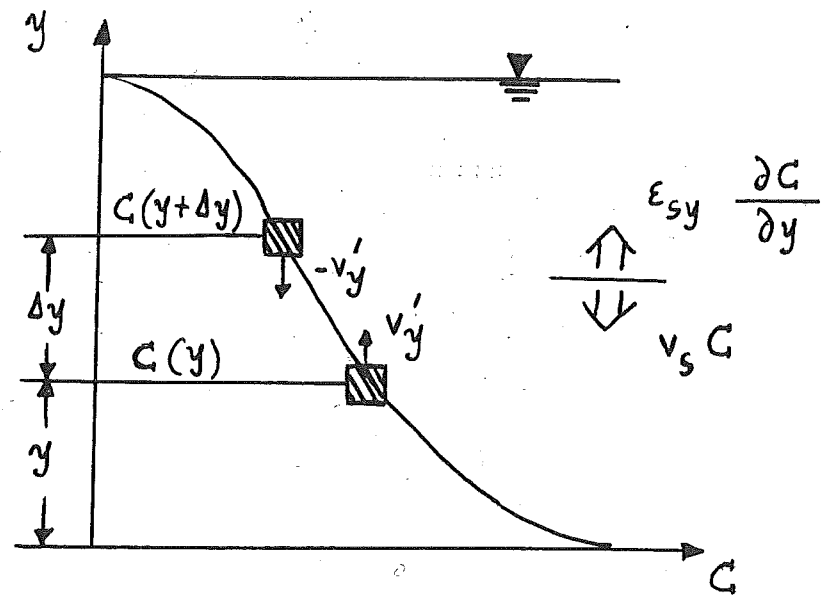
Καθίζηση αιωρούμενων φερτών υλών

- Σε διαπλατύνσεις της κοίτης
- Σε βραχίονες του κυρίου ποταμού
- Σε ταμειευτήρες
- Σε εκβολές ενός ποταμού σε λίμνη ή στη θάλασσα (δέλτα)

Συνέπειες της ύπαρξης αιωρούμενων υλών

- Στην επεξεργασία του νερού φυσικών υδατορευμάτων προς οικιακή χρήση κ.λπ.
- Φθορά σε αντλίες, υδροστρόβιλους, έλικες πλοίων κ.λπ.

Μηχανισμός μεταφοράς αιωρούμενων υλών



Οριοθέτηση μεταξύ φορτίου κοίτης και φορτίου αιωρούμενων υλών

$$Fr^2 = \frac{v_m^2}{gd} = 360$$

(Kresser, 1964)

v_m : μέση ταχύτητα ροής [m/s]

d : οριακή διάμετρος μεταξύ φορτίου κοίτης και αιωρούμενου φορτίου [m]

$$z = \frac{v_s}{\beta \kappa v_o^*}$$

z : αριθμός αιωρούμενων φερτών υλών

v_s : ταχύτητα καθίζησης αιωρούμενων φερτών υλών [m/s]

κ : σταθερά von Kármán

β : συντελεστής αναλογίας

$5 < z < 15 \Rightarrow$ κίνηση πάνω στην κοίτη

$1.5 < z < 5 \Rightarrow$ άλματα

$0 < z < 2 \Rightarrow$ αιώρηση

(Raudkivi, 1982)

Ορισμός διάχυσης

- Ανάμιξη διαφόρων ρευστών (αερίων ή υγρών), ώστε να επέλθει εξισορρόπηση διαφορών συγκέντρωσης και θερμότητας.
- Κατανομή της ορμής μέσα στα ρευστά
- Μοριακή διάχυση \Rightarrow Κίνηση μορίων
- Τυρβώδης διάχυση \Rightarrow Κίνηση "δεμάτων" ρευστού

Εξίσωση διάχυσης

$$v_s C + \epsilon_{sy} \frac{\partial C}{\partial y} = 0$$

μόνιμη και ομοιόμορφη ροή
κατά τη διεύθυνση x

v_s : ταχύτητα καδίωσης αιωρούμενων φερτών υλών [m/s]

C : συγκέντρωση αιωρούμενων φερτών υλών [kg/m³]

ϵ_{sy} : συντελεστής διάχυσης κατά τη διεύθυνση y ,
αναφερόμενος στην ανταλλαγή φερτών υλών [m²/s]

Κατανομή του συντελεστή διάχυσης

$$\tau(y) = \tau_0 \left(1 - \frac{y}{h}\right)$$

$\tau(y)$: διατμητική τάση [$\frac{N}{m^2}$] σε απόσταση y [m] από τον πυθμένα

τ_0 : διατμητική τάση στον πυθμένα ή θυρτική τάση [$\frac{N}{m^2}$]

h : βάθος ροής [m]

$$\tau(y) = \rho_w \varepsilon_{ty} \frac{d\bar{v}_x}{dy}$$

ρ_w : πυκνότητα νερού $[\text{kg}/\text{m}^3]$

ε_{ty} : τυρβώδης συντελεστής διάχυσης $[\text{m}^2/\text{s}]$
(ανταλλαγή ορμής)

\bar{v}_x : μέση ταχύτητα ροής, ως προς το χρόνο, κατά τη διεύθυνση x $[\text{m}/\text{s}]$

$$\tau_0 \left(1 - \frac{y}{h}\right) = \rho_w \varepsilon_{ty} \frac{d\bar{v}_x}{dy}$$

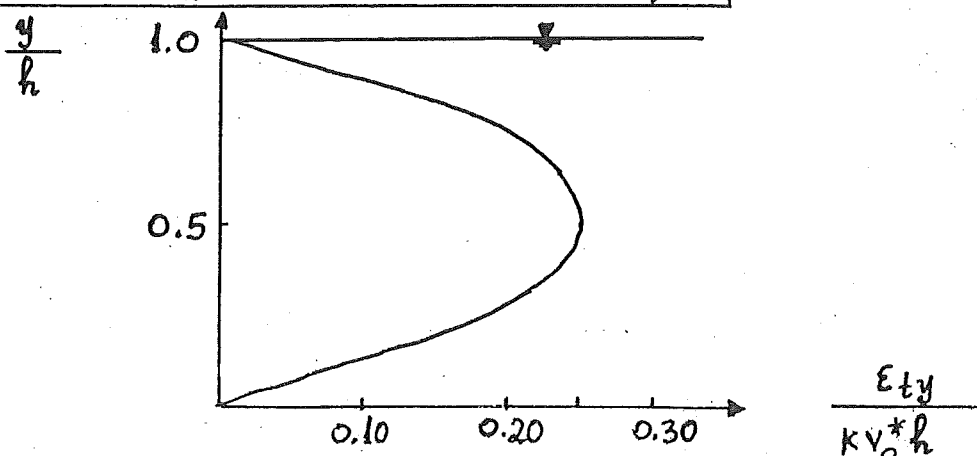
$$\bar{v}_x = \frac{v_0^*}{\kappa} \ln y + \text{const.} \quad \Rightarrow \text{λογαριθμική κατανομή ταχύτητας}$$

κ : σταθερά von Κάρμάν

$$\frac{d\bar{v}_x}{dy} = \frac{v_0^*}{\kappa y}$$

$$\tau_0 = \rho_w v_0^{*2}$$

$$\varepsilon_{ty} = \kappa v_0^* \left(1 - \frac{y}{h}\right) y = \kappa v_0^* h \left(1 - \frac{y}{h}\right) \frac{y}{h}$$



Κατανομή συγκεντρώσης αιωρούμενων υλών

$$\epsilon_{sy} = \beta \epsilon_{ty} = \beta k v_o^* h \left(1 - \frac{y}{h}\right) \frac{y}{h}$$

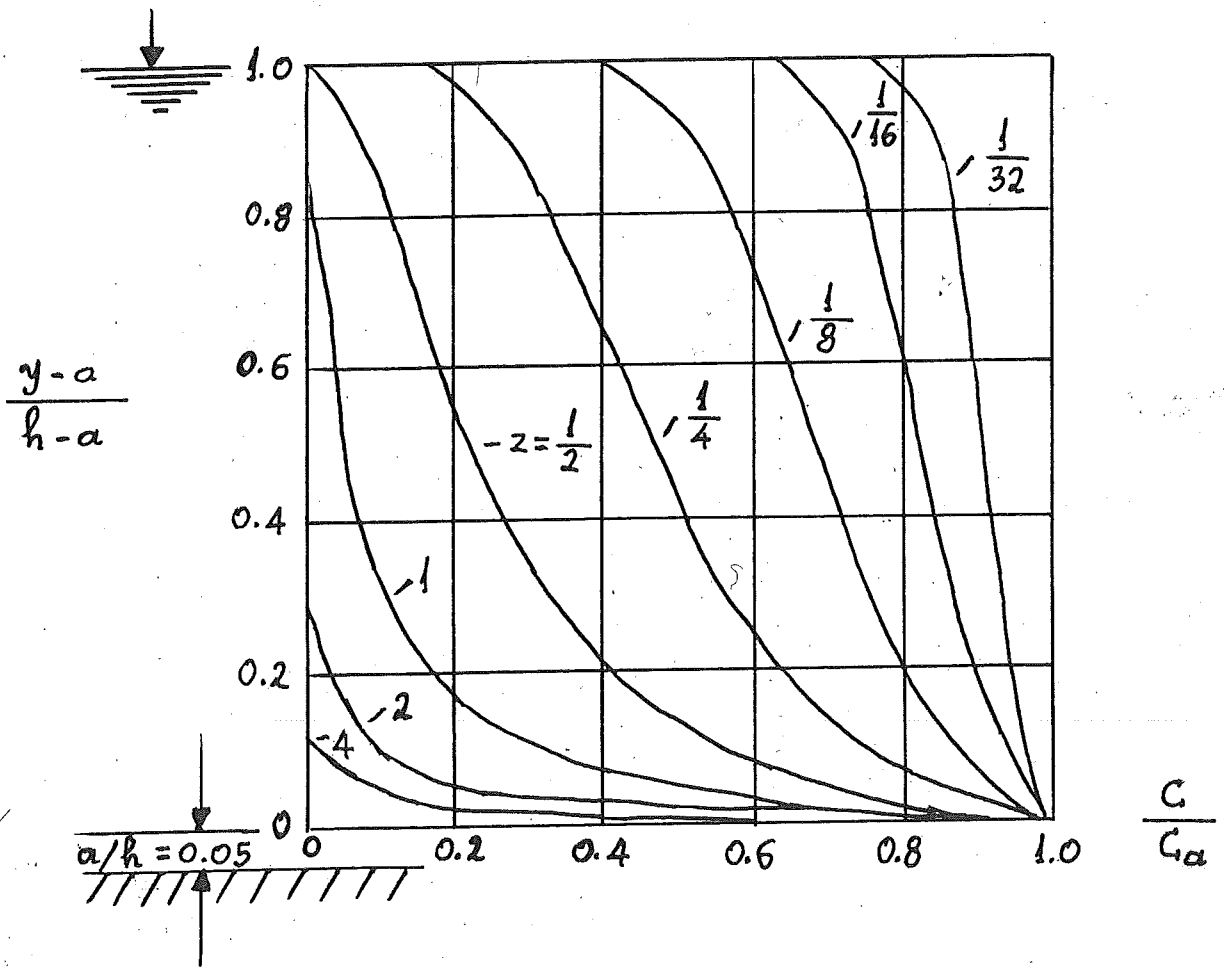
$\frac{1}{\beta}$: τυρβώδης αριθμός Schmidt

Συνήθως $\beta = 1$

$$\frac{C}{C_a} = \left(\frac{h-y}{y} \frac{a}{h-a} \right)^z$$

(Rouse, 1937)

$$z = \frac{v_s}{\beta k v_o^*}$$



C_a : συγκεντρώση αναφοράς σε μια μικρή απόσταση a από την κοίτη
 $a = k_s = 3 d_{90}$ (van Rijn) , όταν δεν υπάρχουν σχηματισμοί κοίτης

$a_{min} = 0.01 h$ (van Rijn)

Συγκέντρωση αναφοράς

$$C_a = \frac{0.035}{2.3} \frac{d_{50}}{a} \frac{T^{1.5}}{D^{*0.3}}$$

(van Rijn, 1984)

$$D^* = d_{50} \left(\frac{\rho' g}{\nu^2} \right)^{1/3}$$

$$T = \frac{v_o^{*2} - v_{oc}^{*2}}{v_{oc}^{*2}}$$

v_{oc}^* : κρίσιμη διατμητική ταχύτητα $[\frac{m}{s}]$ (Shields)

v_o^{*} : διατμητική ταχύτητα αναφερόμενη στην τραχύτητα των κόκκων $[m/s]$

$$v_o^{*'} = \frac{\sqrt{g}}{C'} v_m$$

$$C' = 18 \log \left(\frac{12R}{k_s} \right)$$

v_m : μέση ταχύτητα ροής $[m/s]$

R : υδραυλική ακτίνα $[m]$

k_s : ισοδύναμη τραχύτητα άμμου $[m]$

Υπολογισμός της στερεοπαροχής αιωρουμένων υλών

$$m_s = \int_{y=0}^{y=h} C \bar{v}_x dy$$

m_s : στερεοπαροχή αιωρουμένων υλών ανά μονάδα πλάτους [$\frac{kg}{m \cdot s}$]

Lane και Kalinske (1941)

- Σταθερός συντελεστής διάχυσης

$$\bar{\epsilon}_{sy} = \bar{\epsilon}_{ty} = \frac{1}{h} \int_0^h \epsilon_{ty} dy = \frac{1}{6} \kappa v_o^* h \quad (\beta=1)$$

$$m_s = q C_a P_L e^{15 v_s a / (C v_o^* h)}$$

$$P_L = f\left(\frac{v_s}{v_o^*}, \frac{\eta}{h^{1/6}}\right)$$

q : παροχή νερού ανά μονάδα πλάτους [$\frac{m^3}{s \cdot m}$]

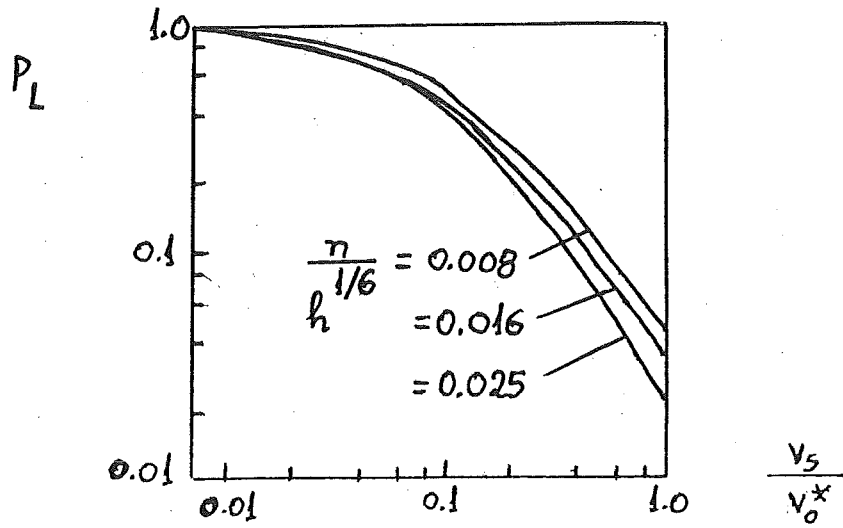
η : συντελεστής Manning-Strickler [$\frac{s}{m^{1/3}}$]

v_s : ταχύτητα καθίζησης κόκκων [m/s]

v_o^* : διατμητική ταχύτητα [m/s]

h : βάθος νερού [m]

a : μικρή απόσταση από την κοίτη [m]



Brooks

$m_s = q C_m T_B$

$T_B = f\left(\frac{K v_m}{v_o^*}, z\right)$

m_s : [kg / (cm.s)]

C_m : συχκέντρωση αιωρουμένων φερτών υλών [$\frac{kg}{m^3}$] σε ύψος $y = \frac{h}{2}$

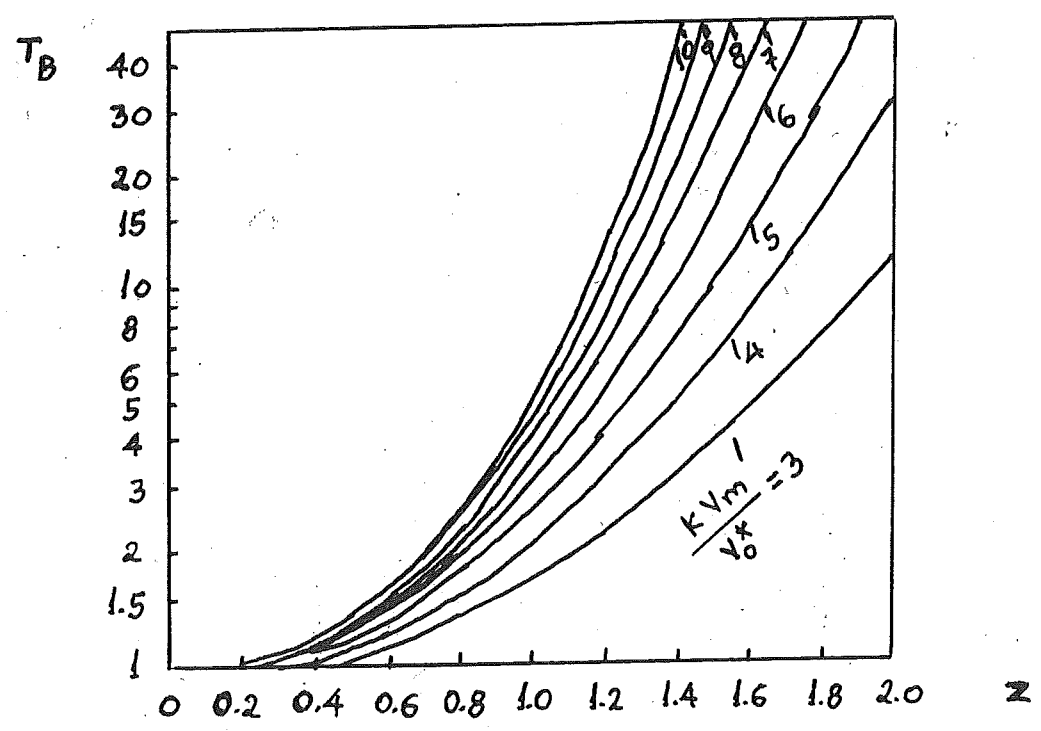
q : παροχή (νερού) ανά μονάδα πλάτους [$\frac{m^3}{s.m}$]

v_m : μέση ταχύτητα ροής [m/s]

v_o^* : διατμητική ταχύτητα [m/s]

K : σταθερά von Kármán

z : αριθμός αιωρουμένων φερτών υλών



Einstein

- Κατανομή ευχκέντρωσης κατά Rouse
- Λογαριθμική κατανομή ταχύτητας κατά Keulegan

$$m_s = 11.6 C_a v_o^{*'} \alpha \left[2.303 \log \left(30.2 \frac{h}{\Delta} \right) I_1 + I_2 \right]$$

J_1 από διάγραμμα ως συνάρτηση των a/h και z
 - J_2 " " " " " " " "

$$z = \frac{v_s}{0.4 v_o^{*'}}$$

$v_o^{*'}$: Διατμητική ταχύτητα αναφερόμενη στην τραχύτητα λόγω κόκκων [m/s]

m_s : [$\frac{kg}{m \cdot s}$] C_a : [$\frac{kg}{m^3}$] α : [m]

$$\Delta = \frac{k_s}{x} = \frac{d_{65}}{x}$$

k_s : Ισοδύναμη τραχύτητα άμμου [m] $k_s = d_{65}$

x : Διορθωτικός συντελεστής για τη μεταβατική κατάσταση ανάμεσα στην υδραυλικά λεία και στην υδραυλικά τραχεία κοίτη, εξαρτώμενος από το πάχος της στρωτής υποστρώδας

$$x = f \left(\frac{k_s}{\delta} \right) = f \left(\frac{d_{65}}{\delta} \right) \quad \delta = \frac{11.6 \nu}{v_o^{*'}}$$

δ : πάχος στρωτής υποστρώδας [m]

ν : Κινηματικό ιξώδες νερού [m²/s]

$$I_1 = 0.216 \frac{\eta_a^{z-1}}{(1-\eta_a)^z} \underbrace{\int_{\eta_a}^1 \left(\frac{1-\eta}{\eta} \right)^z d\eta}_{J_1}$$

$$I_2 = 0.216 \frac{\eta_a^{z-1}}{(1-\eta_a)^z} \underbrace{\int_{\eta_a}^1 \left(\frac{1-\eta}{\eta} \right)^z \ln \eta d\eta}_{-J_2}$$

$$\eta_a = \frac{a}{h}$$

$$\eta = \frac{y}{h}$$

ΤΥΠΟΙ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΟΛΙΚΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΦΕΡΤΩΝ ΥΛΩΝ

Engelund - Hansen (1967)

$$\phi_E f_E = 0.1 F_T^{*5/2}$$

$$F_T^* = \frac{\tau_0}{(\rho_F - \rho_W)gd} = \frac{\rho_W ghI}{(\rho_F - \rho_W)gd} = \frac{hI}{\rho'd}$$

$$\phi_E = \frac{m_F}{\rho_F \sqrt{\rho'gd^3}}$$

$$f_E = \frac{2I}{F_T^2} = \frac{2ghI}{v_m^2} = \frac{2v_0^{*2}}{v_m^2}$$

Henderson

$$G^* = \frac{m_F}{\rho_F v_0^* d} = 10 F_T^{*2}$$

Garde / Ranga-Raju

$$G^* = 16 F_T^{*4}$$

F_T^* : αριθμός Froude φερτών υλών

τ_0 : διατμητική τάση στην κοίτη ή θυρτική τάση [N/m^2]

ρ_F : πυκνότητα φερτών υλών [kg/m^3]

ρ_w : πυκνότητα νερού [kg/m^3]

ρ' : σχετική πυκνότητα φερτών υλών

$$\rho' = \frac{\rho_F - \rho_w}{\rho_w}$$

g : επιτάχυνση βαρύτητας [m/s^2]

h : βάθος νερού [m]

I : κλίση γραμμής ενέργειας

(για ομοιόμορφη ροή, κατά μήκος κλίση κοίτης)

d : διάμετρος κόκκων [m]

m_F : στερεοπαροχή ολικού φορτίου [$\frac{kg}{m \cdot s}$]

F_T : αριθμός Froude νερού

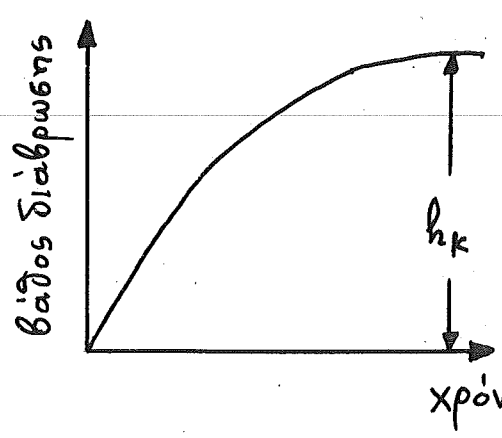
v_m : μέση ταχύτητα ροής [m/s]

v_o^* : διατμητική ταχύτητα ή ταχύτητα τριβής [m/s]

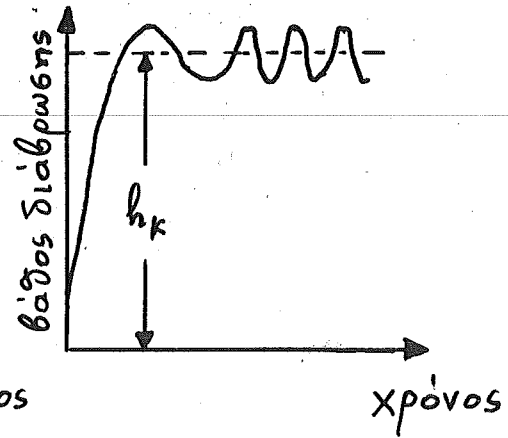
G^* : αριθμός μεταφοράς φερτών υλών

10. ΤΟΠΙΚΗ ΔΙΑΒΡΩΣΗ

- Τοπικά περιορισμένη εκβάθυνση της κοίτης ενός ποταμού που προκαλείται από τοπικά αυξημένη ταχύτητα ροής
- Παραδείγματα: βάρδρα γεφυρών, κατάντη αναβαθμών και θυροφραγμάτων
- m_G' : εκρέουσα στερεοπαροχή κοίτης από την κοιλότητα διάβρωσης
 m_G'' : εισρέουσα " " " στην " "
- Εάν $m_G' > 0$ και $m_G'' \approx 0 \Rightarrow$ "διαυγής" κοιλότητα διάβρωσης (όχι μεταφορά φορτίου κοίτης στον ποταμό)
- Εάν $m_G' \geq m_G'' > 0 \Rightarrow$ συνεχής μεταφορά φορτίου κοίτης στην κοιλότητα διάβρωσης



"διαυγής" κοιλότητα



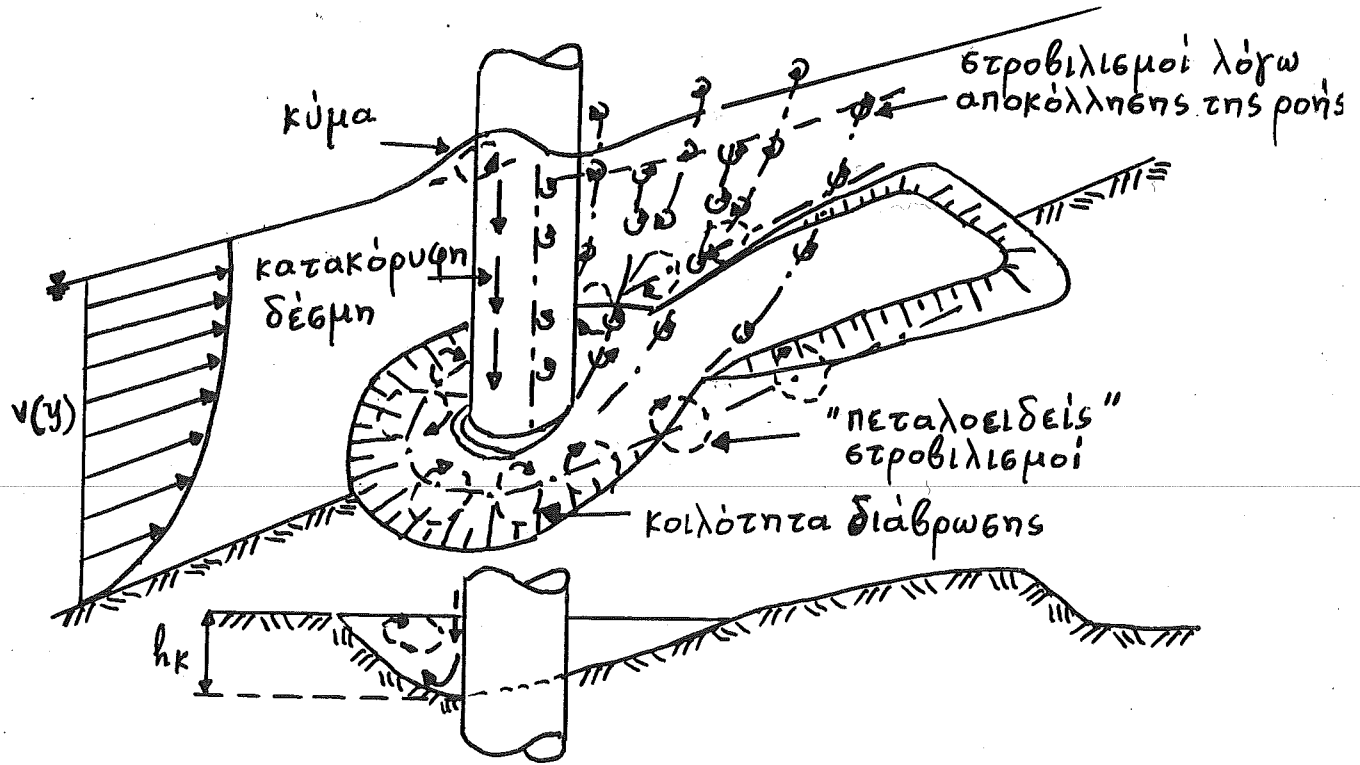
κοιλότητα με "κινητή" κοίτη

h_k : τελικό βάθος διάβρωσης

Χαρακτηριστικά της κοιλότητας διάβρωσης (Laursen, 1952)

- Το βάθος διάβρωσης εξαρτάται από τη διαφορά $m'_G - m''_G$.
- Ο ρυθμός του σχηματισμού της κοιλότητας ελαττούται καθώς αυξάνει η υγρή διατομή.
- Για δεδομένες συνθήκες, το μέγεθος της κοιλότητας τείνει σε μια οριακή τιμή, η οποία επιτυγχάνεται ασυμπτωτικά μετά από ένα ορισμένο χρονικό διάστημα.

Τοπική διάβρωση σε βάθρα γεφυρών



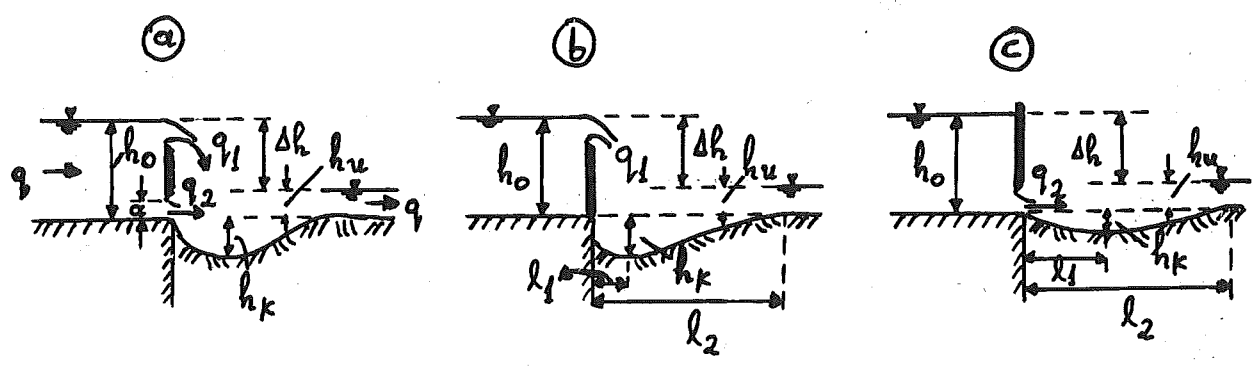
Παράμετροι επιρροής της τοπικής διάβρωσης

- Χρόνος
- Μέγεθος κόκκων
- Παροχή νερού, θυρτική τάση
- Μορφή και μέγεθος βάρων
- Σχηματισμοί κοίτης
- Κύματα

Κατασκευαστικά μέτρα (Shen, 1971)

- Μεταβολή της μορφής του βάρου
- Τοποθέτηση μιας οριζόντιας πλάκας
- Κατασκευή πρόθετων βάρων
- Θωράκιση της κινδυνεύουσας περιοχής, π.χ. με λίθους

Τοπική διάβρωση κατάντη θυροφραγμάτων

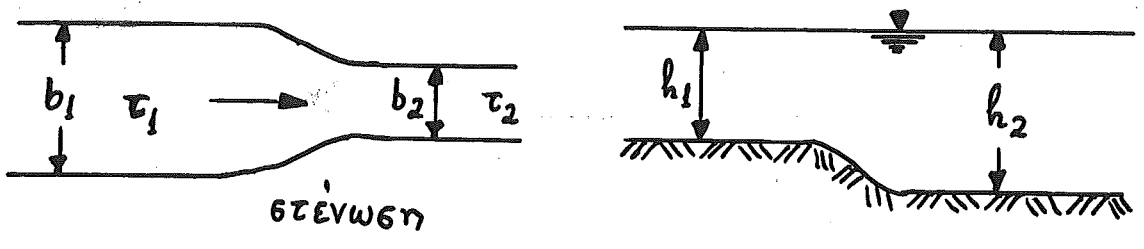


$$h_{ges} = h_k + h_u = A \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \left(\frac{\Delta h}{d_{q0}} \right)^{1/2} = A h_{gr} \sqrt{\frac{\Delta h}{d_{q0}}}$$

(Franke, 1960)

ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ	A	q_1 ή q_2 [m ³ /(sm)]	l_1 [m]	l_2 [m]
a	$1.0 \leq A \leq 2.4$	$0 \leq \frac{q_1}{q_2} \leq \infty$	-	-
b	2.4	$q_2 = 0$	$0.5 h_{ges}$	$1.8 h_{ges}$
c	1.0	$q_1 = 0$	$3.0 h_{ges}$	$6.0 h_{ges}$

Διάβρωση σε μια στένωση



$$\frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{3/7} \left\{ \frac{-\frac{\tau_{cr}}{\tau_1} + \left[\left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_1}\right)^2 + 4\left(1 - \frac{\tau_{cr}}{\tau_1}\right)\frac{b_1}{b_2} \right]^{1/2}}{2\left(1 - \frac{\tau_{cr}}{\tau_1}\right)} \right\}^{3/7}$$

Εξίσωση συνέχειας:

$$Q = k_{st} b_1 h_1^{5/3} I_1^{1/2} = k_{st} b_2 h_2^{5/3} I_2^{1/2} \Rightarrow$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{10/3} \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2$$

$$\tau_1 = \gamma_w h_1 I_1 \quad \tau_2 = \gamma_w h_2 I_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{h_1}{h_2}$$

Τύπος DuBoys για το φορτίο κοίτης:

$$m_G = \psi_s b \tau_o (\tau_o - \tau_{cr})$$

m_G : στερεοπαροχή κοίτης ανά μονάδα πλάτους $\left[\frac{N}{m \cdot s} \right]$

τ_o : συρτική τάση $[N/m^2]$

τ_{cr} : κρίσιμη συρτική τάση $[N/m^2]$

b : πλάτος ανοικτού αγωγού $[m]$

ψ_s : συντελεστής εξαρτώμενος από τη διάμετρο κόκκων $\left[\frac{m^3}{Ns} \right]$

γ_w : ειδικό βάρος νερού $[N/m^3]$

Εξίσωση συνέχειας φερτών υλών:

$$m_{G1} = m_{G2} \Rightarrow \psi_s b_1 \tau_1 (\tau_1 - \tau_{cr}) = \psi_s b_2 \tau_2 (\tau_2 - \tau_{cr}) \Rightarrow$$

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{b_1}{b_2} \frac{\tau_1 - \tau_{cr}}{\tau_2 - \tau_{cr}}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{h_1}{h_2} = \frac{b_1}{b_2} \frac{\tau_1 - \tau_{cr}}{\tau_2 - \tau_{cr}} \frac{h_1}{h_2}$$

$$\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{10/3} \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2 = \frac{b_1}{b_2} \frac{\tau_1 - \tau_{cr}}{\tau_2 - \tau_{cr}} \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{7/3} \frac{b_1}{b_2} = \frac{\tau_1 - \tau_{cr}}{\tau_2 - \tau_{cr}} \Rightarrow$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{3/7} \left(\frac{\tau_2 - \tau_{cr}}{\tau_1 - \tau_{cr}}\right)^{3/7}$$

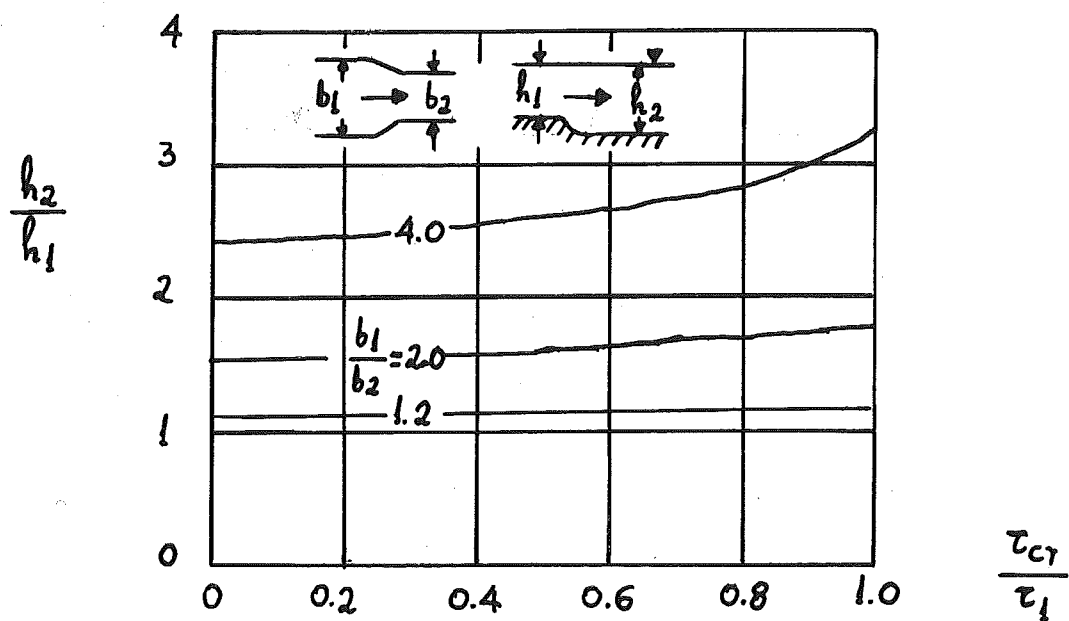
Η τιμή του $x = \frac{\tau_2 - \tau_{cr}}{\tau_1 - \tau_{cr}}$ προκύπτει ως λύση της

δευτεροβάθμιας εξίσωσης:

$$\left(1 - \frac{\tau_{cr}}{\tau_1}\right)x^2 + \frac{\tau_{cr}}{\tau_1}x - \frac{b_1}{b_2} = 0$$

Η ως άνω εξίσωση εξάγεται από την εξίσωση συνέχειας φερτών υλών με κατάλληλους μετασχηματισμούς.

Γραφική παράσταση



1^η οριακή περίπτωση

Το τ_{cr} είναι μικρό σε σχέση προς το $\tau_1 \Rightarrow$

Ισχυρή μεταφορά φορτίου κοίτης στο τμήμα 1

$$\frac{\tau_{cr}}{\tau_1} \rightarrow 0$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{9/14} = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{0.643}$$

2^η οριακή περίπτωση

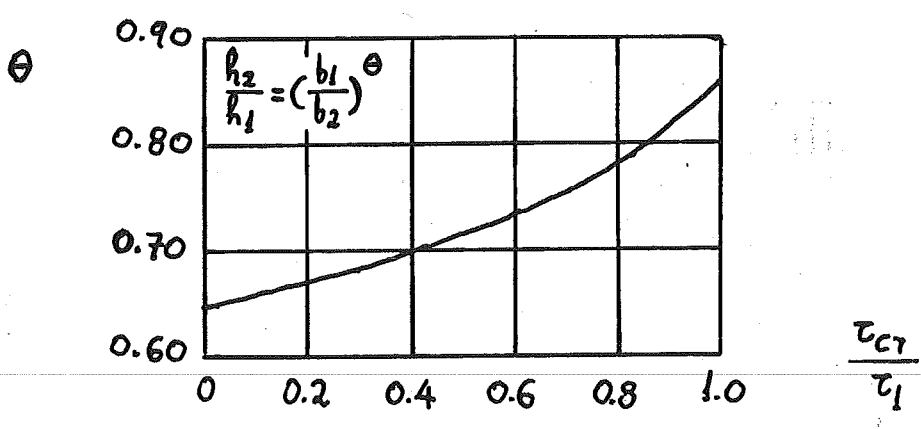
$\tau_1 = \tau_{cr} \Rightarrow$ Δεν υπάρχει μεταφορά φορτίου κοίτης στο τμήμα!

Από τη δευτεροβάθμια εξίσωση: $x = \frac{b_1}{b_2}$ ή $\frac{\tau_2 - \tau_{cr}}{\tau_1 - \tau_{cr}} = \frac{b_1}{b_2}$

$$\frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{3/7} \left(\frac{\tau_2 - \tau_{cr}}{\tau_1 - \tau_{cr}}\right)^{3/7} = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{3/7} \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{3/7}$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{6/7} = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{0.857}$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^{\theta}$$



II. ΜΟΝΤΕΛΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΦΕΡΤΩΝ ΥΛΩΝ

- Μοντέλα (ομοιώματα) : Απλοποιητικές παραστάσεις φυσικών φαινομένων
- Φυσικά μοντέλα : - Παριστάνουν κάποιο υδραυλικό φαινόμενο σε μικρή κλίμακα και λειτουργούν συνήθως με νερό.
 - Τα αποτελέσματα λειτουργίας των φυσικών μοντέλων πρέπει να μεταφερθούν στη "φύση".
- Μαθηματικά μοντέλα : - Εκτέλεση υπολογισμών σε κλίμακα 1:1
 - Δεν υφίσταται ανάγκη εργαστηρίου
 - Βαθμονόμηση με φυσικά δεδομένα
- Υβριδικά μοντέλα : Συνδυασμός φυσικών και μαθηματικών μοντέλων.
- Πλεονέκτημα χρήσης μοντέλων :
 - Δυνατότητα αναπαραγωγής διαδικασιών και επιλογής καταστάσεων.

Κριτήρια ομοιότητας

- Προϋπόθεση για την εφαρμογή των φυσικών μοντέλων, ώστε να είναι δυνατή η μεταφορά των δεδομένων μέτρησης από το εργαστήριο στη φύση και αντίστροφα.
- Επιλογή κλίμακας φυσικών μοντέλων με "κινητή" κοίτη βάσει των κριτηρίων:

$$Re_n^* = Re_m^*$$

$$Fr_n^* = Fr_m^*$$

δείκτης $n \Rightarrow$ φύση

δείκτης $m \Rightarrow$ μοντέλο

$$Re^* = \frac{v_o^* d}{\nu}$$

$$v_o^* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho_w}} = \sqrt{\frac{\rho_w g h I}{\rho_w}} = \sqrt{g h I}$$

$$Re^* = \frac{g^{1/2} h^{1/2} I^{1/2} d}{\nu}$$

$$Re_r^* = \frac{Re_n^*}{Re_m^*} = 1$$

$$v_n = v_m \quad g_n = g_m \quad \rho_{wn} = \rho_{wm}$$

$$Re_r^* = \frac{h_n^{1/2} I_n^{1/2} d_n}{h_m^{1/2} I_m^{1/2} d_m} = h_r^{1/2} I_r^{1/2} d_r = h_r^{1/2} \frac{h_r^{1/2}}{L_r^{1/2}} d_r = \frac{h_r d_r}{L_r^{1/2}} = 1$$

$$L_r^{-1/2} \cdot h_r \cdot d_r = 1$$

$$F_r^* = \frac{z_0}{(\rho_F - \rho_W) g d} = \frac{\rho_W g h I}{\Delta \rho \cdot g \cdot d} = \frac{\rho_W h I}{\Delta \rho \cdot d}$$

$$F_{r_r}^* = \frac{F_r^*}{F_{r_m}^*} = 1$$

$$F_{r_r}^* = \frac{h_n I_n \Delta \rho_m d_m}{h_m I_m \Delta \rho_n d_n} = \frac{h_r I_r}{\Delta \rho_r d_r} = \frac{h_r^2}{\Delta \rho_r d_r L_r} = 1$$

$$L_r^{-1} h_r^2 d_r^{-1} \Delta \rho_r^{-1} = 1$$

$$Re_r^* F_{r_r}^* = 1 \Rightarrow \frac{h_r d_r}{L_r^{1/2}} \cdot \frac{h_r^2}{\Delta \rho_r d_r L_r} = 1 \Rightarrow \frac{h_r^3}{L_r^{3/2} \cdot \Delta \rho_r} = 1 \Rightarrow$$

$$\boxed{h_r^3 = L_r^{3/2} \Delta \rho_r}$$

$$F_{r_r}^* = 1 \Rightarrow \Delta \rho_r = \frac{h_r^2}{d_r L_r}$$

$$Re_r^* = 1 \Rightarrow h_r = \frac{L_r^{1/2}}{d_r} \Rightarrow h_r^2 = \frac{L_r}{d_r^2}$$

$$\Delta \rho_r = \frac{L_r}{d_r^3 L_r} = \frac{1}{d_r^3}$$

$$\boxed{d_r = \Delta \rho_r^{-1/3}}$$

$$k_{st} = \frac{26}{d_{90}^{1/6}}$$

$$k_{st,r} = \frac{k_{st,n}}{k_{st,m}} = \frac{d_{90,m}^{1/6}}{d_{90,n}^{1/6}} = d_{90,r}^{-1/6} = d_r^{-1/6}$$

Eşitlik Bernoulli

$$\frac{u_n^2}{2g} + h_n + z_n = C$$

$$\frac{u_n}{u_m} = u_r \quad \frac{h_n}{h_m} = h_r \quad \frac{z_n}{z_m} = z_r$$

$$\frac{u_m^2}{2g} + h_m + z_m = C$$

$$\frac{u_r^2}{2g} + h_r + z_r = C$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{u_m^2}{2g} + h_m + z_m = C \\ \frac{u_r^2}{2g} + h_r + z_r = C \end{array} \right\} \begin{array}{l} u_r^2 = 1 \\ h_r = 1 \\ z_r = 1 \end{array}$$

$$u_r^2 = h_r \Rightarrow u_r = h_r^{1/2}$$

Tünel Manning

$$u_n = k_{st,n} h_n^{2/3} I_n^{1/2}$$

$$u_m = k_{st,m} h_m^{2/3} I_m^{1/2}$$

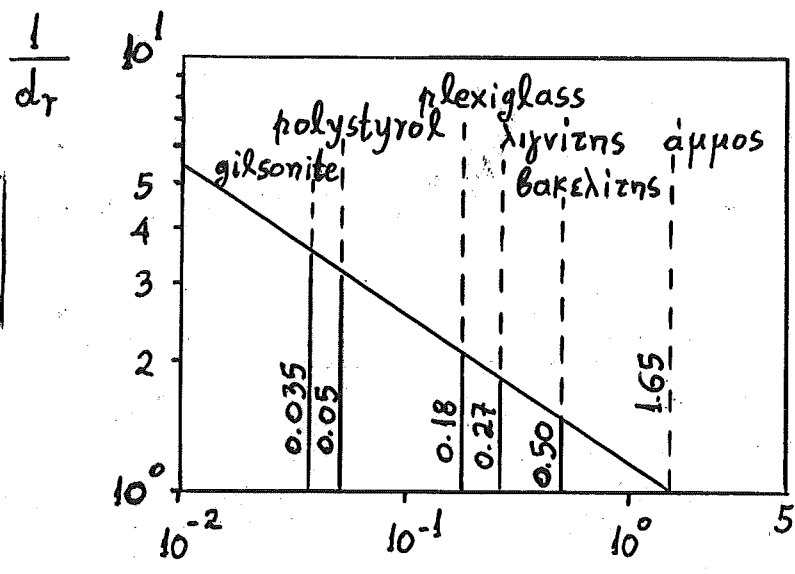
$$u_r = k_{st,r} h_r^{2/3} I_r^{1/2} \Rightarrow h_r^{1/2} = k_{st,r} h_r^{2/3} \frac{h_r^{1/2}}{L_r^{1/2}} \Rightarrow k_{st,r} = \frac{L_r^{1/2}}{h_r^{2/3}}$$

$$d_r^{-1/6} = \frac{L_r^{1/2}}{h_r^{2/3}} \Rightarrow d_r^{1/6} = \frac{h_r^{2/3}}{L_r^{1/2}} \Rightarrow d_r = \frac{h_r^4}{L_r^3}$$

$$Re_r^* = 1 \Rightarrow L_r^{1/2} = h_r d_r \Rightarrow L_r^{1/2} = h_r \frac{h_r^4}{L_r^3} \Rightarrow$$

$$L_r^{3.5} = h_r^5 \Rightarrow \boxed{h_r = L_r^{0.7}}$$

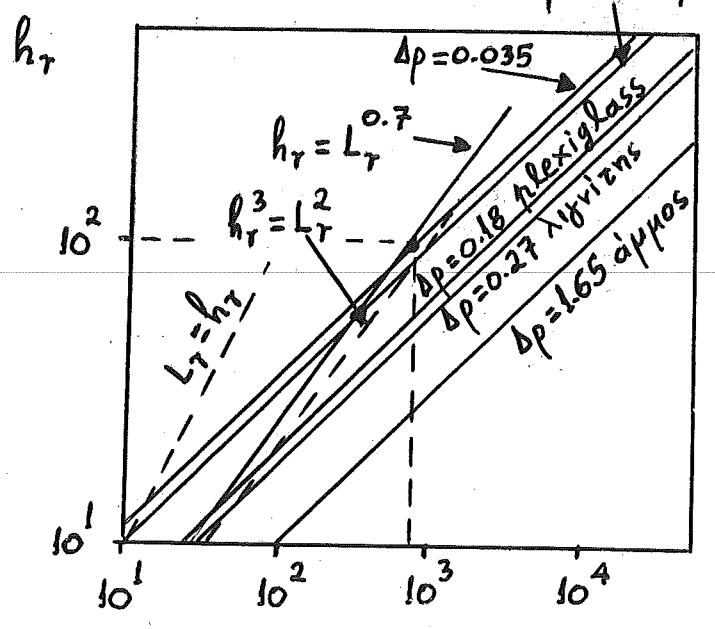
$$\boxed{\frac{1}{d_r} = \Delta \rho^{1/3}}$$



$\Delta \rho \left[\frac{t}{m^3} \right]$

$\Delta \rho = 0.05$ polystyrol

$$\boxed{h_r^3 = \Delta \rho \cdot L_r^{3/2}}$$



Παράδειγμα

$$L_r = 800 \quad h_r = 100 \Rightarrow \Delta \rho = 0.035 \text{ t/m}^3 \Rightarrow \frac{1}{d_r} = 3.7$$

$$\frac{dm}{dn} = 3.7$$

Μαθηματικά μοντέλα

- Υδροδυναμικές εξισώσεις (Navier-Stokes)
- Εξίσωση συνέχειας
- Διαφορικές εξισώσεις με μερικές παραγώγους
- Αριθμητική επίλυση : μέθοδος πεπερασμένων διαφορών
μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων
- Εξίσωση συνέχειας φερτών υλών

Διαστασιολόγηση δεξαμενών καθίζησης

Απλοποιημένη εξίσωση διάχυσης

$$\bar{v}_x \frac{\partial C}{\partial x} = \epsilon_s \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + v_s \frac{\partial C}{\partial y} \quad \text{ή} \quad \frac{\partial C}{\partial t} = \epsilon_s \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + v_s \frac{\partial C}{\partial y}$$

C : συγκέντρωση αιωρούμενων φερτών υλών [kg/m^3]

ϵ_s : συντελεστής διάχυσης φερτών υλών [m^2/s]

v_s : ταχύτητα καθίζησης φερτών υλών [m/s]

y : κατακόρυφη διεύθυνση [m] t : χρόνος [s]

\bar{v}_x : μέση ταχύτητα ροής (ως προς το χρόνο) κατά τη διεύθυνση x [m/s]

Παραδοχές :

- Αμελητέα διάχυση κατά τη διεύθυνση της ροής
- Σταθερός συντελεστής διάχυσης κατά το βάθος ροής (ϵ_0)
- Σταθερή ταχύτητα ροής κατά το βάθος ροής

$$\epsilon_0 = \sqrt{\frac{\lambda}{8}} h v_0^* = 0.075 h v_0^* \quad (\lambda = 0.045)$$

- Dobbins (1944): αναλυτική λύση της εξίσωσης διάχυσης
- Camp (1946): εφαρμογή της αναλυτικής λύσης σε δεξαμενές καθίζησης (σταθερή συκέντρωση εισροής)

Γραφική παράσταση:
$$\tau = f\left(\frac{v_s}{v_0}, \frac{v_s h}{2 \epsilon_s}\right)$$

τ : συντελεστής συκράτησης φερτών υλών [%]

v_0 : "επιφανειακή φόρτιση" [m/s] (ταχύτητα καθίζησης)

$$v_0 = Q/O \quad v_0 = h/t$$

Q : παροχή νερού [m³/s]

O : οριζόντια επιφάνεια νερού [m²]

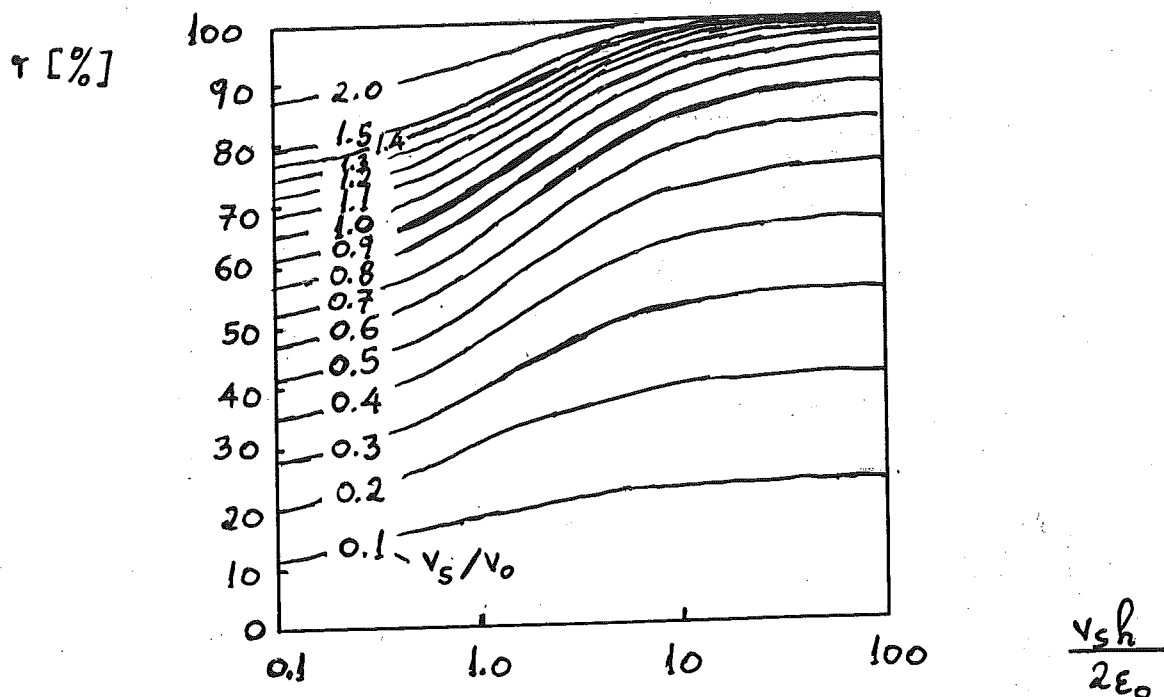
t : χρόνος διέλευσης των αιωρούμενων σωματιδίων από τη δεξαμενή [s]

h : βάθος ροής [m]

- Sarıca (1977): επίλυση της εξίσωσης διάχυσης μέσω ενός ρητού σχήματος πεπερασμένων διαφορών

- Περιττεύουν οι παραδοχές για σταθερή ταχύτητα ροής, σταθερή συκέντρωση εισροής

Διάγραμμα για τη διαστασιολόγηση δεξαμενών καθίζησης



- λογαριθμική κατανομή ταχύτητας ροής
- κατανομή της συγκέντρωσης ειβροής : τριγωνική

Μέση τιμή του συντελεστή διάχυσης :

$$\epsilon_0 = \bar{\epsilon}_s = \bar{\epsilon}_t = \frac{1}{6} \kappa v_0^* h \quad (\text{παραβολική κατανομή})$$

$$\bar{v} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \sqrt{8ghI} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} \sqrt{ghI} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} v_0^* \Rightarrow v_0^* = \bar{v} \sqrt{\frac{\lambda}{8}}$$

$$\boxed{\epsilon_0 = \sqrt{\frac{\lambda}{8}} \kappa h \frac{\bar{v}}{6}}$$

\bar{v} : μέση ταχύτητα ροής [m/s] (Darcy-Weisbach)

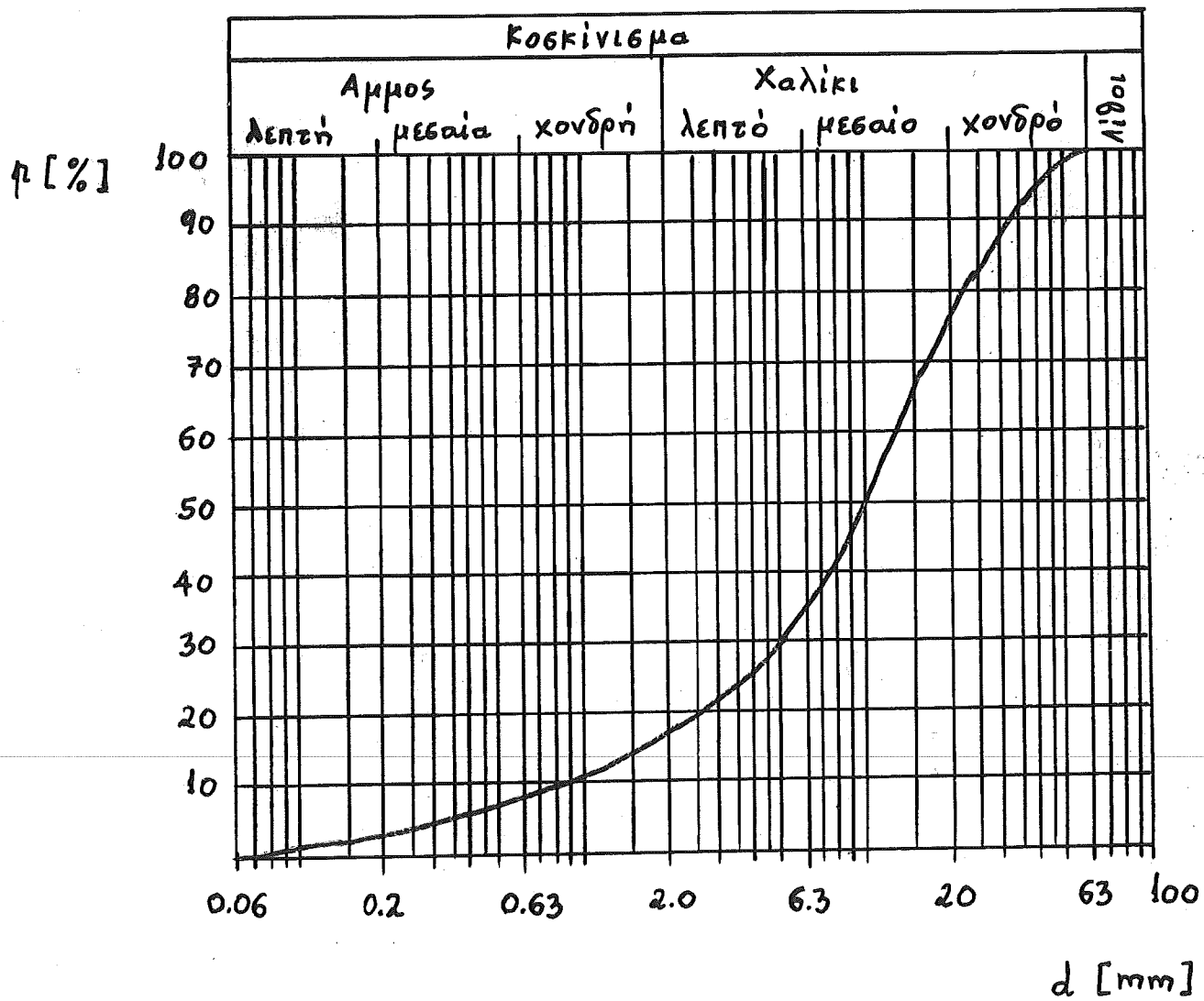
λ : συντελεστής τριβής

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 1

Από την κοκκομετρική καμπύλη του εχήματος να προσδιοριστεί η μέση διάμετρος κόκκων (κατά Meyer-Peterson).

Το $\Delta\mu$ να ληφθεί ίσο προς 10%.



Λύση

$$d_m = \frac{\sum \bar{d}_i \Delta p_i}{100}$$

$$\bar{d}_i = \frac{d_i + d_{i+1}}{2}$$

Τμήμα	d_i [cm]	d_{i+1} [cm]	\bar{d}_i [cm]
1	6.3	3.3	4.8
2	3.3	2.3	2.8
3	2.3	1.7	2.0
4	1.7	1.3	1.5
5	1.3	1.0	1.15
6	1.0	0.78	0.89
7	0.78	0.50	0.64
8	0.50	0.25	0.38
9	0.25	0.09	0.17
10	0.09	0.006	0.05

Σ 14.38

$$d_m = \frac{14.38 \times 10}{100} = 1.438 \text{ cm} \Rightarrow \text{νερίνου } d_{65}$$

Παράδειγμα 2

Δίδεται ένας σφαιρικός κόκκος χαλαζία με πυκνότητα $\rho_F = 2650 \text{ kg/m}^3$ και διάμετρο $d = 0.2 \text{ mm}$.

Να ευρεθεί η ταχύτητα καθίζησης του κόκκου σε ηρεμούν νερό θερμοκρασίας $T = 10^\circ \text{C}$ βάσει του διαγράμματος του εχήματος 5.2. Να ελεγχθεί η προκύπτουσα τιμή με τον τύπο του Kaskas.

Λύση

- Από το διάγραμμα του εχήματος 5.2, για $d = 0.2 \text{ mm}$ και $T = 10^\circ \text{C}$ προκύπτει $v_s \approx 2.2 \text{ cm/s}$ (ταχύτητα καθίζησης).

- Από το διάγραμμα του εχήματος 2.1, για $T = 10^\circ \text{C}$ προκύπτει $\nu = 1.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ (κινηματικό ιξώδες νερού).

-
$$Re = \frac{v_s d}{\nu} = \frac{0.022 \times 0.2 \times 10^{-3}}{1.3 \times 10^{-6}} = 3.38$$

- Τύπος του Kaskas :

$$C_D = \frac{24}{Re} + \frac{4}{Re^{0.5}} + 0.4 = 9.66 \quad (\text{για } Re < 2 \times 10^5)$$

-
$$v_s = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{g d}{C_D} \frac{\rho_F - \rho_w}{\rho_w}} = 0.021 \text{ m/s}$$

Παράδειγμα 3

Σε έδαφος κλίσεως $I = 0.01$ κατασκευάζεται ανοικτός αγωγός ορθογωνικής διατομής. Για παροχή νερού $Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$, ο πυθμένας του αγωγού πρέπει να παραμένει σταθερός. Τα κατακόρυφα τοιχώματα είναι από Ξύλινες σανίδες. Η μέση διάμετρος κόκκων του υλικού του πυθμένα είναι $d_m = 5 \text{ cm}$. Ο συντελεστής Strickler λαμβάνεται ίσος προς $K_{st} = 40 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$.

Ζητούνται το πλάτος του αγωγού b και το βάθος ροής h .

Λύση α

- Από το διάγραμμα του Sundborg, για $d = 5 \text{ cm} \Rightarrow$

$$v_{cr} = 2 \text{ m/s} \quad (\text{κρίσιμη ταχύτητα ροής})$$

$$- Q = A \cdot v \Rightarrow A = \frac{Q}{v_{cr}} = \frac{30}{2} = 15 \text{ m}^2$$

$$- v_{cr} = K_{st} \cdot R^{2/3} \cdot I^{1/2} \Rightarrow R = \left(\frac{v_{cr}}{K_{st} \cdot I^{1/2}} \right)^{3/2} \Rightarrow$$

$$R = \left(\frac{2}{40 \times 0.01^{1/2}} \right)^{3/2} = 0.35 \text{ m}$$

$$- \text{Βρεχομένη περίμετρος: } U = \frac{A}{R} = \frac{15}{0.35} = 42.9 \text{ m}$$

$$\left. \begin{array}{l} - A = h \cdot b = 15 \text{ m}^2 \\ U = 2h + b = 42.9 \text{ m} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h = 0.36 \text{ m} \\ b = 41.7 \text{ m} \end{array}$$

Λύση b

- Διάγραμμα Shields

για $d_m = 5 \text{ cm} \Rightarrow$ περιοχή ανεξάρτητη του αριθμού Re^*

$$F_T^* \approx 0.06$$

$$F_T^* = \frac{\tau_{cr}}{(\rho_F - \rho_w)gd} \Rightarrow \tau_{cr} = F_T^* (\rho_F - \rho_w)gd$$

$$\tau_{cr} = 0.06 \times 1650 \times 9.81 \times 0.05 = 48.6 \text{ N/m}^2 \text{ (κρίσιμη τανυστική τάση)}$$

$$\tau_{cr} = \rho_w g R I \Rightarrow R = \frac{\tau_{cr}}{\rho_w g I} = \frac{48.6}{1000 \times 9.81 \times 0.01} = 0.50 \text{ m}$$

$$R \approx h = 0.50 \text{ m}$$

$$v_{cr} = k_{st} \cdot R^{2/3} \cdot I^{1/2} = 40 \times 0.50^{2/3} \times 0.01^{1/2} = 2.52 \text{ m/s}$$

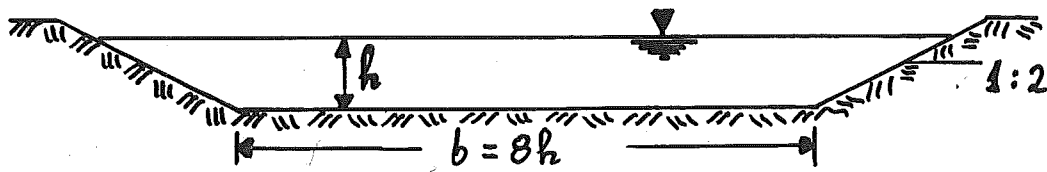
$$Q = A \cdot v \Rightarrow A = \frac{Q}{v_{cr}} = \frac{30}{2.52} = 11.9 \text{ m}^2$$

$$b = \frac{A}{h} = \frac{11.9}{0.50} = 23.8 \text{ m}$$

Παράδειγμα 4

Σε χαλαρό έδαφος κατασκευάζεται ανοικτός αγωγός τραπεζοειδούς διατομής με φυσικά πρανή. Εάν η κατά μήκος κλίση της κοίτης του αγωγού είναι $I = 0.002$ και η παροχή νερού μέσω του αγωγού $Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$, να ευρεθεί το βάθος ροής h ούτως ώστε ο αγωγός να παραμένει σταθερός.

Οι κόκκοι του εδάφους είναι μετρίως στρογγυλοί και η μέση διάμετρος αυτών $d_m = 3.5 \text{ cm}$.



Λύση

$$F_T^* = \frac{\tau_{s,cr}}{(\rho_F - \rho_w) g d_m} \approx 0.06 \Rightarrow$$

$$\tau_{s,cr} = 0.06 (\rho_F - \rho_w) g d_m = 0.06 \times (2650 - 1000) \times 9.81 \times 0.035 = 34 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\tan \alpha = 1/2 = 0.5 \Rightarrow \alpha = 26.6^\circ$$

$$\text{Από το σχήμα 6.6} \Rightarrow \beta = 35^\circ$$

$$\frac{\tau_B}{\tau_s} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \beta}} = 0.62$$

$$\tau_{B,cr} = 0.62 \tau_{S,cr} = 0.62 \times 34 = 21.1 \frac{N}{m^2}$$

$$\tau_{B,max} = 0.75 \rho_w g h I$$

$$\tau_{S,max} = 0.97 \rho_w g h I \approx \rho_w g h I$$

$$21.1 = 0.75 \times 1000 \times 9.81 \times h \times 0.002 \quad \Rightarrow \quad h = 1.43 \text{ m}$$

$$\tau_{S,max} = 1000 \times 9.81 \times 1.43 \times 0.002 = 28.1 \frac{N}{m^2}$$

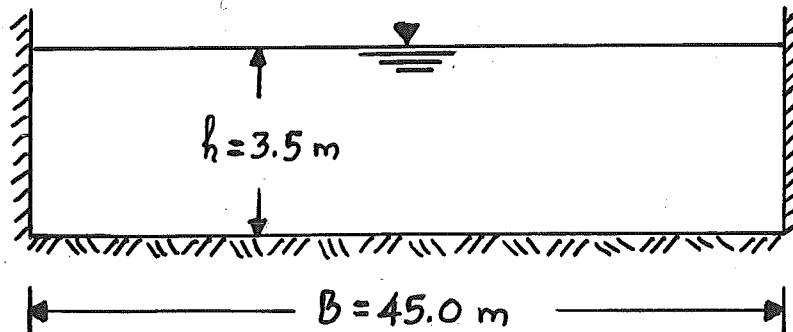
$$\tau_{S,cr} = 34 \frac{N}{m^2}$$

Παράδειγμα 5

Να υπολογιστεί η στερεοπαροχή κοίτης σύμφωνα με διάφορους τύπους ε' έναν ανοικτό αγωγό ορθογωνικής διατομής.

Δίδονται :

- πλάτος αγωγού $B = 45.0 \text{ m}$
- μέσο βάθος ροής $h = 3.5 \text{ m}$
- κλίση της κοίτης $I = 6.5 \times 10^{-4}$
- συντελεστής τραχύτητας $K_s = 38 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$
- διαμέτροι υλικού κοίτης $d_{90} = 7.9 \text{ cm}$ και $d_{50} = 1.2 \text{ cm}$
- παροχή νερού $Q = 320 \text{ m}^3/\text{s}$



Üben

Schoklitsch

$$q = \frac{Q}{B} = \frac{320}{45} = 7.11 \frac{m^3}{s \cdot m}$$

$$q_{cr} = 0.6 \frac{d_{ch}^{3/2}}{I^{7/6}} = 0.6 \frac{0.012^{3/2}}{0.00065^{7/6}} = 4.12 \frac{m^3}{s \cdot m}$$

$$m_G = 2500 I^{3/2} (q - q_{cr}) = 2500 \times 0.00065^{3/2} \times (7.11 - 4.12) = 0.12 \frac{kg}{s \cdot m}$$

$$m'_G = B \cdot m_G = 45 \times 0.12 = 5.4 \frac{kg}{s}$$

Kalinske

$$F_T^* = \frac{\tau_{cr}}{(p_F - p_w) g d_{ch}} = 0.06 \quad (\text{Shields}) \Rightarrow$$

$$\tau_{cr} = 0.06 (p_F - p_w) g d_{ch} = 0.06 \times (2650 - 1000) \times 9.81 \times 0.012 = 11.65 \frac{N}{m^2}$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{45 \times 3.5}{45 + 7} = 3.03 \text{ m}$$

$$\tau_0 = p_w g R I = 1000 \times 9.81 \times 3.03 \times 0.00065 = 19.32 \frac{N}{m^2}$$

$$G^* = \frac{m_G}{p_F \cdot v_0^* \cdot d_{ch}} = f\left(\frac{\tau_{cr}}{\tau_0}\right) = f\left(\frac{11.65}{19.32}\right) = f(0.60)$$

Από το σχήμα 8.1 $f(0.60) = 0.6$

$$v_o^* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho_w}} = \sqrt{\frac{19.32}{1000}} = 0.14 \text{ m/s}$$

$$m_G = \rho_F v_o^* d_{ch} f(0.60) = 2650 \times 0.14 \times 0.012 \times 0.6 = 2.67 \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$$

$$m'_G = B \cdot m_G = 45 \times 2.67 = 120.15 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Meyer-Peter και Müller

$$k_r = \frac{26}{\sqrt[6]{d_{90}}} = \frac{26}{\sqrt[6]{0.079}} = 39.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}^{1/3}$$

$$I_r = \left(\frac{k_s}{k_r}\right)^{3/2} \cdot I = \left(\frac{38}{39.7}\right)^{3/2} \cdot 0.00065 = 0.00061$$

$A = R_w U_w + R_s U_s$ (Einstein και Barbarossa, 1952)

δείκτης $w \Rightarrow$ τοιχώματα

δείκτης $s \Rightarrow$ κοίτη

$$v_m = \frac{Q}{Bh} = \frac{320}{45 \times 3.5} = 2.03 \text{ m/s}$$

$$v_m = k_w R_w^{2/3} I^{1/2} \Rightarrow R_w = \left(\frac{v_m}{k_w I^{1/2}}\right)^{3/2}$$

Παραδοχή $k_w = k_s = 38 \frac{\text{m}}{\text{s}}^{1/3}$

$$R_w = \left(\frac{2.03}{38 \times 0.00065^{1/2}}\right)^{3/2} = 3.03 \text{ m}$$

$$R_s = \frac{A - R_w V_w}{V_s} = \frac{(45 \times 3.5) - (3.03 \times 7)}{45} = 3.03 \text{ m}$$

$$m_G = \frac{8}{g} \frac{\rho_F}{\rho_F - \rho_w} \sqrt{\frac{1}{\rho_w}} [\rho_w g I_T R_s - 0.047 (\rho_F - \rho_w) g d_m]^{3/2}$$

$$m_G = \frac{8}{9.81} \frac{2650}{1650} \sqrt{\frac{1}{1000}} [1000 \times 9.81 \times 0.00061 \times 3.03 - 0.047 \times 1650 \times 9.81 \times 0.012]^{3/2} = 1.12 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

$$m'_G = B \cdot m_G = 45 \times 1.12 = 50.4 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Einstein

$$\psi = \frac{\rho' d_{35}}{R'_s I}$$

$$\rho' = \frac{\rho_F - \rho_w}{\rho_w} = \frac{2650 - 1000}{1000} = 1.65$$

Παραδοχές: $d_{35} \approx d_{50} = 0.012 \text{ m}$

$$R'_s = R_s = 3.03 \text{ m (αθήμαντροι βχηματισμοί κοίτης)}$$

$$\psi = \frac{1.65 \times 0.012}{3.03 \times 0.00065} = 10.05$$

Από το βχήμα 8.2 $\phi = 0.09$

$$\phi = \frac{m_G}{\rho_F} \left(\frac{1}{\rho'}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{g d_{50}^3}\right)^{1/2} \Rightarrow m_G = \phi \rho_F \rho'^{1/2} g^{1/2} d_{50}^{3/2}$$

$$m_G = 0.09 \times 2650 \times 1.65^{1/2} \times 9.81^{1/2} \times 0.012^{3/2} = 1.26 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

$$m'_G = B \cdot m_G = 45 \times 1.26 = 56.7 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Παράδειγμα 6

Μια επιμήκης δεξαμενή καθίζησης έχει πλάτος $b=0.7$ m και βάθος ροής $h=0.35$ m. Η παροχή νερού στη δεξαμενή είναι $Q=60$ l/s. Ο συντελεστής τριβής είναι $\lambda=0.02$.

Να ευρεθεί το μήκος καθίζησης για αιωρούμενα υλικά με διάμετρο κόκκων $d=0.1$ mm (σφαιρικοί κόκκοι), όταν 95% αυτών των υλικών πρέπει να αποτεθούν.

Η κατανομή της συκέντρωσης στην είσοδο της δεξαμενής είναι τριγωνική.

Λύση

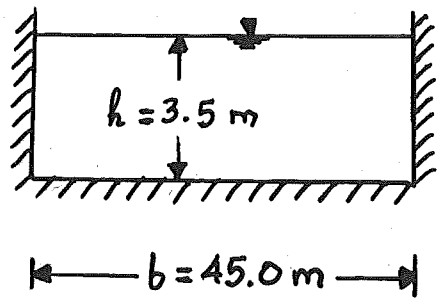
- Μέση ταχύτητα ροής: $\bar{v} = \frac{Q}{bh} = \frac{0.06}{0.7 \times 0.35} = 0.245$ m/s
- Μέση τιμή συντελεστή διάχυσης: $\epsilon_0 = \frac{1}{6} \bar{v} \sqrt{\frac{\lambda}{8}} kh = 0.0003$ ($k=0.4$)
- $\frac{v_s h}{2\epsilon_0} = \frac{0.007 \times 0.35}{2 \times 0.0003} = 4.1$

Από το εχήμα 5.2 για 10°C $v_s = 0.7$ cm/s

- Από το εχήμα 11.5 για $\frac{v_s h}{2\epsilon_0} = 4.1$ και $\tau = 95\% \Rightarrow \frac{v_s}{v_0} = 1.3$
- "Επιφανειακή φόρτιση": $v_0 = \frac{v_s}{1.3} = 0.005$ m/s
- Οριζόντια επιφάνεια της δεξαμενής: $O = \frac{Q}{v_0} = \frac{0.06}{0.005} = 12$ m²
- Μήκος καθίζησης: $L = \frac{O}{b} = \frac{12}{0.7} = 17.1$ m

Παράδειγμα 7

Από έναν ανοικτό αγωγό ορθογωνικής διατομής με χαλαρή κοίτη διέρχεται παροχή νερού $Q = 331 \text{ m}^3/\text{s}$. Εάν η κατά μήκος κλίση της κοίτης είναι $I = 6.5 \times 10^{-4}$ και η διάμετρος κόκκων $d_{50} = 1.2 \text{ mm}$, να ευρεθεί η στερεοπαροχή ολικού φορτίου.



Λύση

Engelund - Hansen

$$F_r^* = \frac{hI}{\rho'd} = \frac{3.5 \times 6.5 \times 10^{-4}}{1.65 \times 1.2 \times 10^{-3}} = 1.15$$

$$v_o^* = \sqrt{ghI} = \sqrt{9.81 \times 3.5 \times 6.5 \times 10^{-4}} = 0.15 \text{ m/s}$$

$$v_m = \frac{Q}{bh} = \frac{331}{45 \times 3.5} = 2.10 \text{ m/s}$$

$$f_E = \frac{2v_o^{*2}}{v_m^2} = \frac{2 \times 0.15^2}{2.1^2} = 0.01$$

$$\phi_E = \frac{0.1 F_r^{*5/2}}{f_E} = \frac{0.1 \times 1.15^{5/2}}{0.01} = 14.18$$

$$m_F = \phi_E \rho_F \sqrt{\rho'g d^3} = 14.18 \times 2650 \times \sqrt{1.65 \times 9.81 \times (1.2 \times 10^{-3})^3} = 6.28 \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$$

$$m'_F = m_F \cdot b = 6.28 \times 45 = 282.6 \text{ kg/s}$$

Henderson

$$m_F = \rho_F \cdot v_o^* \cdot d \cdot 10 \cdot F_T^{*2} = 2650 \times 0.15 \times 1.2 \times 10^{-3} \times 10 \times 1.15^2 = 6.31 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

$$m'_F = m_F \cdot b = 6.31 \times 45 = 284 \text{ kg/s}$$

Garde / Ranga-Raju

$$m_F = \rho_F \cdot v_o^* \cdot d \cdot 16 \cdot F_T^{*4} = 2650 \times 0.15 \times 1.2 \times 10^{-3} \times 16 \times 1.15^4 = 13.35 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

$$m'_F = m_F \cdot b = 13.35 \times 45 = 601 \text{ kg/s}$$

Παράδειγμα 8

Σ' έναν ποταμό πρέπει να αυξηθεί το βάθος νερού κατά 10% μέσω προβόλων που προκαλούν στένωση της διατομής.

Πώς πρέπει να επιλεγεί η στένωση;

Λύση

$$\frac{h_2}{h_1} = 1.1$$

$$\text{για } \frac{\tau_{cr}}{\tau_1} = 1.0 \Rightarrow \theta = 0.857 \Rightarrow \frac{b_1}{b_2} = 1.1^{1/0.857} = 1.12$$

$$\text{για } \frac{\tau_{cr}}{\tau_1} = 0.8 \Rightarrow \theta = 0.78 \Rightarrow \frac{b_1}{b_2} = 1.1^{1/0.78} = 1.13$$

$$\text{για } \frac{\tau_{cr}}{\tau_1} = 0.5 \Rightarrow \theta = 0.72 \Rightarrow \frac{b_1}{b_2} = 1.1^{1/0.72} = 1.14$$

$$\text{για } \frac{\tau_{cr}}{\tau_1} = 0.25 \Rightarrow \theta = 0.678 \Rightarrow \frac{b_1}{b_2} = 1.1^{1/0.678} = 1.15$$

$$\text{για } \frac{\tau_{cr}}{\tau_1} \rightarrow 0 \Rightarrow \theta = 0.643 \Rightarrow \frac{b_1}{b_2} = 1.1^{1/0.643} = 1.16$$