

Στοιχείο σε ομοφωνία

- $(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma) \quad \& \quad (\alpha' \wedge \beta \wedge \gamma)$
- α είναι στοιχείο σε ομοφωνία

Όρος σε ομοφωνία

- $(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma) \quad \& \quad (\alpha' \wedge \beta \wedge \delta)$
- $(\beta \wedge \gamma \wedge \delta)$ είναι όρος σε ομοφωνία

Νόμος της ομοφωνίας

- $(\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha' \wedge \gamma) \equiv (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\beta \wedge \gamma)$

Αλγόριθμος της εν ομοφωνία διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ. (βήμα 1)

- Αν υπάρχουν δυο όροι που έχουν ένα όρο εν ομοφωνία ο οποίος δεν περιέχει ένα όρο που βρίσκεται ήδη στην μορφή, τότε προσθέστε το όρο αυτό στην μορφή
- $(\alpha \Lambda \beta \Lambda \gamma) V (\alpha \Lambda \gamma')$ έχει όρο σε ομοφωνία τον $\alpha \Lambda \beta$
- τον προσθέτουμε $(\alpha \Lambda \beta \Lambda \gamma) V (\alpha \Lambda \gamma') V (\alpha \Lambda \beta)$

Αλγόριθμος της εν ομοφωνία διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ. (βήμα 2)

- Σβήστε όλους τους προϋπάρχοντες όρους που περιέχουν τον όρο που μόλις προστέθηκε.
Κατόπιν επιστρέψτε στο βήμα 1

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma) \vee (\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha \wedge \beta \wedge \delta') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta)$

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma) \vee (\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha \wedge \beta \wedge \delta') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta)$

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \beta \wedge \gamma) \vee (\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha \wedge \beta \wedge \delta') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta)$
- $(\alpha \wedge \beta)$

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \Lambda \beta \Lambda \gamma) V(\alpha \Lambda \gamma') V(\alpha \Lambda \beta \Lambda \delta') V(\alpha' \Lambda \gamma) V(\alpha' \Lambda \beta' \Lambda \gamma' \Lambda \delta) \text{V(αΛβ)}$
- **Η διαζευκτική μορφή έγινε μακροσκελέστερη.**
- **Επανερχόμαστε στο 1^o βήμα**

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- **($\alpha \Lambda \beta \Lambda \gamma$)** $\vee (\alpha \Lambda \gamma')$ $\vee (\alpha \Lambda \beta \Lambda \delta')$ $\vee (\alpha' \Lambda \gamma)$ $\vee (\alpha' \Lambda \beta' \Lambda \gamma' \Lambda \delta)$ **$\vee (\alpha \Lambda \beta)$**
- Οι δυο αυτοί όροι περιέχουν τον **($\alpha \Lambda \beta$)** και σύμφωνα με τον νόμο της απορρόφησης απαλείφονται

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta)$
- Δεν βρίσκονται σε ομοφωνία

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta)$
- 'Όρος σε ομοφωνία $\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta$

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta)$ **V(β'Λγ'Λδ)**
- Συμμετέχει στη διάζευξη

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta) \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta)$
- Δεν βρίσκονται σε ομοφωνία

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta) \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta)$
- Δεν βρίσκονται σε ομοφωνία

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta) \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta)$
- Όρος σε ομοφωνία $\beta \wedge \gamma$,
- Συμμετέχει στη διάζευξη ως νέος όρος

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta) \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta)$
- Όρος σε ομοφωνία $\beta \wedge \gamma$,
- Συμμετέχει στη διάζευξη ως νέος όρος

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta) \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\beta \wedge \gamma)$

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- Κάθε φορά που ένας νέος όρος συμμετέχει στη διαζευκτική μορφή, ο αλγόριθμος αρχίζει τις συγκρίσεις όρων από τον πρώτο εναπομείναντα όρο στην πρόταση.

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta) \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\beta \wedge \gamma)$
- 'Όρος σε ομοφωνία $\alpha \wedge \beta$

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta) \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\beta \wedge \gamma)$
- 'Όρος σε ομοφωνία $\alpha' \wedge \beta' \wedge \delta'$

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta) \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\beta \wedge \gamma) \text{ **V}(\alpha' \wedge \beta' \wedge \delta')**$

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta) \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\beta \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \delta')$
- 'Όρος σε ομοφωνία $\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta'$ '

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta) \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\beta \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \delta') \text{ **V}(\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta')**$

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta) \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\beta \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \delta') \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta')$
- Δεν βρίσκονται σε ομοφωνία

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta) \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\beta \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \delta') \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta')$
- Δεν βρίσκονται σε ομοφωνία

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta) \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\beta \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \delta') \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta')$
- Όρος σε ομοφωνία $\alpha \wedge \gamma' \wedge \delta'$
- Είναι ίδιος με τον τέταρτο όρο και για αυτό δεν προσαρτάται στη Δ.Μ.

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\alpha \wedge \beta) \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\beta \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \delta') \vee (\alpha \wedge \gamma' \wedge \delta')$
- Ο όρος περιέχει τον $(\alpha \wedge \gamma')$ και απορροφάται από αυτόν

Παράδειγμα εφαρμογής

Αλγόριθμου της εν ομοφωνίᾳ διατύπωσης μιας Σ.Δ.Μ.

- $(\alpha \Lambda \gamma') V (\alpha' \Lambda \gamma) V (\alpha' \Lambda \beta' \Lambda \gamma' \Lambda \delta) V (\alpha \Lambda \beta) V (\beta' \Lambda \gamma' \Lambda \delta) V (\beta \Lambda \gamma) V (\alpha' \Lambda \beta' \Lambda \delta')$
- Συνεχίζονται οι συγκρίσεις μέχρι την
- $(\alpha \Lambda \gamma') V (\alpha' \Lambda \gamma) V (\alpha' \Lambda \beta' \Lambda \gamma' \Lambda \delta) V (\alpha \Lambda \beta) V (\beta' \Lambda \gamma' \Lambda \delta) V (\beta \Lambda \gamma) V (\alpha' \Lambda \beta' \Lambda \delta')$
- Που έχει όρο σε ομοφωνία τον $\alpha' \Lambda \gamma \Lambda \delta'$ (που όμως απορροφάται από τον $\alpha' \Lambda \gamma$)
- STOP
- $(\alpha \Lambda \gamma') V (\alpha' \Lambda \gamma) V (\alpha \Lambda \beta) V (\beta' \Lambda \gamma' \Lambda \delta) V (\beta \Lambda \gamma) V (\alpha' \Lambda \beta' \Lambda \delta')$

Πλήρης όρος

- Ένας όρος που περιέχει όλες τις μεταβλητές μιας πρότασης (είτε την κατάφαση είτε την άρνησή της)
- Να αποδείξετε ότι κάθε όρος είναι ισοδύναμος με τη διάζευξη όλων των όρων που είναι **πλήρεις** και τον περιέχουν .

Επέκταση πλήρους όρου

- Είναι η διάζευξη όλων των όρων που είναι **πλήρεις** και τον περιέχουν
- Παράδειγμα
- Μια πρόταση f που συγκροτείται από τα γραμματικά στοιχεία α, β, γ και δ αποτελεί επέκταση πλήρους όρου του ($\alpha'\Lambda\gamma\delta'$) αν έχει τη μορφή
- $f = (\alpha'\Lambda\beta\gamma\delta')V(\alpha'\Lambda\beta'\gamma\delta')$

Αλγόριθμος για την ανάπτυξη Επέκτασης Πλήρους όρου

- Για κάθε όρο γ της πρότασης f βρείτε μια μεταβλητή υ της πρότασης που δεν συμμετέχει σε αυτόν.
- Γράψτε τη διάζευξη uVu' και συζεύξτε τη με την f .
- Ξαναγράψτε την πρόταση που δημιουργήθηκε σε διαζευκτική μορφή.
- Αν δεν εξαντλήθηκαν οι μεταβλητές που δεν συμμετέχουν σε όρους επιστρέψτε στο βήμα 1
- STOP.

Εφαρμογή Αλγόριθμου για την ανάπτυξη Επέκτασης Πλήρους όρου

- Συνέχεια στο προηγούμενο παράδειγμα
- $(\alpha \Lambda \gamma') V (\alpha' \Lambda \gamma) V (\alpha \Lambda \beta) V (\beta' \Lambda \gamma' \Lambda \delta) V (\beta \Lambda \gamma) V (\alpha' \Lambda \beta' \Lambda \delta')$ (τέσσερα γραμματικά στοιχεία)
- Για τον $(\alpha \Lambda \gamma')$ οι $\beta V \beta'$ και $\delta V \delta'$
- Σχηματίζουμε η σύζευξη $(\alpha \Lambda \gamma') \Lambda (\beta V \beta') \Lambda (\delta V \delta') ..$
- ...
- ..
- ...
- ...
- ...
- Η επέκταση πλήρους όρου είναι
- $(\alpha \Lambda \beta' \Lambda \gamma' \Lambda \delta') V (\alpha \Lambda \beta' \Lambda \gamma' \Lambda \delta) V (\alpha \Lambda \beta \Lambda \gamma' \Lambda \delta') V (\alpha \Lambda \beta \Lambda \gamma' \Lambda \delta)$

Ερωτήσεις

- Πόσους όρους έχει μια επέκταση πλήρους όρου πρότασης με n γραμματικά στοιχεία;
- 2^n
- Η επέκταση πλήρους όρου έχει λιγότερους όρους από την πρόταση από την οποία προήλθε;

Επιλογή των ελαχίστων μορφών από την επέκταση σε ομοφωνία

- $(\alpha \wedge \gamma') \vee (\alpha' \wedge \gamma) \vee (\alpha \wedge \beta) \vee (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta) \vee (\beta \wedge \gamma) \vee (\alpha' \wedge \beta' \wedge \delta')$
- A
- B
- A B Γ Δ Ε Z

όρος	Διαδική μορφή	Όροι σε επέκταση πλήρους όρου
A	1 _ 0 _	8, 9, 12, 13
B	0 _ 1 _	2, 3, 6, 7
Γ	1 1 _ _	
Δ		
Ε		
Z		

Επιλογή των ελαχίστων μορφών από την επέκταση σε ομοφωνία

όρος	Δυαδική μορφή	Όροι σε επέκταση πλήρους όρου
A	1 _ 0 _	8, 9, 12, 13
B	1 _ 1 _	2, 3, 6, 7
Γ	1 1 _ _	
Δ		
Ε		
Ζ		

Επιλογή των ελαχίστων μορφών από την επέκταση σε ομοφωνία

Επιλογή των ελαχίστων μορφών από την επέκταση σε ομοφωνία

Επιλογή των ελαχίστων μορφών από την επέκταση σε ομοφωνία

Ελάχιστη μορφή

	0	2	3	6	7	8	9	12	13	14	15
A*						X	X	X	X		
B*		X	X	X	X						
Γ								X	X	X	X
Δ	X					X					
Ε				X	X				X	X	
Z	X	X									

- $(\Delta V Z) \wedge (\Gamma V E) \wedge (\Gamma V E)$ πρόταση Petric που θα μετατρέψετε σε διαζευκτική μορφή
- $(\Gamma \wedge \Delta) V (\Gamma \wedge Z) V (\Gamma \wedge E) V (\Delta \wedge Z) V (\Delta \wedge E)$
- Κάθε ένας από τους όρους μαζί με τους ουσιώδεις όρους A και B συγκροτεί μια ελάχιστη μορφή.
- $f = (\alpha \wedge \gamma') V (\alpha' \wedge \gamma) V (\alpha \wedge \beta) V (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta')$
- $f = (\alpha \wedge \gamma') V (\alpha' \wedge \gamma) V (\alpha \wedge \beta) V (\alpha' \wedge \beta' \wedge \delta')$
- $f = (\alpha \wedge \gamma') V (\alpha' \wedge \gamma) V (\beta \wedge \gamma) V (\beta' \wedge \gamma' \wedge \delta')$
- $f = (\alpha \wedge \gamma') V (\alpha' \wedge \gamma) V (\beta \wedge \gamma) V ((\alpha' \wedge \beta' \wedge \delta')$

