Εισαγωγή

Η Συνδυαστική Ανάλυση είναι η περιοχή των μαθηματικών, που ασχολείται με την ανάπτυξη τεχνικών απαρίθμησης συμπλεγμάτων. Για το λόγο αυτόν συχνά αναφέρεται και ως Συμπλεκτική Ανάλυση. Συμπλέγματα είναι οικογένειες συνόλων (συνήθως πεπερασμένες) με συγκεκριμένες χαρακτηριστικές δομές στα στοιχεία ή τα υποσύνολά τους. Οι μέθοδοι της Συνδυαστικής Ανάλυσης επιτρέπουν την ταχεία απαρίθμηση των στοιχείων τέτοιων συμπλεγμάτων. Ο όρος απαρίθμηση των στοιχείων ενός συμπλέγματος, που χρησιμοποιούμε στο παρόν κείμενο, αναφέρεται σε αρκετές βασικές δομές συμπλεγμάτων, όπως εκείνη της απαρίθμησης όλων των πιθανών συνδυασμών ν στοιχείων ενός πεπερασμένου συνόλου με μεγαλύτερο πλήθος στοιχείων από το ν . Συνεπώς είναι δύσκολο να αναφέρουμε σ' αυτή τη σελίδα όλα τα θέματα που μπορεί να αντιμετωπίσει κάποιος στην πρώτη του προσέγγιση στη συνδυαστικοί ανάλυση. Επίσης, λόγω του ότι το θέμα είναι εξαιρετικά χρήσιμο, η Συνδυαστική Ανάλυση αποτελεί προαπαιτούμενη γνώση για την κατανόηση της Στοιχειώδους Θεωρίας Πιθανοτήτων, της Στοιχειώδους Θεωρίας Αριθμών, και της Θεωρίας Γραφημάτων.

Στην Συνδυαστική Ανάλυση περιλαμβάνονται και πλέον πολύπλοκες μέθοδοι αρίθμησης συνόλων. Για παράδειγμα, οι δείκτες ακολουθιών συνόλων συχνά απεικονίζονται σε σειρές δυνάμεων που μορφοποιούν έτσι τις γεννήτριες συναρτήσεις, οι οποίες μπορούν μετά να αναλυθούν χρησιμοποιώντας τεχνικές της Μαθηματικής Ανάλυσης. (Αφού πολλές μέθοδοι απαρίθμησης περιλαμβάνουν διωνυμικούς συντελεστές, δεν εκπλήσσεται κανείς από την εμφάνιση της υπεργεωμετρικής συνάρτησης). Σε μερικές περιπτώσεις η αρίθμηση είναι ασυμπτωτική (για παράδειγμα, οι εκτιμήσεις για το πλήθος των διαμερισμών ενός ακεραίου). Σε αρκετές περιπτώσεις η αρίθμηση μπορεί να γίνει με έναν καθαρά συνθετικό τρόπο χρησιμοποιώντας "στοιχειώδη λογισμό". Συνδυαστικές μέθοδοι για τον προσδιορισμό των συντελεστών χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό ταυτοτήτων μεταξύ συναρτήσεων, ειδικά μεταξύ απείρων αθροισμάτων ή γινομένων όπως οι γνωστές ταυτότητες Ramanujan.

Μια περιοχή της Συνδυαστικής Ανάλυσης, που δεν εντάσσεται όμως στην περιοχή των τεχνικών απαρίθμησης, είναι η μελέτη των μορφών σχεδίασης, δηλαδή συνόλων και των υποσυνόλων τους διατεταγμένων σε πολύ συμμετρικές ή ασύμμετρες μορφές. Από αυτές, ίσως τα πιο γνωστά είναι τα Λατινικά τετράγωνα (διατάξεις στοιχείων σε ορθογώνιο πίνακα χωρίς επαναλήψεις σε σειρές ή στήλες). Επίσης γνωστό είναι το επίπεδο Fano (εφτά σημεία που ανήκουν σε εφτά "ευθείες", κάθε μία με τρία σημεία), που υποδεικνύουν τη σχέση με πεπερασμένες γεωμετρίες. (Με κατάλληλη αξιωματική θεμελίωση, αυτά τείνουν να έχουν τη μορφή γεωμετριών υπέρ πεπερασμένων πεδίων , αν και πεπερασμένα επίπεδα είναι πιο ευέλικτα.) Τα μιτροειδή (matroids) μπορούν να εξεταστούν ως γενικευμένες γεωμετρίες και για αυτό συμπεριλαμβάνονται επίσης στη Συνδυαστική Ανάλυση. Ας σημειωθεί ότι τα γραφήματα είναι μορφές, και σε ότι αφορά τη Συνδυαστική Ανάλυση συμπεριλαμβάνονται μόνο τα κανονικά γραφήματα, όπως τα πλήρη, τα γραφήματα Kwratofsky κ.ά.)

Ένα *γράφημα* αποτελείται από ένα σύνολο κορυφών V και ένα σύνολο ακμών E. Κάθε στοιχείο του E αντιστοιχείται μονοσήμαντα σε ένα συγκεκριμένο ζεύγος στοιχείων του συνόλου V. Αυτός ο απλός ορισμός καθιστά τη Θεωρία Γραφημάτων την κατάλληλη γλώσσα για προσέγγιση των (δυαδικών) σχέσεων συνόλων που αναμφίβολα αποτελεί ευρύτατο θέμα. Μια πιο λεπτομερής περιγραφή είναι διαθέσιμη στη σελίδα περιεχομένων για τη Θεωρία Γραφημάτων. Μερικά από τα θέματα ενδιαφέροντος είναι οι τοπολογικές ιδιότητες όπως η συμπαγότητα και η επιπεδότητα (μπορεί το γράφημα να απεικονιστεί στο επίπεδο;), τα προβλήματα απαρίθμησης (πόσα γραφήματα συγκεκριμένου τύπου υπάρχουν΄), προβλήματα χρωματισμού (αναγνώριση διμερών γραφημάτων, το θεώρημα των τεσσάρων χρωμάτων), διαδρομές, κ υκλώματα και μήκος διαδρομών (το πρόβλημα των γεφυρών του Köningsberg). Υπάρχει ένας σημαντικός αριθμός θεωρητικών θεμάτων σχετικά με τα γραφήματα που αποτελούν αντικείμενο πολύπλοκης υπολογιστικής μελέτης (το πρόβλημα του περιοδεύοντος πλασιέ, αλγόριθμοι ταξινόμισης, το πρόβλημα των ισόμορφων γραφημάτων). Η θεωρία επεκτείνεται ακόμη στα προσανατολισμένα, τα σταθμισμένα καθώς και τα πολλαπλώς συνεκτικά γραφήματα.

Extremal set theory looks at questions involving the interaction of sets of subsets of a given set. For example, there is the open conjecture of Frankl: Given a collection of sets closed under the taking of unions, then some element of their union is in at least half of them. Classic results of this type are known collectively as Ramsey theory. (The Ramsey number R_k(n) is the smallest integer N such that whenever the complete graph on N vertices is colored with k colors, there is a monochromatic subgraph with n elements. Since R_2(3)=6, for example, at any gathering of at least 6 people there is either a subset of 3 people who all know one another, or a subset of 3 people none of whom know each other). This area includes matching theorems (e.g. the "marriage problem") and other transversal topics.

Algebraic tools are used in a number of ways in combinatorics. For example, incidence matrices can be associated to graphs, symmetry groups can be associated to block designs, and so on. Particularly common in the study of strongly regular graphs are association schemes. A particular algebraic topic of interest to combinatorialists is the study of Young tableaux, closely connected to the symmetric groups (enumerating, for example, their representations). Codes (in the sense of coding theory) may be considered part of combinatorics, particularly the construction of nonlinear codes.

Ιστορικό

Βλέπε το τελευταίο θέμα (Biggs, Lloyd, και Wilson) στο Handbook που αναφέρεται πιο κάτω.

Περισσότερες πληροφορίες

Συνδυασμοί (Combinations)

Μεταθέσεις (Permutaions)

Διατάξεις (Orderings)

http://www.thep.gr/themata/kapodistriako/mathimatiko/sindiastiki1.htm

Σημειώσεις Πιθανότητες - Στατιστική

http://www.samos.aegean.gr/icsd/aleros/courses/prob/handouts/classnotes2.pdf

http://www.mpassociates.gr/software/distrib/science/mathsoft/mcad8tour.html

Εφαρμογές και συγγενή πεδία

Note that some combinatorial questions involve well-known sets of numbers (e.g. binomial questions) which are potentially of interest in 11: Number Theory. For example, most questions about partitions are part of 11P: additive number theory. (The partition numbers have also for some reason been a focus of factorization attempts.) Likewise combinatorial questions are often answered with computations in 11T: Finite Fields.

There is considerable overlap between combinatorics and 20: Group Theory. Graphs (and other combinatorial structures) have automorphism groups, some of which are exotic (e.g. the Mathieu groups). The subgroup structures (e.g. coset spaces) of groups can be used to construct some interesting designs; in particular, this is true of the highly transitive groups. Lie groups (and algebras) and their finite analogues are studied through their combinatorial structure (roots systems, buildings, etc.); indeed, a current theme in finite group theory is to generalize this association of finite geometries to other finite groups.

Some combinatorial problems lead nicely to recursions or generating functions, which are treated with, say, series techniques.

A number of classical combinatorial questions are essentially geometric, hence there is interaction with 51: Geometry. Indeed, combinatorial geometry, essentially the theory of polyhedra (52), provided historical precedent for aspects of 57: Algebraic Topology (Betti numbers and so on).

Elementary questions in 60: Probability are essentially combinatorics.

The theory of designs is also a topic in experimental designs, in 62: Statistics.

The complexity of combinatorial optimization problems is treated in 68: Computer Science; in particular, the complexity of combinatorial geometric problems (e.g. choosing furthest pairs of points) is treated with 68U05: Computational Geometry.

Combinatorial games such as Nim are (somewhat incongruously) included in 90D: Game theory (90DXX).

Many important optimization problems involve choices in a large by finite set; this is combinatorial optimization, and is also treated in 90: Operations Research

The general principles of coding theory are part of 94: Information theory

Δεν είναι δυνατή η εμφάνιση της συνδεδεμένης εικόνας. Ίσως το αρχείο να έχει μετακινηθεί, μετονομαστεί ή διαγραφεί. Βεβαιωθείτε ότι η σύνδεση οδηγεί στο σωστό αρχείο και τη σωστή θέση.

Other areas with appreciable overlap:

- 92: Φυσικές επιστήμες
- 06: Ordered structures
- 15: Γραμμική άλγεβρα
- 03: Logic and foundations
- Packing and covering is related to the sphere FAQ.

Υποπεδία

- 05A: Enumerative combinatorics [Classical combinatorial problems]
- 05B: Designs and configurations, For applications of design theory, see 94C30
- 05C: Graph theory
- 05D: Extremal combinatorics
- 05E: Algebraic combinatorics

Combinatorics (Section 05) is one of the larger sections of the Math Reviews database, but this is largely because of the size of Graph Theory (05C), one of the largest of the three-digit areas. Most references to Graph Theory have been moved to a separate index page. (This mirrors a split many years ago in the Journal of Combinatorial Theory -- split into Series A (Combinatorics) and Series B (Graph Theory) !)

Browse all (old) classifications for this area at the AMS.

Βιβλία, εργασίες αναφοράς, και σημειώσεις από πανεπιστημιακές παραδόσεις

- Συνίσταται το δίτομο "Handbook of Combinatorics", των εκδοτών R. L. Graham, M. Grötschel and L. Lovász, από τον εκδοτικό οίκο Elsevier Science B.V., Amsterdam; MIT Press, Cambridge, MA, 1995. ISBN 0-444-88002-X

Για ενδελεχή εισαγωγή στη μαθηματική θεωρία που υποστηρίζει την περιοχή της Συνδυαστικής Ανάλυσης

- "Combinatorial theory", των Marshall Hall, Jr. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1986. ISBN 0-471-09138-3.
- "A course in combinatorics", των J.H. van Lint and R.M. Wilson, Cambridge University Press, Cambridge, 1992. ISBN 0-521-41057-6; 0-521-42260-4: comprehensive.
- "Combinatorial methods in discrete mathematics",του Vladimir N. Sachkov, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, **55**. Cambridge University Press, Cambridge, 1996. ISBN 0-521-45513-8
- Extremal problems are treated quite nicely in "Ramsey theory", των Graham, Ronald L.; Rothschild, Bruce L.; Spencer, Joel H.; John Wiley & Sons, Inc., New York, 1990. 196 pp. ISBN 0-471-50046-1, MR90m:05003

Καταλληλότερα για προπτυχιακούς φοιτητές

- "Introductory combinatorics", by Richard A. Brualdi, North-Holland Publishing Co., New York, 1992. ISBN 0-444-01616-3
- "An introduction to combinatorics", by Alan Slomson, Chapman and Hall, Ltd., London, 1991. ISBN 0-412-35370-9
- "Applied combinatorics", by Alan Tucker, John Wiley & Sons, Inc., New York, (3rd edition) 1995. 462 pp. ISBN 0-471-59504-7 covers quite a bit of territory but focuses on examples rather than theoretical development

Διδακτικά βιβλία για φοιτητές που προσεγγίζουν το θέμα μέσα από ισχυρότερη μαθηματική θεώρηση που περιλαμβάνει θεωρία πινάκων και στοιχειώδη άλγεβρα λογικής.

Ο Gian-Carlo Rota παρουσίασε ένα ενδιαφέρον "Report on the present state of combinatorics"; see Discrete Math. 153 (1996) 289--303. (Ο συγγραφέας είναι πρωτοπόρος στο πεδίο αυτό των μαθηματικών.)

Εξ ίσου σημαντική βοήθεια θα μπορούσε να βρεί ο φοι τητής στο "Classic papers in combinatorics", που εκδόθηκε από τους Ira Gessel και Gian-Carlo Rota, Birkhäuser

Boston, Inc., Boston, Mass., 1987. 491 pp. ISBN 0-8176-3364-2 (συλλογή περίπου 40 εργασιών από το 1973)

Klee, Victor: "Combinatorial optimization: what is the state of the art?", Math. Oper. Res. 5 (1980), no. 1, 1--26. MR81b:90146. Εκτενέστερη ανάλυση εμφανίζεται στο "Information linkage between applied mathematics and industry" (Proc. First Annual Workshop, Naval Postgraduate School, Monterey, Cal., 1978), pp. 71--136, Academic Press, New York-London, 1979. MR80i:90067

Mailing list σχετική με τη Συνδυαστική Ανάλυση θα βρείτε στο comb-l@cmuvm.csv.cmich.edu;

Περισσότερες πληροφορίες :mailing list information

Λογισμικό και πίνακες

- The Stony Brook Algorithm Repository
- ACE -- an Algebraic Combinatorics module for Maple.
- SF -- a Symmetric Functions module for Maple.
- Packages for Mathematica, versions 2.2 and 3.0. especially Combinatorica: A Mathematica Package for Combinatorics and Graph Theory
- The Magma system is well suited to combinatorial as well as algebraic structures.
- LEDA handles combinatoric and graph-theoretic problems as well as discrete geometry.
- Sometimes the easiest way to get information on a counting problem is to compute a few small values of a function, then look for a match at the sequence server; if you find a hit, you can sometimes get citations to the literature.
- Snippets of C code for permutations, etc.
- Integer-valued functions software.

Here is a database of some combinatorial objects.

There is a newsgroup alt.sci.math.combinatorics.

Άλλες ιστοθέσεις για το αντικείμενο

- Από την homepage του Electronic Journal of Combinatorics μπορεί κάποιος να περάσει σε ένα αριθμό σημαντικών δυναμικών ιστοσελίδων σε διάφορα θέματα Συνδυαστικής Ανάλυσης.
- From the homepage of the Springer Annals of Combinatorics one may jump to a "hyperbook" linking to surveys on several topics in combinatorics.
- Small Ramsey numbers.
- A compendium of NP optimization problems
- Overview of Modern Heuristic Methods of combinatorial optimization
- Preprint server at Los Alamos.

- Matroid Theory index.
- Here are the AMS and Goettingen resource pages for area 05.
- UTK archives page

Επιλεγμένα αντικείμενα σε αυτό το site

- How to list all subsets of a given cardinality of a given set.
- Elementary problem: how to enumerate subsets with distinct labels?
- Enumerating all permutations of a finite set
- Sample counting problem: how many ways of drawing balls from urns?
- How many ways to select at most one item in each subset... (Generic counting problem)
- Pointer: derivation of formula for number of derangements
- Stirling numbers of the second kind: counting ways to arrange N objects into K subsets.
- Probability that adjacent cards have different values (standard deck)
- Odds of a run of given length existing in a sequence
- Minimum number of telephone calls to exchange information
- A knight's tour (but cannot be a magic square)
- Langford problem (sequence 2 sets of first n numbers with each pair suitably far apart)
- Recursive formulas for partition functions
- How many ways to slice the cake (in n dimensions)?
- Sperner's Theorem: the maximum number of incomparable subsets of a k-element set is C(k,k/2)
- Sperner's theorem on maximal collections of incomparable subsets
- Subsets of a committee meet several times... incidence problems and combinatorial geometries
- Number of ways N ordered whole numbers, each no greater than N, add up to N^2-N. (A classic counting problem)
- Frankl conjecture on finite sets (open)
- What are Steiner systems?
- Steiner systems: what they are, example of construction
- Application of Steiner systems to lottery analysis
- Efficient orthogonal array generation
- Balanced tournament designs
- Block Scheduling Algorithm for tournaments
- Scheduling tournaments for Whist, bridge, golf, tennis
- The "most rapidly increasing function": the Ackermann function
- Ackermann function -- pointers and code
- Prüfer codes to count labeled trees
- Philip Hall's marriage theorem (making a matched set from a collection of sets)
- The Set Partitioning problem: find a collection of subsets which cover the whole set
- A set-covering problem (which arose in weaving!)
- Finding Graeco-Latin squares

- Kirkman's schoolgirl problem (block design)
- How many ways to group p people into n teams?
- Interesting problem still open: Given some sticks of integral length at least n, whose total length is n(n+1)/2, can one cut them into pieces of length 1, 2, ..., n?
- Generating linear extensions of posets.
- The Möbius inversion function on posets
- Additive computability -- if S_1 = {1}, S_2 = {1,2}, and S_m= S_(m-1) \union (S_(m-1) + S_(m-1)) , what's the first set S_m containing a given n?
- Pointer to software for combinatorial optimization (shortest path, etc.)
- Comparison of assignment problem and traveling salesman problem.
- An assignment problem (optimally split people into groups)
- A general optimization problem between the knapsack problem and sphere-packing problems.
- The Knapsack problem: finding subsets of a set of integers which add to a given total.
- The subset-sum problem: solving exactly (hard) or approximately (easy)
- The subset-sum problem (minimize the sum of a set of reals)
- Ramsey Theory: complete disorder is impossible
- Known values of Ramsey numbers
- Proving weak estimates for Ramsey numbers R(k,k)
- Ramsey numbers for 3-colored sets
- Table of some known Ramsey numbers
- Van Der Waerden's theorem on coloring coloring arithmetic progressions.
- Number of partial orders on a finite set
- Famous conjectures: existence of Hadamard matrices, projective planes, Jacobian conjecture