ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΟΡΕΙΝΩΝ ΛΕΚΑΝΩΝ

Υδροστατικές δυνάμεις

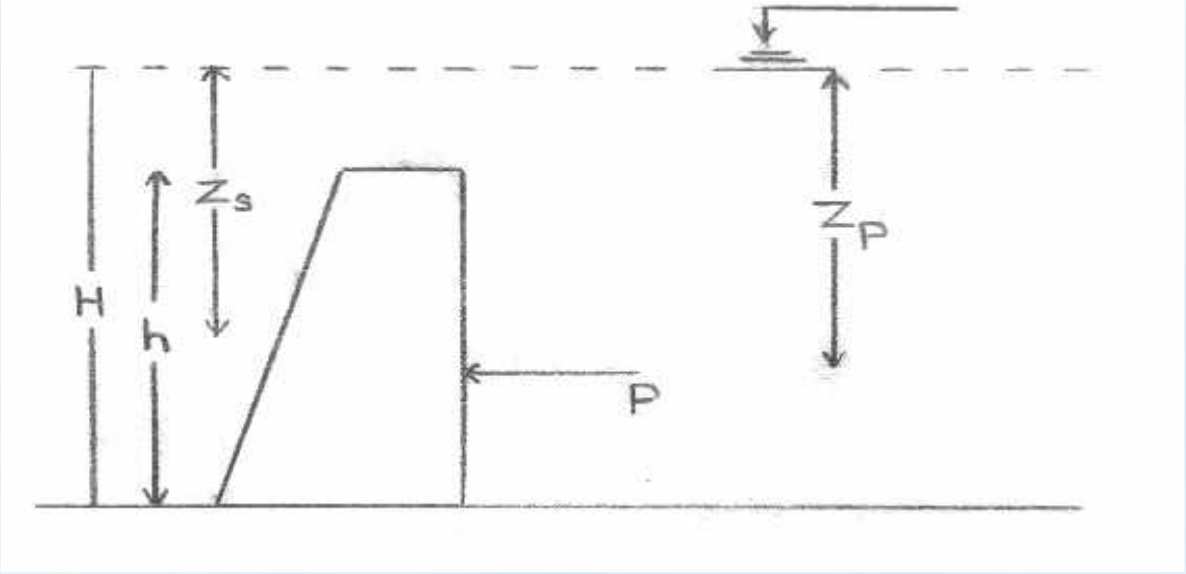
Φώτιος ΜΑΡΗΣ
Αναπλ. Καθηγητής

Τμήμα Δασολογίας και Διαχείρισης Περιβάλλοντος και Φυσικών Πόρων
Εργαστήριο Διευθέτησης Ορεινών Υδάτων και Διαχείρισης Κινδύνου

Παράδειγμα 4

Φράγμα ύψους h=4 m είναι κατασκευασμένο στην κεντρική κοίτη ενός χειμαρρικού ρεύματος .Η στάθμη του νερού υπερβαίνει το ύψος του φράγματος κατά 0,80m. Αν το πλάτος του φράγματος (b) είναι 10 m και απόσταση του κέντρου βάρους της επιφάνειας (Zs) από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού m είναι 2,8 m, να υπολογιστεί η υδροδυναμική δύναμη που δέχεται το φράγμα. (ειδικό βάρος νερού γν=1t/m3).

Λύση



Εάν η κατακόρυφη επίπεδη επιφάνεια δεν φτάνει μέχρι την επιφάνεια του νερού, τότε η υδροστατική δύναμη δίνεται από τη σχέση:

$$P = ¥ * b * a * z_s$$

Η απόσταση του σημείου εφαρμογής της από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού είναι:

$$z_p = \frac{a^2}{12 z_s} + z_s$$

όπου zs: απόσταση του κέντρου βάρους της επιφάνειας από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού (m)

α: ύψος επιφάνειας, όπου ασκείται η πίεση.

b: πλάτος της επιφάνειας, όπου ασκείται η πίεση.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ:

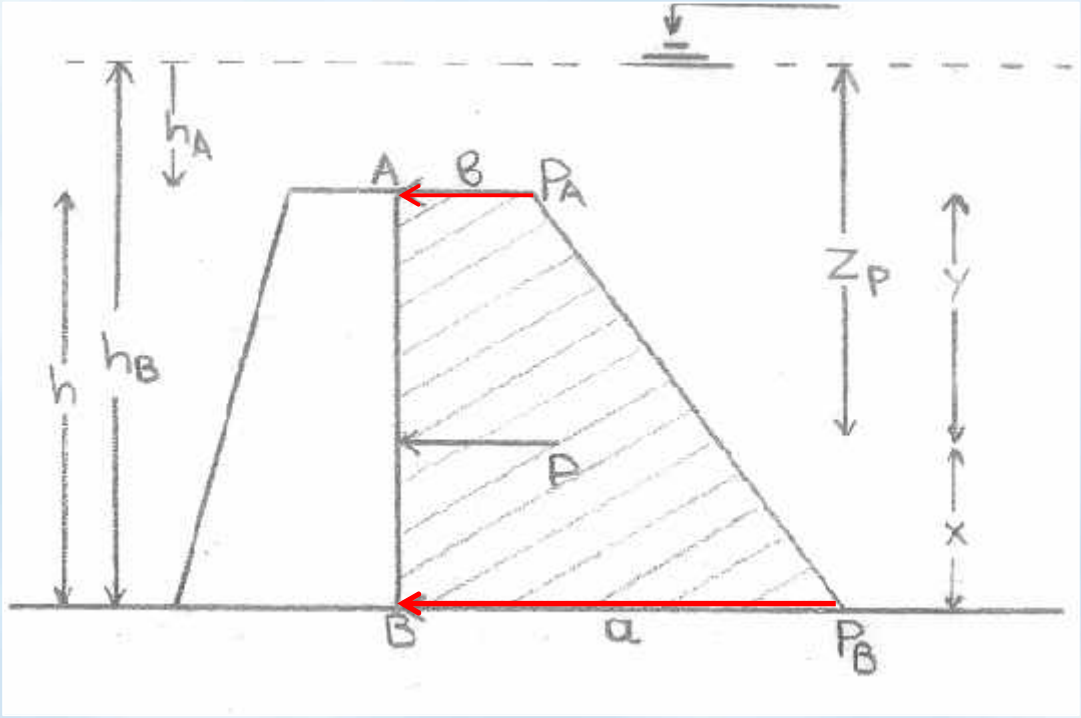
Υδροστατική δύναμη: $P = ¥ * b * a * z_s$

P = 1· 10 · 4 · 2,8 = 112 t

Σημείο εφαρμογής: $z_p = \frac{a^2}{12 z_s} + z_s$

$$z_p = \frac{4^2}{12 * 2,8} + 2,8 = 3,276\,m$$

ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ:

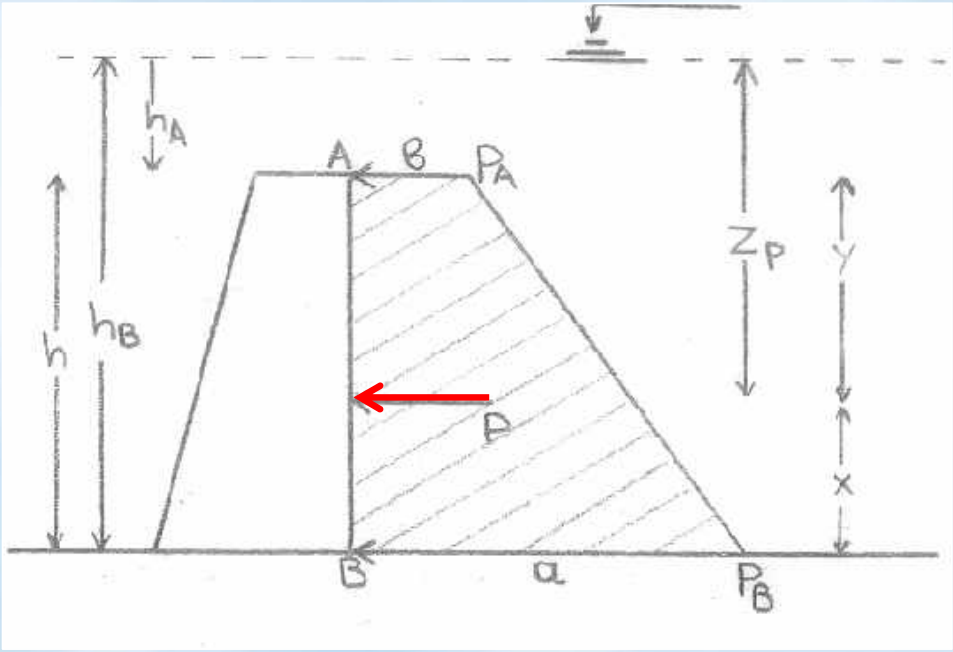


Η υδροστατική πίεση που ασκείται στο σημείο Α είναι:

$$P_A = h_A \cdot \gamma = 0{,}80 \cdot 1 = 0{,}8 \text{ t/m2}$$

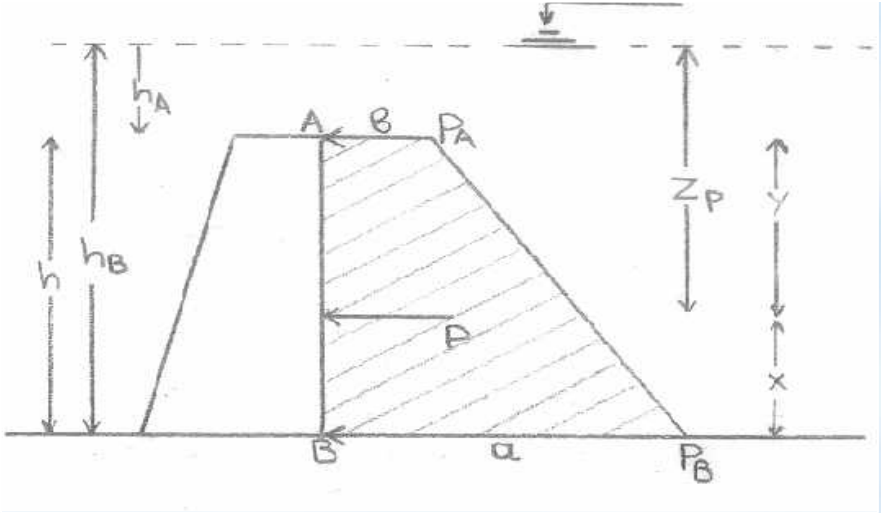
Η υδροστατική πίεση που ασκείται στο σημείο Β είναι:

$$P_B = h_B \cdot \gamma = 4{,}80 \cdot 1 = 4{,}8 \text{ t/m2}$$



Η πίεση που δέχεται σε όλο το ύψος ΑΒ ισούται με το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τραπεζίου:

$$P_{AB} = \frac{0,8 + 4,8}{2} \cdot 4,0 = 11,2 t/m$$



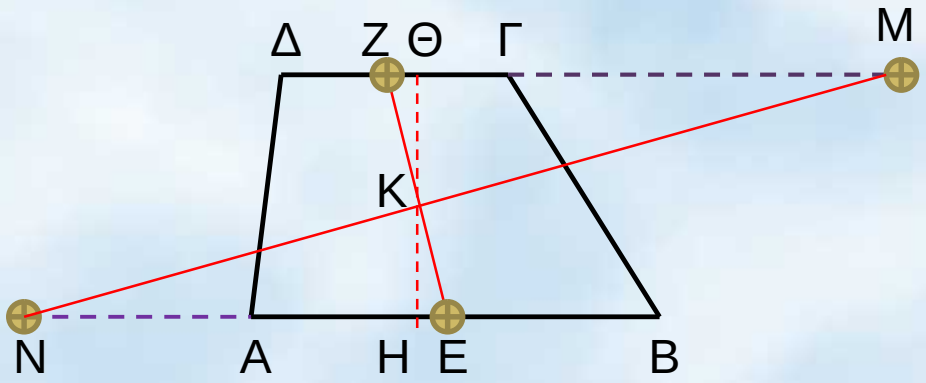
Η συνολική δύναμη που ασκείται σε όλο το πλάτος του φράγματος (b=10m) θα είναι: $P = P_{AB} \cdot b = 11,2 \cdot 10 = 112\ t$

Το σημείο εφαρμογής της P ταυτίζεται με το κέντρο βάρους του γραμμοσκιαζόμενου τραπεζίου επιλύοντας το σύστημα:

$$\left\{\begin{array}{l} x + y = h \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{\alpha + 2\beta}{2\alpha + \beta} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x + y = 4 \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{4,8 + 2 \cdot 0,8}{2 \cdot 4,8 + 0,8} = \dfrac{6,4}{10,4} \end{array}\right\} \Rightarrow y = 2,476m$$

και $zp = 2,476+0,8 = 3,276m$

Κέντρο βάρους της επιφάνειας τραπεζίου.



ΘΗ = h
ΚΗ = x
ΚΘ = y

ΑΒ = α = ΓΜ
ΓΔ = β = ΑΝ

Έστω τραπέζιο ΑΒΓΔ, του οποίου οι δύο βάσεις έχουν μήκη ΑΒ=α και ΓΔ=β. Αποδεικνύεται ότι :

Το κέντρο βάρους (Κ) της επιφάνειας τραπεζίου είναι η τομή των εξής δύο ευθειών: της ευθείας ΖΕ, η οποία ενώνει τα μέσα των δύο βάσεων του τραπεζίου, και της ευθείας ΜΝ, την οποία φέρουμε, αν επί της προέκτασης κάθε βάσης λάβουμε μήκος ίσο με την άλλη βάση (δηλ. ΓΜ=ΑΒ και ΑΝ=ΓΔ)

Το ύψος του τραπεζίου είναι ΗΘ=h. Οι αποστάσεις του κέντρου βάρους Κ από τις δύο βάσεις του τραπεζίου είναι ΚΗ=x και ΚΘ=y.

Τότε προφανώς έχουμε τη σχέση: $x + y = h$

Για τις δύο αυτές αποστάσεις αποδεικνύεται ότι ισχύει η σχέση:

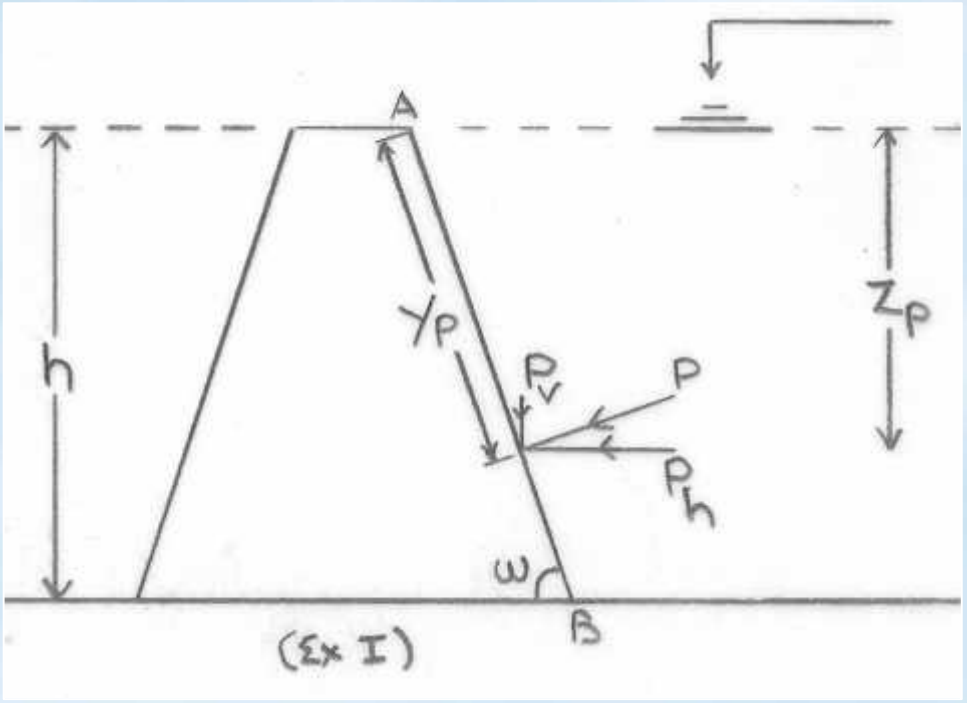
$$\frac{x}{y} = \frac{\alpha + 2\beta}{2\alpha + \beta}$$

κέντρο βάρους τραπεζίου:	x+y−h	$\frac{x}{y} = \frac{\alpha + 2\beta}{2\alpha + \beta}$

Από την επίλυση του συστήματος των δύο παραπάνω εξισώσεων προσδιορίζεται η θέση του κέντρου βάρους της επιφάνειας του τραπεζίου:

Παράδειγμα 5

Φράγμα ύψους (h) 4 μέτρων έχει κλίση ανάντες και κατάντες μετώπου 3:1 και είναι κατασκευασμένο στην κεντρική κοίτη χειμαρρικού ρεύματος. Το ύψος της στάθμης του νερού στο άναντες μέτωπο βρίσκεται στο ύψος του φράγματος. Να υπολογισθεί η υδροστατική δύναμη που δέχεται το φράγμα. Πλάτος φράγματος b=10m.



ΕΠΙΛΥΣΗ:

Η υδροστατική πίεση που ασκείται σε οποιοδήποτε σημείο κεκλιμένης επιφάνειας, με ορθογωνική διατομή, πλάτους b, η οποία φτάνει μέχρι τη στάθμη του νερού, είναι:

$$p = \gamma \cdot z = \gamma \cdot y \cdot \eta\mu\alpha \qquad (t/m2)$$

Η υδροστατική δύναμη, που ασκείται, στην ίδια επιφάνεια, δίνεται από την εξίσωση

$$P = \gamma \cdot z_s \cdot F.$$

Η δύναμη αυτή ασκείται κάθετα προς την κεκλιμένη επιφάνεια και συνεπώς μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες, ως εξής:

Οριζόντια συνιστώσα: $P_h = ¥ \cdot b \cdot \frac{h^2}{2}$ (t)

Κατακόρυφη συνιστώσα: $P_v = ¥ * b * \frac{h^2}{2£¨\mu}$ (t)

όπου h: ύψος της επιφάνειας (m)
b: πλάτος της επιφάνειας (m)

Η σύνθεση των δύο αυτών δυνάμεων δίνει τη συνισταμένη συνολική δύναμη ως εξής:

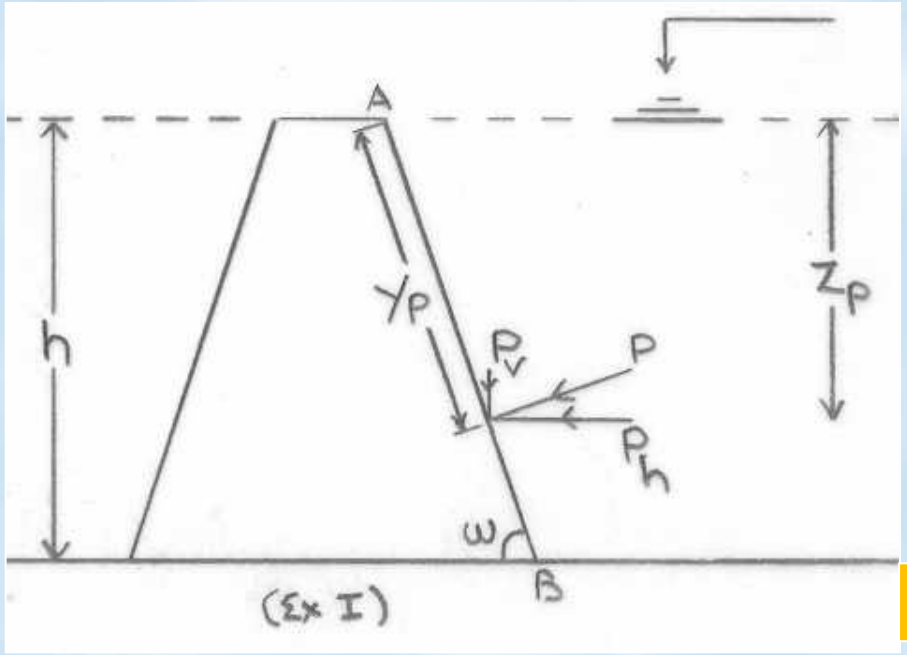
$$P = \sqrt{P^2{}_h + P^2{}_\neg} = ¥ \cdot b \cdot \frac{h^2}{2¦«\mu} \qquad \text{(t)}$$

Οι δυνάμεις Ph και Pv δρουν στο ίδιο σημείο της επιφάνειας.

Η απόσταση του σημείου δράσης της συνισταμένης από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού είναι:

$$y_p = \frac{2h}{3¦«\mu} \qquad \& \qquad z_p = \frac{2}{3} \cdot h$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ:



$$P_h = ¥ \cdot b \cdot \frac{h^2}{2} = 1 \cdot 10 \cdot \frac{4^2}{2} = 80t$$

$$P_v = ¥ \cdot b \cdot \frac{h^2}{2£¤\mu} = 1 \cdot 10 \cdot \frac{4^2}{2£¤71,565} = 26,67t$$

(εφω=3/1 => ω = τοξεφ3 = 71,5650)

Συνολική υδροστατική δύναμη:

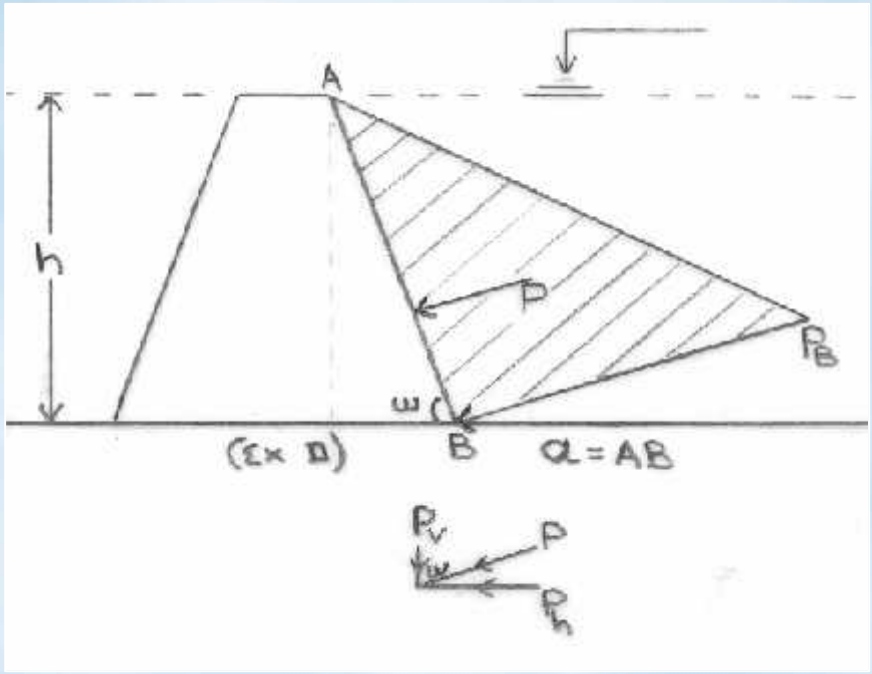
$$P = \sqrt{P^2{}_h + P^2{}_¬} = ¥ \cdot b \cdot \frac{h^2}{2¦«\mu} = 1 \cdot 10 \cdot \frac{4^2}{2¦«71,565} = 84,327t$$

Σημείο δράσης της συνισταμένης από την ελεύθερη επιφάνεια

$$y_p = \frac{2h}{3\,\text{¦«}\mu} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot \text{¦«}71{,}565} = 2{,}811m$$

$$z_p = \frac{2}{3} \cdot h = \frac{2}{3} \cdot 4 = 2{,}667m$$

ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ:



- Η πίεση που δέχεται το φράγμα στο σημείο Α είναι : *pA=0*

-Η πίεση που δέχεται το φράγμα στο σημείο Β είναι: *pB= hB * y = 4 * 1 = 4 t/m2*

- Η υδροστατική πίεση Ρ υπολογίζεται από το εμβαδόν του τριγώνου πιέσεων που σχηματίζεται:

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot P_B$$

$$\sim = \frac{h}{\text{¦«}\mu} = \frac{4}{\text{¦«}71,565} = 4,216m$$

- Η υδροστατική πίεση P υπολογίζεται από το εμβαδόν του τριγώνου πιέσεων που σχηματίζεται:

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot P_{\text{B}}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 4,216 \cdot 4 = 8,432 t/m$$

$P_{ολ}$ = b* P = 10 *8,432 = 84,32 t

❖- Η κατακόρυφη συνιστώσα της P είναι:

Pv = Pολ·συνω=84,32·συν71,565=26,66t

❖- Η οριζόντια συνιστώσα της P είναι:

Ph=Pολ·ημω=84,32·ημ71,565=79,99t

❖- Το σημείο εφαρμογής των παραπάνω δυνάμεων είναι στο κέντρο βάρους του τριγώνου.