Τμήμα Δασολογίας & Διαχείρισης Περιβάλλοντος & Φυσικών Πόρων
Εργαστήριο Διευθέτησης Ορεινών Υδάτων και Διαχείρισης Κινδύνου
Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών

ΥΔΡΟΛΟΓΙΑ ΦΥΣΙΚΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

Κεφάλαιο 16ο: Στερεοπαροχές

Φ. Π. Μάρης
Αναπλ. Καθηγητής

Κεφάλαιο 16ο : Στερεοπαροχές

16.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ

16.1.1 Κατανομή Ταχύτητας σε Τυρβώδη Ροή

Η ροή, ανάλογα με τις τιμές του αριθμού Reynolds

$$Re = \frac{V_m h}{\nu}$$

, μπορεί να διακριθεί σε στρωτή (laminar) αν *Re* <2000 και τυρβώδη (turbulent) αν *Re* >4000.

Τα ανωτέρω σύμβολα σημαίνουν:

V_m: μέση ταχύτητα ροής [m/s],

h : βάθος ροής [m],

ν : κινηματικό ιξώδες (ή κινηματική συνεκτικότητα) [m^2/s].

Επειδή στην πράξη συναντάται συνήθως η τυρβώδης ροή, θα περιοριστούμε, σ' αυτό το κεφάλαιο, στην εν λόγω ροή. Η κατανομή της ταχύτητας κατά το βάθος σε μια τυρβώδη (ομοιόμορφη και σταθερή) ροή μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά από τον λογαριθμικό νόμο των Prandtl και von Karman:

$$\frac{V(y)}{V_c^*} = \frac{1}{K} \ln \frac{y}{k_s} + B \qquad (16.1)$$

V(y): ταχύτητα ροής [m/s] στο βάθος y[m],
V^*_0 : ταχύτητα τριβής ή διατρητική ταχύτητα (shear velocity) [m/s],
K : σταθερά του von Karman,
παίρνει την τιμή 0.4 για αγωγούς με σταθερά τοιχώματα και νερό χωρίς αιωρούμενα φερτά υλικά.
k_s: ισοδύναμη τραχύτητα άμμου [m].

Πρόκειται για ένα μέτρο τραχύτητας, η οποία δημιουργείται από ισομεγέθεις σφαιρικούς κόκκους άμμου τοποθετημένους πάνω σ' ένα τοίχωμα όσο γίνεται πιο κοντά.
B : σταθερά ολοκλήρωσης.

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι η Εξ. (16.1) προκύπτει από την ολοκλήρωση μιας σχέσης που παρέχει την τυρβώδη διατμητική τάση σε μια ροή.

Η ταχύτητα τριβής [m/s] ορίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$V_0^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho_w}} \qquad (16.2)$$

τ_o : διατμητική τάση στο τοίχωμα ή συρτική τάση (shear stress) [N/m^2],
ρ_w: πυκνότητα νερού [kg/m^3].

Η τιμή της σταθεράς *B* εξαρτάται από το μέγεθος της τραχύτητας του τοιχώματος. Όταν οι ανωμαλίες του τοιχώματος (λόγω τραχύτητας) υπερκαλύπτονται από την στρωτή υποστιβάδα της ροής (laminar sublayer ή viscous sublayer), οπότε μιλούμε για υδραυλικά λείο τοίχωμα (hydraulically smooth boundary), τότε:

$$B = \frac{1}{K} \ln \frac{V_0^* k_s}{\nu} + 5.5, \quad \text{για} \quad \frac{V_0^* k_s}{\nu} \leq 5 \qquad (16.3)$$

Αντίθετα, όταν οι ανωμαλίες προεξέχουν σημαντικά από την στρωτή υποστιβάδα, οπότε μιλούμε για υδραυλικά τραχύ τοίχωμα (hydraulically rough boundary), τότε:

$$B = 8.5, \quad \text{για} \quad \frac{V_0^* k_s}{\nu} \geq 70 \qquad (16.4)$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές του *B* στην Εξ. (16.1) παρατηρούμε ότι η κατανομή της ταχύτητας στο υδραυλικά λείο τοίχωμα εξαρτάται αποκλειστικά από το ιξώδες του υγρού (νερού), ενώ στο υδραυλικά τραχύ τοίχωμα αποκλειστικά από την τραχύτητα του τοιχώματος.

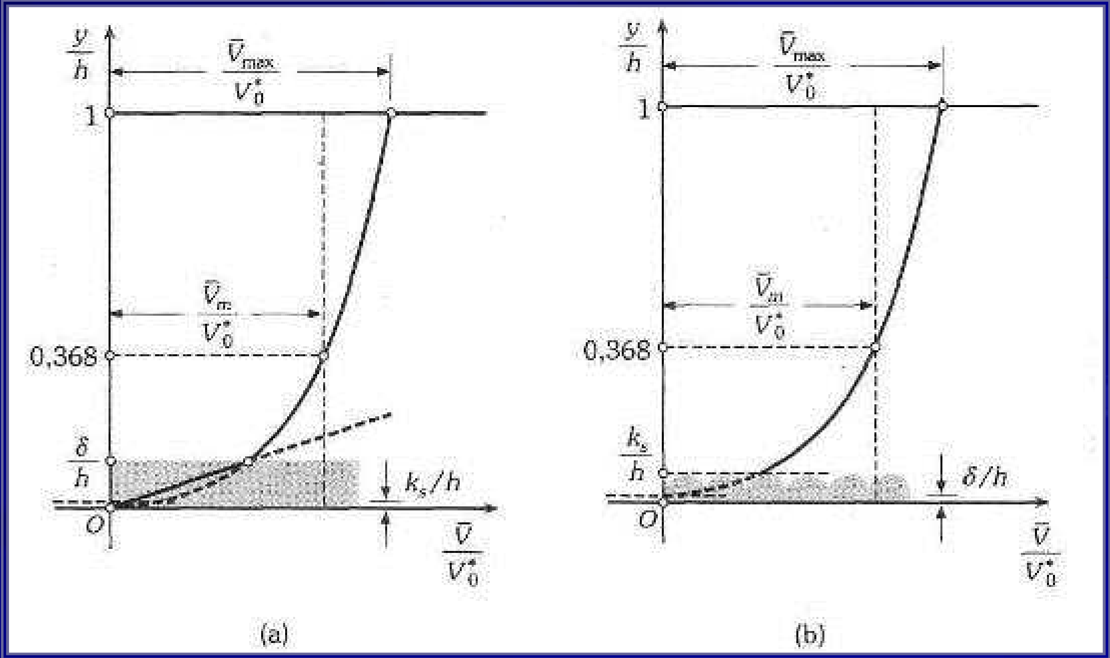
Στη μεταβατική κατάσταση, που χαρακτηρίζεται από τη συνθήκη :

$$5 < \frac{V_0^* k_s}{\nu} < 70, \qquad (16.5)$$

Η κατανομή της ταχύτητας εξαρτάται τόσο από το ιξώδες του υγρού όσο και από την τραχύτητα του τοιχώματος. Η τιμή του *B* μπορεί να δοθεί σ' αυτήν την περίπτωση από την κατωτέρω εξίσωση του Zanke (1982):

$$B = \left(2.5 \ln \frac{V_0^* k_s}{\nu} + 5.5\right) 3.32 \frac{\nu}{V_0^* k_s} + 8.5\left(1 - 3.32 \frac{\nu}{V_0^* k_s}\right) \quad (16.6)$$

Η κατανομή της ταχύτητας για τις δύο ακραίες περιπτώσεις (υδραυλικά Λείο και υδραυλικά τραχύ τοίχωμα) σε ανοικτό αγωγό φαίνεται στο Σχήμα 16.1, όπου η μέση ταχύτητα *Vm* εμφανίζεται σε βάθος *ym* = 0.368 *h (h:* μέγιστο βάθος ροής).



Σχ. 16.1: *Κατανομή της ταχύτητας ροής σε υδραυλικά λείο (a) και υδραυλικά τραχύ (b) τοίχωμα (Bechteler et al, 1983).*

Η γραμμή πάνω από τα σύμβολα της ταχύτητας, σ’ αυτό το σχήμα, υποδηλώνει μέση τιμή ως προς το χρόνο. Το δ[m] συμβολίζει το πάχος της στρωτής υποστιβάδας, όπου η κοίτη εμποδίζει τον σχηματισμό τυρβώδους και η κατανομή της ταχύτητας είναι γραμμική. Το εν λόγω μέγεθος ορίζεται ως η απόσταση του θεωρητικού σημείου τομής της γραμμικής και της λογαριθμικής κατανομής της ταχύτητας από την κοίτη και δίδεται από την παρακάτω σχέση:

$$\delta = 11.64 \frac{\nu}{V_0^*} \qquad (16.7)$$

Στην περίπτωση υδραυλικά λείου τοιχώματος η Εξ. (16.1) σε συνδυασμό με την Εξ. (16.3) περιγράφει την μεγαλύτερη περιοχή της οριακής στιβάδας, δηλ. την τυρβώδη οριακή στιβάδα ή τυρβώδες οριακό στρώμα (turbulent boundary layer). Ανάμεσα στην στρωτή υποστιβάδα και στην τυρβώδη οριακή στιβάδα υπάρχει μια μεταβατική στιβάδα.
Ο Λογαριθμικός νόμος των Prandtl και Von Karrnan μπορεί να γραφεί και με την ακόλουθη γενική μορφή:

$$\frac{V(y)}{V_0^*} = \frac{1}{K} \ln \frac{y}{y'}, \qquad (16.8)$$

όπου *y'* [m] παριστάνει ένα βάθος αναφοράς, του οποίου το μέγεθος είναι της τάξης του πάχους της στρωτής υποστιβάδας. Το εν λόγω μέγεθος δίδεται από τις σχέσεις:

$$y' = \frac{\beta \nu}{V_0^*} \quad (\beta = 0.111), \quad \text{υδραυλικά λείο τοίχωμα} \quad (16.9)$$

$$y' = \gamma k_s \quad (\gamma = 0.0333), \quad \text{υδραυλικά τραχύ τοίχωμα} \quad (16.10)$$

Από την Εξ. 16.8 διαπιστώνουμε ότι V = 0 ή *V*/=- 0, όταν y = y' ή y/y'=l.

Εκτός από τον λογαριθμικό νόμο, που έχει γίνει γενικά αποδεκτός, είναι γνωστός και ο εμπειρικός εκθετικός νόμος κατανομής της ταχύτητας:

$$\frac{V(y)}{V_0^*} = a\left(\frac{y}{y'}\right)^m. \quad (16.11)$$

όπου y'[m] είναι πάλι ένα βάθος αναφοράς. Σ' αυτήν την περίπτωση ισχύει *V* = 0 ή *V*/ = 0, όταν *y* = 0 ή *y/y'* = 0. Αυτή η συνθήκη εκφράζει την πραγματικότητα, σε αντίθεση με τον λογαριθμικό νόμο, όπου γίνεται η παραδοχή ότι η ταχύτητα μηδενίζεται σε μια πολύ μικρή απόσταση (y') από την κοίτη. Τιμές του συντελεστή a και του εκθέτη m δίδονται από τον Chen (1991).

16.1.2 Απώλειες Ενέργειας

Οι συνεχείς απώλειες ενέργειας λόγω τριβών σ' έναν σωλήνα κυκλικής διατομής εκφράζονται μαθηματικά από τον επιστημονικά θεμελιωμένο νόμο των Darcy-Weisbach:

$$I = f\,\frac{1}{D}\,\frac{V_m^2}{2g} \qquad (16.12)$$

I : κλίση γραμμής ενέργειας [-],
f : συντελεστής τριβής (ή απωλειών ή αντίστασης),
D : διάμετρος αγωγού [m],
V_m : μέση ταχύτητα ροής [m/s],
($V_m = Q/A$, Q: παροχή [m^3/s], A: υγρή διατομή [m^2]),
g : επιτάχυνση βαρύτητας [m/s^2].

Ο συντελεστής f, για τη μεταβατική κατάσταση ανάμεσα στο υδραυλικά λείο και στο υδραυλικά τραχύ τοίχωμα, μπορεί να υπολογιστεί προσεγγιστικά από την ημιεμπειρική εξίσωση των Colebrook και White:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{2.51}{Re\sqrt{f}} + \frac{k_s/D}{3.72}\right), \qquad f = f(Re,\ k_s/D) \qquad (16.13)$$

Εάν θέσουμε k_s= 0 στην Εξ. 16.13, παίρνουμε την αντίστοιχη σχέση για υδραυλικά λείο τοίχωμα, ενώ για *Re* → ∞ την αντίστοιχη σχέση για υδραυλικά τραχύ τοίχωμα.

Οι Εξ. 16.12 και 16.13 ισχύουν αφενός για σωλήνες κυκλικής διατομής και αφετέρου για ανοικτούς αγωγούς απείρου πλάτους (πολύ μεγάλου πλάτους σε σχέση προς το βάθος του νερού), δηλ. *για* περιπτώσεις που η διατμητική τάση τ_0 έχει σταθερή τιμή. Σε κάθε σημείο της βρεχομένης περιμέτρου.

Σε πρισματικούς αγωγούς τυχούσας διατομής η διατμητική τάση τοιχώματος τ_0 (συρτική τάση) δεν είναι σταθερή· γι' αυτόν τον λόγο ορίζεται μια μέση διατμητική τάση τ_{0m}. Εφόσον η τάση τ_{0m} δεν αποκλίνει σημαντικά από την πραγματική τιμή τ_0, τότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν τόσο ο νόμος των Darcy-Weisbach όσο και η εξίσωση των Colebrook-White, εάν θέσουμε $D = 4R$, όπου *R [m]* η υδραυλική ακτίνα. Η τελευταία ορίζεται ως ο λόγος της υγρής διατομής *A* [m^2] προς τη βρεχόμενη περίμετρο *U* [m]. Κατόπιν τούτων ο νόμος των Darcy-Weisbach παίρνει τη μορφή:

$$I = f\,\frac{1}{4R}\,\frac{V_m^2}{2g} \qquad (16.14)$$

Για πρισματικούς αγωγούς (κλειστούς ή ανοικτούς) ισχύει η ακόλουθη γενική εξίσωση:

$$f = f(Re,\ k_s/R),\ \text{γεωμετρία της διατομής, δομή της τραχύτητας}, \qquad (16.15)$$

όπου ο λόγος k_s/R παριστάνει μια σχετική τραχύτητα

16.1.3 Συρτική Τάση

Θεωρώντας τη συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων (δύναμη πίεσης, βάρος υγρού, διατμητική δύναμη στα τοιχώματα) που ενεργούν σ' ένα στοιχειώδες τμήμα ενός αγωγού, μέσα στον οποίο η ροή είναι ομοιόμορφη και μόνιμη (ή σταθερή), προκύπτει η ακόλουθη σχέση για τη μέση διατμητική τάση στο τοίχωμα ή συρτική τάση τ_{om} [N/m²]:

$$\tau_{0m} = \rho_w g R I \qquad (16.16)$$

ρ_w	:	πυκνότητα υγρού (νερού) [kg/m³],
g	:	επιτάχυνση βαρύτητας [m/s²],
R	:	υδραυλική ακτίνα [m],
I	:	κλίση γραμμής ενέργειας [-].

Σε ανοικτούς αγωγούς, των οποίων το πλάτος είναι πολύ μεγαλύτερο του βάθους ροής, η υδραυλική ακτίνα *R* μπορεί να αντικατασταθεί από το βάθος ροής. Επίσης σε ομοιόμορφη ροή η κλίση της γραμμής ενέργειας ισούται προς την κλίση της ελεύθερης επιφάνειας του νερού καθώς και προς την κλίση του πυθμένα.
Η ανωτέρω εξίσωση έχει μεγάλη σημασία για την εκτίμηση της διάβρωσης του πυθμένα και των πλευρικών τοιχωμάτων ενός αγωγού.

16.1.4 Τύποι Παροχής

Προτού εμφανιστούν ο νόμος των Darcy-Weisbach και η σχέση των Colebrook-White, κυκλοφόρησε μια σειρά εμπειρικών τύπων για τον υπολογισμό των απωλειών ενέργειας λόγω τριβών. Οι τύποι αυτοί είναι γνωστοί ως τύποι παροχής, γιατί παρέχουν τη μέση ταχύτητα ροής V_m και κατ' επέκταση την παροχή *Q*. Εφαρμόζονται μάλιστα μέχρι σήμερα, επειδή είναι εύχρηστοι. Ο γνωστότερος των ως άνω τύπων είναι ο τύπος των Gauckler - Manning - Strickier (συνήθως αναφέρεται ως τύπος του Manning), που εφαρμόζεται σε ομοιόμορφη και σταθερή ροή, ως επί το πλείστον ανοικτών αγωγών:

$$V_m = k_{st} I^{1/2} R^{2/3} \qquad (16.17)$$

k_{st} : μέτρο τραχύτητας
Στην αγγλοσαξωνική βιβλιογραφία χρησιμοποιείται στη θέση του k_{st} ο συντελεστής 1/n.
Οι διαστάσεις της μέσης ταχύτητας V_m είναι [m/s] και της υδραυλικής ακτίνας *R* [m]. Τιμές του συντελεστή k_{st} ή n, που εξαρτώνται από την τραχύτητα των τοιχωμάτων, δίδονται σε πίνακες.

16.1.5 Τραχύτητα Κοίτης

Οι σχέσεις που δόθηκαν στο υποκεφ. 16.1.2 για τον συντελεστή τριβής f ισχύουν για ομοιόμορφα κατανεμημένη τραχύτητα πάνω σε μια σχεδόν επίπεδη κοίτη (στερεό όριο). Εάν όμως υπάρχουν στην κοίτη κυματισμοί, ρυτίδες, δίνες ή ακόμα μεγάλοι λίθοι ή δένδρα, τότε αυξάνεται σημαντικά η αντίσταση στη ροή.

Ο Einstein (1950) διακρίνει, στην κοίτη, τραχύτητα λόγω μεμονωμένων κόκκων και τραχύτητα λόγω σχηματισμών (π.χ. ρυτίδες, δίνες). Ως εκ τούτου η συνολική αντίσταση στη ροή αποτελείται από δύο μέρη: την αντίσταση λόγω του υλικού της κοίτης (δύναμη τριβής στους μεμονωμένους κόκκους) και την αντίσταση λόγω των σχηματισμών (δύναμη πίεσης συνεπεία της ροής γύρω από τους σχηματισμούς και της δημιουργούμενης αποκόλλησης της ροής):

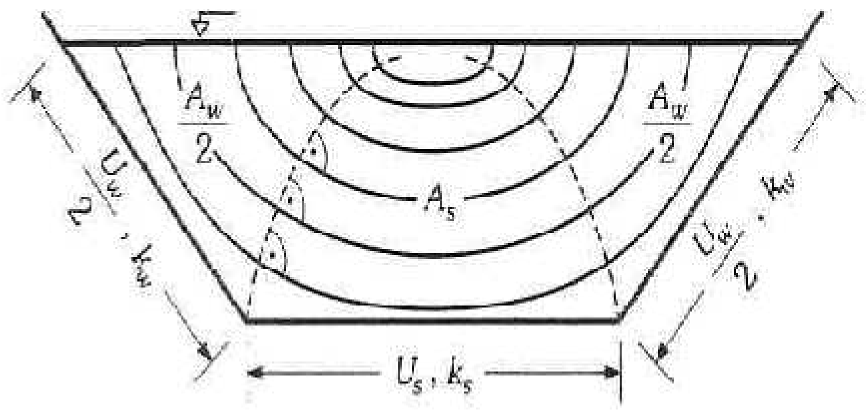
$$\tau_0 = \tau_0' + \tau_0'' \qquad \text{ή} \qquad f = f' + f'' \tag{16.18}$$

Σύμφωνα με τον Einstein, για τον υπολογισμό της μετακινούμενης ποσότητας υλικού κοίτης λαμβάνεται υπόψη μόνο η αντίσταση τριβής που προέρχεται από το υλικό κοίτης.

Τα ανωτέρω αναφερθέντα αφορούν την αντίσταση της κοίτης.

Ο χωρισμός σε επιμέρους διατομές επιτυγχάνεται, εάν υπάρχει το διάγραμμα των ισοταχών της διατομής (Σχ. 16.2). Ως γνωστό, η ισοταχής είναι μια καμπύλη, της οποίας τα διάφορα σημεία έχουν την ίδια ταχύτητα. Φέροντας τις κάθετες καμπύλες προς τις ισοταχείς μπορούμε να προσδιορίσουμε την υδραυλική ακτίνα R_s [m] εκείνου του τμήματος της διατομής *As* [m^2], που επηρεάζει την κίνηση του υλικού της κοίτης (Σχ. 16.2):

$$R_s = \frac{A_s}{U_s} \quad (16.19)$$



Σχ. 16.2: ***Χωρισμός της υγρής διατομής σε επιμέρους διατομές με τη βοήθεια των ισοταχών (DVWK, 1988).***

Us[m] είναι η βρεχόμενη περίμετρος του ως άνω τμήματος της διατομής. Ο δείκτης *w* στα σύμβολα του Σχ. 16.2 αναφέρεται στα πλευρικά τοιχώματα του αγωγού.

Μετά τον ορισμό της υδραυλικής ακτίνας R_5, η συρτική τάση δίδεται πλέον από τη σχέση:

$$\tau_0 = \rho_w g R_s I \qquad (16.20)$$

Σε ανοικτούς αγωγούς με επίπεδη κοίτη και μεταφορά φερτών υλικών, ο συντελεστής f ’ είναι συνάρτηση των:

$$f' = f\left(\frac{V_m R_s}{\nu}, \quad \frac{R_s}{d_{50}}\right), \qquad (16.21)$$

ενώ όταν υπάρχουν σχηματισμοί (ρυτίδες, δίνες κλπ.) στην κοίτη, τότε:

$$f'' = f\left(\frac{V_m}{\sqrt{g\, d_{50}}}, \quad \frac{R_s}{d_{50}}\right) \qquad (16.22)$$

d_{50} είναι μια χαρακτηριστική διάμετρος κόκκων, κάτωθεν της οποίας οι κόκκοι συνιστούν 50% του βάρους. Ανάλογοι ορισμοί ισχύουν και για τις χαρακτηριστικές διαμέτρους d_{65}, d_{90} κλπ.

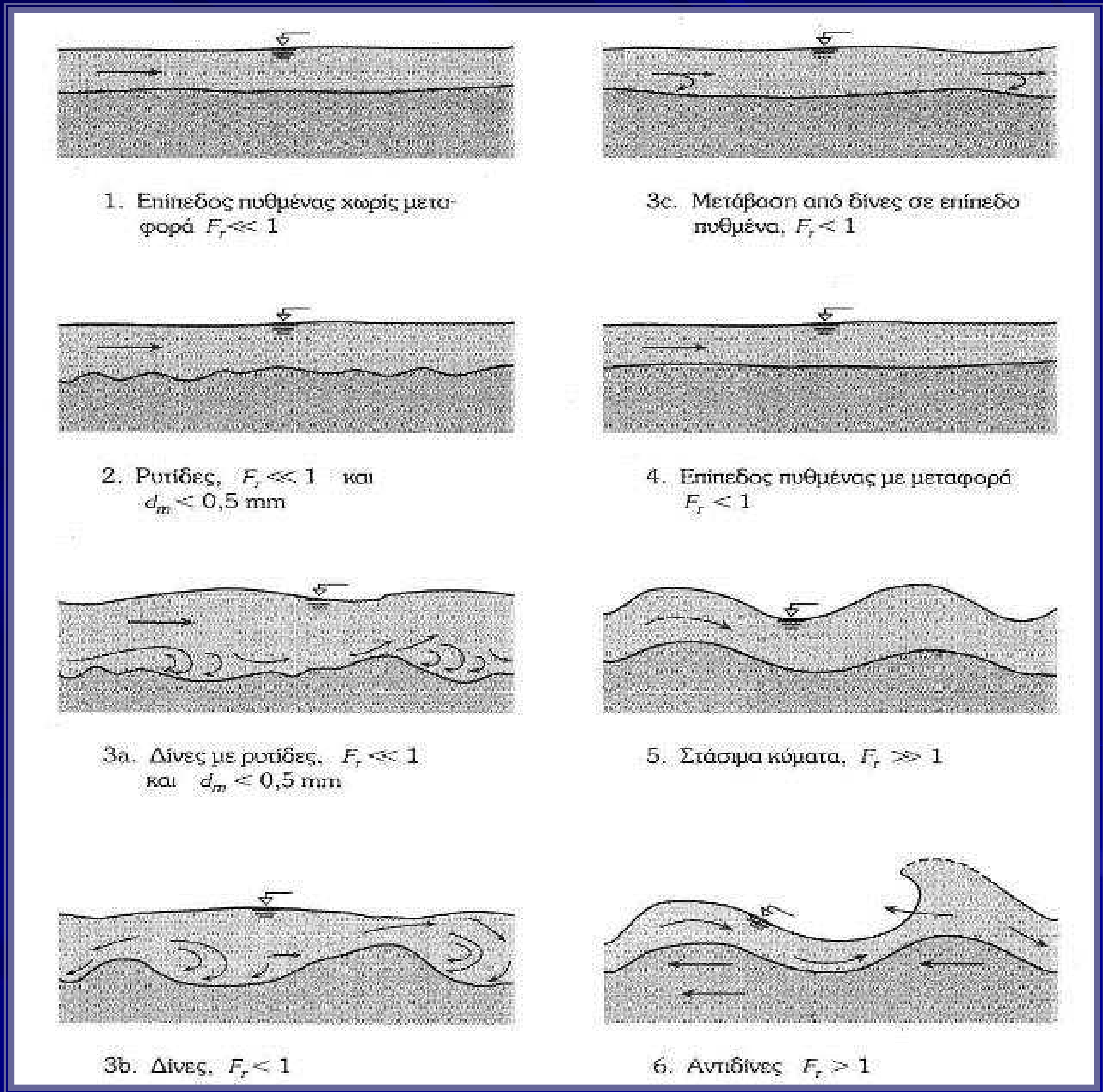
16.1.6 Διαμορφώσεις της Κοίτης

Το βασικό χαρακτηριστικό των αλλουβιακών ρευμάτων είναι η εξέλιξη των παραμέτρων (διατομή, κλίση, αντίσταση στη ροή κλπ.) στο χρόνο. Τα αλλουβιακά ρεύματα συμπεριφέρονται όπως τα ρεύματα σταθερών χαρακτηριστικών (τεχνητά ή φυσικά με τοιχώματα από πέτρα, σκυρόδεμα κλπ.) μόνο σε περιοχές μικρών ταχυτήτων.

Σύμφωνα με τις μέχρι σήμερα υπάρχουσες μεθόδους μελέτης των αλλουβιακών ρευμάτων εφαρμόζεται η θεωρία για αντίστοιχο ρεύμα σταθερών χαρακτηριστικών και γίνεται μια εμπειρική διόρθωση.

Στα αλλουβιακά ρεύματα η μορφή της επιφάνειας του πυθμένα καθορίζεται κατά σημαντικό βαθμό, εκτός από το υλικό, και από τις υδραυλικές συνθήκες ροής. Στο Σχ. 16.3 παρουσιάζονται οι διαμορφώσεις κοίτης φυσικών αλλουβιακών (αμμωδών) ρευμάτων και οι αντίστοιχες συνθήκες. Δηλαδή:

1.Επίπεδη κοίτη χωρίς μεταφορά.
2.Ρυτίδες ή αμμοκυμάτια (ripples)
3α. Δίνες με ρυτίδες.
3b.Δίνες ή αμμοκύματα (dunes).
3c.Μετάβαση από δίνες σε επίπεδη κοίτη.
4. Επίπεδη κοίτη με μεταφορά φερτών υλών.
5. Στάσιμα κύματα.
6.Αντιδίνες ή αντιαμμοκύματα ή αρνητικά αμμοκύματα (antidunes).



Σχ.16.3: ***Σχηματισμοί πυθμένα σε αλλουβιακά ρεύματα***

Από τις παραπάνω διαμορφώσεις οι 1, 2, 3α, 3b ανήκουν σε χαμηλό καθεστώς ροής (αριθμός Froude ή Fr < 1), η 3c (Fr = 0.61.2) και οι 4, 5 και 6 σε υψηλό καθεστώς ροής (Fr > 1).

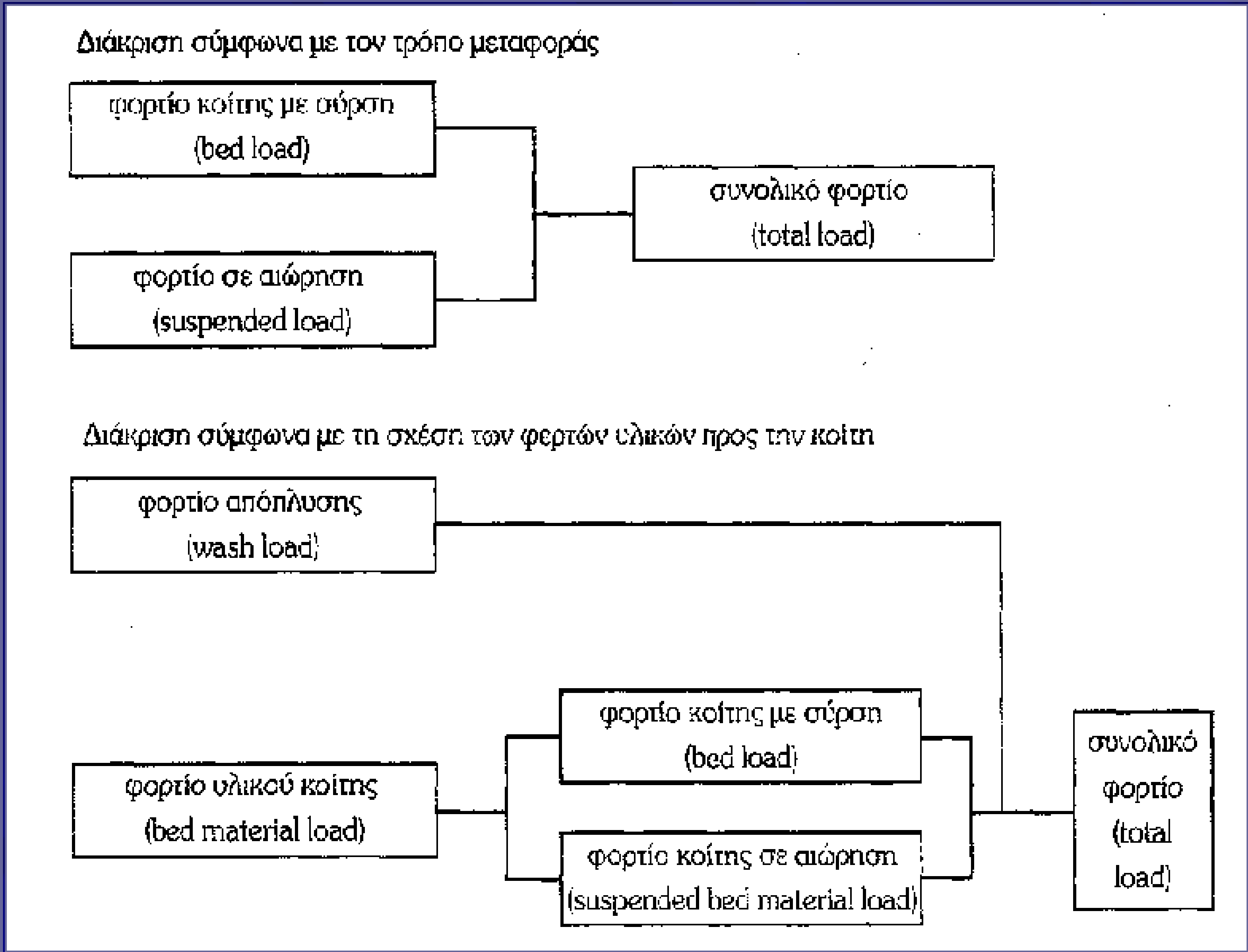
Όπως φαίνεται στο Σχ. 16.3, οι διαστάσεις των ρυτίδων είναι πολύ μικρές σε σχέση προς το βάθος ροής· γι’ αυτόν τον λόγο η επιφάνεια του νερού παραμένει ανεπηρέαστη. Αντίθετα, το μήκος των δινών είναι πολλαπλάσιο του βάθους, πράγμα που επηρεάζει την επιφάνεια του νερού.

16.2 ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΦΕΡΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Ως φερτά υλικά χαρακτηρίζονται τα στερεά υλικά που μεταφέρονται από το νερό ή αποθέτονται στην επιφάνεια του εδάφους, στην κοίτη των ποταμών, στον πυθμένα φυσικών ή τεχνητών λιμνών κλπ.

Τα φερτά υλικά, που μεταφέρονται σ’ έναν ποταμό, προέρχονται αφενός από την πλευρική και την σε βάθος διάβρωση των οχθών και της κοίτης του ποταμού αντίστοιχα και αφετέρου από την επιφανειακή διάβρωση της λεκάνης απορροής.

Εκτός από την ανωτέρω διάκριση των φερτών υλικών σύμφωνα με την προέλευση τους, γίνεται διάκριση επίσης σύμφωνα με τον τρόπο μεταφοράς τους καθώς και με τη σχέση (επαφή) τους προς την κοίτη (Σχ. 16.4).



Σχ. 16.4: Διακρίσεις φερτών υλικών (Vetter, 1992)

Το φορτίο κοίτης με σύρση (bed load) περιλαμβάνει τα φερτά υλικά που κινούνται στην κοίτη των υδατορευμάτων ολισθαίνοντας, κυλιόμενα ή αναπηδώντας.

Το φορτίο σε αιώρηση (suspended load) περιλαμβάνει φερτά υλικά που βρίσκονται σε ισορροπία με το νερό ή διατηρούνται σε αιώρηση μέσω του τυρβώδους. Η κατηγορία αυτή φερτών υλικών κινείται ανάμεσα στην κοίτη και στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού.

Το φορτίο υλικού κοίτης (bed material load) περικλείει φερτά υλικά με μέγεθος κόκκων που συναντάται στην κοίτη. Σύμφωνα με το Σχ. 16.4 αποτελείται από όλο το φορτίο κοίτης με σύρση και από ένα μέρος του φορτίου σε αιώρηση.

Το φορτίο απόπλυσης (wash load) αποτελεί το λεπτόκοκκο τμήμα του φορτίου σε αιώρηση, που υπάρχει σε ασήμαντες ποσότητες ή καθόλου στην κοίτη. Προέρχεται από την επιφάνεια της λεκάνης απορροής και έχει διάμετρο μικρότερη των 0.062 mm (αργιλικό και ιλυώδες υλικό).

Εάν κόκκοι ορισμένου μεγέθους κινούνται πάνω στην κοίτη με σύρση ή σε αιώρηση εξαρτάται από τις στιγμιαίες υδραυλικές συνθήκες (π.χ. ταχύτητα νερού) που επικρατούν στο υδατόρευμα. Ένα κριτήριο διάκρισης ανάμεσα στο φορτίο κοίτης με σύρση (bed load) και στο φορτίο σε αιώρηση (suspended load) βασίζεται στον αριθμό Froude:

$$F_r^2 = \frac{V_m^2}{gd} = 360 \qquad \text{(Kresser, 1964)} \qquad (16.23)$$

Από την ανωτέρω σχέση μπορεί να υπολογιστεί η μέγιστη διάμετρος *d* κόκκων σε αιώρηση για δεδομένη μέση ταχύτητα νερού *Vm.*
Ένα άλλο κριτήριο διάκρισης βασίζεται στον λόγο της ταχύτητας-καθίζησης κόκκων *Vs* προς την ταχύτητα τριβής :

$$\frac{V_s}{K V_0^*} = 10, \qquad \text{(Engelund, 1965)} \qquad (16.24)$$

όπου *K* είναι η σταθερά του Von. Karman (K 0.4).

16.3 ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΦΕΡΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

Οι μετρήσεις των φερτών υλικών αποτελούν προϋπόθεση για την εκτίμηση της συσσώρευσης ιλύος στην κοίτη και στις όχθες των ποταμών καθώς και σε λιμάνια, για την εκτίμηση της εναπόθεσης φερτών υλικών σε φυσικές και τεχνητές λίμνες καθώς επίσης και για τον υπολογισμό του "δέλτα", που σχηματίζεται στην εκβολή ενός ποταμού στη θάλασσα.

Τα φερτά υλικά, ως φορείς άλλων επιβλαβών ουσιών, π.χ. βαρέων μετάλλων, επηρεάζουν την ποιότητα του νερού.

Οι μετρήσεις των φερτών υλικών είναι σημαντικές για την εκτίμηση της διάβρωσης μιας λεκάνης απορροής λόγω δυνατής βροχής και επιφανειακής απορροής καθώς και για την εφαρμογή κατάλληλων μέτρων κατά της διάβρωσης.

Ο προσδιορισμός της ποσότητας των φερτών υλικών γίνεται βάσει των παρακάτω εννοιών.

Στερεοπαροχή: Μάζα ή βάρος ή όγκος φερτών υλών που διέρχονται στη μονάδα του χρόνου μέσω της θεωρούμενης διατομής [kg/s] ή [N/s] ή [m3/s].

Στερεοπαροχή ανά μονάδα πλάτους του υδατορεύματος:

$$\left[\frac{kg}{s \cdot m}\right] \text{ ή } \left[\frac{N}{s \cdot m}\right] \text{ ή } \left[\frac{m^3}{s \cdot m}\right].$$

Στερεοφορτίο: Συνολική ποσότητα φερτών υλικών που διέρχεται μέσα σ' ένα ορισμένο χρονικό διάστημα από τη θεωρούμενη διατομή (ολοκλήρωση της στερεοπαροχής ως προς το χρόνο) [kg] ή [N] ή [m^3].

Οι ανωτέρω έννοιες χρησιμοποιούνται συνήθως χωριστά για το φορτίο κοίτης με σύρση (bed load), για το φορτίο σε αιώρηση (suspended load) καθώς και *για* το συνολικό, φορτίο (total load). Ειδικότερα για το φορτίο σε αιώρηση συναντώνται στην ελληνική βιβλιογραφία (Κωτούλας, 1985) επίσης οι έννοιες αιωροπαροχή και αιωροφορτίο.

Μια άλλη έννοια που αναφέρεται στα αιωρούμενα φερτά υλικά είναι η συγκέντρωση ή περιεκτικότητα. Πρόκειται για το πηλίκο της μάζας αιωρούμενων φερτών υλών προς τον όγκο του νερού, π.χ. [kg/m^3].

16.3.1 Μετρήσεις της Στερεοπαροχής Κοίτης

Οι μετρήσεις της στερεοπαροχής κοίτης (λόγω σύρσης) παρουσιάζουν δυσκολίες, που οφείλονται στην ασυνεχή κίνηση των πυθμενικών υλικών υπό μορφή αμμοκυμάτων. Συνήθως χρησιμοποιούνται καλάθια ή κιβώτια από σύρμα, που αφήνονται πάνω στην κοίτη. Μέσω ενός ανοίγματος, που μπορεί να κλείνει, διέρχονται τα φερτά υλικά. Εάν διαιρεθεί το βάρος των "συλληφθέντων" υλικών δια του χρόνου της μέτρησης και του πλάτους του ανοίγματος (του συρματοκιβωτίου), λαμβάνεται η στερεοπαροχή κοίτης ανά μονάδα πλάτους.

Πολλές φορές είναι δυνατός ο προσδιορισμός του φορτίου κοίτης ενός ποταμού από την επιμέτρηση του δέλτα στην εκβολή του ποταμού σε μια φυσική ή τεχνητή λίμνη.

Όταν δεν υπάρχουν καθόλου μετρήσεις του φορτίου κοίτης, μπορεί να εκτιμηθεί αυτό εμπειρικά ως ποσοστό του φορτίου σε αιώρηση.

Σε υψηλές οροσειρές, κοντά στις πηγές ποταμών, έχουν διαπιστωθεί σχέσεις φορτίου κοίτης προς φορτίο σε αιώρηση από 1:1 έως 1:3. Σε χαμηλές οροσειρές και σε πεδιάδες, δηλ. στο μεσαίο και κατάντη τμήμα ενός ποταμού, το φορτίο κοίτης κυμαίνεται μεταξύ 3% και 25% του φορτίου σε αιώρηση.

16.3.2 Μετρήσεις της Στερεοπαροχής σε Αιώρηση

Η στερεοπαροχή σε αιώρηση προσδιορίζεται ως επί το πλείστον από την περιεκτικότητα δειγμάτων νερού ενός ποταμού σε αιωρούμενες ύλες.

Δειγματοληψίες μπορούν να γίνουν σε πολλά σημεία, πράγμα που απαιτεί πολύ χρόνο, ή σ' ένα μόνο σημείο. Τα σημεία των δειγματοληψιών βρίσκονται πάνω σε κατακόρυφες ευθείες μέσα σε μια διατομή ενός ποταμού. Αυτές οι κατακόρυφες μπορούν να απέχουν μεταξύ τους μέχρι 30 m.

Δείγματα από 1 μέχρι 5 ltr λαμβάνονται σε βάθη 0.8 h, 0.4 h, 0.2 h και 0.05 h, όπου h το ολικό βάθος ροής.

Επίσης είναι δυνατή η υποδιαίρεση μιας διατομής σε επιμέρους διατομές, από τις οποίες διέρχεται 1/6 έως 1/10 της ολικής παροχής, και η δειγματοληψία από το κέντρο βάρους κάθε επιμέρους διατομής.

Παράλληλα προς τον προσδιορισμό της περιεκτικότητας σε αιωρούμενες ύλες των δειγμάτων στα διάφορα σημεία μιας διατομής πρέπει να μετράται και η ταχύτητα του νερού στα σημεία αυτά. Από τις σημειακές ταχύτητες μπορεί να προσδιοριστεί η παροχή του ποταμού σε επιμέρους τμήματα της διατομής.

Έτσι π.χ., εάν *Ci* και *Qi* είναι η συγκέντρωση (ή περιεκτικότητα) των αιωρούμενων υλών και η επιμέρους παροχή αντίστοιχα στην κατακόρυφη i, τότε η συγκέντρωση αιωρούμενων υλών *C* ολόκληρης της διατομής δίδεται από τη σχέση :

$$C = \frac{\sum C_i Q_i}{\sum Q_i} \qquad (16.25)$$

Η στερεοπαροχή σε αιώρηση m_s ολόκληρης της διατομής δίδεται από τη σχέση:

$$m_s = CQ_i \qquad (16.26)$$

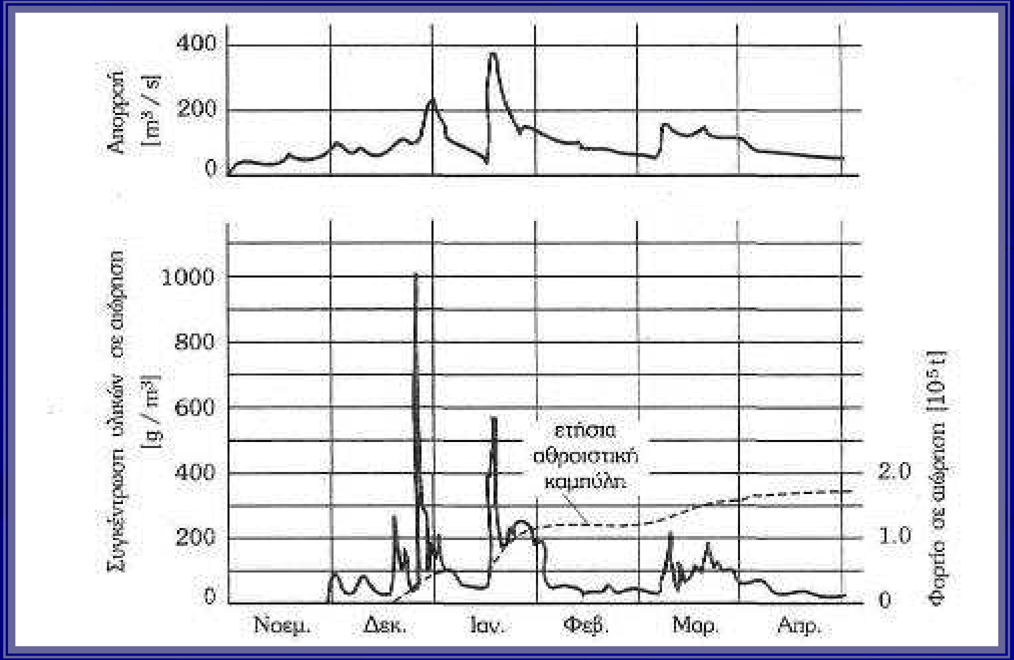
όπου *Q* η παροχή νερού ολόκληρης της διατομής.

Οι αποστάσεις ανάμεσα στις κατακόρυφες, όπου λαμβάνουν χώρα οι μετρήσεις, εξαρτώνται από το πλάτος b του ποταμού. Συνήθως η απόσταση αυτή είναι b/10 και π απόσταση των δύο ακραίων κατακόρυφων από τις όχθες λαμβάνεται ίση με b/20.

Η δειγματοληψία επιτυγχάνεται με συσκευές υπό μορφή φιαλών, που με τη βοήθεια σχοινιού αφήνονται σε διάφορα βάθη. Μέσω πτερυγίων η συσκευή διατάσσεται παράλληλα προς τη ροή. Η συσκευή αυτή έχει κάποιο άνοιγμα για την εισροή του νερού. Μετά την εισροή του νερού το άνοιγμα εισόδου μπορεί να κλείσει επιτόπου.

Για μεγάλες ταχύτητες νερού αρκεί κατά κανόνα η δειγματοληψία σ' ένα μόνο σημείο κοντά στην επιφάνεια του νερού, στο μέσο του ποταμού. Κατά τη διάρκεια πλημμυρών η συγκέντρωση αιωρούμενων υλών παίρνει μεγάλες τιμές. Μεγάλο μέρος του ετήσιου φορτίου σε αιώρηση μπορεί να μεταφερθεί κατά τη διάρκεια των λίγων ημερών μιας πλημμύρας. Γι' αυτό σε περιπτώσεις πλημμυρών συνιστάται, η δειγματοληψία να γίνεται ανά μικρά χρονικά διαστήματα.

Στο Σχ. 16.5 φαίνεται το υδρογράφημα και το αντίστοιχο "στερεογράφημα" αιωρούμενων υλών για έναν συγκεκριμένο σταθμό μετρήσεων (Herrenhausen/ Hannover, Γερμανία). Παρατηρούμε ότι το μέγιστο της συγκέντρωσης αιωρούμενων υλών προηγείται χρονικά του μέγιστου της απορροής. Ο ανωτέρω σταθμός μετρήσεων βρίσκεται στον ποταμό Leine. Για τη συμπλήρωση κενών που υπάρχουν στις μετρήσεις των αιωρούμενων υλών χρησιμοποιείται συχνά μια εξίσωση μη γραμμικής παλινδρόμησης ανάμεσα στη συγκέντρωση ή στη στερεοπαροχή σε αιώρηση και στην απορροή:



Σχ. 16.5: Υδρογράφημα και "στερεογράφημα" αιωρούμενων υλών (Maniak, 1988).

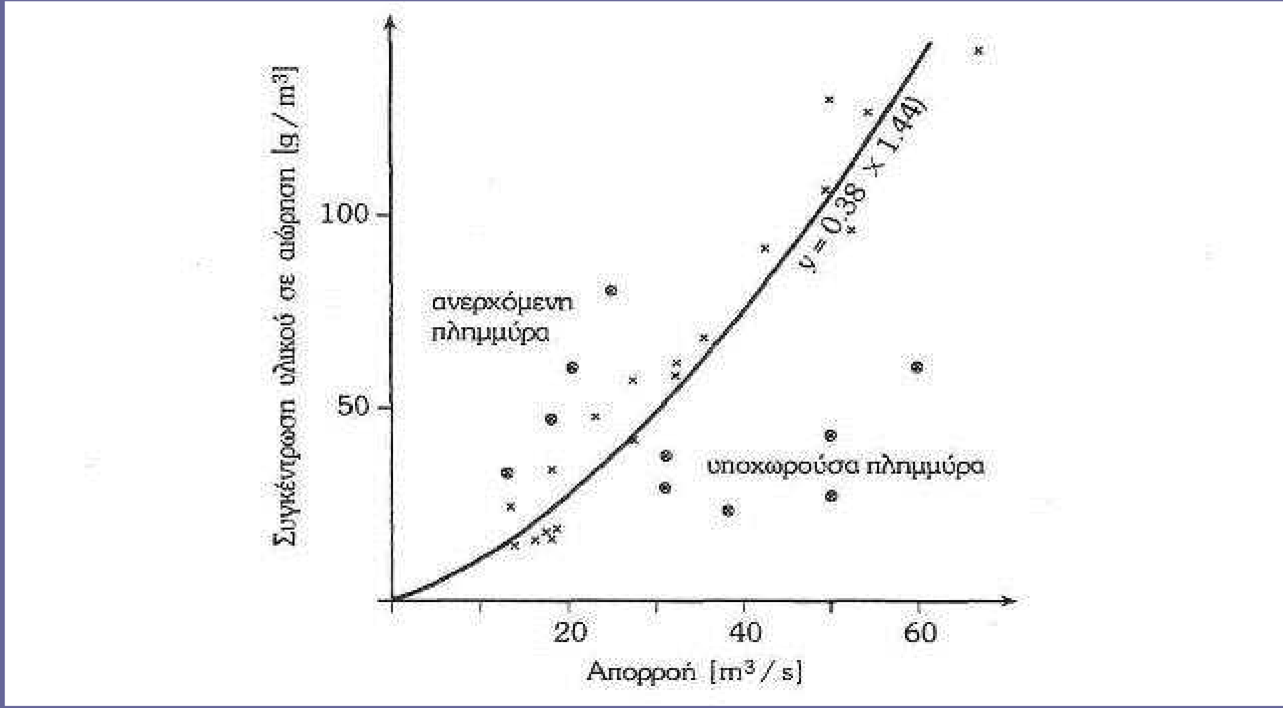
$$C = aQ^b \qquad (16.27)$$

$$m_s = aQ^b \qquad (16.28)$$

Λογαριθμίζοντας τη δεύτερη σχέση προκύπτει:

$$\log m_s = a + b \log Q \qquad (16.29)$$

Η γραφική παράσταση μιας τέτοιας σχέσης για τον σταθμό μετρήσεων Greene (στον οποίο αντιστοιχεί μια λεκάνη απορροής έκτασης 2916 km^2) στον ποταμό Leine (Γερμανία) φαίνεται στο Σχ. 16.6

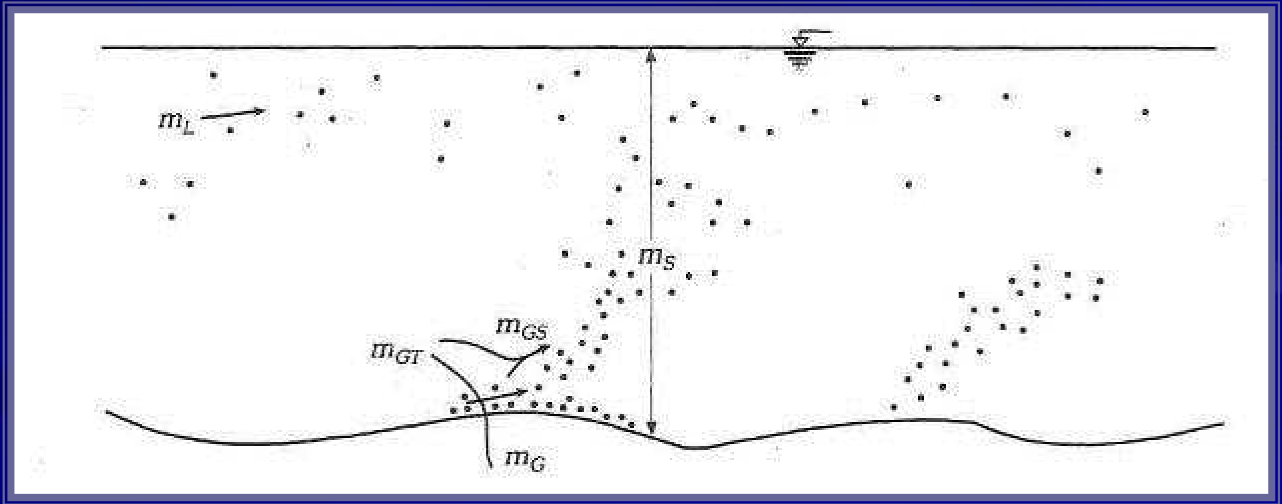


Σχ. 16.6: ***Γραφική παράσταση εξίσωσης μη γραμμικής παλινδρόμησης (Maniak, 1988).***

16.4 ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΣΤΕΡΕΟΠΑΡΟΧΗΣ

Στο υποκεφ. 16.2 έγινε διάκριση των φερτών υλών σύμφωνα με τον τρόπο μεταφοράς τους και με την επαφή τους (ή μη) με την κοίτη. Αντίστοιχα προς τις κατηγορίες φερτών υλών που αναφέρθηκαν στο εν λόγω υποκεφάλαιο, υπάρχουν οι ακόλουθες κατηγορίες στερεοπαροχών (Σχ. 16.7):

α. για το φορτίο κοίτης με σύρση m_G,
β. για το φορτίο κοίτης σε αιώρηση m_{GS},
γ. για το ολικό φορτίο κοίτης m_{GT},
δ. για το φορτίο απόπλυσης m_L,
ε. για το φορτίο σε αιώρηση m_s,
ζ. για το ολικό φορτίο m_F.



Σχ. 16.7: *Διαχωρισμός συνιστωσών στερεοπαροχής*

Για τα παραπάνω μεγέθη ισχύουν οι εξισώσεις:

$$m_{GT} = m_G + m_{GS} \qquad (16.30)$$

$$m_S = m_L + m_{GS} \qquad (16.31)$$

$$m_F = m_S + m_G = m_L + m_{GT} \qquad (16.32)$$

Η χρησιμότητα των διαφόρων συνιστωσών της στερεοπαροχής για την επίλυση τεχνικών προβλημάτων παρουσιάζεται στον Πίνακα 16.1.

Οι μέθοδοι υπολογισμού των συνιστωσών της στερεοπαροχής θα μπορούσαν να ενταχθούν σε έξι κατηγορίες:

I. Μέθοδοι υπολογισμού m_c.

II. Μέθοδοι υπολογισμού m_{GT} (χωρίς διάκριση για σύρση αιώρηση).

III. Μέθοδοι υπολογισμού ms (με δυνατότητα διάκρισης m_{GS}, m_L).

IV, V. Μέθοδοι υπολογισμού (με δυνατότητα διαχωρισμού και m_{GS}),

(IV. Χρειάζεται η συγκέντρωση σε κάποιο επίπεδο αναφοράς V. Δεν χρειάζεται συγκέντρωση).

VI. Μέθοδοι υπολογισμού m_F (με διαχωρισμό m_G, m_{GS}, και m_L)

Πιν. 16.1: ***Χρησιμότητα των συνιστωσών της στερεοπαροχής σε τεχνικά προβλήματα***

Πρόβλημα	Μέγεθος που χρησιμοποιείται
(i) Υπολογισμός χρόνου για την πλήρωση με φερτά υλικά ενός χαμηλού προφράγματος (low diversion dam)	m_G
(ii) Υπολογισμός χρόνου για την πλήρωση με φερτά υλικά ενός κανονικού προφράγματος	m_{GT}
(iii) Υπολογισμός νεκρού όγκου ταμιευτήρα	m_{GT} ή m_F
(iv) Σχεδιασμός αντλητικών συγκροτημάτων που χρησιμοποιούν την παροχή του ρεύματος	m_{GS} ή m_{GT}
(v) Σχεδιασμός υδροληψίας από το ρεύμα	m_{GS} ή m_S
(vi) Διευθέτηση υδατορεύματος	m_{GT}
(vii) Σχεδιασμός εγκαταστάσεων επεξεργασίας νερού	m_L
(viii) Μελέτες απομάκρυνσης των φερτών (Dredging)	m_{GT}

Οι περισσότερες μέθοδοι υπολογισμού της στερεοπαροχής αφορούν το φορτίο κοίτης με σύρση (bed load), το φορτίο σε αιώρηση (suspended load) και το συνολικό φορτίο (total load).

Τα δεδομένα που απαιτούνται για τις ανωτέρω κατηγορίες μεθόδων είναι:

1. Κοκκομετρική καμπύλη του υλικού του πυθμένα με τις χαρακτηριστικές διαμέτρους που συνήθως χρησιμοποιούνται (π.χ. d_m, d_{50}, d_{35}, d_{65} , d_{90})
2. Ειδικό βάρος του υλικού του πυθμένα.
3. Διατομή και μηκοτομή του υδατορεύματος για τον υπολογισμό μεγεθών όπως η υδραυλική ακτίνα, η βρεχόμενη περίμετρος, το εμβαδόν υγρής διατομής και η κλίση του πυθμένα.
4. Παροχή υδατορεύματος.
5. Θέση (απόσταση από τον πυθμένα) στην οποία η συγκέντρωση των φερτών υλών είναι γνωστή.

Η μεταφορά του υλικού κοίτης (bed material load), με σύρση ή σε αιώρηση, σχετίζεται με διαδικασίες που λαμβάνουν χώρα στην κοίτη (διάβρωση, απόθεση) και εξαρτάται τόσο από υδραυλικές παραμέτρους (παροχή, βάθος ροής, ταχύτητα, κλίση πυθμένα) όσο και από παραμέτρους του υλικού (κοκκομετρική καμπύλη). Αντίθετα, το φορτίο απόπλυσης (wash load) δεν εξαρτάται απευθείας από αυτές τις παραμέτρους, γι’ αυτόν τον λόγο δεν λαμβάνεται συνήθως υπόψη στους υπολογισμούς.

Η πλειονότητα των υπολογιστικών εξισώσεων της στερεοπαροχής αναπτύχθηκε με βάση εργαστηριακές έρευνες, κατά τις οποίες επικρατούσαν οι ακόλουθες συνθήκες:

(1) Η μορφή και το μέγεθος της διατομής του ανοικτού αγωγού δεν μεταβαλλόταν.

(2) Η ροή ήταν ομοιόμορφη και σταθερή (μόνιμη).

(3) Ο άξονας του αγωγού ήταν ευθύς.

(4) Το πλάτος του ανοικτού αγωγού ήταν πολύ μεγαλύτερο από το βάθος ροής, έτσι ώστε η επίδραση των πλευρικών τοιχωμάτων μπορούσε να θεωρηθεί αμελητέα.

(5) Το υλικό της κοίτης ήταν σχετικά ομοιόμορφο, όσον αφορά τη διάμετρο των κόκκων και μη συνεκτικό.

Ως εκ τούτου η ισχύς των εξισώσεων αυτών περιορίζεται στις πιο πάνω συνθήκες.

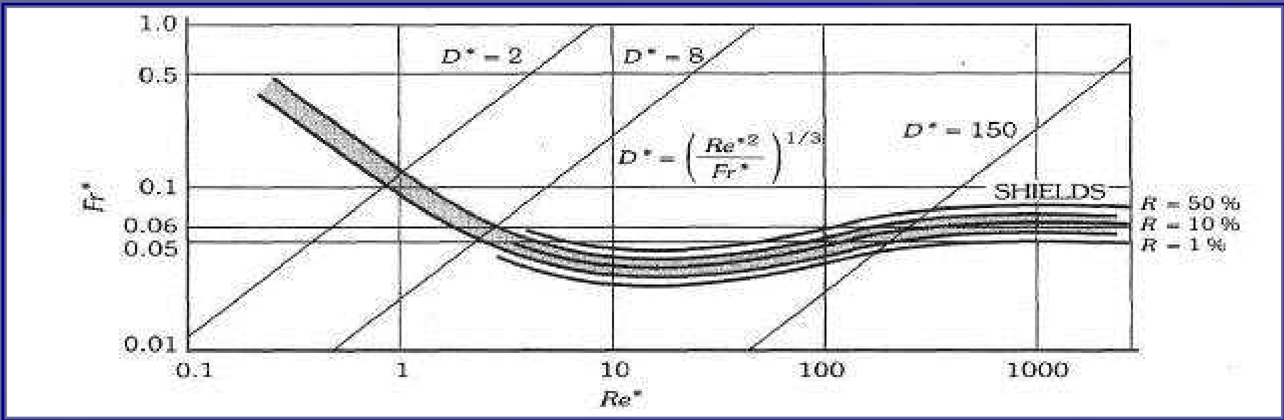
16.4.1 Μέθοδοι Υπολογισμού Στερεοπαροχής Κοίτης

Για τον υπολογισμό της στερεοπαροχής κοίτης (λόγω σύρση) υπάρχει μια πλειάδα ημιεμπειρικών εξισώσεων που ισχύουν για ορισμένες τιμές των υδραυλικών παραμέτρων καθώς και των παραμέτρων των φερτών υλών. Πολλές από τις εξισώσεις αυτές βασίζονται στη σύγκριση ανάμεσα στην κρίσιμη συρτική τάση (τ_{0cr}), που χαρακτηρίζει την έναρξη μεταφοράς του υλικού της κοίτης, και στην προς στιγμή επικρατούσα τιμή της (τ_0).

Το κλασικότερο διάγραμμα, από το οποίο μπορούμε να υπολογίσουμε τιμές της κρίσιμης συρτικής τάσης ως συνάρτηση της διαμέτρου των κόκκων του υλικού κοίτης, είναι το διάγραμμα του Shields (1936). Πρόκειται για μια γραφική παράσταση (Σχ. 16.8) της συνάρτησης:

$$\frac{\tau_0}{(\rho_F - \rho_w)\, g\, d_{ch}} = f\left(\frac{V_0^*\, d_{ch}}{\nu}\right) \quad \text{ή} \quad F_r^* = f(Re^*) \qquad (16.33)$$

τ_0 : συρτική τάση [N/m2],
ρ_F : πυκνότητα φερτών υλών [kg/m3],
ρ_w : πυκνότητα νερού [kg/m3],
g : επιτάχυνση βαρύτητας [m/s2],
d_{ch} : χαρακτηριστική διάμετρος κόκκων [m],
: ταχύτητα τριβής [m/s],
ν : κινηματικό ιξώδες του νερού [m2/s],
: αριθμός Froude για φερτές ύλες,
Re^* : αριθμός Reynolds για φερτές ύλες.



Σχ. 16.8 Διάγραμμα Shields, συμπληρωμένο κατά Zanke (1990) (R: "κίνδυνος" μετακίνησης).

Τύποι υπολογισμού φορτίου κοίτης (με σύρση) παραθέτονται σ' όλα τα συγγράμματα μεταφοράς φερτών υλών (π.χ. Graf, 1971).
Στο παρόν κεφάλαιο θα περιοριστούμε στην εξίσωση των Meyer - Peter και Muller (1949), που μέχρι σήμερα εξακολουθεί να κατέχει μια πολύ καλή θέση ανάμεσα στις διάφορες εξισώσεις εκτίμησης του φορτίου κοίτης.

Εξίσωση των Meyer-Peter και Muller (1949)
Μπορεί να γραφεί με την ακόλουθη απλοποιημένη μορφή :

$$m_G = \frac{8}{g}\,\frac{\rho_F}{\rho_F - \rho_w}\sqrt{\frac{1}{\rho_w}}\left(\rho_w\, g\, I_R\, R_s - 0.047\,\rho'\,\rho_w\, g\, d_m\right)^{3/2} \quad (16.34)$$

$$m_G = \frac{8}{g}\,\frac{\rho_F}{\rho_F - \rho_w}\sqrt{\frac{1}{\rho_w}}\left(\tau_0 - \tau_{0cr}\right)^{3/2}, \quad (16.35)$$

Όπου:

m_G : στερεοπαροχή κοίτης ανά μονάδα πλάτους [kg/m.s],

$I_R = \left(\frac{k_{st}}{k_r}\right)^{3/2} I$: κλίση γραμμής ενέργειας λόγω τριβής,

I : συνολική κλίση γραμμής ενέργειας [-],

$$k_{st}$$: συντελεστής τραχύτητας κατά Stockier [m1/3/s], (ολική τραχύτητα, βλ. Εξ. 16.17),

$$k_r = \frac{26}{d_{90}^{1/6}}$$: συντελεστής τραχύτητας κόκκων [$m^{1/3}/s$], d_{90} σε [m],

$$R_s = h\,\frac{Q_s}{Q}$$: υδραυλική ακτίνα εκείνου του τμήματος της διατομής που επηρεάζει την κίνηση στην κοίτη [m],

h : βάθος ροής [m],
Q : παροχή ολόκληρης της διατομής [m^3/s],
Q_s : παροχή εκείνου του τμήματος της διατομής που επηρεάζει την κίνηση φερτών υλών στην κοίτη [m3/s],

$$d_m = \frac{\sum d_i \Delta p}{100}$$: μέση διάμετρος κόκκων [m],

$$d_i$$: αριθμητικός μέσος όρος για την ομάδα κόκκων i,

$$d_i = \frac{d_{i\min} + d_{i\max}}{2}$$

Δp:. ποσοστό της ομάδας κόκκων i στο συνολικό υλικό,

$$\rho' = \frac{\rho_F - \rho_w}{\rho_w}$$

: σχετική πυκνότητα φερτών υλών,

τα p_F και p_w έχουν ήδη οριστεί προηγουμένως [kg/m^3],

τ_{0cr} **: κρίσιμη συρτική τάση [N/m^2],**

τ_0 **: στιγμιαία συρτική τάση [N/m^2].**

Η εισαγωγή της υδραυλικής ακτίνας *Rs* στην Εξ. 16.34 έγινε, για να ληφθεί υπόψη και η τραχύτητα των πλευρικών τοιχωμάτων του ανοικτού αγωγού, όπως ήδη αναφέρθηκε στην παράγραφο 16.1.5.

Στην ίδια παράγραφο δείχτηκε, πως μπορεί να υπολογιστεί η υδραυλική ακτίνα *Rs*, όταν είναι γνωστό το διάγραμμα των ισοταχών. Ο λόγος συχνά παίρνεται ίσος με 0.8 κατά προσέγγιση ή με 1 σε πλατείς αγωγούς.

Η εισαγωγή της κλίσης τριβής *IR* έγινε, γιατί μόνο ένα μέρος της διατιθέμενης ενέργειας καταναλίσκεται για τη μετακίνηση των φερτών υλών.

16.4.2 Υπολογισμός Στερεοπαροχής σε Αιώρηση

Αντίθετα προς τη στερεοπαροχή κοίτης, η στερεοπαροχή σε αιώρηση *ms* σε μια διατομή ενός υδατορεύματος δεν υπολογίζεται κατά κανόνα άμεσα, αλλά έμμεσα με ολοκλήρωση του γινομένου των κατανομών κατά το βάθος της συγκέντρωσης C(y) των αιωρούμενων φερτών υλών και της ταχύτητας ροής V(y)*:*

$$m_s = \int_{y=a}^{y=h} C(y) \cdot V(y) \cdot dy \qquad (16.36)$$

Οι διαστάσεις των μεγεθών έχουν ως εξής:

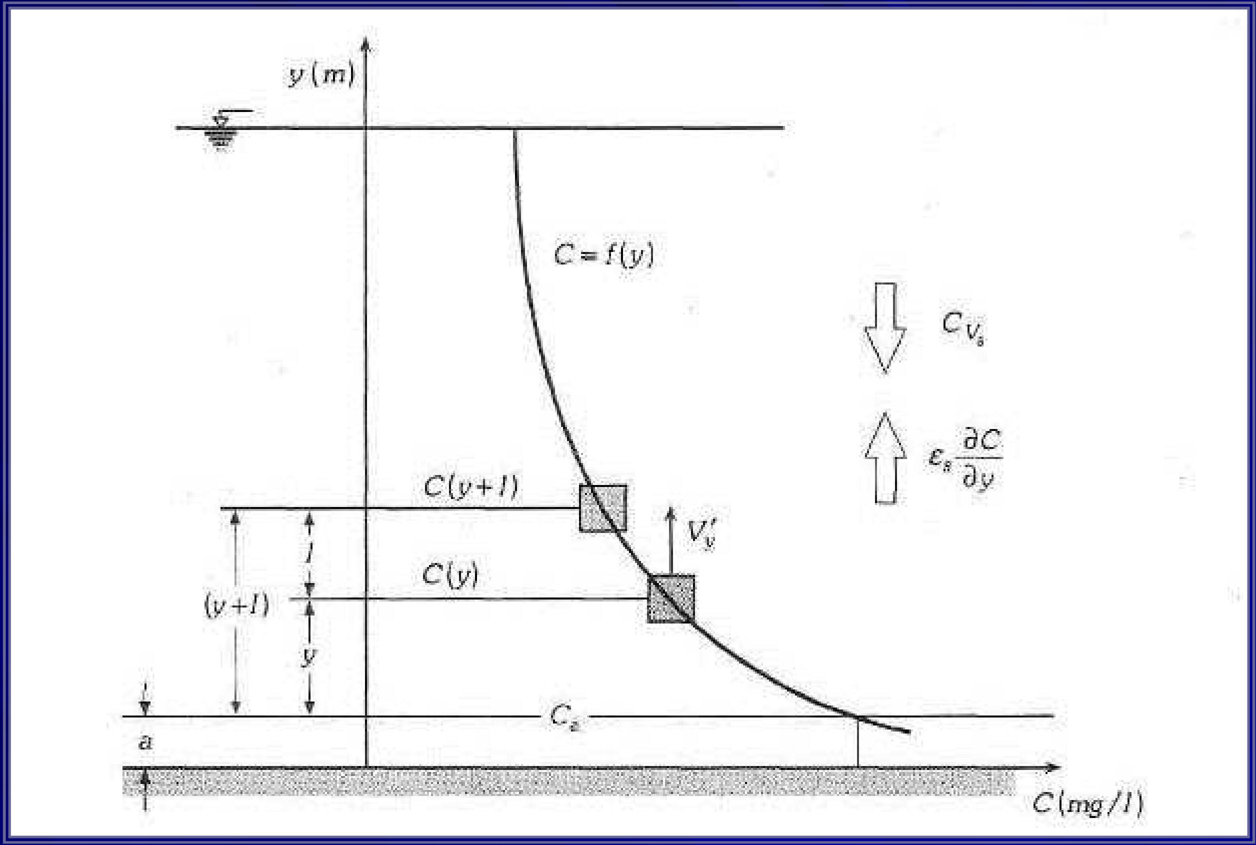
$$C : \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \right], \quad V : \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \right] \quad \text{και} \quad m_s : \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}} \right]$$

h[m] είναι, το βάθος ροής και a [m] μια μικρή απόσταση από την κοίτη

Για την κατανομή της συγκέντρωσης C(y) υπάρχουν διάφορες θεωρίες, από τις οποίες η παλαιότερη και η πλέον διαδεδομένη είναι η θεωρία διάχυσης (Σχ. 16.9).

Ως γνωστό, η ταχύτητα του νερού σ' έναν ανοικτό αγωγό μειώνεται από την ελεύθερη επιφάνεια του προς την κοίτη λόγω ακριβώς της επίδρασης της κοίτης. Όταν υπάρχουν φερτές ύλες σε αιώρηση, τότε η συγκέντρωση αυτών των υλών αυξάνεται από την επιφάνεια προς την κοίτη ένεκα της μεγαλύτερης πυκνότητας των αιωρούμενων σωματιδίων σε σχέση προς την πυκνότητα του νερού. Το τυρβώδες της ροής είναι η αιτία για το ότι δεν καθιζάνουν όλα τα στερεά σωματίδια στην κοίτη.
Η τυρβώδης ροή χαρακτηρίζεται εν γένει από το γεγονός, ότι εκτός από την κύρια κίνηση λαμβάνουν χώρα κινήσεις της μάζας του ρευστού κάθετα προς τη διεύθυνση ροής.

Έστω ότι μια ορισμένη μάζα ρευστού, με συγκέντρωση C φερτών υλών σε αιώρηση, κινείται από τη θέση y προς τα άνω κατά το διάστημα l μαζί μ' έναν στροβιλισμό. Αυτός ο στροβιλισμός, που διευθύνεται προς τα άνω, θα μεταφέρει περισσότερα στερεά σωματίδια από εκείνα που μεταφέρει ένας άλλος στροβιλισμός ίδιου μεγέθους, που κινείται από τη θέση $y + l$ προς τα κάτω στη θέση y



Σχ. 16.9: ***Τυρβώδης διάχυση (Vetter, 1992)***

Τούτο οφείλεται στη χαμηλότερη συγκέντρωση στη θέση *y + l.* Επομένως υπάρχει μια χάση προς εξάλειψη των διαφορών της συγκέντρωσης στις διάφορες θέσεις, δηλ. προς εξισορρόπηση της συγκέντρωσης. Παράλληλα, τα στερεά σωματίδια κινούνται προς τα κάτω με ταχύτητα (καθίζησης) *Vs.*

Η διαδικασία, που περιγράφηκε παραπάνω, συνεχίζεται μέχρις ότου επιτευχθεί μια κατάσταση ισορροπίας ανάμεσα στη μεταφορά φερτών υλών προς τα άνω λόγω τυρβώδους και στη μεταφορά προς τα κάτω λόγω βαρύτητας. Αυτή η κατάσταση ισορροπίας εκφράζεται μαθηματικά από την εξίσωση:

$$V_s C + \varepsilon_s \frac{dC}{dy} = 0, \qquad (16.37)$$

όπου είναι ο συντελεστής διάχυσης που αναφέρεται στην ανταλλαγή φερτών υλών. Εκτός από τον συντελεστή *ε5* υπάρχει και ο συντελεστής διάχυσης ε*m* που αναφέρεται στην ανταλλαγή της ορμής.
Μεταξύ των δύο συντελεστών διάχυσης υφίσταται η αναλογία:

$$\varepsilon_s = \beta \varepsilon_m \qquad \text{(Rouse, 1937)} \qquad (16.38)$$

Ο συντελεστής διάχυσης ε*m* μεταβάλλεται κατά την κατακόρυφη διεύθυνση σύμφωνα με την εξίσωση:

$$\varepsilon_m = V_0^* K y \frac{h-y}{h} \qquad (16.39)$$

(*K:* σταθερά Von Karrnan).

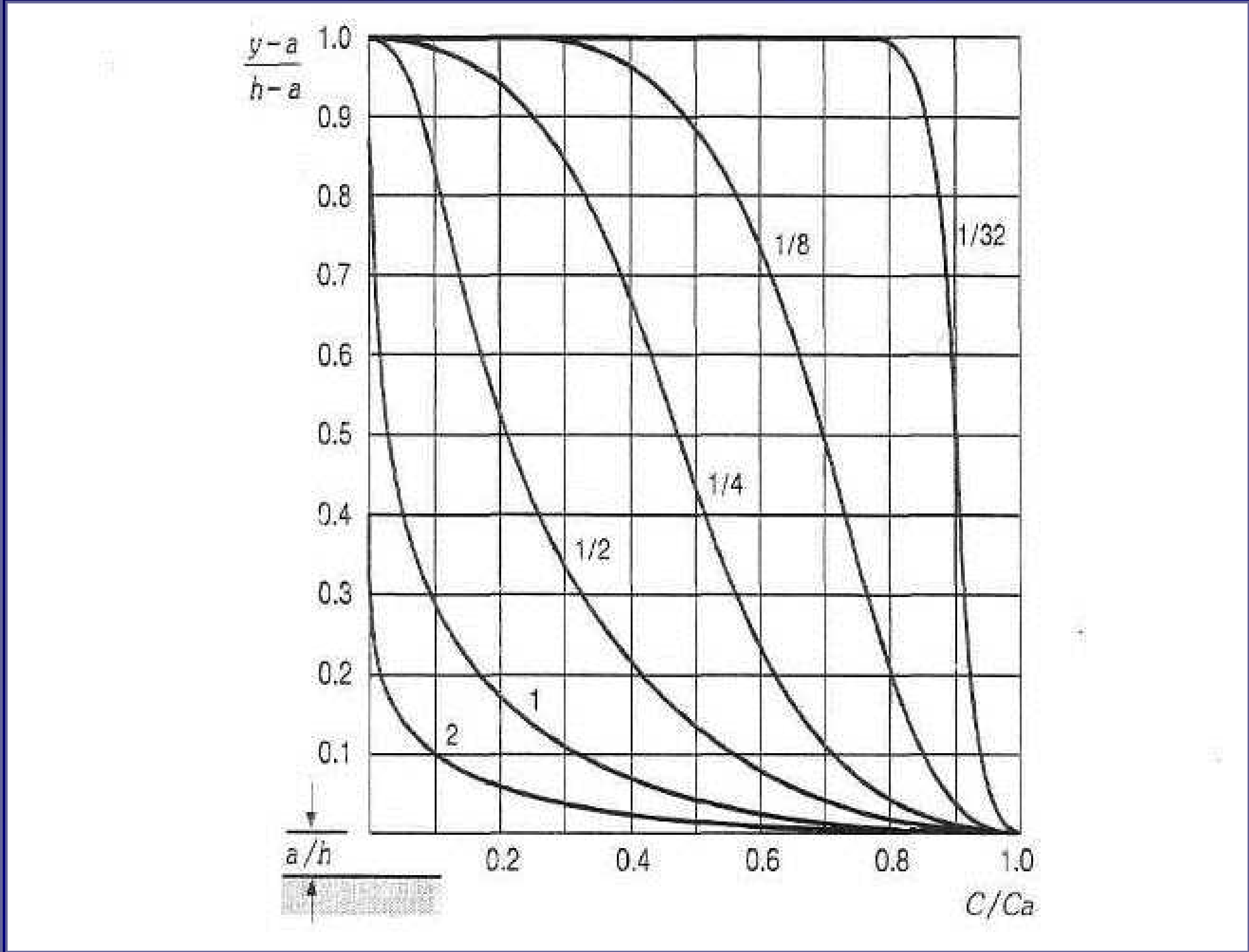
Αντικαθιστώντας την τιμή του συντελεστή από τις Εξ. 16.38 και 16.39 στην Εξ. 16.37 παίρνουμε ως λύση της τελευταίας εξίσωσης την κατακόρυφη κατανομή της συγκέντρωσης των αιωρούμενων υλών :

$$\frac{C}{C_a} = \left(\frac{h-y}{y} \frac{a}{h-a} \right)^z, \qquad \text{(Rouse, 1937)} \qquad (16.40)$$

όπου ο εκθέτης *z* δίδεται από τη σχέση:

$$z = \frac{V_s}{\beta K V_0^*} \qquad (16.41)$$

Το Σχ. 16.10 δείχνει την κατανομή της συγκέντρωσης των αιωρούμενων υλών για διάφορες τιμές του z. Ca είναι η συγκέντρωση αναφοράς σε μια μικρή απόσταση a από την κοίτη. Πρόκειται δηλ. για μια οριακή συνθήκη, που είναι απαραίτητη για τον προσδιορισμό της σταθεράς ολοκλήρωσης κατά την επίλυση της Εξ. 16.37. Από τα ανωτέρω προκύπτει ότι η κατακόρυφη κατανομή της συγκέντρωσης δεν μπορεί να υπολογιστεί.

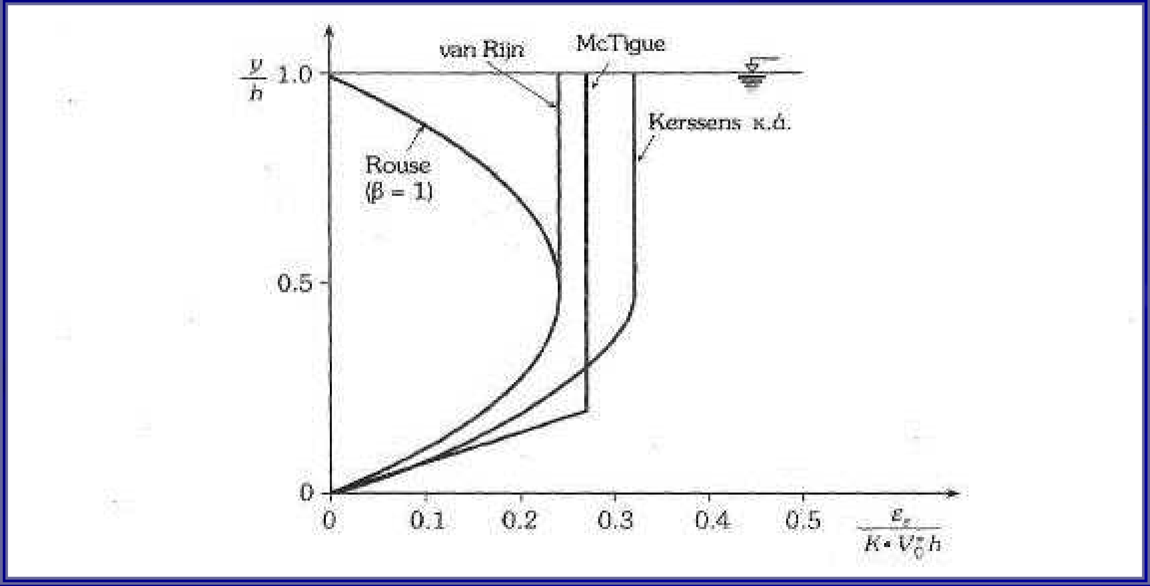


Σχ. 16.10: ***Σχετική κατανομή συγκέντρωσης αιωρούμενων φερτών υλών για διάφορες τιμές του***

απόλυτα, αλλά σε σχέση προς μια συγκέντρωση αναφοράς *Ca.* Ο εκθέτης *z* ονομάζεται αριθμός για αιωρούμενες φερτές ύλες ή αριθμός Rouse. Η σταθεροί αναλογίας *β* παίρνεται συνήθως ίση προς 1.

Η κατανομή του συντελεστή διάχυσης κατά το βάθος ροής, σύμφωνα με τη θεωρία του Rouse, είναι παραβολική. Σύμφωνα όμως με θεωρίες που αναπτύχθηκαν αργότερα (π.χ. van Rijn, 1982 - McTigue, 1981 - Kerssens et al., 1979), ο συντελεστής διάχυσης *ε£* παρουσιάζει δύο χαρακτηριστικές κατανομές:

Στο κάτω στρώμα της ροής, με πάχος μεταξύ 0.2 *h* και 0.5 *h* (όπου *h το* συνολικό βάθος ροής), η κατανομή του συντελεστή διάχυσης είναι πάλι παραβολική ή γραμμική και στο άνω στρώμα της ροής η τιμή του παραμένει σταθερή (Σχ. 16.11). Οι θεωρίες αυτές είναι γνωστές ως μοντέλα δύο στρωμάτων (στιβάδων).



Σχ. 16.11: ***Μεταβολή του συντελεστή διάχυσης κατά το βάθος ροής σύμφωνο με διάφορες θεωρίες***

16.4.3 Μέθοδοι Υπολογισμού Ολικής Στερεοπαροχής

Λόγω των δυσκολιών που παρουσιάζονται κατά τον διαχωρισμό των φερτών υλών σε φορτίο κοίτης με σύρση και φορτίο σε αιώρηση καθώς και κατά τον προσδιορισμό της συγκέντρωσης αναφοράς, ο υπολογισμός της ολικής στερεοπαροχής αποκτά ιδιαίτερη σημασία.

Τα μοντέλα ολικής στερεοπαροχής θα μπορούσαν να ενταχθούν σε μια από τις παρακάτω τρεις κατηγορίες (Vetter, 1992):

α. στοχαστικά μοντέλα και μοντέλα παλινδρόμησης.

β. μοντέλα ενέργειας και ισχύος,

γ. μοντέλα συρτικής τάσης.

Οι υπολογιστικές εξισώσεις των μοντέλων αυτών ισχύουν για τις συνθήκες (υδραυλικές, κοκκομετρικές κλπ.}, κάτω από τις οποίες αναπτύχθηκαν.

Στοχαστικά μοντέλα και μοντέλα παλινδρόμησης

Μια βασική μέθοδος, σύμφωνα με την οποία η μεταφορά φερτών υλών αντιμετωπίζεται ως πρόβλημα πιθανότητας, αναπτύχθηκε από τον *Einstein (1950).* Αυτός θεωρεί την πιθανότητα απόσπασης από την κοίτη, λόγω της ροής, ενός κόκκου με αντιπροσωπευτική διάμετρο , (ο δείκτης *i* αναφέρεται στην ομάδα κόκκων *i*):

$$p_i = \frac{A_{*i}\,\Phi_{*i}}{1 + A_{*i}\,\Phi_{*i}} = 1 - \sqrt{\pi} \int_{-B_{*i}\Psi_{*i} - \frac{1}{\eta_0}}^{B_{*i}\Psi_{*i} - \frac{1}{\eta_0}} e^{-t^2}\,dt \qquad (16.42)$$

Η ανωτέρω εξίσωση παρέχει τη σχέση ανάμεσα σε δύο αδιάστατα μεγέθη, στην "ένταση μεταφοράς φορτίου κοίτης (με σύρση)" και στην "ένταση διάτμησης" της ροής. Το αδιάστατο μέγεθος αναφέρεται λοιπόν στη στερεοπαροχή κοίτης (με σύρση), ενώ το αποτελεί μέτρο του λόγου W_b/F_L, όπου W_b το βυθισμένο βάρος των κόκκων και F_L η υδροδυναμική άνωση πάνω στους κόκκους (Παρθενιάδης, 1977).

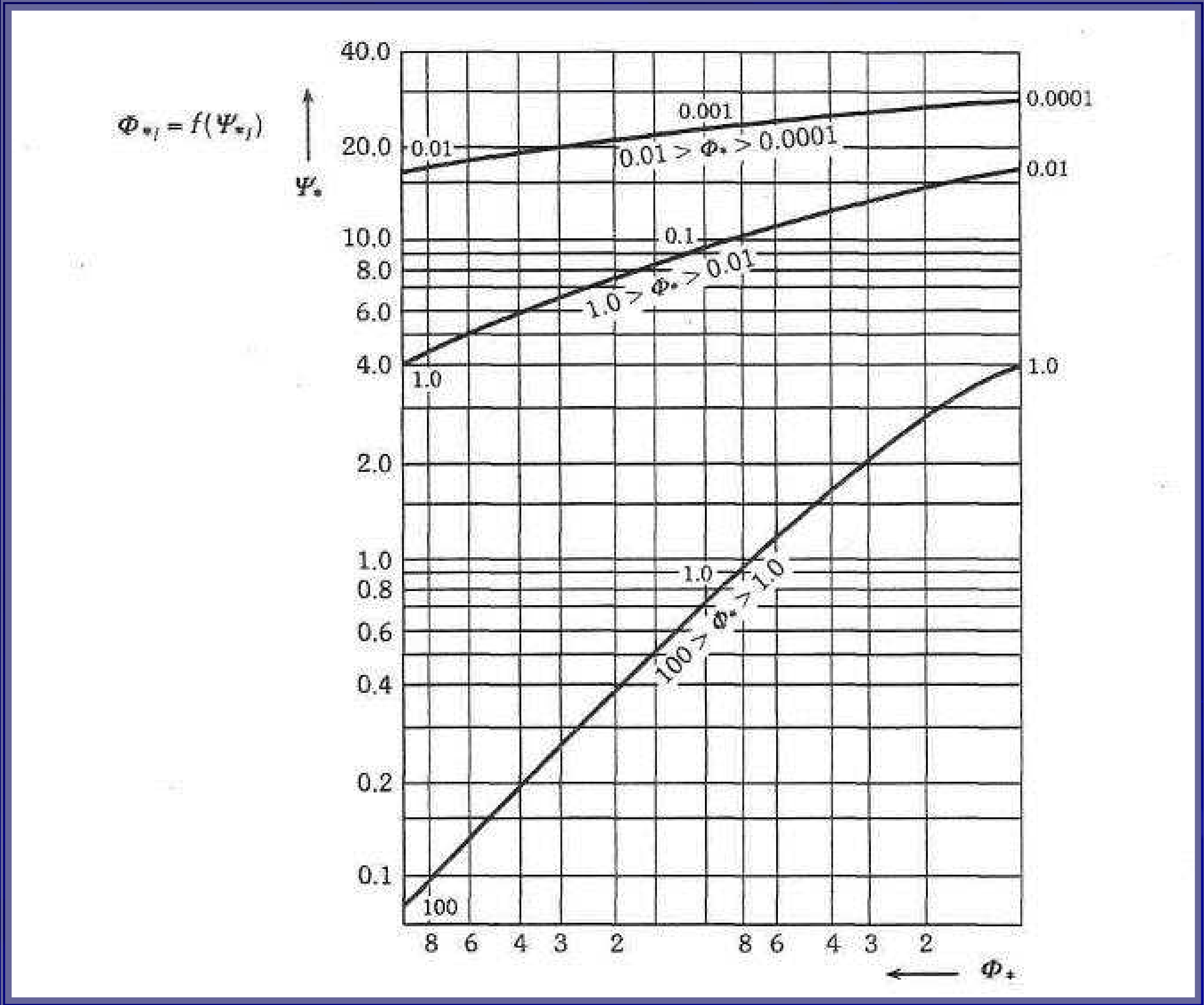
Η στερεοπαροχή κοίτης *qGi*, σύμφωνα με τη μέθοδο του Einstein, σε βάρος ανά μονάδα χρόνου και πλάτους του ανοικτού αγωγού [N/m · s] δίδεται από τη σχέση:

$$q_{Gi} = \Phi_{*i}\, p_i\, \rho_F\, g^{3/2}\, d_i^{3/2}\, \rho'^{1/2} \qquad (16.43)$$

Για τους εμπειρικούς συντελεστές της Εξ. 16.42 ο Einstein βρήκε από πειράματα στο εργαστήριο τις τιμές = 27.0, = 0.156 και 1/n0 = 2.0.

Το μέγεθος μπορεί να βρεθεί ως συνάρτηση του βάσει του Σχ. 16.12. Η συνάρτηση = f () μπορεί όμως να περιγραφεί και από μαθηματικές εξισώσεις (π.χ. Shulits και Hill, 1968).

Το αδιάστατο μέγεθος , που αναφέρεται σε μια ορισμένη ομάδα κόκκων, προκύπτει από το αδιάστατο μέγεθος *Ψ*, που αναφέρεται σ' έναν ορισμένο κόκκο, μετά από εφαρμογή διορθωτικών συντελεστών (βλέπε π.χ. DVWK, 1988). Η "ένταση διάτμησης" *Ψ* της ροής ορίζεται από την ακόλουθη σχέση:



Σχ. 16.12: *Γραφική παράσταση της συνάρτησης = f() κατά Einstein (1950)*

$$\Psi = \rho' \frac{d}{R' I} \qquad (16.44)$$

d : διάμετρος κόκκου [m],
I : κλίση πυθμένα [-],
ρ' ·. σχετική πυκνότητα υλικού κοίτης,
R' : υδραυλική ακτίνα αναφερόμενη στην τραχύτητα λόγω κόκκων, [m], (βλέπε υποκεφ. 16.1.5).

Ο υπολογισμός της στερεοπαροχής σε αιώρηση για κάθε ομάδα κόκκων επιτυγχάνεται με τη βοήθεια της Εξ. 16.36, όπου εφαρμόζεται η σχετική κατανομή συγκέντρωσης αιωρούμενων υλών κατά Rouse (1937) και η λογαριθμική κατανομή ταχύτητας κατά Keulegan (1938). Στον αριθμό για αιωρούμενες ύλες *z* (Εξ. 16.41), η ταχύτητα τριβής αντικαθίσταται από την ', που αναφέρεται στην τραχύτητα λόγω κόκκων (βλ. παράγραφο 16.1.5). Τελικά, μετά από μερικούς μετασχηματισμούς προκύπτει η στερεοπαροχή σε αιώρηση, για την ομάδα κόκκων i, σε βάρος ανά μονάδα χρόνου και πλάτους [N/m s], όταν η συγκέντρωση αναφοράς δίδεται σε βάρος ανά μονάδα όγκου [N/m^3]:

$$q_{si} = 11.6\, V_0^{*\prime}\, C_a\, a \left[2.3 \log\left(30.2 \frac{h \cdot x}{k_s} \right) I_{1i} + I_{2i} \right] \qquad (16.45)$$

Σ΄ αυτήν την εξίσωση x είναι ένας διορθωτικός συντελεστής για τη μεταβατική κατάσταση ανάμεσα στην υδραυλικά λεία και στην υδραυλικά τραχεία κοίτη, που εξαρτάται από το πάχος της στρωτής υποστιβάδας. Την ισοδύναμη τραχύτητα άμμου k_s θέτει ο Einstein ίση προς d_{65}. Οι συναρτήσεις ολοκληρωμάτων και δίδονται από τις εξισώσεις:

$$I_{1i} = 0.216 \frac{n_{ai}^{z_i - 1}}{(1 - n_{ai})^{z_i}} \int_{n_{ai}}^{1} \left(\frac{1-n}{n} \right)^{z_i} dn \qquad (16.46)$$

$$I_{2i} = 0.216 \frac{n_{ai}^{z_i - 1}}{(1 - n_{ai})^{z_i}} \int_{n_{ai}}^{1} \left(\frac{1-n}{n} \right)^{z_i} \ln n \, dn \qquad (16.47)$$

Η μεταβλητή n στις ανωτέρω εξισώσεις παριστάνει ένα "αδιάστατο" βάθος ροής, δηλ. $n = y/h$. Τα μεγέθη και δίδονται από τις σχέσεις:

$$n_{ai} = \frac{2d_i}{h}, \quad \text{όπου} \quad d_i = \sqrt{d_{i\max} \cdot d_{i\min}} \qquad (16.48)$$

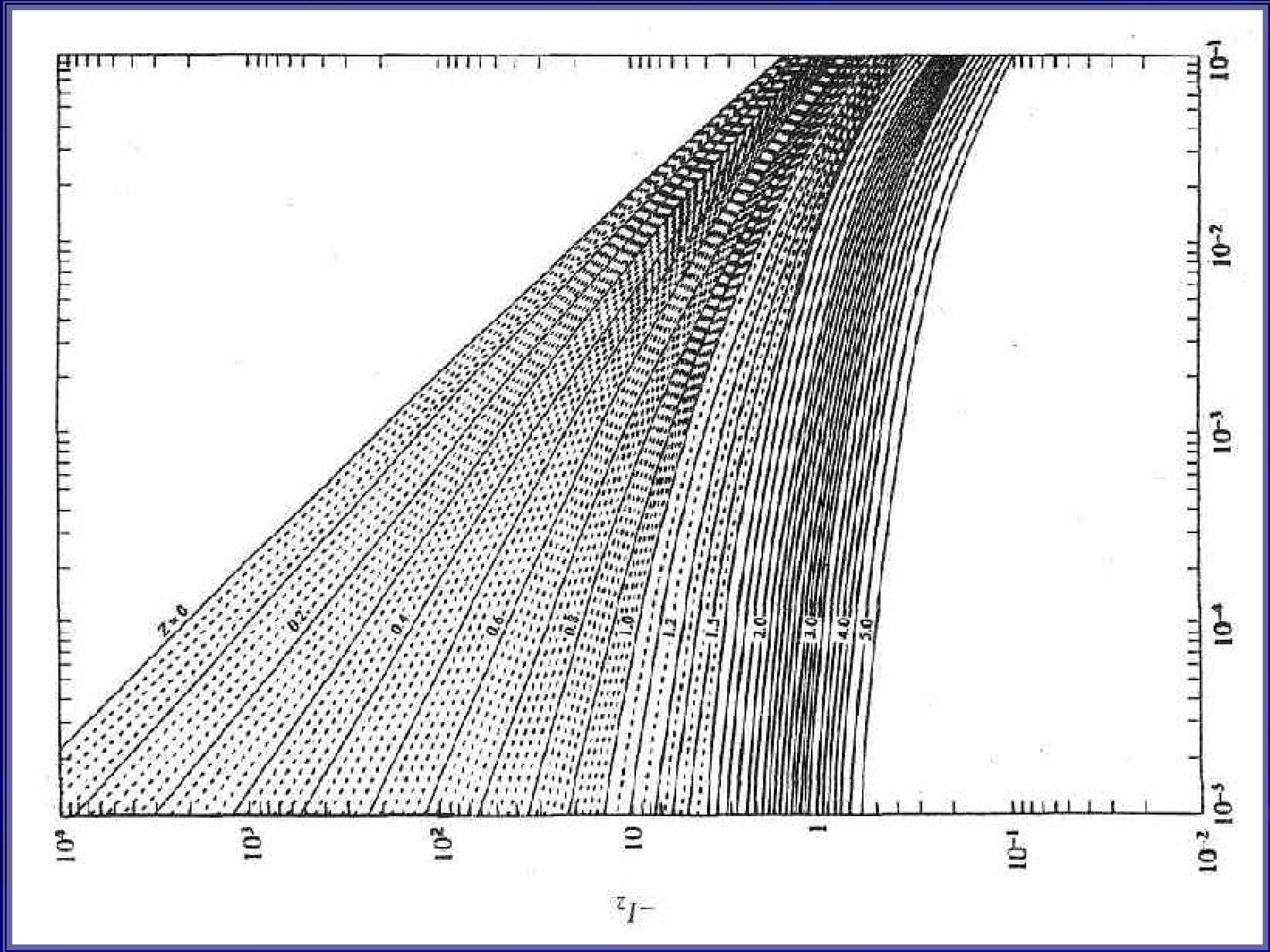
$$z_i = \frac{V_{si}}{0.4 V_0^*} \qquad (16.49)$$

Εάν παραστήσουμε το ολοκλήρωμα της Εξ. 16.46 με και το ολοκλήρωμα της Εξ. 16.47 με , τότε οι τιμές αυτών των ολοκληρωμάτων, συναρτήσει των και, δίδονται από τα διαγράμματα των Σχ. 16.13 και 16.14 αντίστοιχα. Επίσης, οι τιμές των εν λόγω ολοκληρωμάτων μπορούν να υπολογιστούν αριθμητικά με τον κανόνα του Simpson.

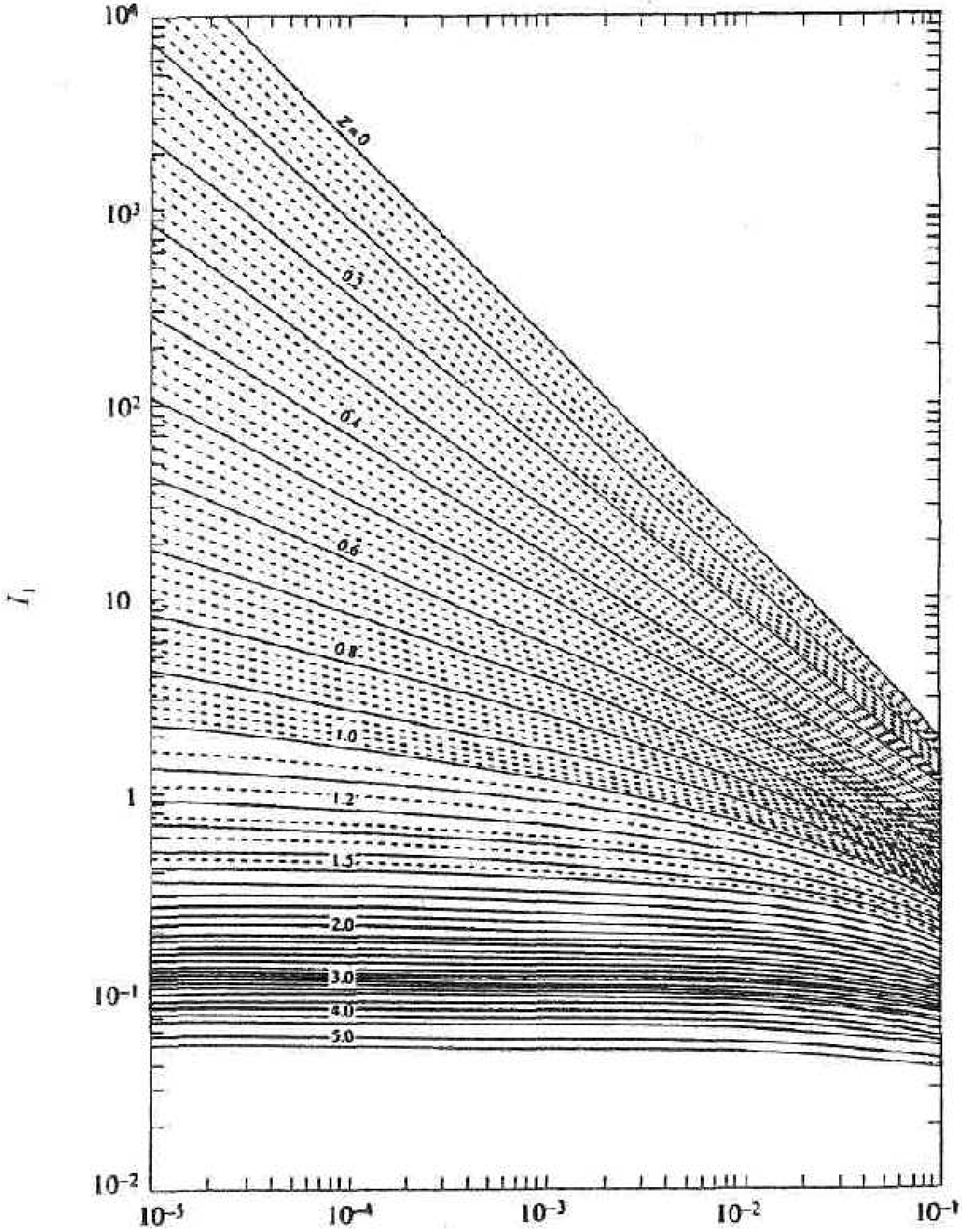
Η ολική στερεοπαροχή για την ομάδα κόκκων i σε βάρος ανά μονάδα χρόνου και πλάτους [N/m * s] δίδεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$q_{Fi} = q_{Gi}(PI_{1i} + I_{2i} + 1) \qquad (16.50)$$

$$P = 2.3 \log\left(30.2 \frac{hx}{k_s}\right)$$



Σχ. 16.14: *Ολοκλήρωμα I_2 (Einstein) ως συνάρτηση των $n_Δ$ και z.*



Σχ. 16.13: *Ολοκλήρωμα I_1 (Einstein) ως συνάρτηση των n_s και z.*

Η μέθοδος του Einstein ισχύει για το φορτίο υλικού κοίτης (bed material load), δηλ. για ομάδες κόκκων που υπάρχουν στην κοίτη και μεταφέρονται είτε με σύρση πάνω στην κοίτη είτε σε αιώρηση. Ο εν λόγω ερευνητής δέχεται την ύπαρξη μιας στιβάδας στην κοίτη (bed layer) με πάχος a = 2d, όπου *d* η διάμετρος κόκκων που μεταφέρονται σε αιώρηση. Σ' αυτήν την στιβάδα μετακινείται το φορτίο κοίτης σε άμεση επαφή με την κοίτη. Τυχόν άλματα των κόκκων δεν λαμβάνονται υπόψη. Ανάμεσα στην στιβάδα της κοίτης και στη ζώνη αιώρησης λαμβάνει χώρα συνεχής ανταλλαγή κόκκων. Εξισώνοντας τη συγκέντρωση του υλικού στο άνω όριο της παραπυθμένιας στιβάδας με τη συγκέντρωση αιωρούμενων υλών στο κάτω όριο της ζώνης αιώρησης μπορούμε να υπολογίσουμε τη συγκέντρωση αναφοράς Ca (σε απόσταση a από την κοίτη). Σημειώνεται εδώ ότι η συγκέντρωση των στερεών σωματιδίων στην παραπυθμένια στιβάδα θεωρείται σταθερή.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα μοντέλου παλινδρόμησης αποτελεί το μοντέλο των Karim και Kennedy (1983), γνωστό ως TLTM (Total Load Transport Model). Περιλαμβάνει δύο εξισώσεις πολλαπλής παλινδρόμησης, οι οποίες παρέχουν την ολική στερεοπαροχή q_F [m^3/s »m] και τη μέση ταχύτητα V_m [m/s], σε αδιάστατη μορφή, ως συνάρτηση διαφόρων βοηθητικών παραμέτρων επίσης σε αδιάστατη μορφή:

$$\log \frac{q_F}{\sqrt{g \rho' d_{50}^3}} = -2.2786 + 2.9719\, x_1 + 0.2989\, x_2 x_6 + 1.06\, x_1 x_6 \qquad (16.52)$$

$$\log \frac{V_m}{\sqrt{g\rho' d_{50}}} = 0.9045 + 0.1665\, x_8 + 0.0831\, x_4 x_5 x_8 + $$
$$+ 0.2166\, x_4 x_5 - 0.0411\, x_2 x_3 x_4 \quad (16.53)$$

Όπου:

$$x_1 = \log V_1,\ x_2 = \log V_2, \ldots, x_8 = \log V_8 \quad (16.54)$$

$$V_1 = \frac{V_m}{\sqrt{g\rho' d_{50}}}, \quad V_2 = \frac{h}{d_{50}}, \quad V_3 = I \cdot 10^3, \quad V_4 = \frac{V_0^*}{V_s} \quad (16.55)$$

$$V_5 = \frac{V_s d_{50}}{\nu}, \quad V_6 = \frac{V_0^* - V_{0cr}^*}{\sqrt{g\rho' d_{50}}}, \quad V_8 = \frac{q_F}{\sqrt{g\rho' d_{50}^3}} \quad (16.56)$$

$V_{0\,cr}^*$ **: κρίσιμη ταχύτητα τριβής [m/s], αντιστοιχεί στην έναρξη μετακίνησης των κόκκων στην κοίτη.**

Ο υπολογισμός των q_F και V_m επιτυγχάνεται προσεγγιστικά εάν όμως το βάθος ροής h και η μέση ταχύτητα V_m είναι γνωστά, τότε μπορεί να υπολογιστεί απευθείας η ολική στερεοπαροχή q_F.

Μοντέλα ενέργειας και ισχύος

Οι *Engelund* και *Hansen (1967)* συγκρίνουν την ενέργεια ανά μονάδα χρόνου, που απαιτείται για την ανύψωση των στερεών σωματιδίων, με το έργο που εκτελούν οι δυνάμεις αντίστασης ενάντια στα κινούμενα σωματίδια στον ίδιο χρόνο. Κατ5 αυτόν τον τρόπο καταλήγουν σε μια σχέση ανάμεσα στην "αδιάστατη" στερεοπαροχή *Φ* και σε μια παράμετρο κινητικότητας των σωματιδίων *θ* :

$$f_{EH}\,\Phi = 0.1\,\theta^{5/2} \qquad (16.57)$$

Η ολική στερεοπαροχή *mF* σε μάζα ανά μονάδα χρόνου και πλάτους [kg/m · s] προκύπτει από την εξίσωση:

$$m_F = \Phi\,\rho_F\,\sqrt{\rho' g d^3} \qquad (16.58)$$

Τα μεγέθη *fEH* (συντελεστής τραχύτητας) και *θ* της Εξ. 16.57 ορίζονται ως εξής:

$$f_{EH} = \frac{2I}{F_r} = \frac{2ghI}{V_m^2} \qquad (16.59)$$

$$\theta = \frac{\tau_0}{\rho_w g \rho' d} = \frac{hI}{\rho' d} \qquad (16.60)$$

(I: κλίση πυθμένα, Fr: αριθμός Froude).

Η μέση ταχύτητα *Vm* δίδεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$V_m = V_0^{*\prime}\left(6.0 + 2.5 \ln \frac{h'}{k_s}\right) \qquad (k_s = 2.5\, d) \qquad (16.61)$$

Απ΄ αυτήν την εξίσωση, που περιέχει τα μεγέθη και *h΄* διαπιστώνουμε ότι οι Engelund - Hansen, όπως και ο Einstein (βλ. παράγραφο 16.1.5), θεωρούν μόνο την αντίσταση που προέρχεται από το υλικό της κοίτης (τραχύτητα λόγω κόκκων) και όχι την αντίσταση που οφείλεται στους σχηματισμούς της κοίτης (ρυτίδες, δίνες κλπ.). Τα μεγέθη και *h'* υπολογίζονται ως εξής:

$$V_0^{*\prime} = \sqrt{g h' I} \qquad (16.62)$$

$$h' = \frac{\theta'}{\theta} \cdot h, \qquad (16.63)$$

όπου $\theta' = 0.06 + 0.4\theta^2$ (16.64)

ή $\theta' = 0.4\theta^2$, όταν $\theta > 0.15$ (16.65)

Οι μέθοδοι του *Yang (1973, 1979)* θα μπορούσαν να ενταχθούν στα μοντέλα παλινδρόμησης· επειδή όμως βασίζονται στην ενέργεια της ροής, εντάχθηκαν, κατά την παρούσα παράθεση μοντέλων, στα μοντέλα ενέργειας.

Ο Yang θεωρεί το γινόμενο της μέσης ταχύτητας με την κλίση της γραμμής ενέργειας $V_m I$, την ονομαζόμενη "μοναδιαία ισχύ της ροής" (unit stream power), ως τη βασική παράμετρο νια την περιγραφή της μεταφοράς φερτών υλών. Με τη βοήθεια μιας πολλαπλής παλινδρόμησης κατέληξε σε μια σχέση που παρέχει τη συγκέντρωση φερτών υλών *CF* [mg/l] ως συνάρτηση, μεταξύ άλλων παραμέτρων, της ωφέλιμης "μοναδιαίας ισχύος της ροής" (σε αδιάστατη μορφή).

$$\frac{V_m I}{V_s} - \frac{V_{mcr} I}{V_s}:$$

$$\log C_F = 5.435 - 0.286 \log \frac{V_s d_{50}}{\nu} - 0.457 \log \frac{V_0^*}{V_s} + \left(1.799 - 0.409 \log \frac{V_s d_{50}}{\nu} - 0.314 \log \frac{V_0^*}{V_s}\right) \cdot \log\left(\frac{V_m I}{V_s} - \frac{V_{mcr} I}{V_s}\right), \quad (16.66)$$

όπου

V_s : ταχύτητα καθίζησης κόκκων [m/s],

V_{mcr} : κρίσιμη μέση ταχύτητα ροής [m/s]. Επίσης δίδονται από τον Yang οι παρακάτω σχέσεις:

$$\frac{V_{mcr}}{V_s} = \frac{2.5}{\log\left(\frac{V_0^* d_{50}}{\nu}\right) - 0.06} + 0.66, \quad \text{όταν} \quad 0 < \frac{V_0^* d_{50}}{\nu} < 70 \quad (16.67)$$

$$\frac{V_{mcr}}{V_s} = 2.05, \quad \text{όταν} \quad \frac{V_0^* d_{50}}{\nu} \geqslant 70 \quad (16.68)$$

Η **ολική στερεοπαροχή *mF* [kg/m s]** προκύπτει από την ακόλουθη εξίσωση:

$$m_F = C_F \cdot 0.001 \cdot h \cdot V_m \quad (16.69)$$

δεύτερη μέθοδος του Yang (1979) δεν περιλαμβάνει κάποια συνθήκη για την έναρξη της μετακίνησης των κόκκων, π.χ. με τη μορφή διαφοράς ανάμεσα στη μέση ταχύτητα ροής και στην κρίσιμη τιμής της:

$$\log C_F = 5.165 - 0.153 \log \frac{V_s d_{50}}{\nu} - 0.297 \log \frac{V_0^*}{V_s} + \left(1.780 - 0.360 \log \frac{V_s d_{50}}{\nu} - 0.480 \log \frac{V_0^*}{V_s}\right) \log \frac{V_m I}{V_s} \quad (16.70)$$

Μοντέλα συρτικής τάσης

Ο Zanke (1982) **υπολογίζει χωριστά τη στερεοπαροχή κοίτης λόγω της σύρσης q_G [m³/m · s] και τη στερεοπαροχή σε αιώρηση q_s [m³/m · s]**

ως συναρτήσεις της διαφοράς ανάμεσα στην ταχύτητα τριβής V^*_0 [m/s] και στην κρίσιμη τιμή της [m/s], που χαρακτηρίζει την έναρξη μετακίνησης των κόκκων. Ειδικά για τον υπολογισμό της στερεοπαροχής σε αιώρηση λαμβάνεται επιπλέον υπόψη η κρίσιμη ταχύτητα τριβής [m/s] για την ανύψωση των κόκκων στη ζώνη αιώρησης:

$$q_G = \frac{1}{p} \cdot 6.36 \cdot 10^{-4} \left(\frac{V_0^{*2} - V_{0cr}^{*2}}{V_s^2} \right) D^{*4} \nu \qquad (16.71)$$

$$q_s = \frac{1}{p} \cdot 6.36 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{h}{h_1} \cdot$$

$$\cdot \frac{(V_0^{*2} - V_{0cr}^{*2})(V_0^{*2} - V_{0\ell}^{*2})}{V_s^4} D^{*4} \nu \left(\frac{\nu}{\nu_0 - \nu} \right)^{1/4} \qquad (16.72)$$

Από πειράματα στο εργαστήριο ο Zanke βρήκε, ότι η τιμή της ανέρχεται σε 40% της ταχύτητας καθίζησης V_s [m/s] των κόκκων:

$$V_{0\ell}^* = 0.4\, V_s \qquad (16.73)$$

$$V^*_{01} = 0.27\,(\rho' g\, d_{50})^{1/2} \qquad (16.76)$$

D* είναι ένα αδιάστατο μέγεθος που αναφέρεται σε μια χαρακτηριστική διάμετρο κόκκων d_{ch} [m]:

$$D^* = \left(\frac{\rho' g}{\nu^2}\right)^{1/3} \cdot d_{ch} \qquad (16.74)$$

Επίσης έχουμε:
ρ =0.7, συντελεστής που χαρακτηρίζει το πορώδες των φερτών υλών,
ν_0 = 1.78 · m²/s, κινηματικό ιξώδες σε 0 °C,
h1 = 0.01 m.

Η κρίσιμη ταχύτητα τριβής παρέχεται από την ακόλουθη σχέση:

$$V^*_{0cr} = V^*_{01} + V^*_{02} - (V^*_{01} \cdot V^*_{02})^{1/2} \qquad (16.75)$$

Όπου:

$$V^*_{01} = 0.27\,(\rho' g\, d_{50})^{1/2} \qquad (16.76)$$

$$V^*_{02} = 0.5\,(\rho' g\, \nu)^{1/3} \qquad (16.77)$$

Η ολική στερεοπαροχή προκύπτει από τις σχέσεις:

$$q_F = q_G + q_s \qquad (16.78)$$

$$m_F = q_F \cdot \rho_F \cdot p \qquad (16.79)$$

Στα μοντέλα συρτικής τάσης ανήκει επίσης το μοντέλο του *van Rijn (1984),* όπου κυριαρχούν δύο αδιάστατες παράμετροι: η *D** που ορίστηκε ήδη προηγουμένως και η παράμετρος μεταφοράς T* που χαρακτηρίζει την έναρξη της μεταφοράς (διαφορά ανάμεσα στην επικρατούσα ταχύτητα τριβής και στην κρίσιμη τιμή της):

$$T^* = \frac{V_0^{*\prime} - V_{0cr}^{*2}}{V_{0cr}^{*2}} \qquad (16.80)$$

Η στερεοπαροχή κοίτης (λόγω σύρσης) υπολογίζεται ως γινόμενο της ταχύτητας ροής με το μέσο ύψος αλμάτων των στερεών σωματιδίων καθώς και με τη συγκέντρωση του φορτίου κοίτης.
Ο van Rijn, όπως και ο Einstein, θεωρεί μια παραπυθμένια στιβάδα πάχους, $a \ (a = k_s = 3 d_{90})$, όπου λαμβάνει χώρα η μεταφορά ίου φορτίου κοίτης. Η συγκέντρωση του υλικού σ; αυτήν την στιβάδα λαμβάνεται σταθερή. Κατά τον προσδιορισμό του πάχους a λαμβάνεται επιπλέον υπόψη το ύψος τυχόν υπαρχόντων σχηματισμών (ρυτίδες, δίνες κλπ.) στην κοίτη.

Η συγκέντρωση φορτίου κοίτης στο άνω όριο της παραπυθμένιας στιβάδας ισούται προς τη συγκέντρωση αιωρούμενων υλών στο κάτω όριο της ζώνης αιώρησης. Από την ισότητα αυτή προκύπτει, όπως και στη μέθοδο του Einstein, η συγκέντρωση αναφοράς *Ca.*

Η στερεοπαροχή σε αιώρηση υπολογίζεται επίσης από το ολοκλήρωμα του γινομένου της κατανομής της συγκέντρωσης αιωρούμενων υλών με την κατανομή (λογαριθμική) της ταχύτητας κατά το βάθος ροής. Η κατανομή της συγκέντρωσης αιωρούμενων υλών προκύπτει από τη θεωρία διάχυσης, όπου όμως ο van Rijn δέχεται ένα μοντέλο "δύο στιβάδων" (βλ. παράγραφο 16.4.2) για τον συντελεστή διάχυσης.

Γενικά, στη μέθοδο του van Rijn χρησιμοποιούνται αρκετοί εμπειρικοί διορθωτικοί συντελεστές, των οποίων οι τιμές προέκυψαν από τη σύγκριση με μετρήσεις.

Όσον αφορά ιούς υπολογιστικούς τύπους της ανωτέρω μεθόδου παραπέμπουμε στην εργασία του van Rijn (1984).

16.4.4 Αριθμητικά Παραδείγματα

Εφαρμογή 1

Δίνεται ένας φυσικός ανοικτός αγωγός ορθογωνικής διατομής με τα παρακάτω στοιχεία:

- πλάτος αγωγού *b* = 45.0 m
- βάθος ροής *h* = 3.5 m
- μέση ταχύτητα ροής *Vm* = 2.10 m/s
- κλίση πυθμένα *I* = 6.5
- συντελεστής τραχύτητας *kst* = 38.0 m1/3/s
- υλικό κοίτης :

d_{90} = 7.9 cm

d_{50} = 1.2 cm

p_F = 2650 kg/m^3

Η ροή μέσα στον αγωγό είναι σταθερή και ομοιόμορφη.

Ζητείται να υπολογιστεί η στερεοπαροχή κοίτης ανά μονάδα πλάτους του αγωγού

α) σύμφωνα με τη μέθοδο των Meyer - Peter και Muller και

β) σύμφωνα με τη μέθοδο του Einstein.

Λύση

α) Εφαρμόζουμε κατ' αρχήν την Εξ. 16.34 των Meyer-Peter και Muller. Στην εξίσωση αυτή θέτουμε:

$$g = 9.81 \ \mathrm{m/s^2}$$

$$\rho_w = 1000 \ \mathrm{kg/m^3}$$

$$\rho' = \frac{\rho_F - \rho_w}{\rho_F} = \frac{2650 - 1000}{1000} = 1.65$$

$$k_T = \frac{26}{\sqrt[6]{d_{90}}} = \frac{26}{\sqrt[6]{0.079}} = 39.7 \ \mathrm{m^{1/3}/s}$$

$$I_R = \left(\frac{k_{st}}{k_T}\right)^{3/2} I = \left(\frac{38.0}{39.7}\right)^{3/2} \times 6.5 \times 10^{-4} = 6.087 \times 10^{-4}$$

Για την εύρεση της υδραυλικής ακτίνας R_s εφαρμόζουμε τη μέθοδο των Einstein και Barbarossa (1952):

$$A = R_w U_w + R_s U_s \qquad (16.81)$$

$$R_w = \left(\frac{V_m}{k_w I^{0.5}}\right)^{1.5} \qquad (16.82)$$

Από τις Εξ. 16.81 και 16.82 προκύπτει:

$$R_s = \frac{A - \left(\dfrac{V_m}{k_w I^{0.5}}\right)^{1.5} U_w}{U_s} \qquad (16.83)$$

Ως γνωστό (Σχ. 16.2), ο δείκτης *s* αναφέρεται στην κοίτη ενώ ο δείκτης *w* στα τοιχώματα. Το σύμβολο *U* παριστάνει τη βρεχόμενη περίμετρο, το *R* την υδραυλική ακτίνα και το A την υγρή διατομή. Ο συντελεστής τραχύτητας των τοιχωμάτων *kw* πρέπει να εκτιμηθεί. Σ' αυτό το παράδειγμα, χάριν απλότητας, δεχόμαστε την τιμή $k_w = k_{st}$ = 38.0 $m^{1/3}/s$.

Τα άλλα μεγέθη που υπεισέρχονται στην Εξ. 16.83 παίρνουν τις τιμές:

A =45.0 3.5 = 157.5 m^2
U_w= 3.5 + 3.5 = 7.0 m
U_5 =45.0 m
V_m = 2.10 m/s
I = 6.5

Μετά την αντικατάσταση των ανωτέρω τιμών στην Εξ. 16.83 προκύπτει R_5 =3.0 m.
Τέλος, στη θέση της μέσης διαμέτρου κόκκων d_m (Εξ. 16.34) θέτουμε την d_{50} = 0.012 m.
Εάν αντικαταστήσουμε τις τιμές των μεγεθών, που προσδιορίστηκαν προηγουμένως, στην Εξ. 16.34, παίρνουμε:

$$m_G = \frac{8}{9.81} \times 1.65 \times \sqrt{\frac{1}{1000}} \times$$

$$\times (1000 \times 9.81 \times 6.087 \times 10^{-4} \times 3.0 - 0.047 \times 1.65 \times 1000 \times 9.81 \times 0.012)^{3/2}$$

$$= 1.11 \ \frac{kg}{m \cdot s}$$

β) Όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 16.4.3, χαρακτηριστικές παράμετροι, της μεθόδου ίου Einstein είναι οι *Φ* (ένταση μεταφοράς φορτίου κοίτης) και *Ψ* (ένταση διάτμησης της ροής).
Σε περίπτωση που η παράμετρος *Ψ* αναφέρεται σε αντιπροσωπευτικούς κόκκους της κοίτης (και όχι σ' έναν ορισμένο κόκκο ή σε μια ορισμένη ομάδα κόκκων), τότε η τιμή της παρέχεται από τη σχέση:

$$\Psi' = \rho' \frac{d_{35}}{R' I} \qquad (16.84)$$

Σ' αυτό το παράδειγμα δεν μας δίδεται η κοκκομετρική καμπύλη του υλικού της κοίτης. Γι' αυτόν τον λόγο κάνουμε την απλοποιητική παραδοχή ότι $d_{35} = d_{50}$. Επίσης για την υδραυλική ακτίνα *R'* κάνουμε την απλοποιητική παραδοχή ότι $R' = R_s$, θεωρώντας ότι οι σχηματισμοί στην κοίτη (ρυτίδες) είναι ασήμαντοι.
Μετά παίρνουμε για το *Ψ'* την τιμή:

$$\Psi' = 1.65 \times \frac{0.012}{3.0 \times 6.5 \times 10^{-4}} = 10.15$$

Από το διάγραμμα του Σχ. 16.12, *Φ = f(Ψ),* βρίσκουμε την τιμή Φ=8.3.
Όταν δεν δίνεται η κοκκομετρική καμπύλη, τίθεται στην Εξ. 16.43 *Pi* = 1.0. Επειδή λοιπόν ο υπολογισμός δεν γίνεται κατά ομάδες κόκκων, η εν λόγω εξίσωση γράφεται ως εξής:

$$q_G = \Phi_{p_i} g^{3/2} d_{50}^{3/2} \rho'^{1/2}$$

ή

$$q_G = 8.3 \times 10^{-2} \times 2650 \times 9.81^{3/2} \times 0.012^{3/2} \times 1.65^{1/2} = 11.41 \frac{N}{m \cdot s}$$

Επομένως $m_G = \frac{11.41}{9.81} = 1.16 \frac{kg}{m \cdot s}$.

Στο ανώτερο παράδειγμα η υδραυλική ακτίνα R' προσδιορίστηκε με βάση μια απλοποιητική παραδοχή. Γι' αυτό ακολουθεί ένα δεύτερο αριθμητικό παράδειγμα, όπου τόσο η υδραυλική ακτίνα R' όσο και η *R",* η οποία αναφέρεται στην τραχύτητα λόγω σχηματισμών της κοίτης (βλ. παράγραφο 16.1.5), υπολογίζονται προσεγγιστικά.

Εφαρμογή 2

Υδατόρευμα ευρείας διατομής έχει βάθος νερού 4.6 m και κλίση πυθμένα 0.00038. Το διαβαθμισμένο υλικό του πυθμένα έχει d_{65} = 0.75 mm και d_{35} = 0.5 mm. Η πυκνότητα του υλικού είναι 2650 kg/m^3 και το κινηματικό ιξώδες του νερού 1.01 m^2/s. Να υπολογιστούν με δοκιμές οι υδραυλικές ακτίνες *R'* και η *R"*.

Λύση

Παρατηρούμε ότι η μέση ταχύτητα *Vm* είναι άγνωστη. Από την Εξ. 16.18, $\tau_0 = \tau_0' + \tau_0''$ έπεται ότι:

$$\rho_w g R I = \rho_w g R' I + \rho_w g R'' I \qquad (16.85)$$

ή

$$R = R' + R'' \qquad (16.86)$$

Επειδή το υδατόρευμα είναι ευρείας διατομής, μπορούμε να δεχτούμε ότι

$R \quad h = 4.6m$ **(h: βάθος νερού).**

Η μέθοδος διαχωρισμού των *R'* και *R"*, που περιγράφεται αμέσως παρακάτω, ανήκει στον Einstein.

Για το *R'* θέτουμε δοκιμαστικά την τιμή 4.6 m (1η δοκιμή).

Η ταχύτητα τριβής V_0*', που αναφέρεται στην τραχύτητα λόγω κόκκων, δίδεται από τη σχέση :

$$V_0^{*\prime} = \sqrt{gR'I} = \sqrt{9.81 \times 4.6 \times 0.00038} = 0.131 \text{ m/s}$$

Το αντίστοιχο πάχος της στρωτής οριακής υποστιβάδας ευρίσκεται από την εξίσωση:

$$\delta' = \frac{11.6\,\nu}{V_0^{*\prime}} = \frac{11.6 \times 1.01 \times 10^{-6}}{0.131} = 8.94 \times 10^{-5} \text{ m}$$

Σχηματίζουμε τον λόγο $\frac{k_s}{\delta'} = \frac{d_{65}}{\delta'} = \frac{0.75 \times 10^{-3}}{8.94 \times 10^{-5}} = 8.39.$

Ως συνάρτηση της τιμή του λόγου k_s/δ' μπορεί να βρεθεί με βάση σχετικό διάγραμμα η τιμή του διορθωτικού συντελεστή x, ο οποίος ορίστηκε στην παράγραφο 16.4.3. Το εν λόγω διάγραμμα, όμως, έχει περιγραφεί και από αναλυτικές εξισώσεις (White, Milli και Crabbe, 1973). Για τιμές του λόγου:

$$2.35 \leq \frac{d_{65}}{\delta'} < 10$$

ισχύει η εξίσωση:

$$x = 0.926 \left| \log \frac{d_{65}}{\delta'} - 1 \right|^{2.43} + 1.0 \qquad (16.87)$$

ή

$$x = 0.926\,|\log 8.39 - 1|^{2.43} + 1.0 = 1.0$$

Για τον υπολογισμό της μέσης ταχύτητας ροής χρησιμοποιείται η παρακάτω εξίσωση:

$$V_m = V_0^{*\prime} * 5.75 \log\left(12.27 \frac{R' x}{k_s}\right) \quad (16.88)$$

ή

$$V_m = 0.131 \times 5.75 \log\left(12.27 \frac{4.6 \times 1.0}{0.75 \times 10^{-3}}\right) = 3.67 \text{ m/s}$$

Ακολουθεί ο υπολογισμός της παραμέτρου:

$$\Psi' = \rho' \frac{d_{35}}{R' I} = 1.65 \frac{0.5 \times 10^{-3}}{4.6 \times 0.00038} = 0.472$$

Συναρτήσει του μπορεί να βρεθεί από σχετικό διάγραμμα η τιμή του λόγου Το εν λόγω διάγραμμα έχει προσεγγιστεί επίσης με αναλυτικές εξισώσεις (Shulits και Hill, 1968). Για τιμές του ισχύει η εξίσωση:

$$\frac{V_m}{V_0^{*\prime\prime}} = 40.0 \, \Psi'^{\,-1.288} \quad (16.89)$$

ή

$$\frac{3.67}{V_0^{*\prime\prime}} = 40.0 \times 0.472^{-1.288},$$

οπότε $V_0^{*\prime\prime} = 0.0349$ m/s

Αλλά $V_0^{*\prime\prime} = \sqrt{g R'' I}$ ή $0.0349 = \sqrt{9.81 \times R'' \times 0.00038}$,

οπότε $R'' = 0.327$ m.

Ως γνωστό, $R = R' + R''$ ή $R = 4.6 + 0.327 = 4.927$ m $\simeq 4.93$ m.

Η τιμή 4.93 m αποκλίνει από την τιμή 4.6 m που δεχτήκαμε στην αρχή για την Γι' αυτό, ακολουθώντας την ανωτέρω διαδικασία, δοκιμάζουμε κι άλλες τιμές της, μέχρις ότου η διαφορά ανάμεσα στη τιμή που δοκιμάζουμε και στην υπολογισθεί σα τιμή της γίνει ελάχιστη:

Δοκιμή 2:

$R' = 4.0$ m

$V_0^{*}{}' = 0.122$ m/s

$\delta' = 9.60 \times 10^{-5}$ m

$k_s/\delta' = 7.81$

$x = 1.0$

$V_m = 3.38$ m/s

$\Psi' = 0.543$

$V_0^{*}{}'' = 0.038$ m/s

$R'' = 0.387$ m

$R = 4.39$ m

Δοκιμή 3:

$R' = 4.3$ m

$V_0^{*}{}' = 0.127$ m

$\delta' = 9.22 \times 10^{-5}$ m

$k_s/\delta' = 8.13$

$x = 1.0$

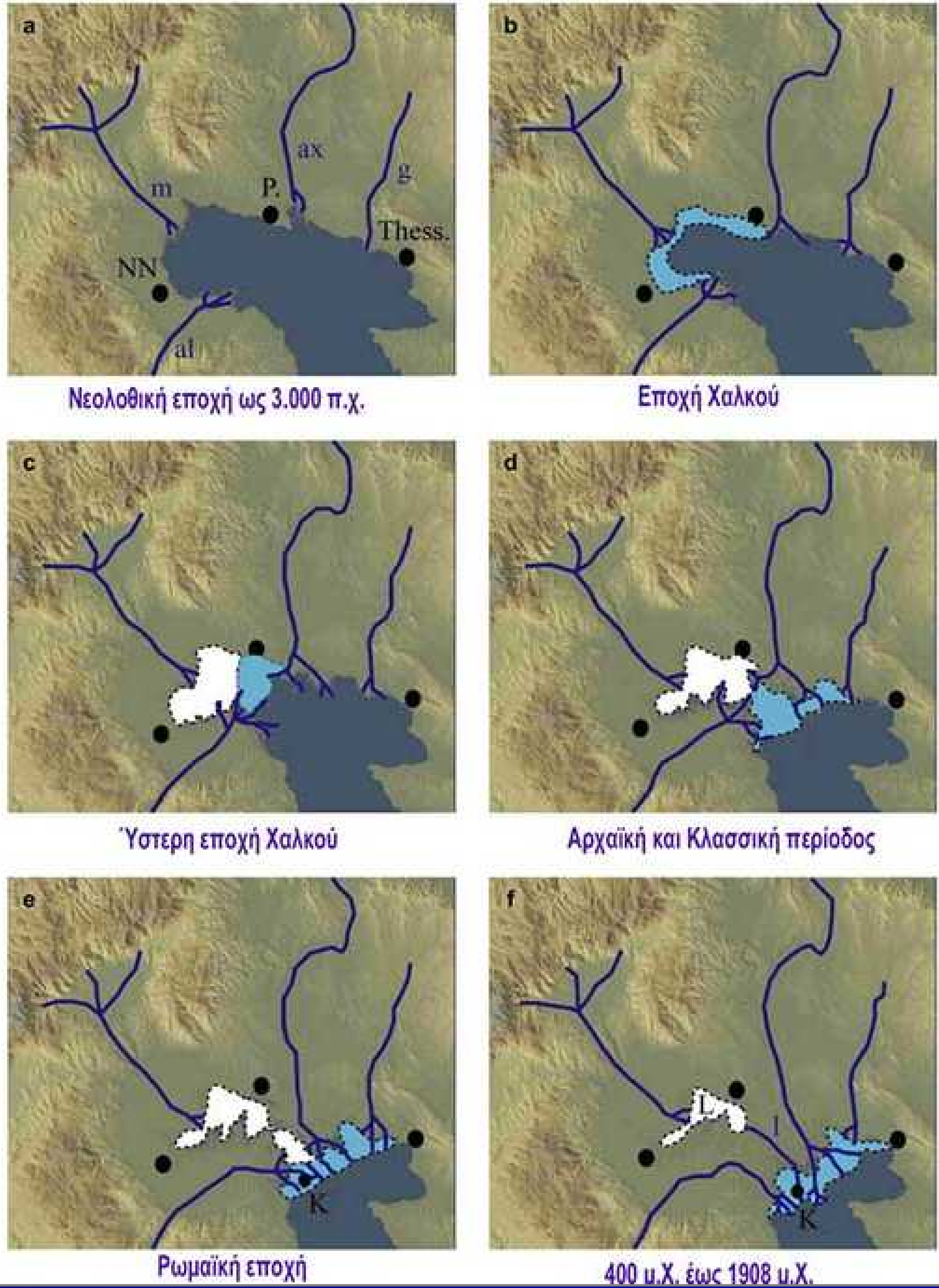
$V_m = 3.54$ m/s

$\Psi' = 0.505$

$V_0^{*}{}'' = 0.037$ m/s

$R'' = 0.367$ m

$R = 4.67$ m



Ποταμοί:
m Μογλενίτσας
al Αλιάκμονας
ax Αξιός
g Γαλλικός
l Λουδίας

Πόλεις:
NN. Νέα Νικομήδεια (νεολιθική)
P. Πέλλα (5ος αι. π.Χ.)
K. Κλειδί (3ος αι. μ. Χ.)

Πηγή:
Ghilardi, M. et al., Human occupation and geomorphological evolution of the Thessaloniki Plain (Greece) since mid Holocene, J. Archaeol. Sci. (2007)