

Κανονική Κατανομή - Κατανομή Gauss

11-1-23

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \text{ με } \sigma^2 > 0$$

$\mu \in \mathbb{R}$
 $x \in \mathbb{R}$

N - Normal



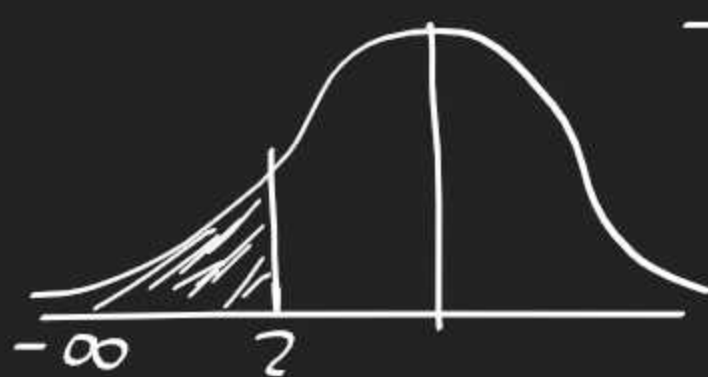
$$\mu = \sigma = M_0$$

(-έση τιμή = διαίρεση = επικρατούσα τιμή)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

\leftarrow $\delta\epsilon\omega$ χρησιμοποιείται σε ασκήσεις της

$$\Phi(z) = P(Z \leq z)$$



$$\text{πχ } P(Z \leq -0,87) = \Phi(-0,87)$$

$$P(Z \leq 1,23) = \Phi(1,23)$$

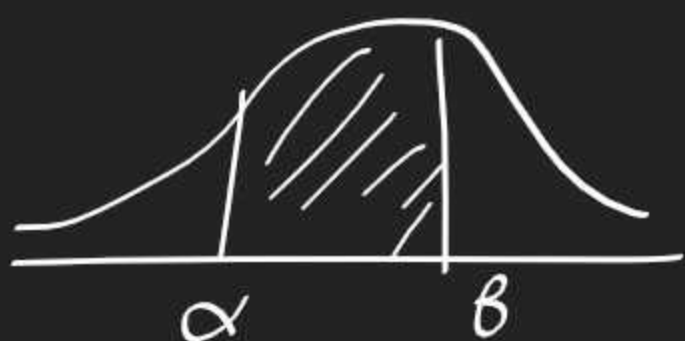
2ο δέκαδικο ψηφίο

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177

1ο
δεκαδικο
ψηφίο

$\Phi(0,47)$
=
0,6808
=
68,08%

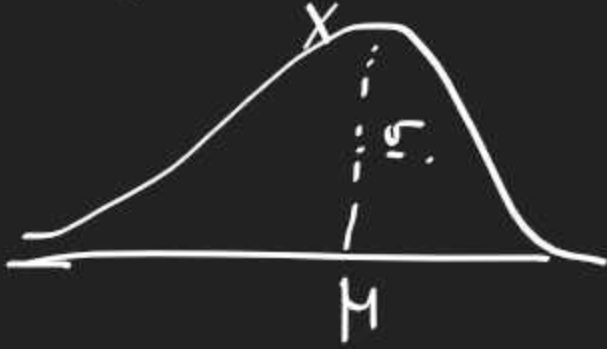
$$P(\alpha < Z < \beta) = P(Z < \beta) - P(Z < \alpha)$$



1

Μετασχηματισμός

$$\frac{X - \mu}{\sigma} = Z$$



$$\frac{X - \mu}{\sigma}$$



2: Τυπική Κανονική Μεταβλητή
 $Z = N(0, 1)$

Πρακτικά:

$n = 10$

$\bar{X} \approx 5$

$\sigma \approx 2$

- X
- 2
- 3
- 3
- 3
- 5
- 5
- 5
- 5
- 6
- 6
- 9

$$\frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$\frac{2 - 5}{2} = -1,5$$

$$\frac{3 - 5}{2} = -1$$

$$\frac{5 - 5}{2} = 0$$

$$\frac{6 - 5}{2} = 0,5$$

$$\frac{9 - 5}{2} = 2$$



$$\bar{X} = 0$$

$$\sigma = 1$$

Δείτε το κανονικό αθροισμα

Άσκηση

(3)

Το επίσημο ύψος βροχόπτωσης σε 1.1α πόλη είναι κατά προσέγγιση
με κανονική κατανομή με $\mu = 100$ cm και $\sigma = 20$ cm.

Υποδοχίστε πιθανότητες:

- α) Ύψος βροχόπτωσης είναι λιγότερο από 120 cm
β) —||— φέρνει 110 cm
γ) —||— είναι μεταξύ 80 και 100 cm.
δ) —||— είναι ακριβώς 90 cm
ε) —||— είναι λιγότερο από 100 cm

Λύση:

$$\alpha) P(X < 120) =$$

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{120 - \mu}{\sigma}\right) =$$

$$P\left(Z < \frac{120 - 100}{20}\right) =$$

$$P(Z < 1) =$$

$$\Phi(1) =$$

$$0,8413 =$$

$$84,13\%$$

$$\beta) P(X > 110) =$$

$$P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} > \frac{110 - \mu}{\sigma}\right) =$$

$$P\left(Z > \frac{110 - 100}{20}\right) =$$

$$P(Z > 0,5) =$$

$$1 - P(Z < 0,5) =$$

$$1 - \Phi(0,5) =$$

$$1 - 0,6915 =$$

$$0,3085 =$$

$$30,85\%$$

$$\gamma) P(80 < X < 100) =$$

$$P\left(\frac{80 - \mu}{\sigma} < \frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{100 - \mu}{\sigma}\right) =$$

$$P\left(\frac{80 - 100}{20} < Z < \frac{100 - 100}{20}\right) =$$

$$P(-1 < Z < 0) =$$

$$P(Z < 0) - P(Z < -1) =$$

$$\Phi(0) - \Phi(-1) =$$

$$0,5 - 0,2420 = 0,2580 = 25,8\%$$

$$\delta) P(X = 90) = 0\%$$

$$\epsilon) P(X < 100) = 50\%$$