

12/12/22

# Κατανομή Poisson (Πουασόν)

①

Κατανομή που να υπολογίζει πιθανότητες σπάνιων ενδεχομένων.

$$X \sim P(\lambda)$$

$X$ : <sup>μεταβ</sup> αριθμός των συμβάντων ανά χρόνο/χώρο κτλ.

$\lambda$  αριθμός κλήσεων προς 166 ανά λεπτό

$\lambda$  αριθμός κεραιών ανά στίβος

$\lambda$  αριθμός ατυχημάτων ανά 100x2μ στην Εγνατία

$$P(X=k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!} \quad \text{με } \lambda > 0 \text{ και } k \in \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$e \approx 2,718...$  αριθμός Euler

$\lambda$ : είναι ο μέσος αριθμός συμβάντων στη μονάδα του χώρου/χρόνου  
(πρέπει να το γνωρίζω/θα δίνω/το υπολογίζω από δεδομένα)

$$\text{Ισχύει ότι } E(X) = \lambda \text{ και } \text{Var}(X) = \lambda$$

Στατιστική μέση τιμή και διακύμανση στην κατανομή Poisson.

Άσκηση:

Από παλαιότερη έρευνα γνωρίζετε πως τρέκλεν στο κατάστημα κατά μέσο όρο δύο ηλιόταις ημε ώρα. Υπολογίστε πιθανότητες:

Ένε ενότση ώρα:

- i) Να έρθε ένας ηλιόταις
- ii) Δύο ηλιόταις
- iii) Κανένας ηλιόταις
- iv) Τουλάχιστον τέσσερις ηλιόταις

$$P(X=k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}$$

v) Το ενότση μισάωρο να έρθε ένας ηλιόταις

vi) Το ενότση δίωρο να έρθουν τρεις ηλιόταις

$$X \sim P(2) \quad (\lambda = 2) \quad e^{-2} = \frac{1}{e^2} = \frac{1}{2,718^2} = \frac{1}{7,387} = 0,135$$

$$i) P(X=1) = \frac{e^{-2} \cdot 2^1}{1!} = \frac{0,135 \cdot 2}{1} = 0,27 = 27\%$$

$$ii) P(X=2) = \frac{e^{-2} \cdot 2^2}{2!} = \frac{0,135 \cdot 4}{2} = 0,27 = 27\%$$

$$iii) P(X=0) = \frac{e^{-2} \cdot 2^0}{0!} = \frac{0,135 \cdot 1}{1} = 0,135 = 13,5\%$$

$$v) P(X \geq 4) = P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) + P(X=7) + \dots + P(X=30) + \dots + P(X=100)$$

ΔΕΝ ΒΟΛΕΥΕΙ!

$P(A)$

$P(A')$

$$= 1 - P(X < 4)$$

$$= 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)]$$

$$= 1 - P(X=0) - P(X=1) - P(X=2) - P(X=3)$$

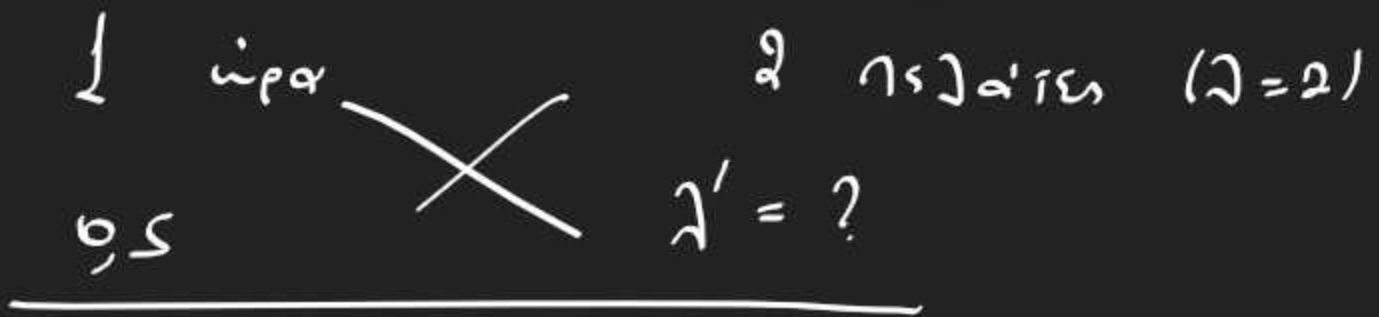
$$= 1 - 0,135 - 0,27 - 0,27 - \frac{e^{-2} \cdot 2^3}{3!}$$

$$= 1 - 0,135 - 0,27 - 0,27 - 0,18$$

$$= 0,145$$

$$= 14,5\%$$

v) Το ενόπλιω μισάωρο να έρθουν δύο κελιάτες



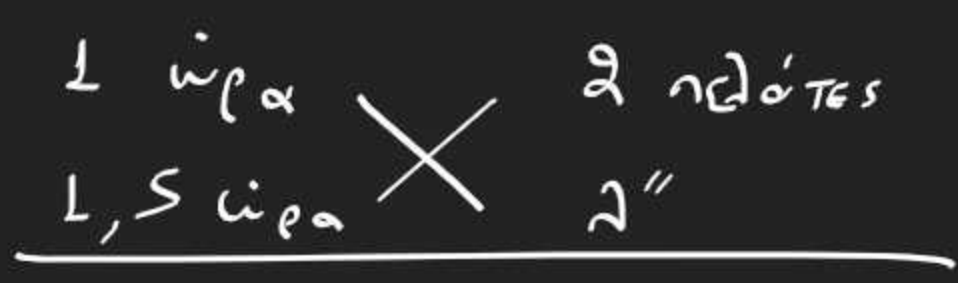
$$\lambda \cdot \lambda' = 2 \cdot 0,5 = 1$$

$$\lambda' = 1$$

άρα  $Y \sim P(\lambda') = P(1)$        $e^{-1} = \frac{1}{e} = \frac{1}{2,718} = 0,368$

$$P(Y=2) = \frac{e^{-1} \cdot 1^2}{2!} = \frac{0,368 \cdot 1}{2} = 0,184 = 18,4\%$$

vi) Την ενόπλιω 1,5 ώρα να έρθουν τέσσερις κελιάτες



$$\lambda'' = 2 \cdot 1,5 = 3 \text{ κελιάτες}$$

άρα  $Z \sim P(\lambda'') = P(3)$        $e^{-3} = \frac{1}{e^3} = \frac{1}{2,718^3} = \frac{1}{20,086} = 0,05$

$$P(Z=4) = \frac{e^{-3} \cdot 3^4}{4!} = \frac{0,05 \cdot 81}{24} = 0,168 \approx 16,8\%$$

vii) Την ενόπλιω ώρα να έρθουν 2,5 κελιάτες

$$P(X=2,5) = 0$$

λ - κελιάτες  
λ - τέσσερις κελιάτες

viii) Την ενόπλιω για ώρα και ένα τέταρτο να έρθουν δύο κελιάτες

α' τέσσερις



β' τέσσερις



$$\underline{\underline{0 \sim P(\lambda''') = P(2,5)}}$$

$$P(0=2) = \frac{e^{-2,5} \cdot 2,5^2}{2!} = \frac{0,218 \cdot 6,25}{2} = 0,681 \approx 68,1\%$$

$$\lambda''' = \frac{2 \cdot 75}{60} = 2,5$$