2/12/22 Επανάληψη

1

συχνότητα [illegible]

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$
13	2	26
14	1	14
15	4	60
16	2	32
18	1	18
Σύνολο	10	150

13, 13, 14, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 18

Βρείτε μέση τιμή. $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i v_i}{v} = \frac{150}{10} = 15$

Ομαδοποιημένα δεδομένα

υψώνω τετράγωνο

	Ύψος	κέντρο της κλάσης $k_i (\approx x_i)$	συχνότητα v_i	$k_i \cdot v_i$	$k_i - \bar{x}$	$(k_i - \bar{x})^2$	$(k_i - \bar{x})^2 v_i$
[152,162) ή	152 − 162	$\frac{152+162}{2}$ 157	2	314	157 − 173 −16	256	512
[162,168) ή	162 − 168	$\frac{162+168}{2}$ 165	8	1320	165 − 173 −8	64	8·64 512
[168,174) ή	168 − 174	$\frac{168+174}{2}$ 171	12	2052	171 − 173 −2	4	12·4 48
[174,180) ή	174 − 180	177	11	1947	4	16	11·16 176
[180,186) ή	180 − 186	183	5	915	10	100	500
[186,192) ή	186 − 192	189	2	372	16	256	512
	Άθροισμα ή Σύνολο		40	6920			2260

Βρείτε μέση τιμή

$\bar{x} = \frac{\Sigma k_i v_i}{v} = \frac{6920}{40} = 173 \in \mathbb{Z}$

$s^2 = \frac{\Sigma (k_i - \bar{x})^2 \cdot v_i}{v-1} = \frac{2260}{40-1} = 57,95$

Τυπ. απόκλιση $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{57,95} = 7,61$

Συντελεστής Μεταβλητότητας $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{7,61}{173} = 0,04$

Δείγμα

2, 3, 5, 7, 8

$\bar{x} = 5$

$s^2 = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{v-1} = \frac{(2-5)^2 + (3-5)^2 + (5-5)^2 + (7-5)^2 + (8-5)^2}{5-1}$

όχι v

δεδομένα σε πίνακα

$s^2 = \frac{\Sigma (k - \bar{x})^2 \cdot v_i}{v-1}$

αν $\bar{x} \in \mathbb{Z}$ ακέραιος

0, ±1, ±2, ±3, ±4, ...

Δεσμευμένη πιθανότητα : $P(A|B) = \dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$, $P(B|A) = \dfrac{P(B\cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$

Θ. Bayes $P(A|B) = \dfrac{P(B|A)\cdot P(A)}{P(B)}$

συνήθως αντικαθιστώ

Θεώρημα ολικής πιθανότητας

$P(A) = P(A|E_1)\cdot P(E_1) + P(A|E_2)\cdot P(E_2) + \dots + P(A|E_n)\cdot P(E_n)$

$P(B) = P(B|E_1)\cdot P(E_1) + P(B|E_2)\cdot P(E_2) + \dots + P(B|E_n)\cdot P(E_n)$

A,B ανεξάρτητα ενδεχόμενα $P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$

Σε μία βιοτεχνία:

η μηχανή M_1 παράγει 60% ανταλλακτικών

η μηχανή M_2 παράγει 40% ανταλλακτικών

Το 5% των ανταλλακτικών της M_1 είναι ελαττωματικό

Το 10% —"— —"— M_2 —"— —"—

i) Ποια η πιθανότητα ένα ανταλλακτικό να είναι ελαττωματικό?

ii) Αν το ανταλλακτικό είναι ελαττωματικό ποια η πιθανότητα να παρήχθηκε από M_1 μηχανή?

iii) Αντίστοιχα από M_2 μηχανή?

Έστω M_1 το ενδεχόμενο να διαλέξω ανταλλακτικό από M_1 μηχανή

Έστω M_2 —"— —"— —"— M_2 —"—

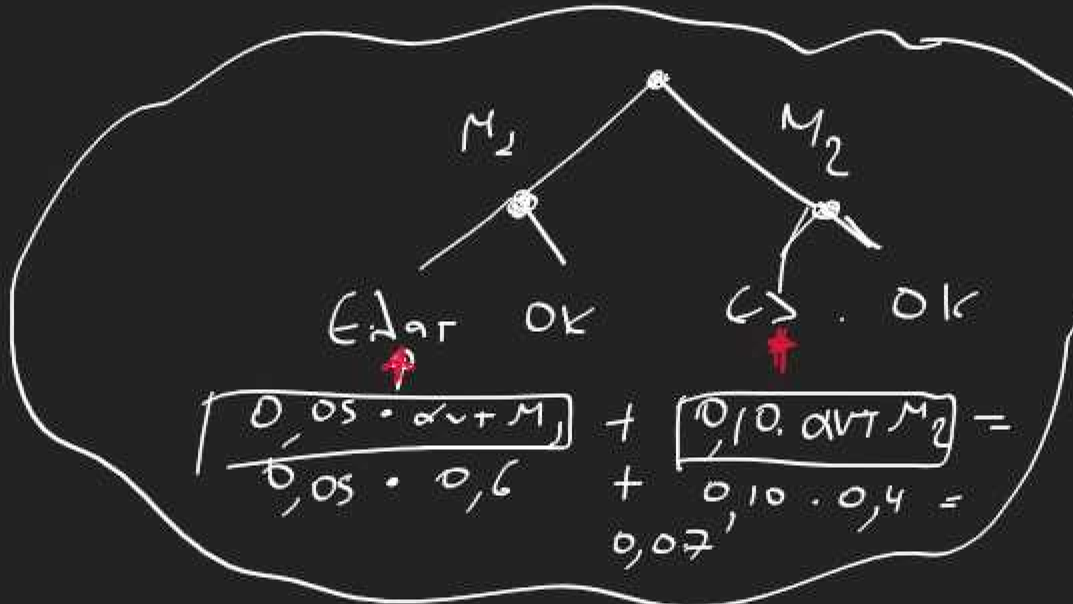
Έστω E —"— να είναι ελαττωματικό

$P(M_1) = 60\% = 0,6$

$P(M_1') = P(M_2) = 40\% = 0,4$

$P(E|M_1) = 5\% = 0,05$

$P(E|M_2) = 10\% = 0,10$



Θεώρημα ολικής πιθανότητας

i) $P(E) = P(E|M_1)\cdot P(M_1) + P(E|M_2)\cdot P(M_2)$

$= 0,05 \cdot 0,6 + 0,10 \cdot 0,4$

$= 0,03 + 0,04$

$= 0,07$

ii) Θεώρημα Bayes: $(A|B)$

$$P(M_1|E) = \frac{P(E|M_1)\cdot P(M_1)}{P(E)} = \frac{0,05\cdot 0,6}{0,07} = \frac{0,03}{0,07} = \frac{3}{7} \simeq 0,43$$

iii) $$P(M_2|E) = \frac{P(E|M_2)\cdot P(M_2)}{P(E)} = \frac{0,10\cdot 0,4}{0,07} = \frac{0,04}{0,07} = \frac{4}{7} \simeq 0,57$$

Έχουμε 3 κάλπες K_1, K_2, K_3

K_1 : 2 λευκές σφαίρες και 1 μαύρη.

K_2 : 1 λευκή και 1 μαύρη σφαίρα.

K_3 : 3 μαύρες σφαίρες και 1 λευκή

K_1 K_2 K_3

Διαλέγω τυχαία μια κάλπη και έπειτα μια σφαίρα.

A) Ποια η πιθανότητα η σφαίρα να είναι λευκή?

$$P(K_1) = P(K_2) = P(K_3) = \frac{1}{3}$$

Έστω Λ ενδεχόμενο να διαλέξω λευκή σφαίρα.

άρα ψάχνω $P(Λ)$

Λύση: Θεώρημα Ολικής πιθανότητας

$$P(Λ) = P(Λ|K_1)\cdot P(K_1) + P(Λ|K_2)\cdot P(K_2) + P(Λ|K_3)\cdot P(K_3)$$

$$= \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}$$

$$= \left(\overset{4}{\frac{2}{3}} + \overset{6}{\frac{1}{2}} + \overset{3}{\frac{1}{4}}\right)\cdot\frac{1}{3}$$

$$= \left(\frac{8}{12} + \frac{6}{12} + \frac{3}{12}\right)\cdot\frac{1}{3}$$

$$= \frac{17}{12}\cdot\frac{1}{3}$$

$$= \frac{17}{36}$$

B) Έχουμε μια λευκή σφαίρα. Ποια η πιθανότητα να προέρχεται από 1η κάλπη?

$$P(K_1|Λ) = \frac{P(Λ|K_1)\cdot P(K_1)}{P(Λ)} = \frac{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{17}{36}} = \left(\frac{\frac{2}{9}}{\frac{17}{36}}\right) = \frac{2\cdot 36}{9\cdot 17} = \frac{72}{153}$$

Θεώρημα Bayes

$\simeq 47\%$