Ά άσκηση

$P(A)=\frac{2}{3}$ $\quad P(B')=\frac{7}{12}$ $\quad \underline{P(A\cap B)}=\frac{1}{3}$

Υπολογίστε:

i) $P(B)$

ii) $P(A\cup B)$

iii) $P(A-B)$

iv) $P(B-A)$

---

Λύση i) $P(B)+P(B')=1 \; (100\%) \Leftrightarrow$

$P(B)+\frac{7}{12}=1 \Leftrightarrow$

$P(B)=1-\frac{7}{12} \Leftrightarrow$

$P(B)=\frac{12}{12}-\frac{7}{12} \Leftrightarrow$

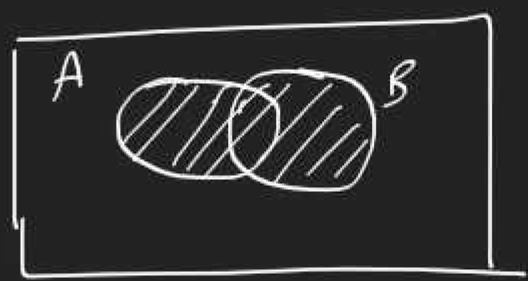
$\boxed{P(B)=\frac{5}{12}}$

$P(B')=1-P(B) \Leftrightarrow$

$P(B')=1-\frac{7}{12} \Leftrightarrow$

$P(B')=\frac{12}{12}-\frac{7}{12} \Leftrightarrow$

$P(B')=\frac{5}{12}$



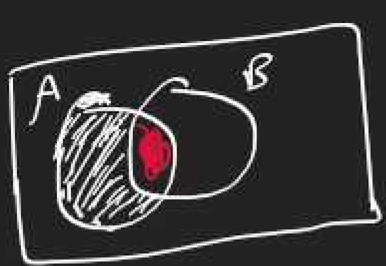

ii) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \Leftrightarrow$

$P(A\cup B)=\frac{2}{3}+\frac{5}{12}-\frac{1}{3} \Leftrightarrow$

$P(A\cup B)=\frac{8}{12}+\frac{5}{12}-\frac{4}{12} \Leftrightarrow$

$\boxed{P(A\cup B)=\frac{9^{:3}}{12_{:3}}=\frac{3}{4}}$

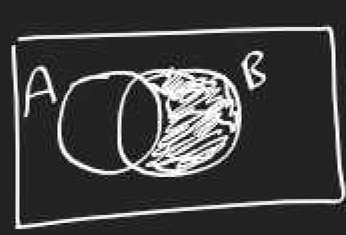
iii) $P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$




$=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}$

$=\frac{1}{3}$

iv) $P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)$




$=\frac{5}{12}-\frac{1}{3}$

$=\frac{5}{12}-\frac{4}{12}$

$=\frac{1}{12}$

$A, B$ ενδεχόμενα του δ.χ. $\Omega$ ώστε:

$P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{1}{4}$, $P(A\cup B)=\frac{5}{8}$

Βρείτε: α) $P(A\cap B)$ β) $P(A-B)$ γ) $P((B-A)')$ δ) $P(A'\cup B)$

α) $P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B) \Rightarrow$

$$\frac{5}{8} = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}-P(A\cap B) \Rightarrow$$

$5 = 1+1-x$

$x = 1+1-5$

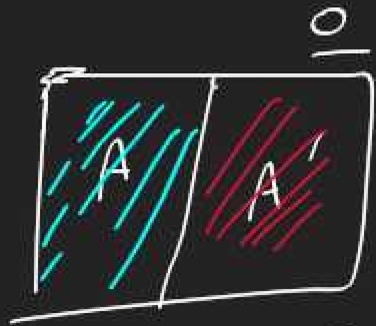
$$P(A\cap B) = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{5}{8} \Rightarrow$$

$$P(A\cap B) = \frac{4}{8}+\frac{2}{8}-\frac{5}{8} \Rightarrow$$

$$P(A\cap B) = \frac{1}{8}$$

$P(A)+P(A')=1$

$\Omega$





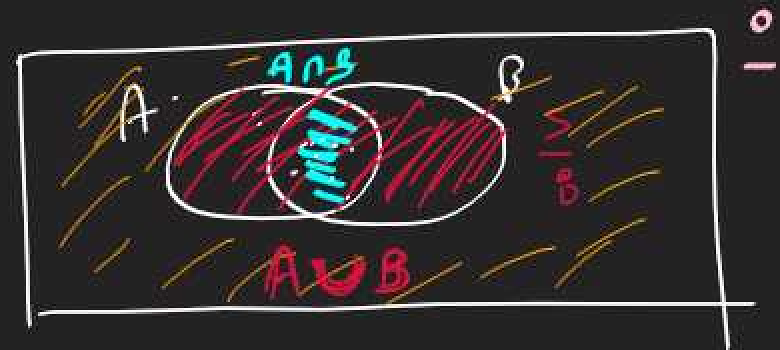
$\Omega$



extra φώντα

$$P((A\cup B)') = 1-P(A\cup B)$$
$$= 1-\frac{5}{8}$$
$$= \frac{3}{8}$$

$\Omega$





Ισχύει ότι $\boxed{P(A\cap B)\leq P(A\cup B)}$

β) $P(A-B) = P(A)-P(A\cap B)$

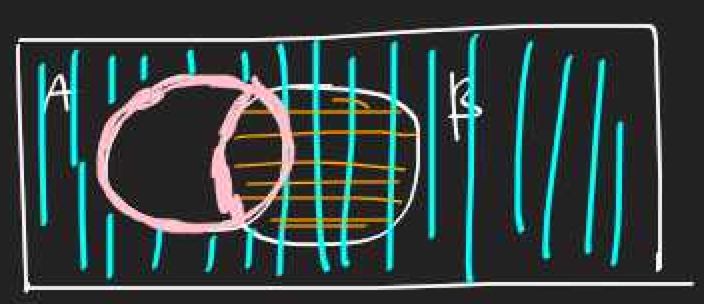
$$= \frac{1}{2}-\frac{1}{8}$$
$$= \frac{4}{8}-\frac{1}{8}$$
$$= \frac{3}{8}$$

$P(\star') = 1-P(\star)$

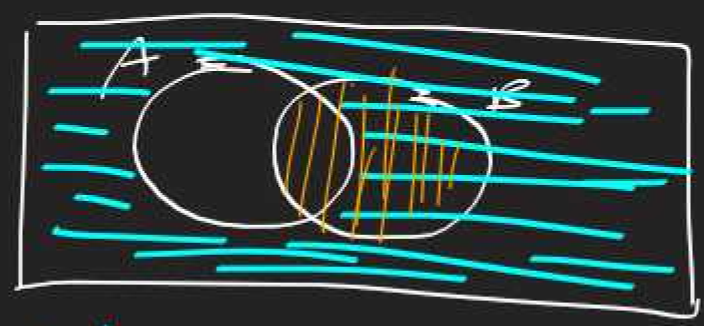
γ) $P((B-A)') = 1-\underbrace{P(B-A)}$

$$= 1-[P(B)-P(A\cap B)]$$
$$= 1-P(B)+P(A\cap B)$$
$$= \frac{1}{1}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8} = \frac{8}{8}-\frac{2}{8}+\frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

iv) $P(A' \cup B)$




$A'$ $\quad$ $B$




$A'$

Σχόλιο:
A: άρτιος
B: περιττός $\Big\}\ A' = B$

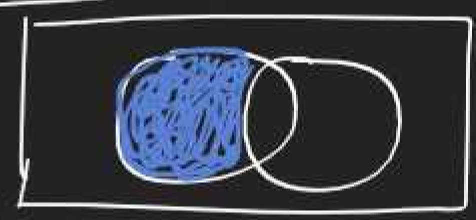
$A' = B$ ? Γενικά δεν ισχύει

$$P(A' \cup B) = 1 - P(A - B)$$

$$= 1 - \frac{3}{8}$$

$$= \frac{8}{8} - \frac{3}{8}$$

$$= \frac{5}{8}$$



$A - B$

κοινά στοιχεία $A', B$

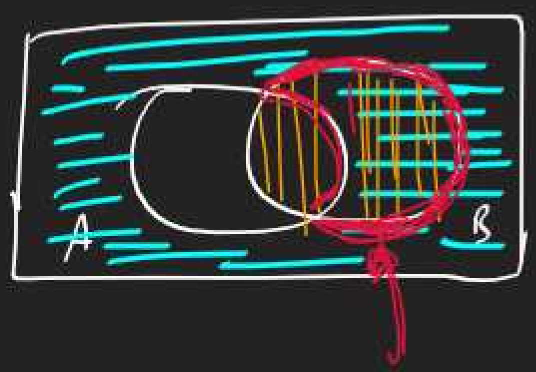
v) extra ερώτημα: $P(A' \cap B) = P(B - A)$

$$= P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$$

$$= \frac{2}{8} - \frac{1}{8}$$

$$= \frac{1}{8}$$




$A' \cap B$

Εξετάσαμε 200 άτομα αν έχουν δίπλωμα οδήγησης αυτοκινήτου ή μηχανής.

Α – αυτοκίνητο
Μ – μηχανή

- 160 άτομα είχαν δίπλωμα αυτοκινήτου
- 60 άτομα -||- -||- μηχανής
- 40 άτομα -||- -||- αυτοκινήτου και μηχανής $P(A\cap M)=\frac{40}{200}=0,2$

Διαλέγω τυχαία ένα άτομο. Ποια η πιθανότητα:

α) Να έχει δίπλωμα αυτοκινήτου: $P(A)=\frac{160}{200}=\frac{8}{10}=0,8$

β) Να μην έχει δίπλωμα μηχανής: $P(M)=\frac{60}{200}=\frac{3}{10}=0,3$

άρα $P(M')=1-P(M)=1-0,3=0,7$

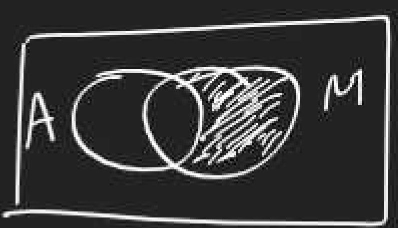
γ) Να έχει δίπλωμα αυτοκινήτου ή μηχανής:

ή : $\cup$

και : $\cap$

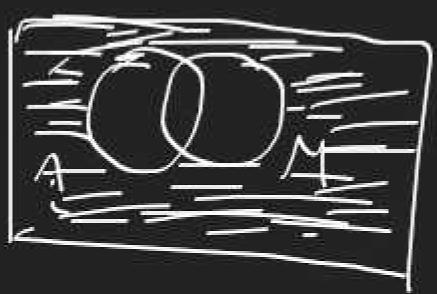
$$P(A\cup M)=P(A)+P(M)-P(A\cap M)$$
$$=0,8+0,3-0,2$$
$$=0,9$$

δ) Να έχει δίπλωμα μηχανής και όχι αυτοκινήτου:




$$P(M-A)=P(M)-P(A\cap M)$$
$$=0,3-0,2$$
$$=0,1$$

ε) Να μην έχει ούτε δίπλωμα αυτοκινήτου, ούτε δίπλωμα μηχανής

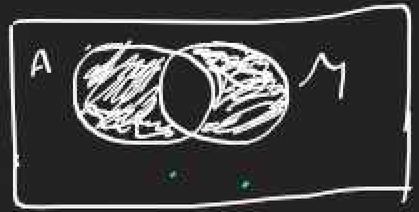



$$P((A\cup M)')=1-P(A\cup M)$$
$$=1-0,9$$
$$=0,1$$

$P(A-M)$
$P(A)-P(A\cap B)=$
$0,8-0,2=0,6$

στ) Να έχει μόνο δίπλωμα αυτοκινήτου ή μόνο δίπλωμα μηχανής

(δεν θέλει ταυτόχρονα αυτοκίνητο και μηχανή) και να έχουν κάποιο δίπλωμα -




$$P((A-M)\cup(M-A))=P(A-M)+P(M-A)$$
$$=0,6+0,1=0,7$$

β' τρόπος:

ή $P((A-M)\cup(M-A))=P(A\cup M)-P(A\cap M)=0,9-0,2$
$=0,7$