Τμήμα Επιστήμης Φυσικής Αγωγής & Αθλητισμού

Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης

Στατιστική στη Φυσική Αγωγή

(Ν161)

7η Διάλεξη

Κοκκότης Χρήστος, PhD

Στόχοι Διάλεξης

Κατανόηση βασικών εννοιών:

Έλεγχος Υποθέσεων

- ✓ Ένα δείγμα
- ✓ Ανεξάρτητα δείγματα
- ✓ Εξαρτημένα δείγματα

Ένα δείγμα (μία μέτρηση)

Ένας πληθυσμός *στην μέτρηση*

Ανεξάρτητα δείγματα (ανεξάρτητες μετρήσεις)

Διαφορετικά άτομα *σε κάθε μέτρηση*

Εξαρτημένα δείγματα (εξαρτημένες μετρήσεις)

Τα ίδια άτομα σε κάθε μέτρηση

Ένα δείγμα (μία μέτρηση)

Ένας πληθυσμός *στην μέτρηση*

Ένα δείγμα (μία μέτρηση)

Έλεγχος της ισότητας του πληθυσμιακού μέσου μιας ποσοτικής μεταβλητής με μια υποθετική μέση τιμή

Δεδομένα που προέρχονται από **έναν πληθυσμό**

Παράδειγμα:

Να ελεγχθεί εάν οι επιδόσεις ομάδας μαθητών στο άλμα εις μήκος διαφέρουν από τα 3.5μ.

Ελέγχουμε την στατιστική υπόθεση:

Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές στη μέση τιμή της επίδοσης στο άλμα εις μήκος ομάδας μαθητών από την τιμή 3.5μ;

Μηδενική υπόθεση

H_o: Η μέση τιμή της επίδοσης στο άλμα εις μήκος ομάδας μαθητών δεν διαφέρει από την τιμή 3.5 (μ=3.5)

Εναλλακτική υπόθεση

H_A: Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ της μέσης τιμής της επίδοσης στο άλμα εις μήκος ομάδας μαθητών από την τιμή 3.5 (μ≠3.5)

Ανεξάρτητα δείγματα (ανεξάρτητες μετρήσεις)

Διαφορετικά άτομα *σε κάθε μέτρηση*

Ανεξάρτητα δείγματα

Έλεγχος ύπαρξης στατιστικά σημαντικών διαφορών μεταξύ των μέσων τιμών δύο ανεξάρτητων μετρήσεων

Δεδομένα που προέρχονται από **δύο διαφορετικούς πληθυσμούς**, που δεν σχετίζονται μεταξύ τους.

Παράδειγμα:

Ένας γυμναστής στο δημοτικό σχολείο θέλει να διαπιστώσει αν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές σε ένα τεστ ευστοχίας μεταξύ της μέσης τιμής των επιδόσεων των παιδιών της Β΄ τάξης του δημοτικού σχολείου και της μέσης τιμής των επιδόσεων των παιδιών της Α΄ τάξης.

Ανεξάρτητα δείγματα

Αν οι μέσοι όροι $\bar{X}_1, \bar{X}_2$ των δύο δειγμάτων που προέρχονται από δύο διαφορετικούς πληθυσμούς (ανεξάρτητες μετρήσεις) διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους.

$1^η$ Ομάδα	$2^η$ Ομάδα
X_{11}	X_{21}
X_{12}	X_{22}
X_{13}	X_{23}
…	…
X_{1N}	X_{2N}

Ανεξάρτητα δείγματα

Αν και οι δύο πληθυσμοί ακολουθούν κανονική κατανομή τότε και **η διαφορά τους ακολουθεί κανονική κατανομή**

Ο αμερόληπτος εκτιμητής της διαφοράς των μέσων όρων των δύο πληθυσμών (μ_1- μ_2) είναι ο $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$

Και

η τυπική απόκλιση της διαφοράς των δύο πληθυσμών είναι $\sigma_{1,2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}}$

Μηδενική υπόθεση: $H_o : \mu_1 = \mu_2$ ή $H_o : \mu_1 - \mu_2 = 0$

Εναλλακτική υπόθεση: $H_A : \mu_1 \neq \mu_2$ ή $H_A : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Ανεξάρτητα δείγματα

Α. Αν **γνωρίζουμε τις διακυμάνσεις** σ_1^2, σ_2^2 των πληθυσμών

Εφόσον σ_1^2, σ_2^2 = **γνωστές**

και οι πληθυσμοί ακολουθούν κανονική κατανομή χρησιμοποιούμε τις z-τιμές (z-κατανομή)

$$z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}}} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}}}$$

επειδή $\mu_1 - \mu_2 = 0$

Ανεξάρτητα δείγματα

Παράδειγμα:

Ένας γυμναστής στο δημοτικό σχολείο θέλει να διαπιστώσει αν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές σε ένα τεστ ευστοχίας μεταξύ της μέσης τιμής των επιδόσεων των παιδιών της Β΄ τάξης του δημοτικού σχολείου και της μέσης τιμής των επιδόσεων των παιδιών της Α΄ τάξης.

Β΄ τάξη: $N_1 = 20, \bar{X}_1 = 11, \sigma_1 = 10$

Α΄ τάξη: $N_2 = 24, \bar{X}_2 = 8, \sigma_2 = 9$

Ερώτημα:

Υπάρχει **στατιστικά σημαντική διαφορά** μεταξύ των μέσων όρων των δύο πληθυσμών (από τους οποίους προέρχονται τα δείγματα), σε επίπεδο σημαντικότητας α=0.05 με την προϋπόθεση ότι οι δύο πληθυσμοί ακολουθούν την κανονική κατανομή.

Ανεξάρτητα δείγματα

1. διατύπωση μηδενικής υπόθεσης: $H_o : \mu_1 = \mu_2$
2. διατύπωση εναλλακτικής υπόθεσης: $H_A : \mu_1 \neq \mu_2$

Εφόσον οι πληθυσμοί από τους οποίους προέρχονται τα δείγματα ακολουθούν την κανονική κατανομή και είναι γνωστές οι διακυμάνσεις των πληθυσμών

z - κατανομή

Ανεξάρτητα δείγματα

Β΄ τάξη: $N_1 = 20, \bar{X}_1 = 11, \sigma_1 = 10$

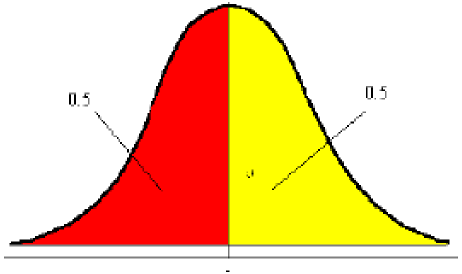
Α΄ τάξη: $N_2 = 24, \bar{X}_2 = 8, \sigma_2 = 9$

$$z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}}} = \frac{(11-8)}{\sqrt{\frac{10^2}{20} + \frac{9^2}{24}}} = \frac{3}{\sqrt{\frac{100}{20} + \frac{81}{24}}} = \frac{3}{\sqrt{5+3.375}} = \frac{3}{2.89} = 1.038$$

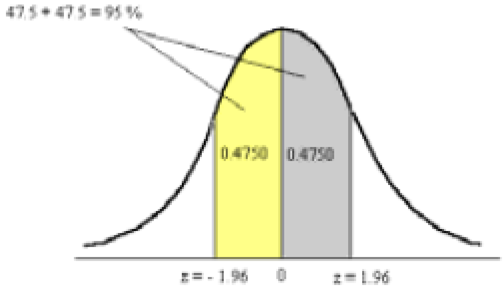
Ανεξάρτητα δείγματα

Εναλλακτική υπόθεση: $\mathrm{H}_A : \mu_1 \neq \mu_2$ Άρα: δίπλευρος έλεγχος

για α= 0.05 ή α/2= 0.025
από πίνακα τυπικής κανονικής κατανομής
το αντίστοιχο εμβαδόν (0.5 – 0.025) είναι 0.4750



Η τιμή 0.4750 βρίσκεται στην διασταύρωση της γραμμής που αντιστοιχεί στην τιμή 1.9 και της στήλης που αντιστοιχεί στην τιμή 6.



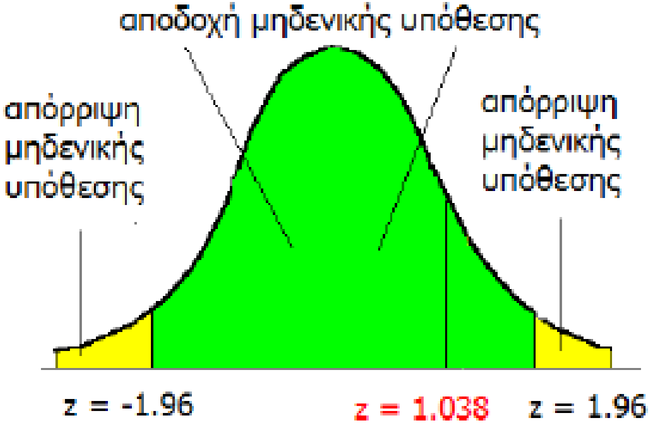
Το 95% του πληθυσμού

Βρίσκεται μεταξύ των τιμών

- 1.96 και 1.96

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

Ανεξάρτητα δείγματα



Εφόσον z= 1.038 < z-κρίσιμη= 1.96

αποδεχόμαστε την $\mathrm{H}_o : \mu_1 = \mu_2$

Ανεξάρτητα δείγματα

Β. Αν **ΔΕΝ γνωρίζουμε τις διακυμάνσεις** σ_1^2, σ_2^2 των πληθυσμών

Όταν σ_1^2, σ_2^2 = άγνωστες

και

οι πληθυσμοί ακολουθούν κανονική κατανομή χρησιμοποιούμε τις t-τιμές (t-κατανομή)

Προϋπόθεση: ομοιογένεια των διακυμάνσεων $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

Ανεξάρτητα δείγματα

Όταν $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

Για την εκτίμηση του σ^2

χρησιμοποιείται ο αμερόληπτος εκτιμητής του $s^2 = \frac{s_1^2(N_1 - 1) + s_2^2(N_2 - 1)}{N_1 + N_2 - 2}$

Το τυπικό σφάλμα της διαφοράς των μέσων τιμών των δύο ανεξάρτητων μετρήσεων θα είναι

$$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{S^2 \frac{(N_1 + N_2)}{N_1 \cdot N_2}}$$

Ανεξάρτητα δείγματα

Για τον έλεγχο της ύπαρξης στατιστικά σημαντικών διαφορών χρησιμοποιείται το στατιστικό

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{S^2 \frac{(N_1 + N_2)}{N_1 \cdot N_2}}}$$ επειδή $\mu_1 - \mu_2 = 0$

για $(N_1 + N_2 - 2)$ βαθμούς ελευθερίας

Ανεξάρτητα δείγματα

Παράδειγμα:

Ένας γυμναστής στο δημοτικό σχολείο θέλει να διαπιστώσει αν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές σε ένα τεστ ευστοχίας μεταξύ της μέσης τιμής των επιδόσεων των παιδιών της Β΄ τάξης του δημοτικού σχολείου και της μέσης τιμής των επιδόσεων των παιδιών της Α΄ τάξης.

Β΄ τάξη: $N_1 = 20, \bar{X}_1 = 11, s_1 = 8$

Α΄ τάξη: $N_2 = 24, \bar{X}_2 = 8, s_2 = 7$

Ερώτημα:

Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μέσων όρων των δύο πληθυσμών (από τους οποίους προέρχονται τα δείγματα), σε επίπεδο σημαντικότητας α=0.05 με την προϋπόθεση ότι οι δύο πληθυσμοί ακολουθούν την κανονική κατανομή;

Ανεξάρτητα δείγματα

1. διατύπωση μηδενικής υπόθεσης: $\mathrm{H}_o : \mu_1 = \mu_2$
2. διατύπωση εναλλακτικής υπόθεσης: $\mathrm{H}_A : \mu_1 \neq \mu_2$

Εφόσον οι πληθυσμοί από τους οποίους προέρχονται τα δείγματα ακολουθούν την κανονική κατανομή **ΑΛΛΑ ΔΕΝ** είναι γνωστές οι διακυμάνσεις των πληθυσμών

$\Downarrow$

t - κατανομή

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{S^2 \frac{(N_1 + N_2)}{N_1 \cdot N_2}}}$$

Ανεξάρτητα δείγματα

Αρχικά υπολογίζεται ο αμερόληπτος εκτιμητής του σ^2 του πληθυσμού που είναι

$$S^2 = \frac{S_1^2(N_1-1)+S_2^2(N_2-1)}{N_1+N_2-2} = \frac{8^2(20-1)+7^2(24-1)}{20+24-2} = \frac{64\cdot 19+49\cdot 23}{42} = 55.79$$

Στην συνέχεια, χρησιμοποιώντας τον αμερόληπτο εκτιμητή s^2 της διακύμανσης σ^2 του πληθυσμού, υπολογίζεται το τυπικό σφάλμα της διαφοράς των μέσων τιμών των δύο ανεξάρτητων μετρήσεων που είναι

$$S_{\overline{X}_1-\overline{X}_2} = \sqrt{S^2\frac{(N_1+N_2)}{N_1\cdot N_2}} = \sqrt{55.79\frac{(20+24)}{20\cdot 24}} = \sqrt{5.114} = 2.26$$

Χρησιμοποιώντας το τυπικό σφάλμα υπολογίζεται στη συνέχεια η t – τιμή

$$t = \frac{(\overline{X}_1-\overline{X}_2)}{\sqrt{S^2\frac{(N_1+N_2)}{N_1\cdot N_2}}} = \frac{11-8}{2.26} = 1.327$$

Ανεξάρτητα δείγματα

Εναλλακτική υπόθεση: H_A: $\mu_1 \neq \mu_2$ Άρα: δίπλευρος έλεγχος

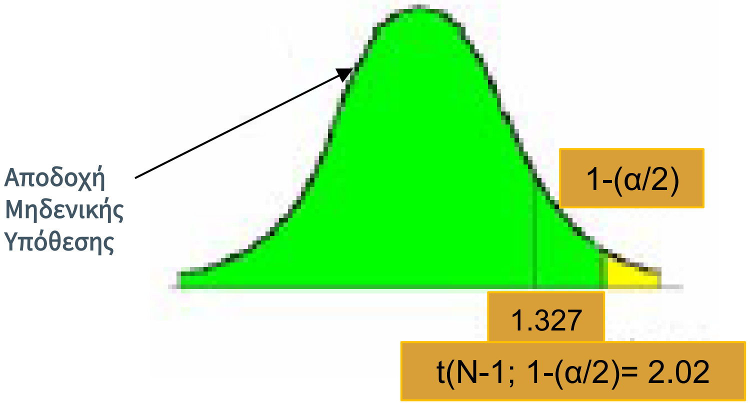
Για α= 0.05 ή 1 – (α/2)= 1 – (0.05/2) = 1 - 0.025 = **0.975** και βαθμούς ελευθερίας (β.ε.): $N_1 + N_2$ - 2 = 20 + 24 -2 = 42 από πίνακα τυπικής κανονικής κατανομής **ποια είναι η κρίσιμη t – τιμή;**

Εξαρτημένα δείγματα

$1 - (\alpha/2) = 1 - (0.05/2) = 1 - 0.025 = 0.975$

$N_1 + N_2 - 2 =$

$20 + 24 - 2 = 42$



Άρα αποδεχόμαστε την H_o

$\mu_1 = \mu_2$

df | p	.60	.70	.80	.90	.95	.975	.99	.995
1	.325	.727	1.367	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66
2	.289	.617	1.061	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92
...	----	----	-----	------	----	----	-----	-----
15	.258	.536	.866	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95
16	.258	.535	.865	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92
17	.257	.534	.863	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90
18	.257	.534	.862	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88
19	.257	.533	.861	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86
20	.257	.533	.860	1.32	1.72	2.09	2.53	2.84
21	.257	.532	.859	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83
22	.256	.532	.858	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82
23	.256	.532	.858	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81
24	.256	.531	.857	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79
25	.256	.531	.856	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79
26	.256	.531	.856	1.32	1.71	2.06	2.48	2.78
27	.256	.531	.855	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77
28	.256	.530	.855	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76
29	.256	.530	.854	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75
30	.256	.530	.854	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75
40	.255	.529	.851	1.30	1.68	2.02	2.42	2.58

Εξαρτημένα δείγματα (εξαρτημένες μετρήσεις)

Τα ίδια άτομα σε κάθε μέτρηση

Εξαρτημένα δείγματα

Έλεγχος ύπαρξης στατιστικά σημαντικών διαφορών μεταξύ των μέσων τιμών δύο εξαρτημένων μετρήσεων

το ίδιο άτομο **μετριέται**

- **κάτω από δύο διαφορετικές συνθήκες ή**
- **σε δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές**

Εξαρτημένα δείγματα

Εξετάζουμε αν η μέση διαφορά των ζευγαρωμένων παρατηρήσεων είναι στατιστικά σημαντική

Πριν	**Μετά**
X_{11}	X_{21}
X_{12}	X_{22}
X_{13}	X_{23}
…	…
X_{1N}	X_{2N}

Εξαρτημένα δείγματα

Αν και οι δύο πληθυσμοί ακολουθούν **κανονική κατανομή** τότε και η διαφορά τους ακολουθεί κανονική κατανομή

Μηδενική υπόθεση: H_o: $\mu_1 - \mu_2 = 0$ ή H_o: $\mu_1 = \mu_2$

Εναλλακτική υπόθεση: H_A: $\mu_1 \neq \mu_2$

Εξαρτημένα δείγματα

Διαφορά επιδόσεων του ίδιου ατόμου

$$d_i = X_{i1} - X_{i2}$$

Μέση Διαφορά

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{N} d_i}{N}$$

Πριν	**Μετά**
X_{11}	X_{21}
X_{12}	X_{22}
X_{13}	X_{23}
…	…
X_{1N}	X_{2N}

Εξαρτημένα δείγματα

Για τον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης χρησιμοποιείται η ποσότητα

$$t = \frac{\sum_{i=1}^{N} d_i}{\sqrt{\dfrac{N(\sum_{i=1}^{N} d_i^2) - (\sum_{i=1}^{N} d_i)^2}{N-1}}}$$

Εκτιμητής τυπικής απόκλισης των διαφορών

$$S_d = \sqrt{\frac{N(\sum_{i=1}^{N} d_i^2) - (\sum_{i=1}^{N} d_i)^2}{N(N-1)}}$$

Εξαρτημένα δείγματα

Παράδειγμα:

Ένας προπονητής ενδιαφέρεται να ελέγξει την επίδραση ενός προγράμματος προπόνησης για τη βελτίωση της ευστοχίας. Για το σκοπό αυτό μετρήθηκαν οι επιδόσεις ενός δείγματος N= 10 ατόμων σε ένα τεστ ευστοχίας «πριν» και «μετά» την εφαρμογή του προγράμματος προπόνησης. Αυτές οι επιδόσεις παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

α/α	πριν	μετά
1	7	5
2	9	15
3	4	7
4	15	11
5	6	4
6	3	7
7	9	8
8	5	10
9	6	6
10	12	16
N=10		

Εξαρτημένα δείγματα

$$t = \frac{\sum_{i=1}^{N} d_i}{\sqrt{\dfrac{N(\sum_{i=1}^{N} d_i^2) - (\sum_{i=1}^{N} d_i)^2}{N-1}}}$$

Έπειτα από τις πράξεις

t =1.18

α/α	πριν	μετά
1	7	5
2	9	15
3	4	7
4	15	11
5	6	4
6	3	7
7	9	8
8	5	10
9	6	6
10	12	16
N=10		

Εξαρτημένα δείγματα

Εναλλακτική υπόθεση: H_A: $\mu_1 \neq \mu_2$ Άρα: δίπλευρος έλεγχος

για α= 0.05 ή 1 – (α/2)= 1 – (0.05/2) = 1 - 0.025 = **0.975** και βαθμούς ελευθερίας (β.ε.): N-1 = 10 - 1 = **9** από πίνακα τυπικής κανονικής κατανομής **ποια είναι η κρίσιμη t – τιμή**;

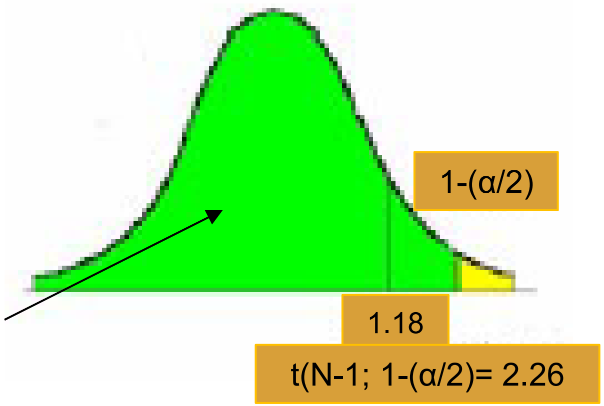
Εξαρτημένα δείγματα

1 – (α/2)= 1- (0.05/2)= 1- 0.025 = 0.975

N-1=

10-1=

9



Αποδοχή Μηδενικής Υπόθεσης

$t = 1.18 < t_{κρισιμη} = 2.26)$

Άρα αποδεχόμαστε την H_o

$\mu_1 = \mu_2$

df | *p*	.60	.70	.80	.90	.95	.975	.99	.995
1	.325	.727	1.367	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66
2	.289	.617	1.061	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92
3	.277	.584	.978	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84
4	.271	.569	.941	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60
5	.267	.559	.920	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03
6	.265	.553	.906	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71
7	.263	.549	.896	1.42	1.90	2.36	3.00	3.50
8	.262	.546	.889	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36
9	.261	.543	.883	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25
10	.260	.542	.879	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17
11	.260	.540	.876	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11
12	.259	.539	.873	1.36	1.78	2.18	2.68	3.06
13	.259	.538	.870	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01
14	.258	.537	.868	1.34	1.76	2.14	2.62	2.98
15	.258	.536	.866	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95
16	.258	.535	.865	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92
17	.257	.534	.863	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90
18	.257	.534	.862	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88
19	.257	.533	.861	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86
20	.257	.533	.860	1.32	1.72	2.09	2.53	2.84

Ερωτήσεις & Συζήτηση