Τμήμα Επιστήμης Φυσικής Αγωγής & Αθλητισμού
Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης

Στατιστική στη Φυσική Αγωγή

(Ν161)

6η Διάλεξη

Κοκκότης Χρήστος, PhD

Στόχοι Διάλεξης

Κατανόηση βασικών εννοιών:

- Έλεγχος Υποθέσεων

Υπόθεση

"μπορεί ο αριθμητικός μέσος του δείγματος να είναι ίδιος με τον αριθμητικό μέσο του πληθυσμού";

Έλεγχος υπόθεσης

διαδικασία αποδοχής ή απόρριψης της υπόθεσης

Πιθανές περιπτώσεις κατά τον έλεγχο μιας υπόθεσης

		Υπόθεση	
		Αληθής	**Ψευδής**
Απόφαση	**Αποδοχή**	**Σωστή Απόφαση**	Λάθος Τύπου II
	Απόρριψη	Λάθος Τύπου I	**Σωστή Απόφαση**

Λάθος τύπου I = α :

η πιθανότητα να απορρίψουμε μια αληθινή κατάσταση

(1 - α)= η πιθανότητα να πάρουμε σωστή απόφαση

Λάθος τύπου II = β :

η πιθανότητα να αποδεχτούμε μια ψευδή κατάσταση

Στάδια ελέγχου υποθέσεων

1. διατύπωση μηδενικής υπόθεσης H_o

   (πάντοτε περιέχει ισότητα)

   π.χ. μ=10

2. διατύπωση εναλλακτικής υπόθεσης H_A

   π.χ. μ< 10 ή μ> 10 ή μ ≠10

Στάδια ελέγχου υποθέσεων

Παράδειγμα

Μια ομάδα μπάσκετ πετυχαίνει **ακριβώς 80 πόντους** σε κάθε παιχνίδι:
μηδενική υπόθεση: H_o: μ= 80
εναλλακτική υπόθεση: H_A: μ < 80 ή H_A: μ > 80
Μια ομάδα μπάσκετ πετυχαίνει το **λιγότερο 80 πόντους** σε κάθε παιχνίδι:
μηδενική υπόθεση: H_o: μ ≥ 80
εναλλακτική υπόθεση: H_A: μ < 80
Μια ομάδα μπάσκετ **δεν πετυχαίνει περισσότερο από 80 πόντους** σε κάθε παιχνίδι:
μηδενική υπόθεση: H_o: μ ≤ 80
εναλλακτική υπόθεση: H_A: μ > 80

Στάδια ελέγχου υποθέσεων

3. προσδιορισμός κριτηρίων ελέγχου

(διαστήματα αποδοχής: αποδοχή H_o

κρίσιμο διάστημα: απόρριψη H_o)

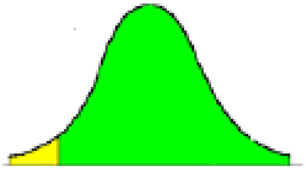
Το μέγεθος της κρίσιμης περιοχής καθορίζεται από την τιμή του α (Λάθος τύπου Ι) (συνήθως α=0.05)

(α= επίπεδο σημαντικότητας= η πιθανότητα να απορρίψουμε μια αληθινή υπόθεση)

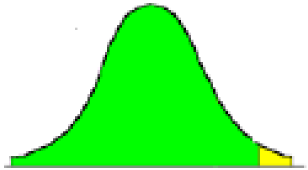
Θέση κρίσιμης περιοχής

καθορίζεται από την εναλλακτική υπόθεση

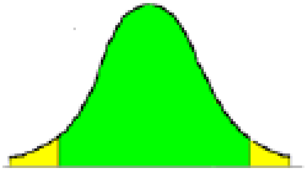
H_A : < κρίσιμη περιοχή στα αριστερά της κατανομής



H_A : > κρίσιμη περιοχή στα δεξιά της κατανομής



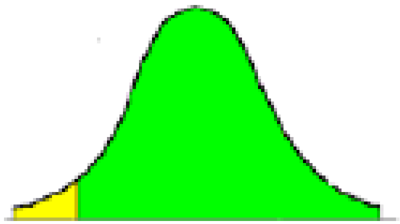
H_A : ≠ κρίσιμη περιοχή στα άκρα της κατανομής

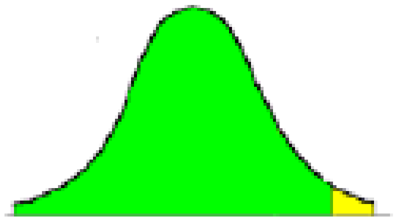


Μονόπλευρος έλεγχος

εναλλακτικές υποθέσεις $\mathrm{H}_A : <$ και $\mathrm{H}_A : >$

κρίσιμη περιοχή: αριστερά ή δεξιά

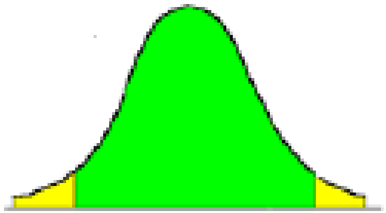




Δίπλευρος έλεγχος

εναλλακτική υπόθεση $\mathrm{H}_A : \neq$

κρίσιμη περιοχή και αριστερά και δεξιά



Στάδια ελέγχου υποθέσεων

4. προσδιορισμός της τιμής του στατιστικού (π.χ. μέσου όρου δείγματος) πάνω στην κλίμακα της δειγματικής κατανομής

παράδειγμα:

θεωρείται ότι ο μέσος όρος του βάρους των φοιτητών του Τ.Ε.Φ.Α.Α. (**πληθυσμός**) είναι **μ=75 kg**, με τυπική απόκλιση **σ= 18 kg**.

Για να διαπιστωθεί αν ισχύει κάτι τέτοιο, με **α= 0.05**, πήραμε ένα δείγμα φοιτητών **(N=100 φοιτητές)** που είχε βάρος κατά **μέσο όρο $\bar{X}$ = 72 kg**

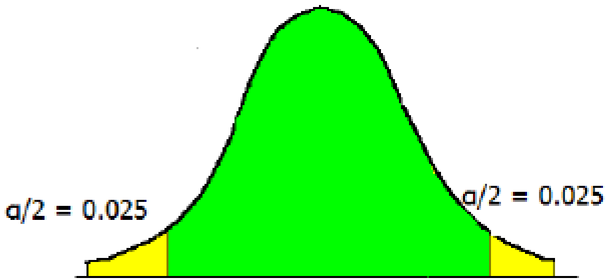
1. μηδενική υπόθεση H_o : μ=75
2. εναλλακτική υπόθεση H_A : μ ≠75

3. προσδιορισμός κριτηρίων ελέγχου:

εφόσον H_A **: μ ≠75 ,**

ο έλεγχος είναι δίπλευρος,

Εφόσον **α=0.05** τότε **α/2 = 0.025**



4. προσδιορισμός της τιμής του στατιστικού

(του δειγματικού μέσου στην κλίμακα των τιμών της δειγματικής κατανομής)

$\bar{X}$ = 72 kg

μ 75 kg

σ= 18 kg

N=100 φοιτητές

$$z_{72} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{N}}} = \frac{72 - 75}{\frac{18}{\sqrt{100}}} = \frac{-3}{1.8} = -1.67$$

5. Λήψη απόφασης απόρριψης ή αποδοχής H_o

Αν

η τιμή του στατιστικού (Z_{72}) ανήκει στην κρίσιμη περιοχή

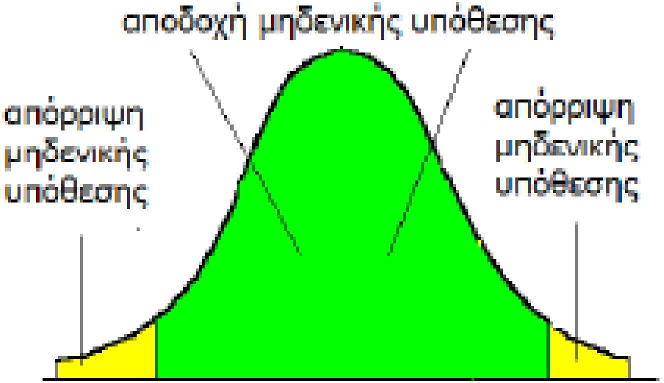
απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση.

Αν

η τιμή του στατιστικού (Z_{72})

ΔΕΝ ανήκει στην κρίσιμη περιοχή

αποδεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση.

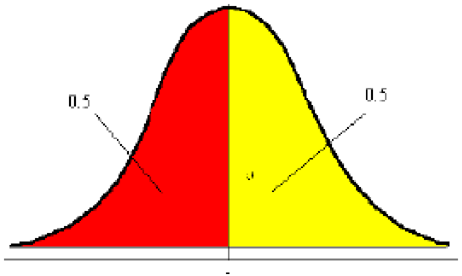


για α= 0.05 ή α/2= 0.025

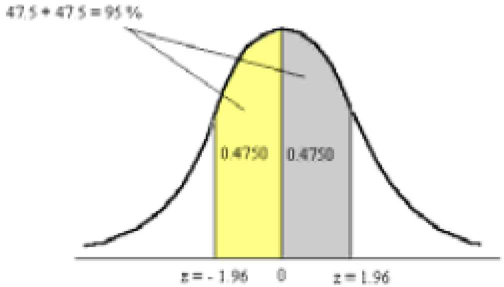
από πίνακα τυπικής κανονικής κατανομής

το αντίστοιχο εμβαδόν (0.5 – 0.025=) είναι 0.4750

Σε ποια z – τιμή αντιστοιχεί το εμβαδόν **0.4750**;



Η τιμή 0.4750 βρίσκεται στην διασταύρωση της γραμμής που αντιστοιχεί στην τιμή 1.9 και της στήλης που αντιστοιχεί στην τιμή 6.



Το 95% του πληθυσμού

Βρίσκεται μεταξύ των τιμών

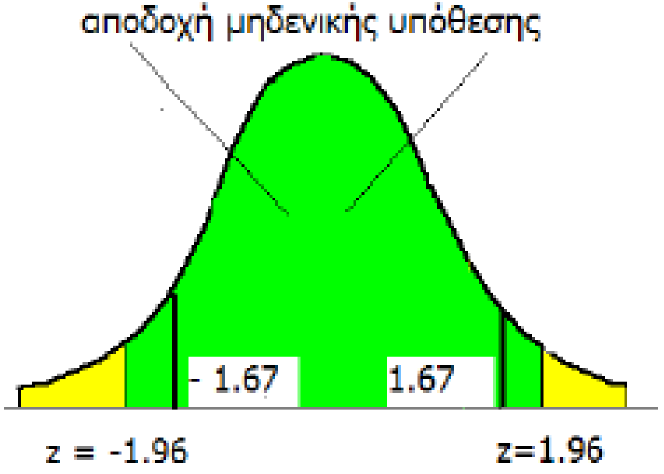
- 1.96 και 1.96

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

Επειδή

$-1.67 > -1.96$ και $1.67 < 1.96$

η τυπική τιμή του δειγματικού μέσου βρίσκεται μέσα στο διάστημα αποδοχής αποδεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση.



Άρα, το μέσο βάρος των φοιτητών είναι 75 kg

Παράδειγμα:

Η διαφορά επίθεσης-άμυνας μιας ομάδας μπάσκετ ανά σεζόν (πληθυσμός) είναι $\mu = +10$ (επίθεση > άμυνα),

με τυπική απόκλιση $\sigma = 9$.

Την περασμένη χρονιά, σε 36 αγώνες (μέγεθος δείγματος),

η διαφορά επίθεσης-άμυνας ήταν +14 (μέσος όρος δείγματος).

(ο πληθυσμός ακολουθεί κανονική κατανομή)

Ερώτημα:

Ήταν αυτή η χρονιά η καλύτερη; (δηλαδή: $\bar{X}$ >μ)
(επίπεδο σημαντικότητας α= 0.05)

1. διατύπωση μηδενικής υπόθεσης: H_o : $\bar{X} \leq \mu$
   (δεν ήταν η καλύτερη χρονιά)
2. διατύπωση εναλλακτικής υπόθεσης: H_A : $\bar{X}$ >μ
   (ήταν η καλύτερη χρονιά)

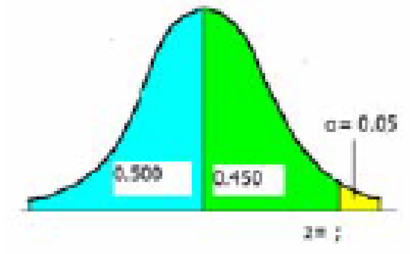
3. προσδιορισμός κριτηρίων ελέγχου:

εφόσον $\mathrm{H}_A : \bar{X} > \mu$

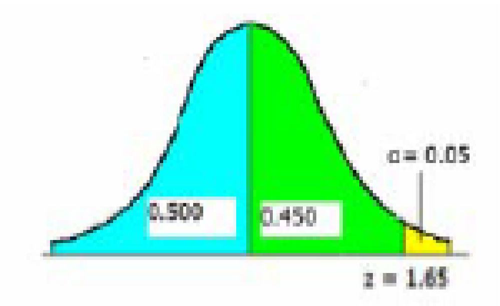
ο έλεγχος είναι **μονόπλευρος**, με α=0.05

από πίνακα τυπικής κανονικής κατανομής

κρίσιμη περιοχή: 0.5 - 0.05= 0.450 (εμβαδόν)



Η τιμή 0.450 βρίσκεται στην διασταύρωση της γραμμής που αντιστοιχεί στην τιμή 1.6 και της στήλης που αντιστοιχεί στην τιμή 5.



Εφόσον έχουμε μονόπλευρο έλεγχο η κρίσιμη περιοχή απόρριψης βρίσκεται μετά την τιμή z = 1.65

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

4. προσδιορισμός της τιμής του στατιστικού (του δειγματικού μέσου στην κλίμακα των τιμών της δειγματικής κατανομής)

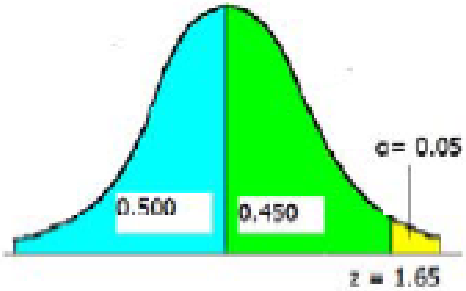
$\bar{X} = 14$

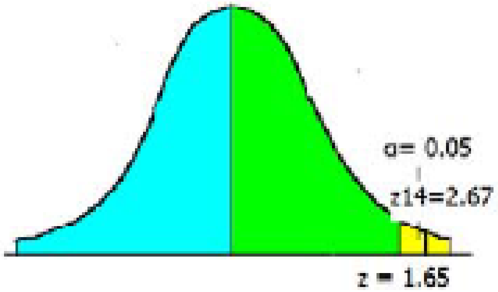
μ= 10

σ= 9

N=36 αγώνες

$$z_{14} = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{N}}} = \frac{14-10}{\frac{9}{\sqrt{36}}} = \frac{4}{1.5} = 2.67$$





Εφόσον 2,67 > 1,65 (βρίσκεται στην κρίσιμη περιοχή) απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση ($H_o : \bar{X} \leq \mu$) και αποδεχόμαστε την εναλλακτική υπόθεση ($H_A : \bar{X} > \mu$)

Άρα ήταν η καλύτερη χρονιά

Έλεγχος σημαντικότητας για έναν μέσο

Αν η μέση τιμή ($\bar{X}$) ενός δείγματος (μεγέθους Ν), διαφέρει σημαντικά από τη μέση τιμή (μ) του πληθυσμού

(ο πληθυσμός ακολουθεί κανονική κατανομή)

1. **διατύπωση μηδενικής υπόθεσης:** $\mathrm{H}_o : \bar{X} = \mu$

(η μέση τιμή ($\bar{X}$) του δείγματος δεν διαφέρει σημαντικά (είναι ίση) από τη μέση τιμή (μ) του πληθυσμού)

2 διατύπωση εναλλακτικής υπόθεσης: $\mathrm{H}_A : \bar{X} \neq \mu$

(η μέση τιμή του δείγματος διαφέρει σημαντικά (δεν είναι ίση) από τη μέση τιμή του πληθυσμού) α) Αν **γνωρίζουμε** την τυπική απόκλιση **σ** του πληθυσμού

Παράδειγμα:

Ένας προπονητής ενδιαφέρεται να συγκρίνει το επίπεδο της μέγιστης δύναμης των αθλητών του (N = 25) με την μέση τιμή του επιπέδου δύναμης όλου του πληθυσμού των αθλητών της ίδια κατηγορίας, το οποίο είναι γνωστό από την βιβλιογραφία.

Στην προκειμένη περίπτωση είναι γνωστά

- το μέγεθος του δείγματος: N= 25
- η μέση τιμή του δείγματος: $\bar{X}$ = 120 kg
- η μέση τιμή του πληθυσμού: μ = 115 Kg
- η τυπική απόκλιση του πληθυσμού: σ = 10 kg
- το δείγμα προέρχεται από πληθυσμό που ακολουθεί την κανονική κατανομή
- επίπεδο σημαντικότητας α = 0.05

1. διατύπωση μηδενικής υπόθεσης: $H_o : \bar{X} = \mu$
2. διατύπωση εναλλακτικής υπόθεσης: $H_A : \bar{X} \neq \mu$

Το δείγμα προέρχεται από πληθυσμό που ακολουθεί την κανονική κατανομή.

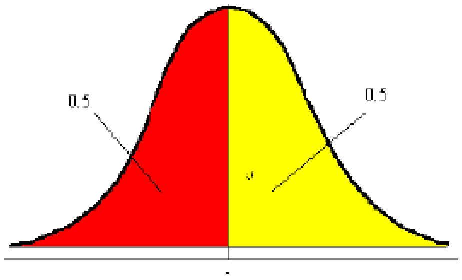
Συνεπώς μπορεί η κανονική κατανομή να μετατραπεί με z – τυπική κατανομή.

$$z_{120} = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{N}}} = \frac{120-115}{\frac{10}{\sqrt{25}}} = \frac{5}{2} = 2.5$$

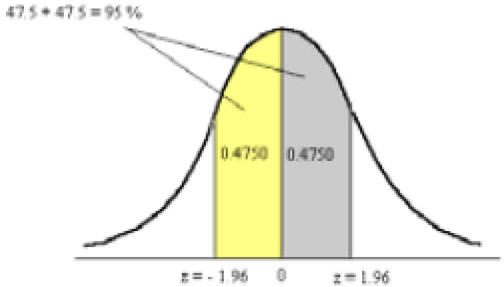
εναλλακτική υπόθεση: H_A: $\bar{X} \neq \mu$ Άρα: δίπλευρος έλεγχος

για α= 0.05 ή α/2= 0.025 από πίνακα τυπικής κανονικής κατανομής

το αντίστοιχο εμβαδόν (0.5 – 0.025=) είναι 0.4750



Η τιμή 0.4750 βρίσκεται στην διασταύρωση της γραμμής που αντιστοιχεί στην τιμή 1.9 και της στήλης που αντιστοιχεί στην τιμή 6.

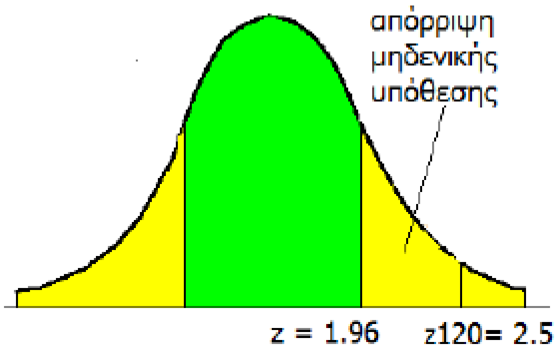


Το 95% του πληθυσμού

Βρίσκεται μεταξύ των τιμών

- 1.96 και 1.96

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000



- **απορρίπτουμε την** H_o **:** $\bar{X} = \mu$
- **αποδεχόμαστε την** H_A **:** $\bar{X} \neq \mu$

Β. Αν **δεν γνωρίζουμε** την τυπική απόκλιση **σ** του πληθυσμού

Παράδειγμα:

Ένας προπονητής ενδιαφέρεται να συγκρίνει το επίπεδο της μέγιστης δύναμης των αθλητών του (Ν = 25) με την μέση τιμή του επιπέδου δύναμης όλου του πληθυσμού των αθλητών της ίδια κατηγορίας, το οποίο είναι γνωστό από την βιβλιογραφία.

Στην προκειμένη περίπτωση είναι γνωστά

- το μέγεθος του δείγματος: N= 25
- η μέση τιμή του δείγματος: $\bar{X}$ = 120 kg
- η μέση τιμή του πληθυσμού: μ = 115 Kg
- η τυπική απόκλιση του δείγματος: s = 18 kg
- επίπεδο σημαντικότητας α = 0.05

1. διατύπωση μηδενικής υπόθεσης: $H_o : \bar{X} = \mu$

2. διατύπωση εναλλακτικής υπόθεσης: $H_A : \bar{X} \neq \mu$

Το δείγμα (N = 25 < 30) προέρχεται από πληθυσμό που ακολουθεί την κανονική κατανομή. Όμως ΔΕΝ είναι γνωστή η τυπική απόκλιση του πληθυσμού (την αντικαθιστούμε με τη δειγματική τυπική απόκλιση).

Συνεπώς θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η t –κατανομή.

$$t_{120} = \frac{\bar{X} - \mu}{s_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{N}}} = \frac{120 - 115}{\frac{18}{\sqrt{25}}} = \frac{5}{3.6} = 1.39$$

εναλλακτική υπόθεση: $H_A : \bar{X} \neq \mu$ Άρα: δίπλευρος έλεγχος

για α= 0.05 ή 1 – (α/2)= 1 – (0.05/2) = 1 - 0.025 = **0.975**

και βαθμούς ελευθερίας (β.ε.): N – 1 = 25 – 1 = **24**

από πίνακα τυπικής κανονικής κατανομής

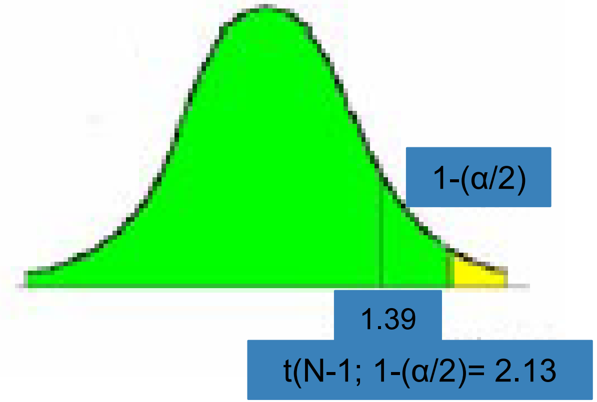
ποια είναι η κρίσιμη t – τιμή;

1 – (α/2)= 1- (0.05/2)= 1- 0.025 = 0.975

N-1=

25-1=

24



t_{120} =1.39 < (t=2.06)

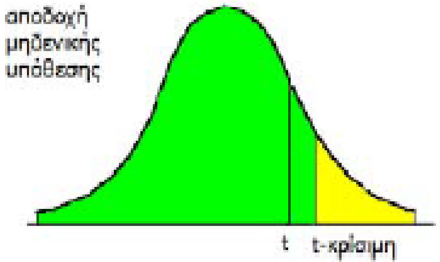
Άρα αποδεχόμαστε την H_o

$\bar{X} = \mu$

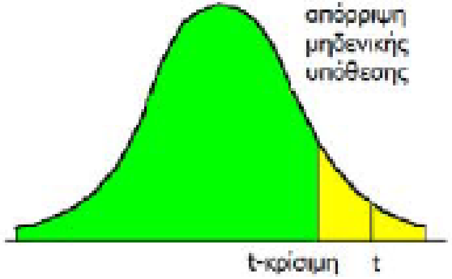
df | p	.60	.70	.80	.90	.95	.975	.99	.995
1	.325	.727	1.367	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66
2	.289	.617	1.061	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92
...	----	----	-----	------	----	----	-----	-----
14	.258	.537	.868	1.34	1.76	2.14	2.62	2.98
15	.258	.536	.866	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95
16	.258	.535	.865	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92
17	.257	.534	.863	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90
18	.257	.534	.862	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88
19	.257	.533	.861	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86
20	.257	.533	.860	1.32	1.72	2.09	2.53	2.84
21	.257	.532	.859	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83
22	.256	.532	.858	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82
23	.256	.532	.858	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81
24	.256	.531	.857	1.32	1.71	2.06	2.49	2.79
25	.256	.531	.856	1.32	1.71	[illegible]	2.49	2.79
26	.256	.531	.856	1.32	1.71	2.06	2.48	2.78
27	.256	.531	.855	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77
28	.256	.530	.855	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76
29	.256	.530	.854	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75
30	.256	.530	.854	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75

Συμπερασματικά:

αν t < t-κρίσιμη αποδεχόμαστε την $\mathrm{H}_o : \bar{X} = \mu$



αν t > t-κρίσιμη απορρίπτουμε την $\mathrm{H}_o : \bar{X} = \mu$



Ερωτήσεις & Συζήτηση