

Στατιστική στη Φυσική Αγωγή

(N161)

3^η Διάλεξη

Κοκκότης Χρήστος, PhD

Στόχοι Διάλεξης

Κατανόηση βασικών εννοιών:

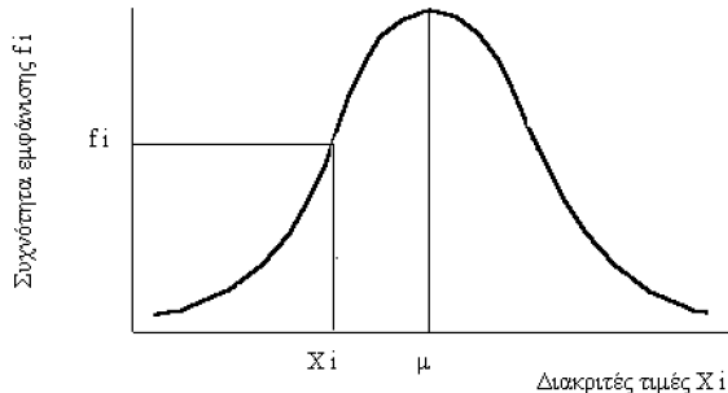
- Κατανομές
- Τυπική Απόκλιση
- Εύρεση Εμβαδού

Κατανομές

Κάθε κατανομή συχνότητας (λίστα από ζεύγη X_i, f_i , όπου X_i = η διακριτή τιμή και f_i = η συχνότητα εμφάνισής της) μπορεί να αντικατασταθεί με μια συνάρτηση.

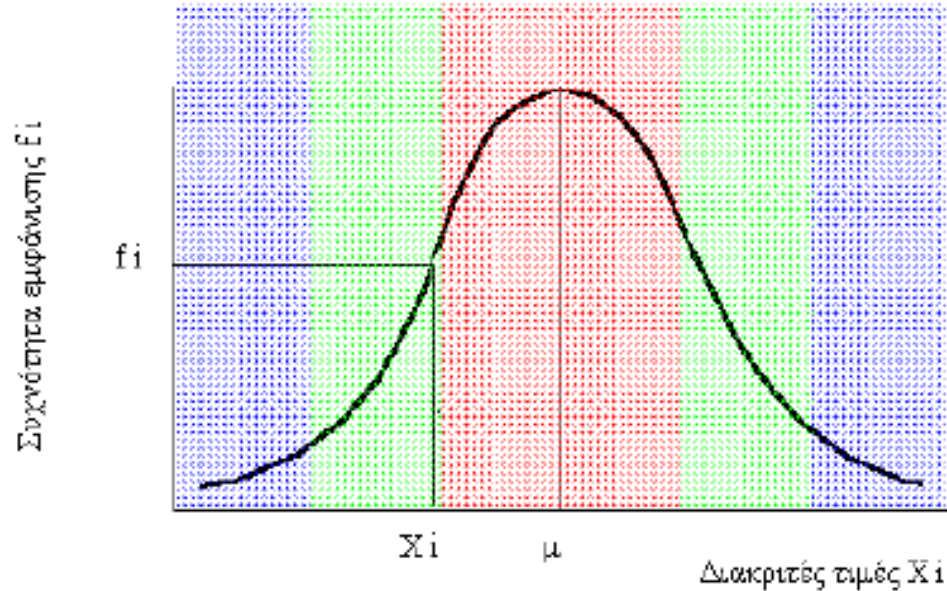
Με βάση τη συνάρτηση αυτή μπορεί να υπολογιστεί η συχνότητα εμφάνισης f_i της τιμής X_i

συναρτήσεις = κατανομές



Κανονική κατανομή

Η κανονική κατανομή έχει μορφή καμπάνας.



Κανονική κατανομή

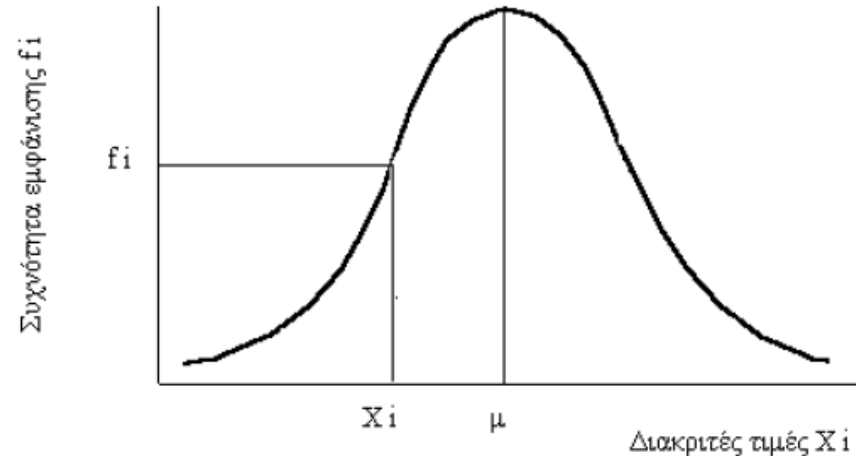
- οι περισσότερες τιμές βρίσκονται κοντά στο μέσο όρο (μ)
- λίγες τιμές είναι σε μεγαλύτερη απόσταση από το μέσο όρο
- ελάχιστες τιμές είναι πολύ απομακρυσμένες από το μέσο όρο

καμπύλη κανονικής κατανομής = συμμετρική

τα αποτελέσματα της μιας πλευράς της «καμπάνας» χρησιμοποιούνται και για την άλλη πλευρά.

Κανονική κατανομή

Στην κανονική κατανομή οι τιμές της οποιασδήποτε μεταβλητής X , εκφράζονται στη μονάδα μέτρησης της συγκεκριμένης μεταβλητής.



Κανονική κατανομή

Για παράδειγμα

- ▶ οι τιμές του σωματικού ύψους εκφράζονται σε μέτρα (m),
- ▶ οι τιμές του σωματικού βάρους εκφράζονται σε κιλά (kg),
- ▶ οι επιδόσεις στο κατακόρυφο άλμα εκφράζονται σε εκατοστά (cm) κλπ.

Τυπική κανονική κατανομή

- ▶ Οι τιμές της οποιασδήποτε μεταβλητής, που ακολουθεί την κανονική κατανομή, μπορούν ωστόσο να μετασχηματιστούν σε z – τυπικές τιμές, και η κανονική κατανομή να μετατραπεί σε z – τυπική κατανομή.

Τυπική κανονική κατανομή

- ▶ Για το μετασχηματισμό της κανονικής κατανομής σε z-τυπική κατανομή χρησιμοποιείται ο τύπος

όπου

z = η τυπική τιμή της τιμής X_i

X_i = η τιμή μεταβλητής X

μ = ο μέσος όρος του πληθυσμού

σ = η τυπική απόκλιση του πληθυσμού

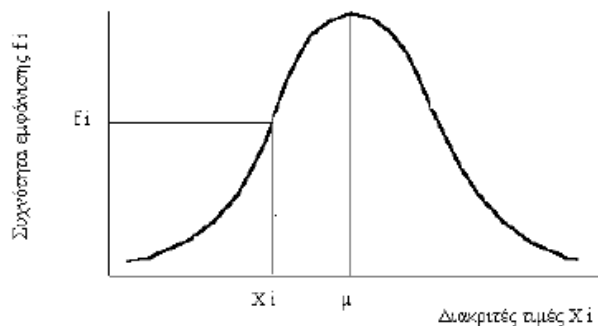
$$Z = \frac{X_i - \mu}{\sigma}$$

Κανονική κατανομή & Τυπική κανονική κατανομή

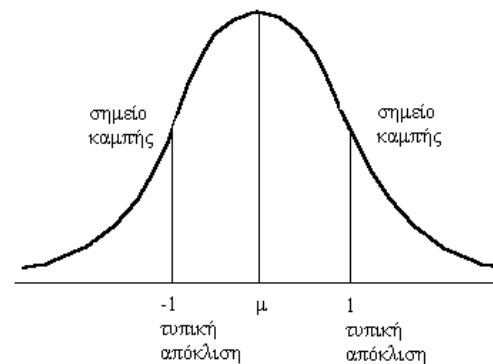
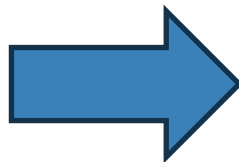
Μετασχηματίζοντας τις τιμές X_i της μεταβλητής σε z - τυπικές τιμές μετασχηματίζεται η κανονική κατανομή σε τυπική (κανονική) κατανομή όπου:

1. η μεταβλητή X δεν εκφράζεται στις αρχικές τιμές μέτρησης αλλά σε μονάδες τυπικής απόκλισης
2. ο μέσος όρος της τυπικής κατανομής είναι 0
3. η τυπική απόκλιση της τυπικής κατανομής είναι ίση με 1

Κανονική κατανομή & Τυπική κανονική κατανομή



κανονική κατανομή



z – τυπική κατανομή

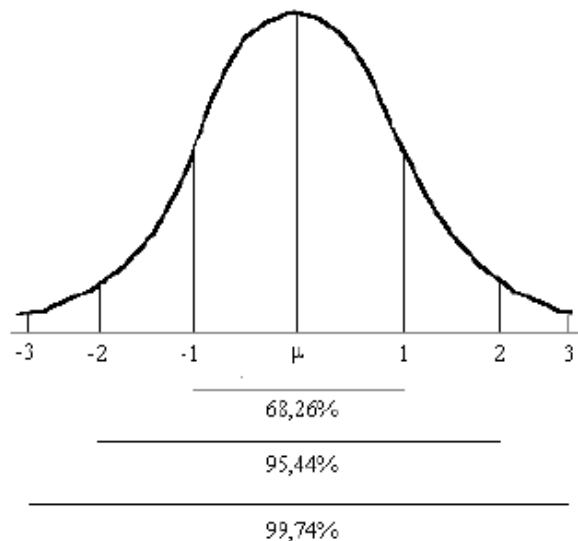
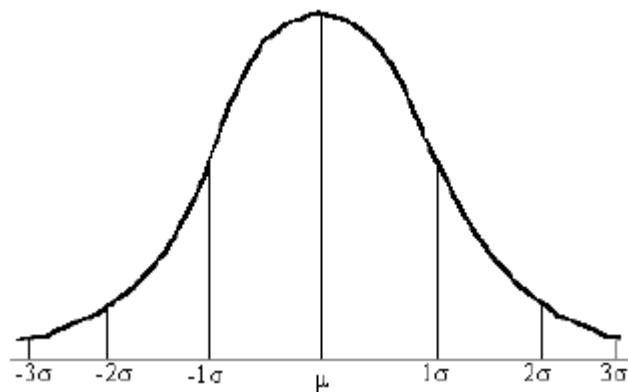
Μετατρέποντας την κανονική κατανομή σε z-τυπική κατανομή μπορούμε να περιγράψουμε τη σχετική θέση της κάθε τιμής X_i που μετασχηματίστηκε σε

$$Z = \frac{X_i - \mu}{\sigma}$$

λέγοντας

- **πόσες τυπικές αποκλίσεις** μακριά από το μέσο όρο βρίσκεται η συγκεκριμένη τιμή X_i και

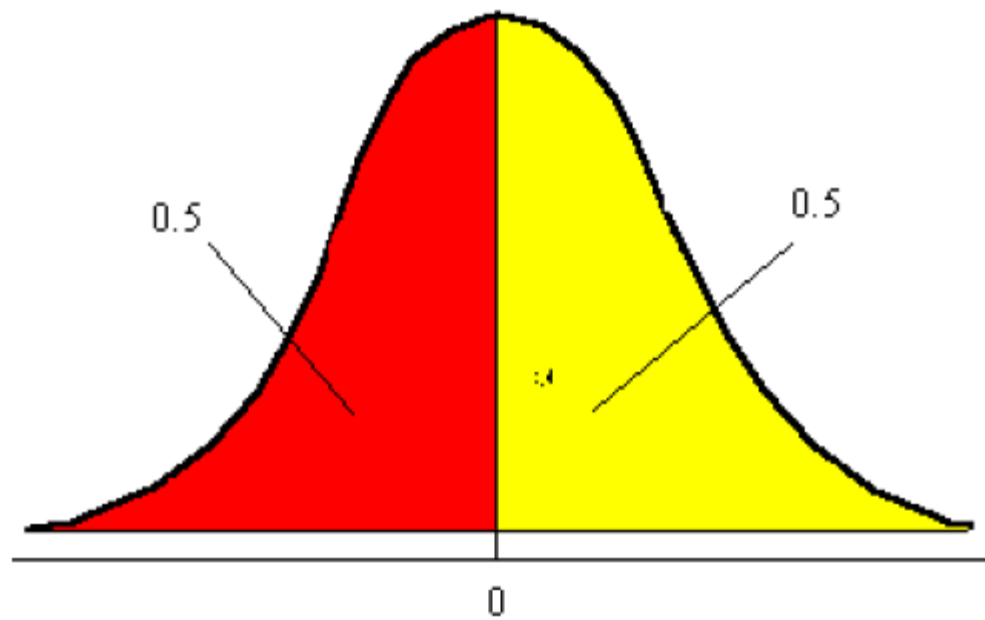
- **τι ποσοστό του πληθυσμού**, δηλαδή τι εμβαδόν κάτω από την καμπύλη της z-τυπικής κατανομής, βρίσκεται μεταξύ δύο z-τιμών.



Εύρεση εμβαδού

Κατά τη διαδικασία εύρεσης ενός εμβαδού κάτω από την καμπύλη της z – τυπικής κατανομής θα πρέπει να γνωρίζουμε ότι εφόσον

- ▶ η καμπύλη της z – τυπικής κατανομής είναι συμμετρική, όπως και η καμπύλη της κανονικής κατανομής από την οποία προέρχεται,
- ▶ το συνολικό εμβαδόν ισούται με τη μονάδα (1), ενώ
- ▶ το εμβαδόν της μισής καμπύλης ισούται με 0.5.



Παρατηρούμε ότι στον πίνακα της z – τυπικής κατανομής υπάρχουν τιμές μόνο από το 0.0000 έως το 0.5000, δηλαδή το μισό της μονάδας (1), που είναι το σύνολο του πληθυσμού.

[illegible]

Πίνακας της z – τυπικής κατανομής

- ▶ στις γραμμές δίνεται η z – τιμή με το πρώτο δεκαδικό της στοιχείο
- ▶ στις στήλες δίνεται το δεύτερο δεκαδικό στοιχείο της z – τιμής
- ▶ στη διασταύρωση των γραμμών με τις στήλες δίνεται το **εμβαδόν** μεταξύ του 0 (μέση τιμή της z – τυπικής κατανομής) και της εκάστοτε z – τιμής.

Παράδειγμα 1:

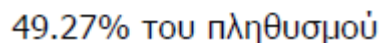
Για τον εντοπισμό του εμβαδού που αντιστοιχεί στην z – τιμή 2.44 ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

1. Ανατρέχουμε στον πίνακα της z – τυπικής κατανομής
2. Εντοπίζουμε τη γραμμή που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη z – τιμή με το πρώτο μόνο δεκαδικό στοιχείο, δηλαδή εντοπίζουμε τη γραμμή που αντιστοιχεί στην τιμή 2.4
3. Εντοπίζουμε τη στήλη που αντιστοιχεί στο δεύτερο δεκαδικό στοιχείο της συγκεκριμένης z – τιμής, δηλαδή εντοπίζουμε τη στήλη που αντιστοιχεί στην τιμή 4

$z = 2.44$


Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

Στην διασταύρωση
της γραμμής που
αντιστοιχεί στην τιμή 2.4
και
της στήλης που
αντιστοιχεί στην τιμή 4,
εντοπίζουμε το εμβαδόν
που αντιστοιχεί στη z –
τιμή 2.44



**Αυτή η τιμή (0.4927) δηλώνει
ότι το 49.27% του
Πληθυσμού έχει επίδοση
από 0 (που αντιστοιχεί
στη μέση τιμή της z –
τυπικής κατανομής) έως $z =$
2.44.**

[illegible]

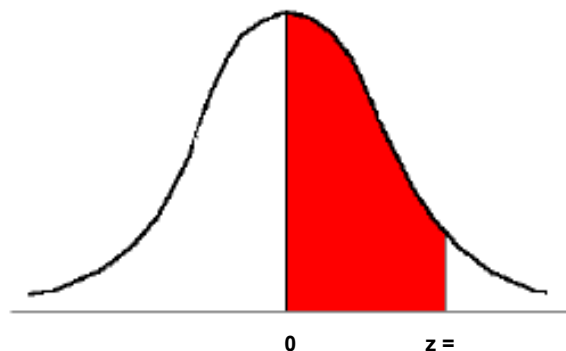
Άσκηση 1:

1. Βάλε μια δικιά σου z – τιμή (από 0.00 έως 3.99)

$Z = \dots\dots\dots$

2. Ανέτρεξε στον πίνακα της z – τυπικής κατανομής και βρες το εμβαδόν που αντιστοιχεί στην z – τιμή που έβαλες

Εμβαδόν = $\dots\dots\dots$



[illegible]

Παράδειγμα 2:

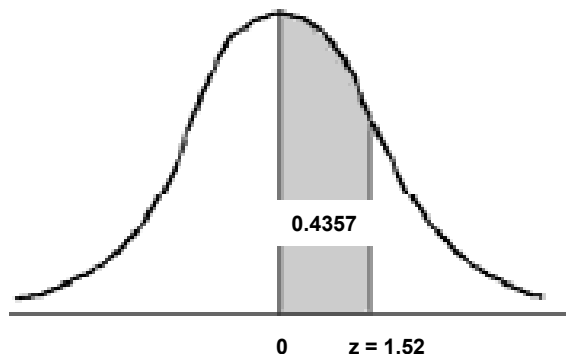
Για τον εντοπισμό του εμβαδού που ορίζεται μεταξύ των τιμών $z = - 1.52$ και $z = 1.52$ ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

1. Ανατρέχουμε στον πίνακα της z – τυπικής κατανομής
2. Εντοπίζουμε τη γραμμή που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη z – τιμή με το πρώτο μόνο δεκαδικό στοιχείο, δηλαδή εντοπίζουμε τη γραμμή που αντιστοιχεί στην τιμή 1.5
3. Εντοπίζουμε τη στήλη που αντιστοιχεί στο δεύτερο δεκαδικό στοιχείο της συγκεκριμένης z – τιμής, δηλαδή εντοπίζουμε τη στήλη που αντιστοιχεί στην τιμή 2

Παράδειγμα 2:

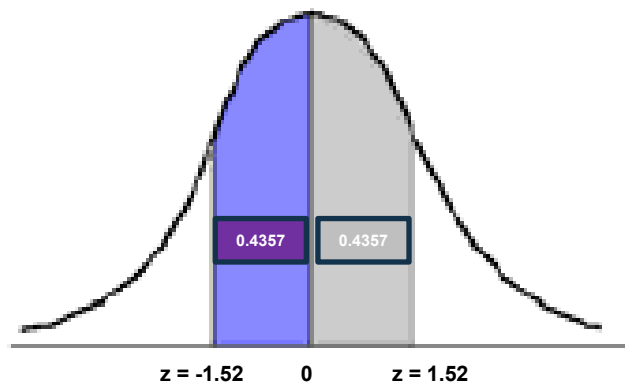
4. Στη διασταύρωση της γραμμής που αντιστοιχεί στην τιμή 1.5 και της στήλης που αντιστοιχεί στην τιμή 2, εντοπίζουμε το εμβαδόν που αντιστοιχεί στην z – τιμή 1.52

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000



Αυτή η τιμή (0.4357)
δηλώνει ότι το 43.57% του
πληθυσμού έχει επίδοση
από 0 (που αντιστοιχεί στη
μέση τιμή της z – τυπικής
κατανομής) έως $z = 1.52$.

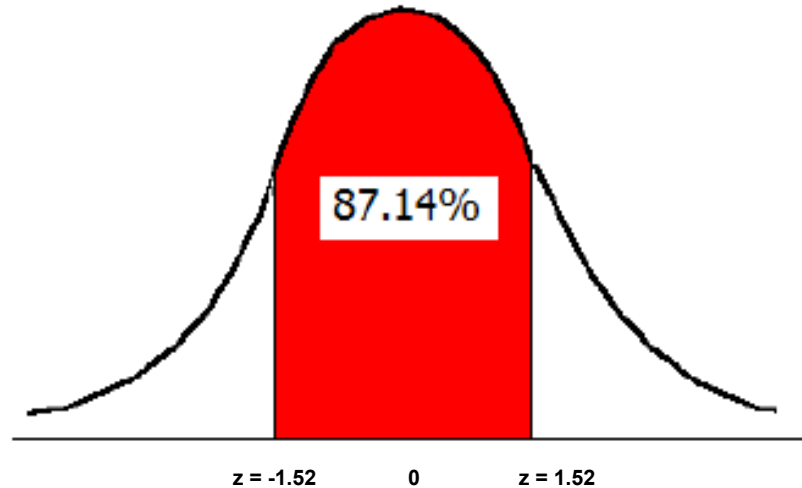
Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000



43.57 + 43.57 =
87.14% του πληθυσμού

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

Εφόσον η z – τυπική κατανομή είναι συμμετρική, το ίδιο θα ισχύει και για την αριστερή πλευρά της καμπύλης, δηλαδή από το 0 έως την τιμή $z = -1.52$, όπου το εμβαδόν θα είναι επίσης 0.4357.



Συνεπώς επίδοση από $z = -1.52$ έως $z = 1.52$
θα έχει το $43.57 + 43.57 = 87.14\%$ του πληθυσμού.

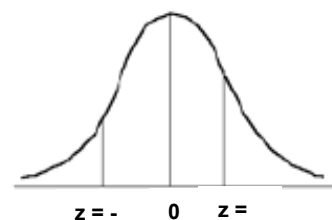
Άσκηση 2:

1. Βάλε δύο δικές του z – τιμές (από 0.00 έως 3.99) και να βρες μόνος του το εμβαδόν μεταξύ αυτών των τιμών. Η πρώτη z – τιμή θα πρέπει να έχει αρνητικό πρόσημο

$$Z_1 = - \dots\dots\dots$$

και η δεύτερη z – τιμή θα πρέπει να έχει θετικό πρόσημο.

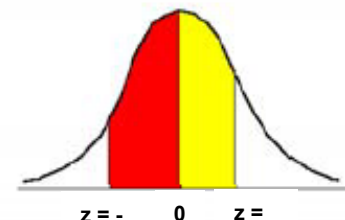
$$Z_2 = + \dots\dots\dots$$



2. Ανέτρεξε στον **πίνακα της z – τυπικής κατανομής** και βρες το εμβαδόν που αντιστοιχεί στις z – τιμές που έβαλες

$$\text{Εμβαδόν 1} = \dots\dots\dots$$

$$\text{Εμβαδόν 2} = \dots\dots\dots$$



3. Επέλεξε αν **θα προσθέσεις ή θα αφαιρέσεις** τα δύο εμβαδά.

+

-

$$\text{Τελικό Εμβαδόν} = \dots\dots\dots$$

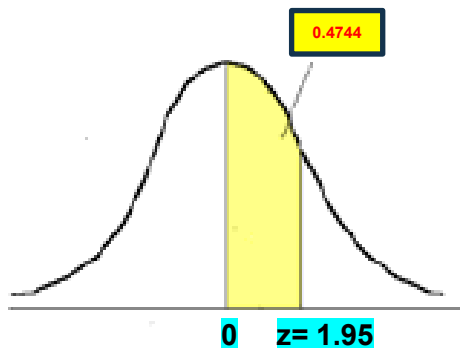
[illegible]

Παράδειγμα 3:

Για τον εντοπισμό του εμβαδού που ορίζεται μεταξύ των τιμών $z = 0.62$ και $z = 1.95$ ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

1. Αρχικά θα πρέπει να υπολογιστεί ξεχωριστά το εμβαδόν που βρίσκεται μεταξύ της μέσης τιμής της z – τυπικής κατανομής (0) και των τιμών $z = 0.62$ και $z = 1.95$
2. Για τον υπολογισμό του εμβαδού που βρίσκεται μεταξύ της μέσης τιμής της z – τυπικής κατανομής και της τιμής $z = 1.95$:
 - α. Ανατρέχουμε στον πίνακα της z – τυπικής κατανομής
 - β. Εντοπίζουμε τη γραμμή που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη z – τιμή με το πρώτο μόνο δεκαδικό στοιχείο, δηλαδή εντοπίζουμε τη γραμμή που αντιστοιχεί στην τιμή 1.9
 - γ. Εντοπίζουμε την στήλη που αντιστοιχεί στο δεύτερο δεκαδικό στοιχείο της συγκεκριμένης z – τιμής, δηλαδή εντοπίζουμε τη στήλη που αντιστοιχεί στην τιμή 5.
 - δ. Στην διασταύρωση της γραμμής που αντιστοιχεί στην τιμή 1.9 και της στήλης που αντιστοιχεί στην τιμή 5, εντοπίζουμε το εμβαδόν που αντιστοιχεί στην z – τιμή 1.95

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000



Αυτή η τιμή (0.4744)
δηλώνει ότι το 47.44% του
πληθυσμού έχει επίδοση
από 0 (που αντιστοιχεί στη
μέση τιμή της z – τυπικής
κατανομής) έως $z = 1.95$.

[illegible]

Παράδειγμα 3:

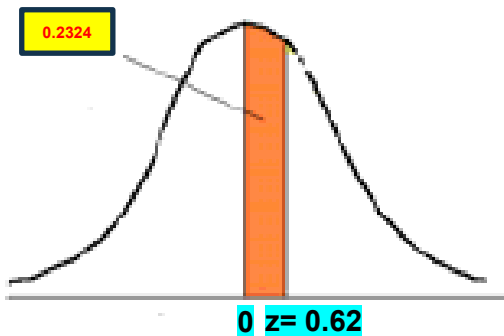
3. Για τον υπολογισμό του εμβαδού που βρίσκεται μεταξύ της μέσης τιμής της z – τυπικής κατανομής και της τιμής $z = 0.62$:

α. Ανατρέχουμε στον πίνακα της z – τυπικής κατανομής

β. Εντοπίζουμε τη γραμμή που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη z – τιμή με το πρώτο μόνο δεκαδικό στοιχείο, δηλαδή εντοπίζουμε τη γραμμή που αντιστοιχεί στην τιμή 0.6

γ. Εντοπίζουμε την στήλη που αντιστοιχεί στο δεύτερο δεκαδικό στοιχείο της συγκεκριμένης z – τιμής, δηλαδή εντοπίζουμε τη στήλη που αντιστοιχεί στην τιμή 2.

δ. Στην διασταύρωση της γραμμής που αντιστοιχεί στην τιμή 0.6 και της στήλης που αντιστοιχεί στην τιμή 2, εντοπίζουμε το εμβαδόν που αντιστοιχεί στην z – τιμή 0.62

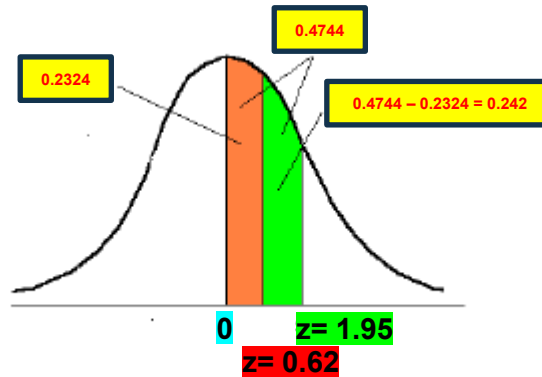


Αυτή η τιμή (0.2324)
δηλώνει ότι το 23.24% του
πληθυσμού έχει επίδοση
από 0 (που αντιστοιχεί στη
μέση τιμή της z – τυπικής
κατανομής) έως $z = 0.62$.

[illegible]

Παράδειγμα 3:

4. Εφόσον μας ενδιαφέρει το εμβαδόν που ορίζεται μεταξύ των δύο z τιμών, $z = 0.62$ και $z = 1.95$, οι οποίες είναι και οι δύο θετικές τιμές και εντοπίζονται στην δεξιά πλευρά της z - τυπικής κατανομής, θα πρέπει **από το εμβαδόν που αντιστοιχεί στην $z = 1.95$ να αφαιρεθεί το εμβαδόν που αντιστοιχεί στην $z = 0.62$.**



Συνεπώς, το εμβαδόν μεταξύ των τιμών $z = 0.62$ και $z = 1.95$, δηλαδή το ποσοστό του πληθυσμού του οποίου η επίδοση θα βρίσκεται μεταξύ αυτών των τιμών, θα είναι $47.44 - 23.24 = 24.2\%$.

Άσκηση 3:

1. Βάλε δύο δικές του z – τιμές (από 0.00 έως 3.99) και να βρες μόνος του το εμβαδόν μεταξύ αυτών των τιμών. Και οι δύο z – τιμές θα πρέπει να έχουν θετικό πρόσημο.

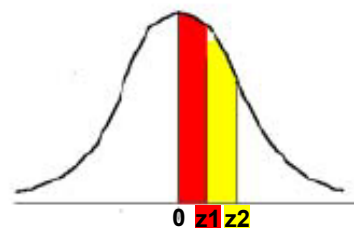
$$z_1 = \dots\dots\dots$$

$$z_2 = \dots\dots\dots$$

2. Ανέτρεξε στον πίνακα της z – τυπικής κατανομής και βρες το εμβαδόν που αντιστοιχεί στις z – τιμές που έβαλες

$$\text{Εμβαδόν 1} = \dots\dots\dots$$

$$\text{Εμβαδόν 2} = \dots\dots\dots$$



3. Επέλεξε αν **θα προσθέσεις** ή **θα αφαιρέσεις** τα δύο εμβαδά.

+

-

Τελικό Εμβαδόν =

[illegible]

Πρακτική εφαρμογή της εύρεσης εμβαδού μέσω της z – τυπικής κατανομής

- ▶ τα δεδομένα προέρχονται από πληθυσμό που ακολουθεί την κανονική κατανομή
- ▶ είναι γνωστή η μέση τιμή του πληθυσμού (μ)
- ▶ είναι γνωστή η τυπική απόκλιση του πληθυσμού (σ) και
- ▶ ζητούνται πληροφορίες για τον πληθυσμό

Παράδειγμα 4:

Αν τα δεδομένα ενός πληθυσμού, στη μεταβλητή "πιέσεις πάγκου"

- ▶ ακολουθούν την κανονική κατανομή με
- ▶ μέση τιμή $\mu = 100$ kg και
- ▶ τυπική απόκλιση $\sigma = 15$ kg,

τίθεται το ερώτημα

- ▶ τι ποσοστό του πληθυσμού έχει επίδοση πάνω από 120 kg;

Πρέπει η κανονική κατανομή να μετατραπεί σε z – τυπική κατανομή.

Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι θα πρέπει να υπολογιστεί η z – τιμή της επίδοσης των 120 kg.

Παράδειγμα 4:

1. Αρχικά υπολογίζεται η z_{120}

- ▶ δηλαδή η z – τιμή της επίδοσης των 120 kg, βάσει της μέσης τιμής ($\mu=100$ kg) και της τυπικής απόκλισης ($\sigma=15$ kg) του πληθυσμού:

$$Z_{120} = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{120 - 100}{15} = 1.33$$

Δηλαδή η τιμή $X_i=120$ βρίσκεται 1.33 μονάδες τυπικής απόκλισης πάνω από το μέσο όρο ($\mu=100 \rightarrow z_{100}=0$)

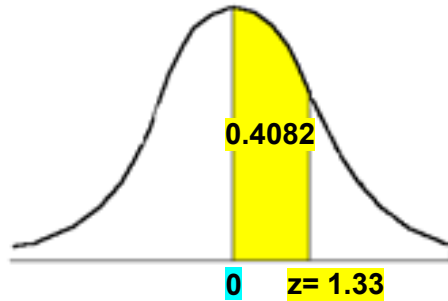
Παράδειγμα 4:

Για τον εντοπισμό του εμβαδού που αντιστοιχεί στην z – τιμή 1.33 ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

1. Ανατρέχουμε στον πίνακα της z – τυπικής κατανομής
2. Εντοπίζουμε τη γραμμή που αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη z – τιμή με το πρώτο μόνο δεκαδικό στοιχείο, δηλαδή εντοπίζουμε τη γραμμή που αντιστοιχεί στην τιμή 1.3
3. Εντοπίζουμε τη στήλη που αντιστοιχεί στο δεύτερο δεκαδικό στοιχείο της συγκεκριμένης z – τιμής, δηλαδή εντοπίζουμε τη στήλη που αντιστοιχεί στην τιμή 3
4. Στην διασταύρωση της γραμμής που αντιστοιχεί στην τιμή 1.3 και της στήλης που αντιστοιχεί στην τιμή 3, εντοπίζουμε το εμβαδόν που αντιστοιχεί στη z – τιμή 1.33

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

$z = 1.33$



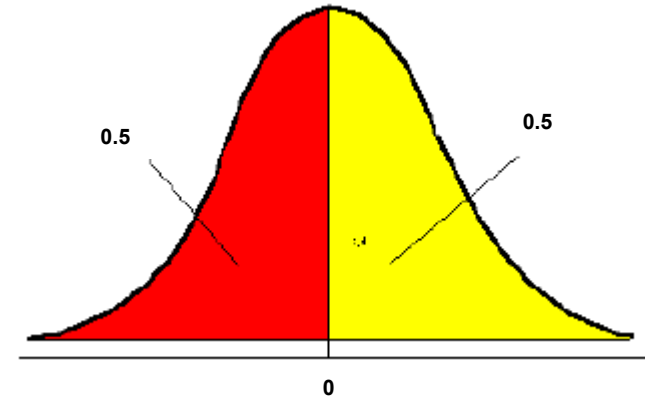
40.82% του πληθυσμού

Αυτή η τιμή (0.4082) δηλώνει ότι το 40.82% του πληθυσμού έχει επίδοση από 0 (που αντιστοιχεί στη μέση τιμή της z – τυπικής κατανομής) έως $z = 1.33$, δηλαδή από 100 έως 120 kg.

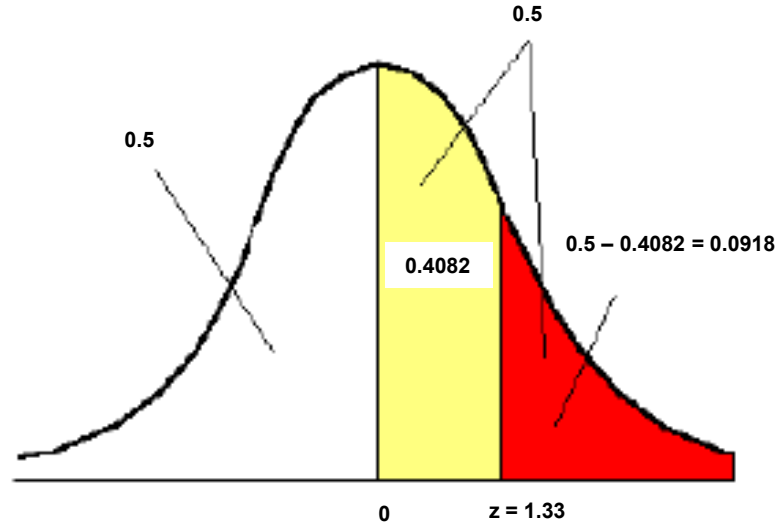
Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998
3.5	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
3.6	0.4998	0.4998	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.7	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.8	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999	0.4999
3.9	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000	0.5000

Το ερώτημα που έχει τεθεί
ωστόσο είναι: «τι ποσοστό του
πληθυσμού έχει επίδοση
μεγαλύτερη από 120 kg;»

Δεδομένου ότι η καμπύλη της z –
τυπικής κατανομής είναι **συμμετρική**,
το μισό της καμπύλης ισούται με **0.5**.



Άρα για τον υπολογισμό του ποσοστού του πληθυσμού που έχει επίδοση μεγαλύτερη από 120 kg, η οποία αντιστοιχεί στην z – τιμή $z_{120} = 1.33$, θα πρέπει το εμβαδόν που υπολογίστηκε προηγουμένως (0.4082) να αφαιρεθεί από το 0.5.



Συνεπώς το ποσοστό του πληθυσμού που έχει επίδοση μεγαλύτερη από 120 kg θα είναι $0.5 - 0.4082 = 0.0918$, δηλαδή 9.18%.

- ▶ Αν ο πληθυσμός ήταν συνολικά **300 άτομα**, αυτό σημαίνει ότι $(300 \times 9.18)/100 = 27.54 \approx \mathbf{28 \text{ άτομα}}$ έχουν επίδοση στις πιέσεις πάγκου μεγαλύτερη από 120 kg.
- ▶ Ορισμένες φορές το ερώτημα αντιστρέφεται και αντί να απαιτείται ο υπολογισμός του εμβαδού, δηλαδή του ποσοστού του πληθυσμού, που βρίσκεται μεταξύ δύο συγκεκριμένων z – τιμών, θέλουμε να εντοπίσουμε ποιες z – τιμές αντιστοιχούν σε ένα συγκεκριμένο εμβαδόν.

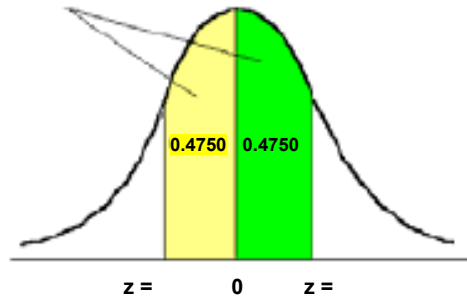
Παράδειγμα 5:

Μεταξύ ποιών z – τιμών βρίσκεται το 95% του πληθυσμού κατανεμημένου συμμετρικά δεξιά και αριστερά του αριθμητικού μέσου;

Εφόσον η καμπύλη της z – τυπικής κατανομής είναι μια συμμετρική καμπύλη,

- ▶ αριστερά από τον αριθμητικό μέσο θα βρίσκεται το $95/2 = 47.5\%$ του πληθυσμού και
- ▶ δεξιά του αριθμητικού μέσου θα βρίσκεται το υπόλοιπο μισό, δηλαδή το υπόλοιπο 47.5% του πληθυσμού.

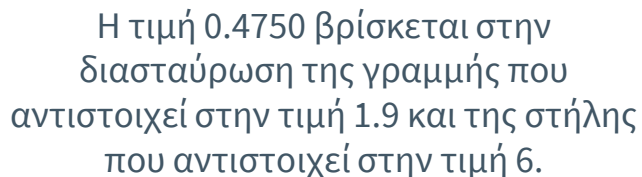
$$47.5 + 47.5 = 95\%$$



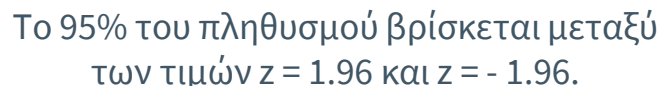
Αυτό σημαίνει ότι από την μέση τιμή της z – τυπικής κατανομής μέχρι την ζητούμενη z – τιμή θα βρίσκεται το 47.5% του πληθυσμού, δηλαδή το εμβαδόν θα είναι 0.4750.

Παράδειγμα 5:

1. Ανατρέχουμε στον **πίνακα της z – τυπικής κατανομής**
2. Στο κύριο μέρος του πίνακα **εντοπίζουμε την τιμή 0.4750**



47.5 + 47.5 = 95%

[illegible]

