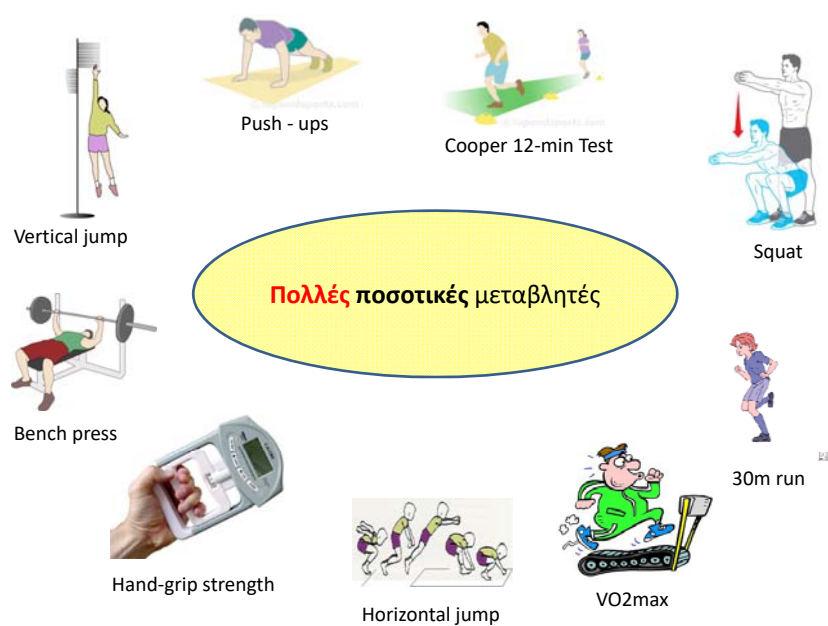


Παραγοντική ανάλυση – Ανάλυση κύριων συνιστωσών

Factor analysis – Principal component

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D.
Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

1



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

2



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

3

Σκοπός
να καταδειχθούν οι **συσχετίσεις** που υπάρχουν
μεταξύ των μεταβλητών
που περιγράφουν ένα φαινόμενο

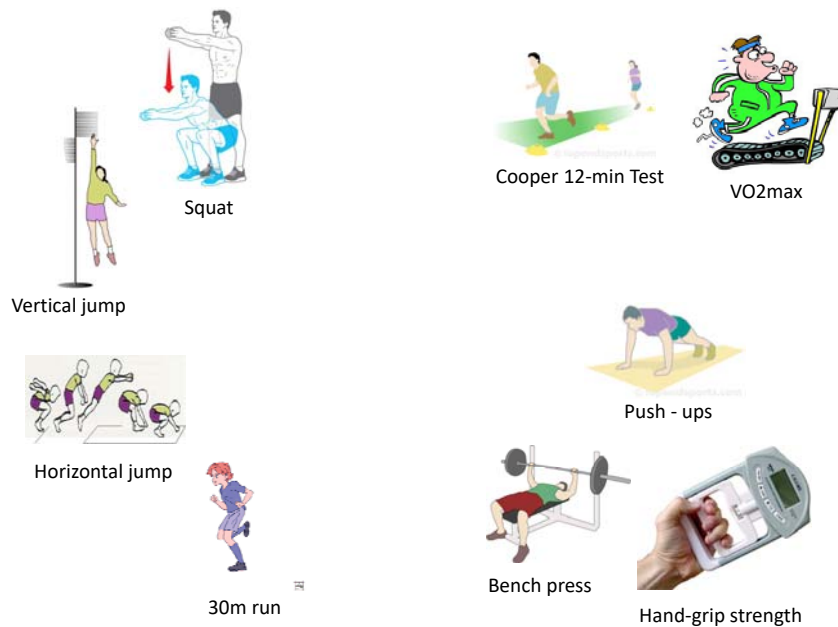
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

4

**Τι κοινό υπάρχει
μεταξύ των μεταβλητών
που συσχετίζονται;**

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

5



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

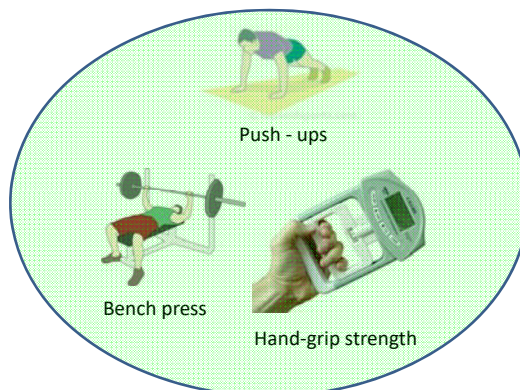
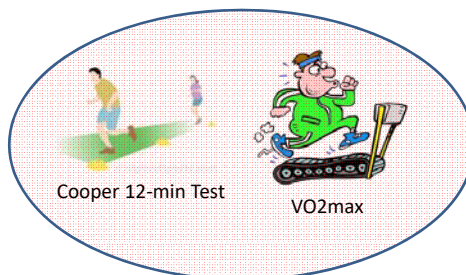
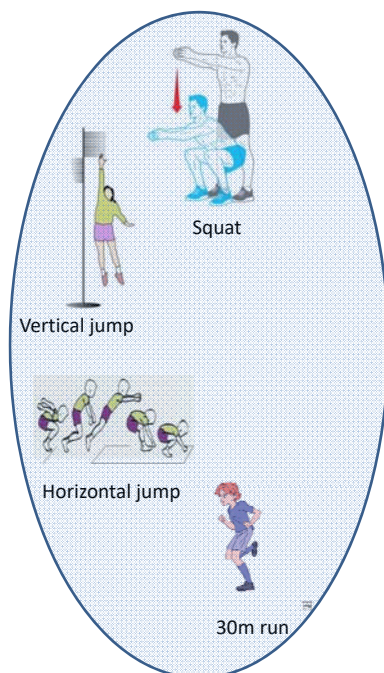
6

Τι κοινό υπάρχει
μεταξύ των μεταβλητών
που συσχετίζονται;

**Ποιες είναι οι «λανθάνουσες» μεταβλητές (παράγοντες)
πίσω από τις «ομάδες» των αρχικών μεταβλητών**

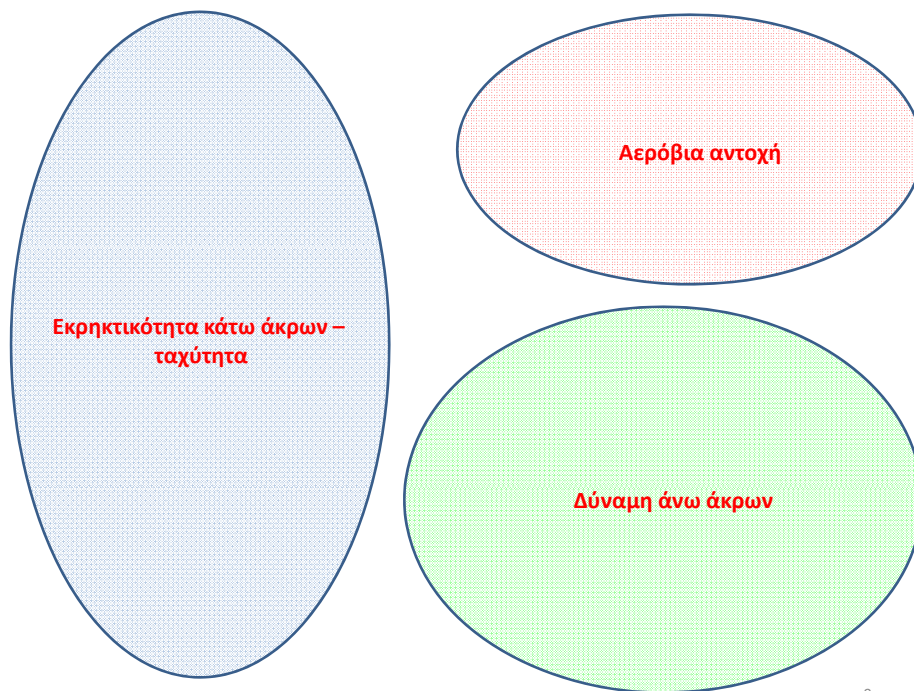
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

7



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

8



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

9

Παραγοντική ανάλυση



Ομαδοποίηση μεταβλητών

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

10

Η **παραγοντική ανάλυση**
χρησιμοποιείται
για να αναγνωριστεί ένας σχετικά **μικρός αριθμός παραγόντων**
έτσι ώστε να εκφραστεί η **σχέση**
μεταξύ **πολλών συγγενών μεταβλητών** (συσχετισμένων μεταξύ τους)

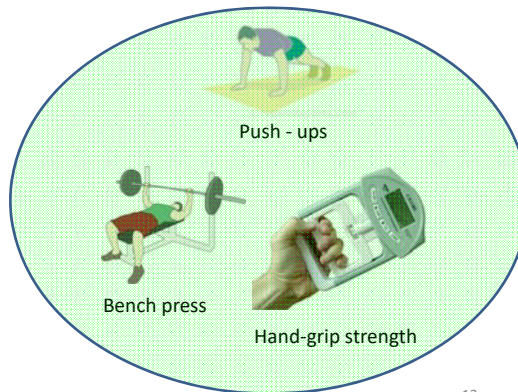
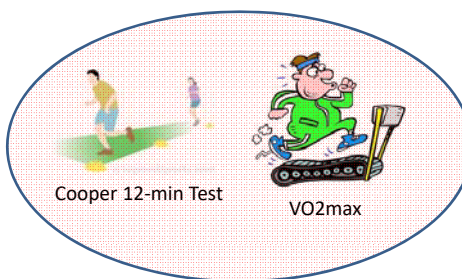
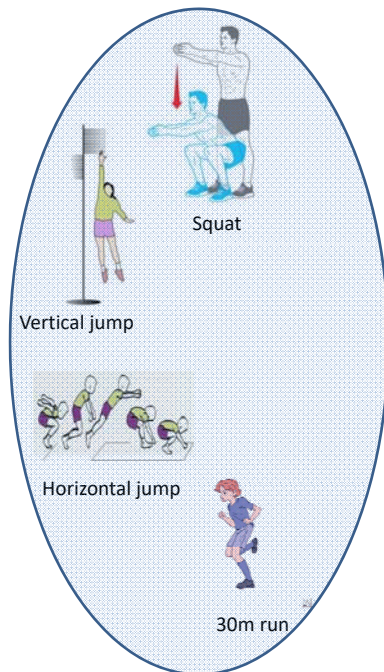
Αυτό επιτυγχάνεται
προβάλλοντας τις μεταβλητές
σε νέους κατανοητούς **χώρους** (παραγοντικός χώρος)
μικρότερων διαστάσεων

11



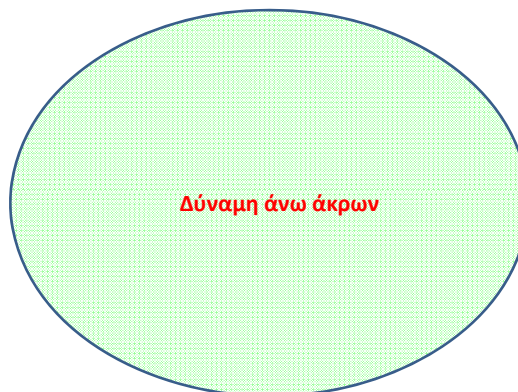
12

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

13



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

14

Όλες οι μεταβλητές είναι **ποσοτικές**
χωρίς απαραίτητα να έχουν όλες την ίδια μονάδα μέτρησης

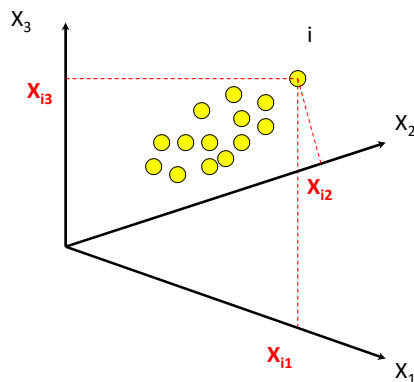
άτομο	X_1	X_2	X_3	...	X_j
A_1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	...	X_{1j}
A_2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	...	X_{2j}
A_3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	...	X_{3j}
...	...	...	...	...	...
A_i	X_{i1}	X_{i2}	X_{i3}	...	X_{ij}

i = κάποιο από τα άτομα
 j = κάποια ποσοτική μεταβλητή

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

15

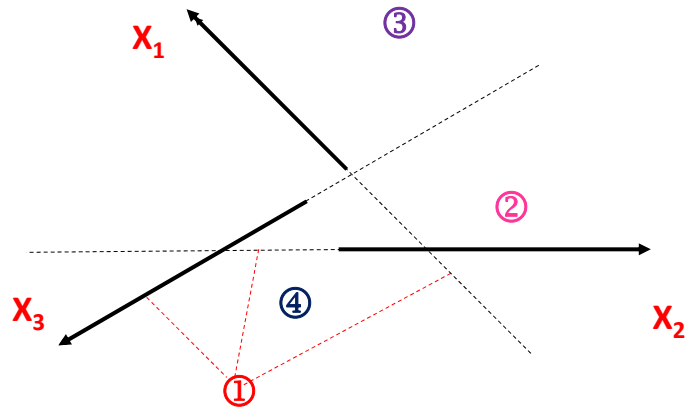
Αναπαράσταση
του κάθε **ατόμου** (i) ως σημείο,
με **συντεταγμένες** (X_{i1} , X_{i2} , X_{i3}) τις τιμές του στις επιμέρους μεταβλητές



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

16

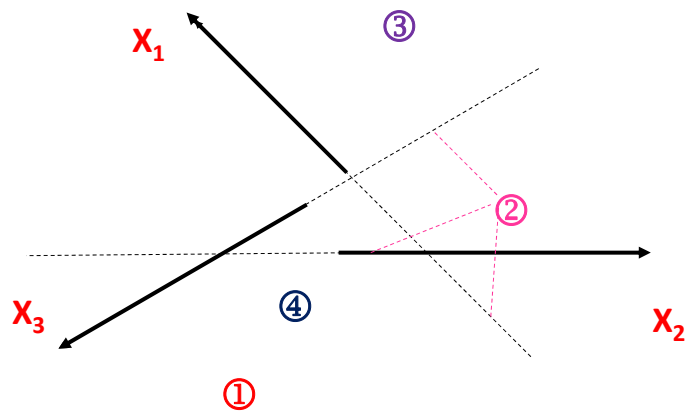
αρχικός χώρος ατόμων - μεταβλητών ($x_1, x_2, x_3, \dots$)



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

17

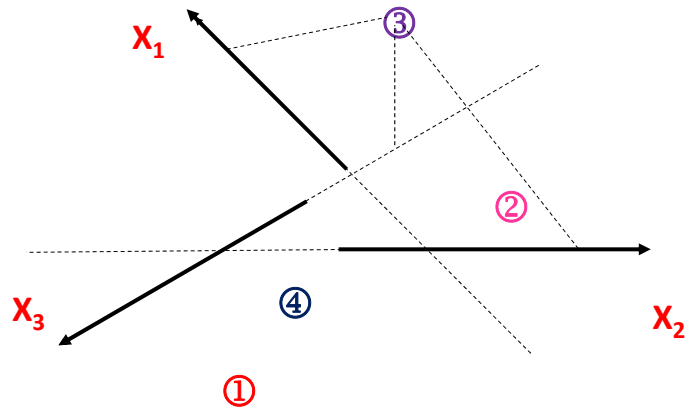
αρχικός χώρος ατόμων - μεταβλητών ($x_1, x_2, x_3, \dots$)



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

18

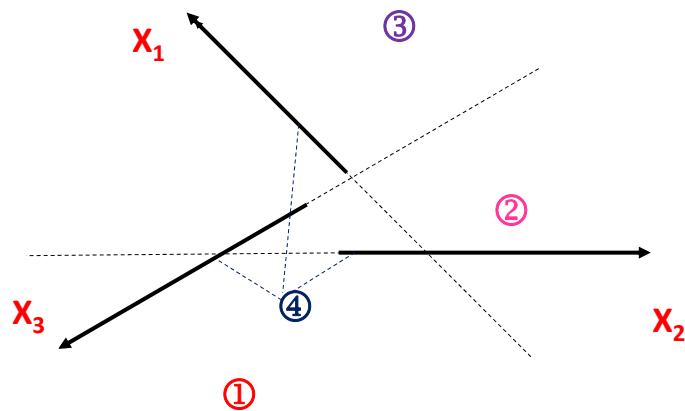
αρχικός χώρος ατόμων - μεταβλητών ($x_1, x_2, x_3, \dots$)



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

19

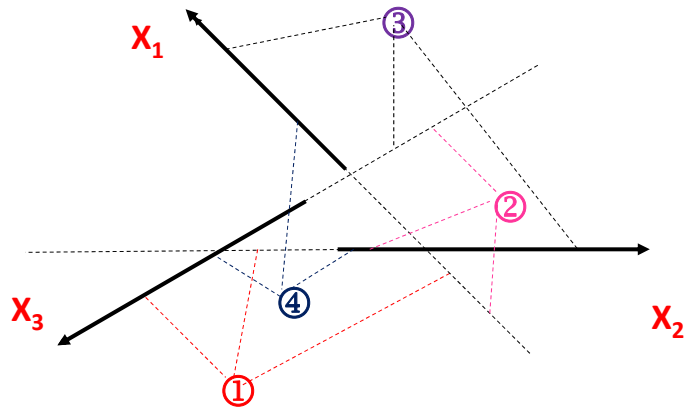
αρχικός χώρος ατόμων - μεταβλητών ($x_1, x_2, x_3, \dots$)



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

20

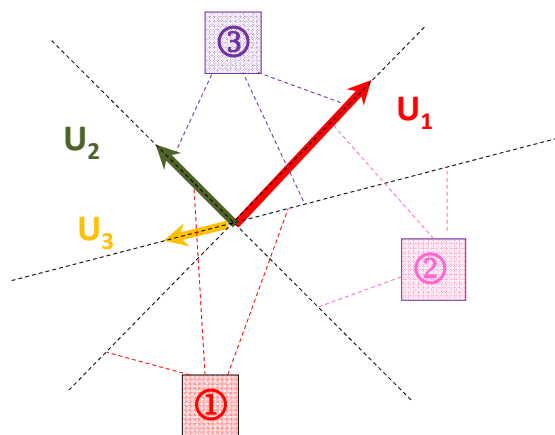
αρχικός χώρος ατόμων - μεταβλητών ($x_1, x_2, x_3, \dots$)



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

21

νέος χώρος μεταβλητών - παραγοντικών αξόνων (u_1, u_2, u_3)



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

22

Ο κάθε **παράγοντας Fi**
μπορεί να εκφραστεί
ως **γραμμικός συνδυασμός των μεταβλητών Xi**

$$F_j = \sum_{i=1}^p (W_{ji} \cdot X_i) = W_{j1} \cdot X_1 + W_{j2} \cdot X_2 + \dots + W_{jp} \cdot X_p$$

W_{ji} = factor score (τιμή παράγοντα)

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

23

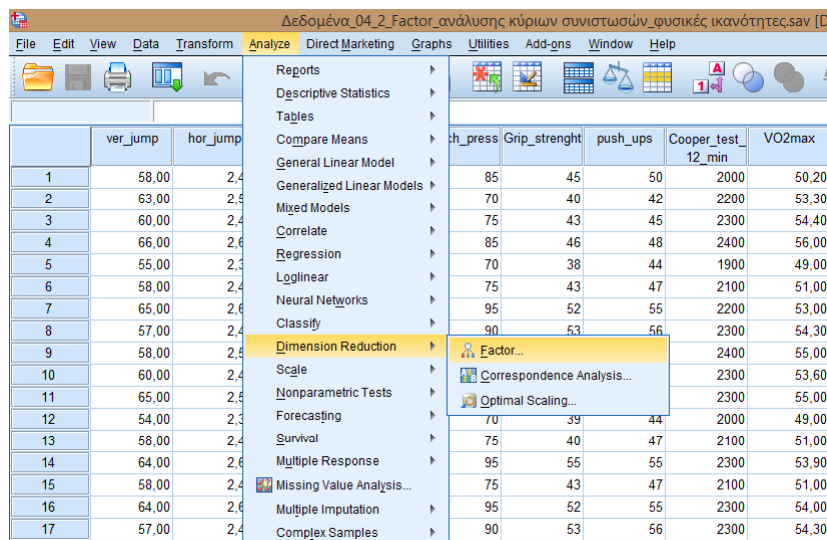
νέφος σημείων
αρχικός χώρος μεταβλητών ($X_1, X_2, X_3, \dots$)



	ver_jump	hor_jump	m30	squat	Bench_press	Grip_strength	push_ups	Cooper_test_12_min	VO2max
1	58,00	2,40	4,90	32	85	45	50	2000	50,20
2	63,00	2,55	4,75	33	70	40	42	2200	53,30
3	60,00	2,45	4,90	32	75	43	45	2300	54,40
4	66,00	2,60	4,55	35	85	46	48	2400	56,00
5	55,00	2,35	5,15	29	70	38	44	1900	49,00
6	58,00	2,45	5,05	31	75	43	47	2100	51,00
7	65,00	2,60	4,70	35	95	52	55	2200	53,00
8	57,00	2,40	4,85	32	90	53	56	2300	54,30
9	58,00	2,50	4,90	33	80	42	49	2400	55,00
10	60,00	2,45	4,90	32	85	44	47	2300	53,60
11	65,00	2,55	4,60	36	80	45	50	2300	55,00
12	54,00	2,35	5,05	30	70	39	44	2000	49,00
13	58,00	2,45	5,05	31	75	40	47	2100	51,00
14	64,00	2,60	4,80	34	95	55	55	2300	53,90
15	58,00	2,45	5,05	31	75	43	47	2100	51,00
16	64,00	2,60	4,60	34	95	52	55	2300	54,00
17	57,00	2,40	4,85	32	90	53	56	2300	54,30
18	59,00	2,50	4,90	33	80	42	49	2400	55,00
19	61,00	2,50	4,95	33	85	44	47	2200	53,60
20	65,00	2,55	4,60	36	80	45	50	2300	55,00

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

24

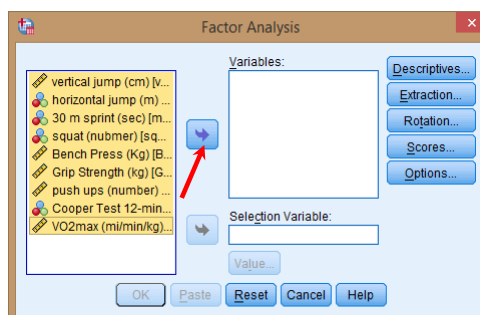


Analyze
Dimension Reduction
Factor ...

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

25

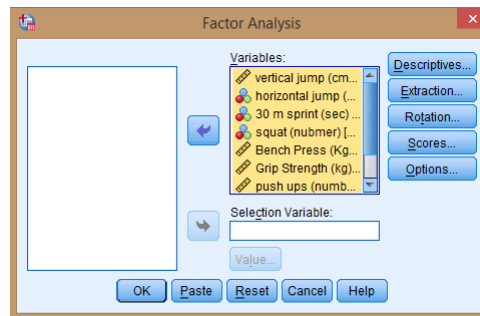
Εισαγωγή αρχικών μεταβλητών



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

26

Εισαγωγή αρχικών μεταβλητών

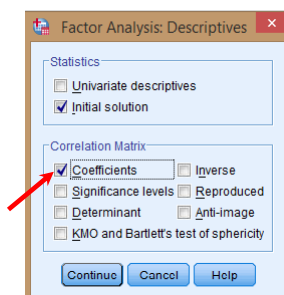


Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

27

1^{ος} έλεγχος

Για να προδιαγραφεί η ύπαρξη κοινών παραγόντων
θα πρέπει οι **συντελεστές συσχέτισης** μεταξύ των **μεταβλητών** να είναι **υψηλοί**



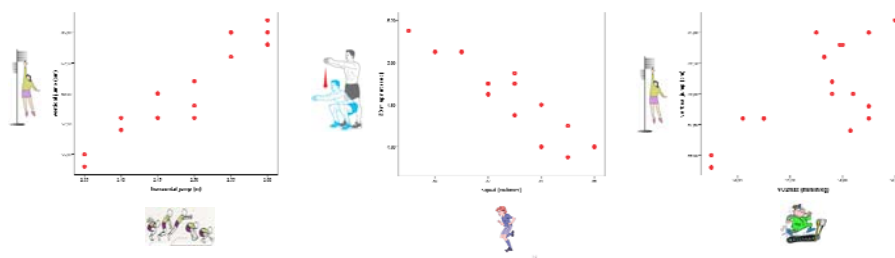
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

28

1ος έλεγχος

Για να προδιαγραφεί η ύπαρξη κοινών παραγόντων
θα πρέπει οι **συντελεστές συσχέτισης** μεταξύ των μεταβλητών να είναι **υψηλοί**

Correlation Matrix										
		vertical jump (cm)	horizontal jump (m)	30 m sprint (sec)	squat (number)	Bench Press (kg)	Grip Strength (kg)	push ups (number)	Cooper Test 12-min (m)	VO2max (ml/min/kg)
Correlation	vertical jump (cm)	1.000	.938	-.876	.912	.454	.403	.276	.544	.647
	horizontal jump (m)	.938	1.000	-.791	.858	.479	.406	.312	.601	.646
	30 m sprint (sec)	-.876	-.791	1.000	-.922	-.530	-.517	-.449	-.652	-.741
	squat (number)	.912	.858	-.922	1.000	.519	.465	.436	.681	.771
	Bench Press (kg)	.454	.479	-.530	.519	1.000	.923	.899	.476	.476
	Grip Strength (kg)	.403	.406	-.517	.465	.923	1.000	.932	.440	.450
	push ups (number)	.276	.312	-.449	.436	.899	.932	1.000	.416	.407
	Cooper Test 12-min (m)	.544	.601	-.652	.681	.476	.440	.416	1.000	.968
	VO2max (ml/min/kg)	.647	.646	-.741	.771	.476	.450	.407	.968	1.000



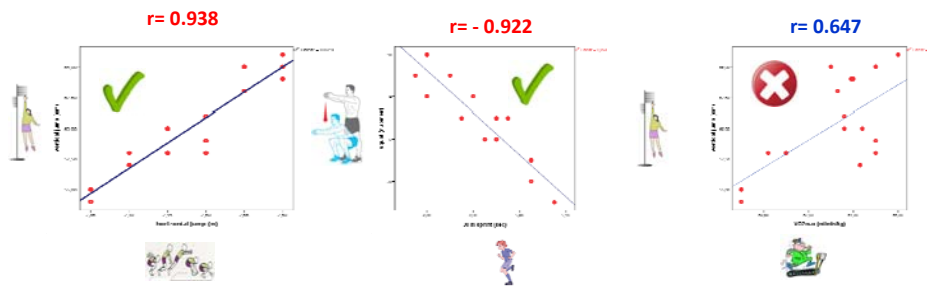
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

29

1ος έλεγχος

Για να προδιαγραφεί η ύπαρξη κοινών παραγόντων
θα πρέπει οι **συντελεστές συσχέτισης** μεταξύ των μεταβλητών να είναι **υψηλοί**

Correlation Matrix										
		vertical jump (cm)	horizontal jump (m)	30 m sprint (sec)	squat (number)	Bench Press (kg)	Grip Strength (kg)	push ups (number)	Cooper Test 12 min (m)	VO2max (ml/min/kg)
Correlation	vertical jump (cm)	1,000	,938	-,876	,912	,454	,403	,276	,544	,647
	horizontal jump (m)	,938	1,000	-,791	,858	,479	,406	,312	,601	,646
	30 m sprint (sec)	-,876	-,791	1,000	-,922	-,530	-,517	-,449	-,652	-,741
	squat (number)	,912	,858	-,922	1,000	,519	,465	,436	,681	,771
	Bench Press (kg)	,454	,479	-,530	,519	1,000	,923	,899	,476	,476
	Grip Strength (kg)	,403	,406	-,517	,465	,923	1,000	,932	,440	,450
	push ups (number)	,276	,312	-,449	,436	,899	,932	1,000	,416	,407
	Cooper Test 12 min (m)	,544	,601	-,652	,681	,476	,440	,416	1,000	,968
	VO2max (ml/min/kg)	,647	,646	-,741	,771	,476	,450	,407	,968	1,000



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

30

2ος έλεγχος

Έλεγχος του βαθμού **συσχέτισης** μεταξύ των **μεταβλητών**
Πόσο υψηλή είμαι η **συσχέτιση** μεταξύ **ΟΛΩΝ** των **μεταβλητών** ;

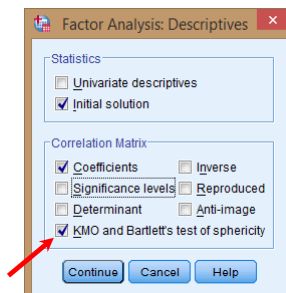


Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

31

2ος έλεγχος

Έλεγχος του βαθμού **συσχέτισης** μεταξύ των **μεταβλητών**
μέσω του **Bartlett's Test of Sphericity**



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

32

2ος έλεγχος

Έλεγχος του βαθμού **συσχέτισης** μεταξύ των **μεταβλητών**

KMO and Bartlett's Test		
Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		,718
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	242,587
	df	36
	Sig.	,000



Μέσω του Bartlett's Test of Sphericity
ελέγχεται
η ύπαρξη **συσχέτισης** μεταξύ των **μεταβλητών**

H_0 : Δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών

Όταν **Sig < 0.05** (απορρίπτεται η H_0)



(γίνεται αποδεκτή η H_A)

H_A : **Υπάρχει** συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

33

3ος έλεγχος

Έλεγχος του βαθμού **συσχέτισης** μεταξύ των **παραγόντων**
(που εμπεριέχονται στις μεταβλητές)
μέσω των **μερικών συντελεστών συσχέτισης**
(partial correlation coefficients)

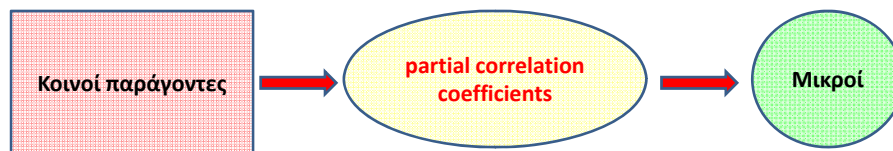
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

34

3ος έλεγχος

Έλεγχος του βαθμού **συσχέτισης** μεταξύ των **παραγόντων**
(που εμπεριέχονται στις μεταβλητές)
μέσω των **μερικών συντελεστών συσχέτισης**
(partial correlation coefficients)

Αν υπάρχουν **κοινοί παράγοντες** μεταξύ των μεταβλητών
τότε
οι **μερικοί συντελεστές συσχέτισης** (partial correlation coefficients)
ανά ζεύγος (ανά δύο) **μεταβλητών**,
όταν δηλαδή αποκλείεται η επίδραση των άλλων μεταβλητών,
θα πρέπει να είναι **μικροί**

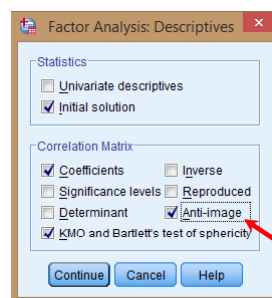


Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

35

3ος έλεγχος

Έλεγχος του βαθμού **συσχέτισης** μεταξύ των **παραγόντων**
(που εμπεριέχονται στις μεταβλητές)
μέσω των **μερικών συντελεστών συσχέτισης**
(partial correlation coefficients)



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

36

3ος έλεγχος

Έλεγχος του βαθμού **συσχέτισης** μεταξύ των **παραγόντων**
(που εμπεριέχονται στις μεταβλητές)
μέσω των **μερικών συντελεστών συσχέτισης**
(partial correlation coefficients)

Anti-image Matrices										
		vertical jump (cm)	horizontal jump (m)	30 m sprint (sec)	squat (number)	Bench Press (kg)	Grip Strength (kg)	push ups (number)	Cooper Test 12-min (m)	VO2max (ml/min/kg)
Anti-image Covariance	vertical jump (cm)	.022	-.029	.017	-.017	-.011	-.016	.020	.013	-.009
	horizontal jump (m)	-.029	.056	-.026	.006	.005	.013	-.016	-.025	.020
	30 m sprint (sec)	.017	-.026	.111	.023	-.018	.007	.006	.010	-.006
	squat (number)	-.017	.006	.023	.046	.007	.030	-.030	.001	-.006
	Bench Press (kg)	-.011	.005	-.018	.007	.109	-.019	-.026	-.010	.007
	Grip Strength (kg)	-.016	.013	.007	.030	-.019	.054	-.038	-.001	-.002
	push ups (number)	.020	-.016	.006	-.030	-.026	-.038	.046	.004	.000
	Cooper Test 12-min (m)	.013	-.025	.010	.001	-.010	-.001	.004	.028	-.025
	VO2max (ml/min/kg)	-.009	.020	-.006	-.006	.007	-.002	.000	-.025	.025
Anti-image Correlation	vertical jump (cm)	.819 ^a	-.825	.356	-.525	-.232	-.482	.650	.535	-.400
	horizontal jump (m)	-.825	.688 ^a	-.327	.119	.070	.246	-.312	-.631	.638
	30 m sprint (sec)	.356	-.327	.904 ^a	.318	-.168	.097	.082	.171	-.108
	squat (number)	-.525	.119	.318	.774 ^a	.092	.595	-.653	.030	-.175
	Bench Press (kg)	-.232	.070	-.168	.092	.891 ^a	-.255	-.383	-.175	.138
	Grip Strength (kg)	-.482	.246	.097	.595	-.255	.689 ^a	-.771	-.027	-.067
	push ups (number)	.650	-.312	.082	-.653	-.383	-.771	.604 ^a	.121	-.010
	Cooper Test 12-min (m)	.535	-.631	.171	.030	-.175	-.027	.121	.647 ^a	-.958
	VO2max (ml/min/kg)	-.400	.638	-.108	-.175	.138	-.067	-.010	-.958	.710 ^a

a. Measures of Sampling Adequacy(MSA)

Τα **partial correlation coefficients** θα πρέπει να είναι **κοντά στο μηδέν**

37

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

4ος έλεγχος

Έλεγχος των **συντελεστών συσχέτισης** σε σύγκριση με τους **μερικούς συντελεστές συσχέτισης**
μέσω του **Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)**

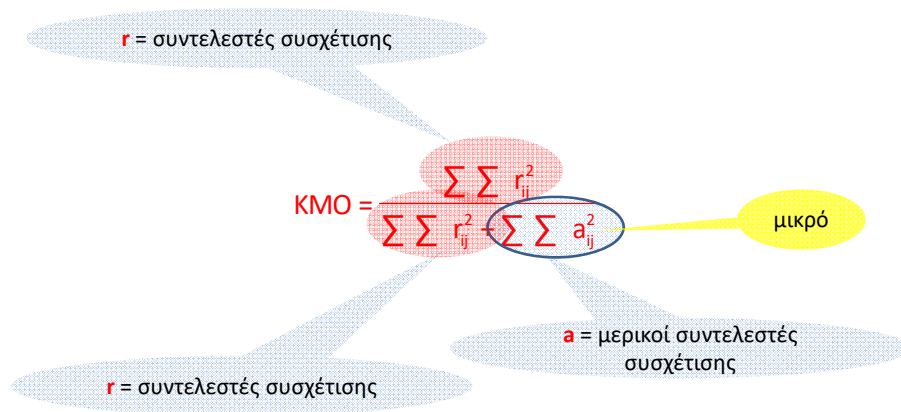
$$KMO = \frac{\sum \sum r_{ij}^2}{\sum \sum r_{ij}^2 + \sum \sum a_{ij}^2}$$

38

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

4^{ος} έλεγχος

Έλεγχος των **συντελεστών συσχέτισης** σε σύγκριση με τους **μερικούς συντελεστές συσχέτισης** μέσω του **Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)**

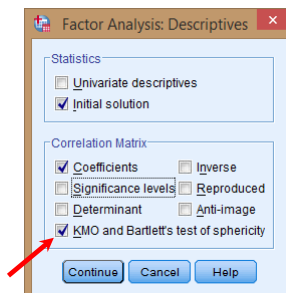


Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

39

4^{ος} έλεγχος

Έλεγχος των **συντελεστών συσχέτισης** σε σύγκριση με τους **μερικούς συντελεστές συσχέτισης** μέσω του **Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)**



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

40

4^{ος} έλεγχος

Έλεγχος των **συντελεστών συσχέτισης** σε σύγκριση με τους **μερικούς συντελεστές συσχέτισης** μέσω του **Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)**

KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy		,718
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	242,587
	df	36
	Sig.	,000



Η τιμή του **Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)**

πρέπει να πλησιάζει την μονάδα (1)

Είναι **υψηλότεροι** οι συντελεστές συσχέτισης (r)
παρά οι συντελεστές μερικής συσχέτισης (a)

$$KMO = \frac{\sum \sum r_{ij}^2}{\sum \sum r_{ij}^2 + \sum \sum a_{ij}^2}$$

μικρό

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

41

4^{ος} έλεγχος

Έλεγχος των **συντελεστών συσχέτισης** σε σύγκριση με τους **μερικούς συντελεστές συσχέτισης** μέσω του **Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)**

KMO and Bartlett's Test

Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy		,718
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	242,587
	df	36
	Sig.	,000



Η τιμή του **Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)**

πρέπει να πλησιάζει την μονάδα (1)

Είναι **μικρή** η επίδραση των μη-κοινών παραγόντων

$$KMO = \frac{\sum \sum r_{ij}^2}{\sum \sum r_{ij}^2 + \sum \sum a_{ij}^2}$$

μικρό

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

42

4ος έλεγχος

Έλεγχος των **συντελεστών συσχέτισης** σε σύγκριση με τους **μερικούς συντελεστές συσχέτισης** μέσω του **Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)**

KMO and Bartlett's Test		
Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy		
		.718
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	242,587
	df	36
	Sig.	,000



1 = KMO > 0.90 = πάρα πολύ καλές
0.90 = KMO > 0.80 = πολύ καλές
0.80 = KMO > 0.70 = καλές
0.70 = KMO > 0.60 = μέτριες
0.60 = KMO > 0.50 = κακές
KMO < 0.50 = πολύ κακές

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

43

5ος έλεγχος

Έλεγχος του πολλαπλού συντελεστή προσδιορισμού **R²** μεταξύ της **κάθε μιας μεταβλητής και όλων των υπόλοιπων**

Communalities		
	Initial	Extraction
vertical jump (cm)	1,000	,978
horizontal jump (m)	1,000	,898
30 m sprint (sec)	1,000	,882
squat (number)	1,000	,935
Bench Press (Kg)	1,000	,937
Grip Strength (kg)	1,000	,958
push ups (number)	1,000	,956
Cooper Test 12-min (m)	1,000	,984
VO2max (ml/min/kg)	1,000	,987

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Communality: εκφράζει το ποσοστό διακύμανσης της **ΚΑΘΕ μιας μεταβλητής** που ερμηνεύεται **από ΟΛΟΥΣ** τους κοινούς παράγοντες

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

44

5ος έλεγχος

Έλεγχος του πολλαπλού συντελεστή προσδιορισμού R^2
μεταξύ της κάθε μιας μεταβλητής και όλων των υπόλοιπων

Communalities		
	Initial	Extraction
vertical jump (cm)	1,000	,978
horizontal jump (m)	1,000	,898
30 m sprint (sec)	1,000	,882
squat (number)	1,000	,935
Bench Press (Kg)	1,000	,937
Grip Strength (kg)	1,000	,958
push ups (number)	1,000	,956
Cooper Test 12-min (m)	1,000	,984
VO2max (ml/min/kg)	1,000	,987

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Μέσω πολλαπλής παλινδρόμησης
αν χρησιμοποιηθεί
η κάθε μεταβλητή ως εξαρτημένη και
ΟΛΕΣ οι υπόλοιπες ως ανεξάρτητες
Communality = R^2

Model Summary				
Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,989 ^a	,978	,963	,70207

a. Predictors: (Constant), VO2max (ml/min/kg), push ups (number), horizontal jump (m), 30 m sprint (sec), Bench Press (Kg), squat (number), Grip Strength (kg), Cooper Test 12-min (m)

Communality: εκφράζει το ποσοστό διακύμανσης
της **ΚΑΘΕ** μιας μεταβλητής που ερμηνεύεται **από ΟΛΟΥΣ** τους κοινούς παράγοντες

45

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

5ος έλεγχος

Έλεγχος του πολλαπλού συντελεστή προσδιορισμού R^2
μεταξύ της κάθε μιας μεταβλητής και όλων των υπόλοιπων

Communalities		
	Initial	Extraction
vertical jump (cm)	1,000	,978
horizontal jump (m)	1,000	,898
30 m sprint (sec)	1,000	,882
squat (number)	1,000	,935
Bench Press (Kg)	1,000	,937
Grip Strength (kg)	1,000	,958
push ups (number)	1,000	,956
Cooper Test 12-min (m)	1,000	,984
VO2max (ml/min/kg)	1,000	,987

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Communality: εκφράζει το ποσοστό διακύμανσης
της **ΚΑΘΕ** μιας μεταβλητής που ερμηνεύεται **από ΟΛΟΥΣ** τους κοινούς παράγοντες

46

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

5ος έλεγχος

Έλεγχος του πολλαπλού συντελεστή προσδιορισμού R^2
μεταξύ της **κάθε μιας μεταβλητής** και **όλων των υπόλοιπων**

Communalities		
	Initial	Extraction
vertical jump (cm)	1,000	,978
horizontal jump (m)	1,000	,898
30 m sprint (sec)	1,000	,882
squat (number)	1,000	,935
Bench Press (kg)	1,000	,937
Grip Strength (kg)	1,000	,958
push ups (number)	1,000	,956
Cooper Test 12-min (m)	1,000	,984
VO2max (ml/min/kg)	1,000	,987

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Υψηλές τιμές αποτελούν ένδειξη **ισχυρής γραμμικής συσχέτισης** μεταξύ της κάθε μεταβλητής και όλων των υπόλοιπων μεταβλητών

Communality: εκφράζει το ποσοστό διακύμανσης της **ΚΑΘΕ μιας μεταβλητής** που ερμηνεύεται **από ΟΛΟΥΣ τους κοινούς παράγοντες**

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

47

νέφος σημείων (άτομα)

③

②

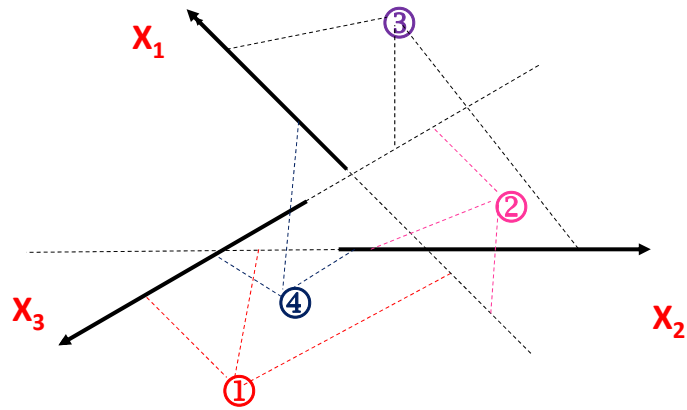
④

①

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

48

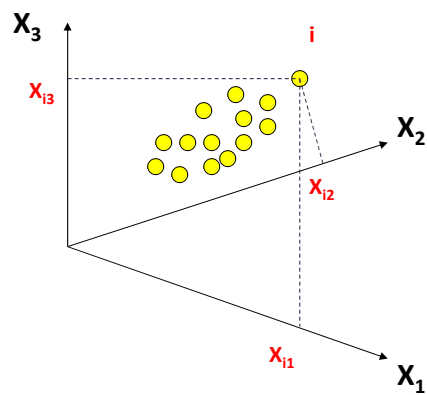
νέφος σημείων (άτομα)
αρχικός χώρος μεταβλητών (x_1, x_2, x_3)



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

49

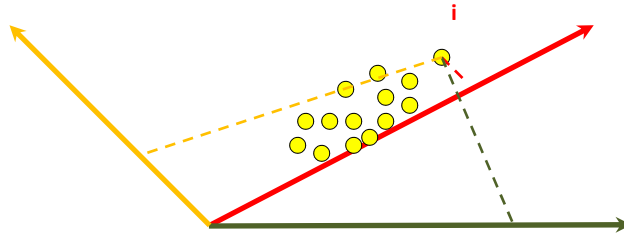
Προβολή του νέφους των σημείων
στον αρχικό χώρο των μεταβλητών



50

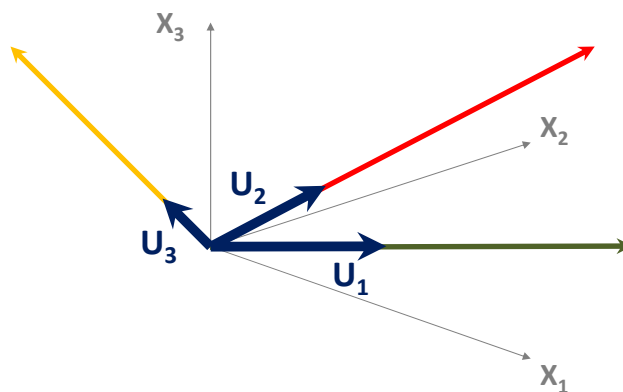
Προβολή του νέφους των σημείων
σε έναν **υποχώρο** μικρότερων διαστάσεων

(για να καθοριστεί ο νέος υποχώρος θα πρέπει να καθοριστεί η διεύθυνση των αξόνων)



51

Καθορισμός του **νέου υποχώρου**
(ο καινούριος χώρος ορίζεται από τα **ιδιοδιανύσματα** $U_1, U_2, \dots, U_n$)



52

Η **διεύθυνση** των παραγοντικών αξόνων
(καθορίζοντας τα **ιδιοδιανύσματα** $U_1, U_2, \dots, U_n$)
και
οι **συντεταγμένες** των μεταβλητών
πάνω στους παραγοντικούς άξονες
(η συσχέτιση της κάθε μεταβλητής με κάθε παράγοντα)
ορίζεται
μέσω της **ανάλυσης των κύριων συνιστωσών**

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

53

Η **ανάλυση των κύριων συνιστωσών**
συμβάλλει
στην ανακάλυψη της δομής αυτού του νέφους των σημείων,
κάνοντάς το **κατανοητό** με τις αισθήσεις μας.

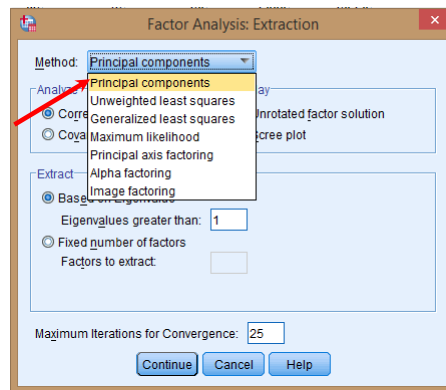
Προβάλλει το νέφος των σημείων σε ένα **υποχώρο**,
μικρότερων διαστάσεων, που έχει **ορθογώνιους άξονες**.

Οι άξονες αυτοί ονομάζονται **παραγοντικοί άξονες**.

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

54

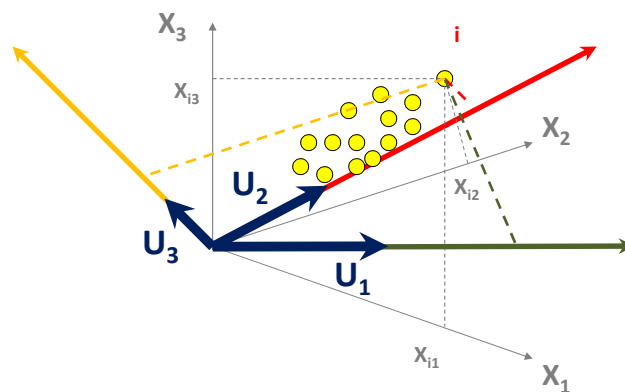
Ανάλυση των κύριων συνιστωσών (Principal Components)



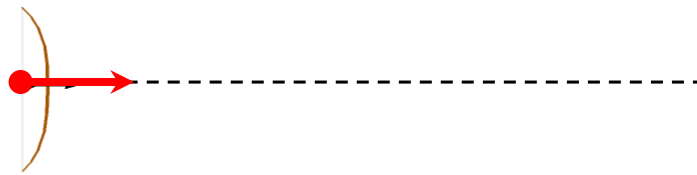
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

55

Καθορισμός του νέου υποχώρου
(ο καινούριος χώρος ορίζεται από τα **ιδιοδιανύσματα** $U_1, U_2, \dots, U_n$)



56



Ιδιοδιάνυσμα

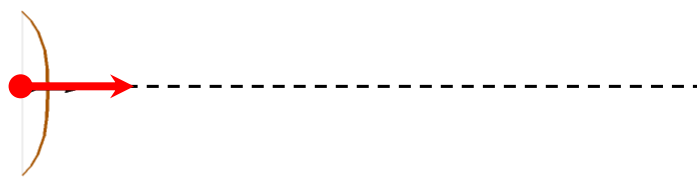


Παραγοντικός άξονας



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

57



Ιδιοτιμή (το μήκος του διανύσματος)



Παραγοντικός άξονας



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

58

Ιδιοτιμή (eigenvalue):

Η συνολική διακύμανση **ΟΛΩΝ** των μεταβλητών
που ερμηνεύεται από τον **ΚΑΘΕ** παράγοντα

Total Variance Explained						
Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	5,975	66,388	66,388	5,975	66,388	66,388
2	1,754	19,490	85,877	1,754	19,490	85,877
3	,786	8,728	94,606			
4	,231	2,569	97,175			
5	,098	1,089	98,264			
6	,076	,849	99,113			
7	,055	,609	99,722			
8	,016	,177	99,899			
9	,009	,101	100,000			

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

59

Ιδιοτιμή (eigenvalue):

Η συνολική διακύμανση **ΟΛΩΝ** των μεταβλητών
που ερμηνεύεται από τον **ΚΑΘΕ** παράγοντα

1ος παράγοντας	5,975
2ος παράγοντας	1,754
3ος παράγοντας	0,786
4ος παράγοντας	0,231
5ος παράγοντας	0,098
6ος παράγοντας	0,076
7ος παράγοντας	0,055
8ος παράγοντας	0,016
9ος παράγοντας	0,009
	άθροισμα
	9

Total Variance Explained						
Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	5,975	66,388	66,388	5,975	66,388	66,388
2	1,754	19,490	85,877	1,754	19,490	85,877
3	,786	8,728	94,606			
4	,231	2,569	97,175			
5	,098	1,089	98,264			
6	,076	,849	99,113			
7	,055	,609	99,722			
8	,016	,177	99,899			
9	,009	,101	100,000			

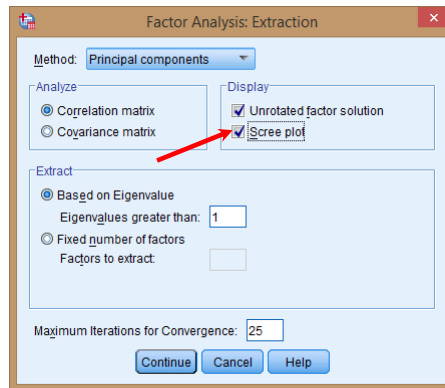
Extraction Method: Principal Component Analysis.

Αρχικά
ο αριθμός των παραγόντων είναι ίσος
με τον αριθμό των μεταβλητών
(όσες είναι οι μεταβλητές, τόσοι είναι και οι παράγοντες)

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

60

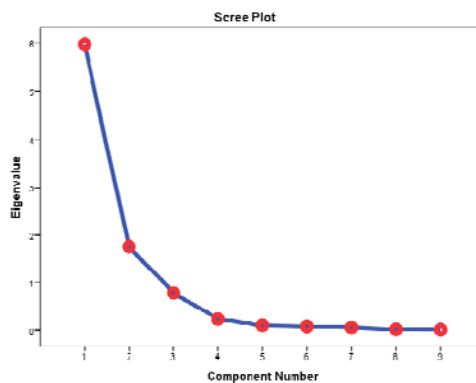
Γράφημα ιδιοτιμών (Eigenvalues)



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

61

Γράφημα ιδιοτιμών (Eigenvalues)

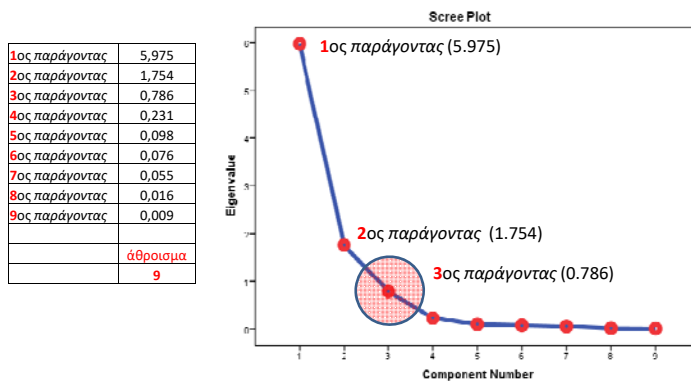


Αρχικά
ο αριθμός των παραγόντων είναι ίσος
με τον αριθμό των μεταβλητών
(όσες είναι οι μεταβλητές, τόσοι είναι και οι παράγοντες)

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

62

Γράφημα ιδιοτιμών (Eigenvalues)



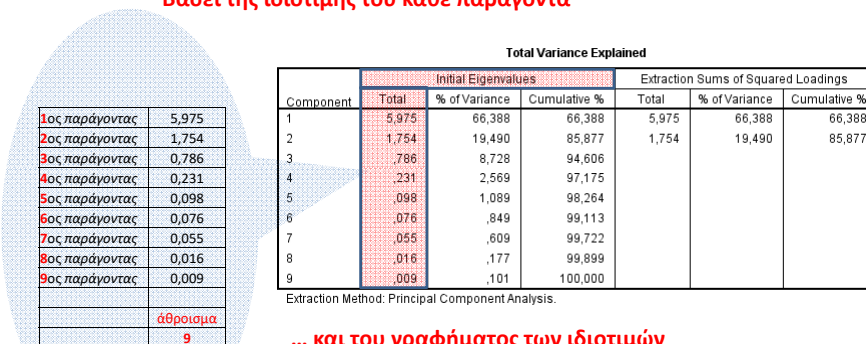
Ιδιοτιμή (eigenvalue):

Η συνολική διακύμανση **ΟΛΩΝ** των μεταβλητών που ερμηνεύεται από τον **ΚΑΘΕ** παράγοντα

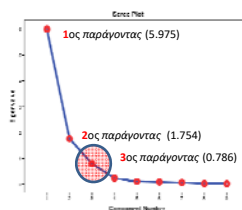
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

63

Βάσει της ιδιοτιμής του κάθε παράγοντα



... και του γραφήματος των ιδιοτιμών



επιλέγεται
ο αριθμός των παραγόντων

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

64

Καθορισμός αριθμού παραγόντων

Fixed number of factors

Factors to extract

Factor Analysis: Extraction

Method: Principal components

Analyze

☒ Correlation matrix

☐ Covariance matrix

Display

☒ Unrotated factor solution

☒ Scree plot

Extract

☐ Based on Eigenvalue

Eigenvalues greater than: 1

☒ Fixed number of factors

Factors to extract: 3

Maximum iterations for Convergence: 25

Continue
Cancel
Help

3

65

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

Επιλέγονται
3 παράγοντες
που συνολικά ερμηνεύουν το **94.606%**
της συνολικής διακύμανσης ΟΛΩΝ των μεταβλητών

Total Variance Explained						
Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	5,975	66,388	66,388	5,975	66,388	66,388
2	1,754	19,490	85,877	1,754	19,490	85,877
3	,786	8,728	94,606	,786	8,728	94,606
4	,231	2,569	97,175			
5	,098	1,089	98,264			
6	,076	,849	99,113			
7	,055	,609	99,722			
8	,016	,177	99,899			
9	,009	,101	100,000			

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Ο 1^{ος} παράγοντας ερμηνεύει το **μεγαλύτερο ποσοστό** της συνολικής διακύμανσης όλων των μεταβλητών

Ο 2^{ος} παράγοντας ερμηνεύει το **αμέσως επόμενο μεγαλύτερο %** της συνολικής διακύμανσης όλων των μεταβλητών

Ο 3^{ος} παράγοντας ερμηνεύει το ...

66

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

Επιλέγονται
3 παράγοντες
 που συνολικά ερμηνεύουν το **94.606%**
 της συνολικής διακύμανσης ΟΛΩΝ των μεταβλητών

Total Variance Explained						
Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	5.975	66.388	66.388	5.975	66.388	66.388
2	1.754	19.490	85.877	1.754	19.490	85.877
3	.786	8.728	94.606	.786	8.728	94.606
4	.231	2.569	97.175			
5	.098	1.089	98.264			
6	.076	.849	99.113			
7	.055	.609	99.722			
8	.016	.177	99.899			
9	.009	.101	100.000			

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Ο 1^{ος} παράγοντας με ιδιοτιμή 5.975 ερμηνεύει το 66.388 % της συνολικής διακύμανσης όλων των μεταβλητών

Ο 2^{ος} παράγοντας με ιδιοτιμή 1.754 ερμηνεύει το 19.490 % της συνολικής διακύμανσης όλων των μεταβλητών

Ο 3^{ος} παράγοντας με ιδιοτιμή 0.786 ερμηνεύει το 8.728 % της συνολικής διακύμανσης όλων των μεταβλητών

67

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

Επιλογή
Παραγόντων – παραγοντικών αξόνων

?



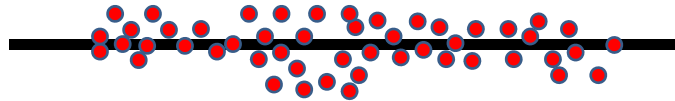
Ποια είναι η διεύθυνση του 1^{ου} παραγοντικού άξονα ?

που ερμηνεύει το **ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ ποσοστό της διακύμανσης** του νέφους των σημείων ?

68

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

Επιλογή
Παραγόντων – παραγοντικών αξόνων



Ποια είναι η διεύθυνση του 1^{ου} παραγοντικού άξονα ?

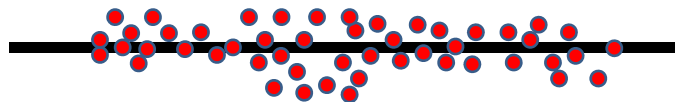
που ερμηνεύει το **ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ ποσοστό της διακύμανσης** του νέφους των σημείων ?

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

69

Επιλογή
Παραγόντων – παραγοντικών αξόνων

?



Ποια είναι η διεύθυνση του 2^{ου} παραγοντικού άξονα ?

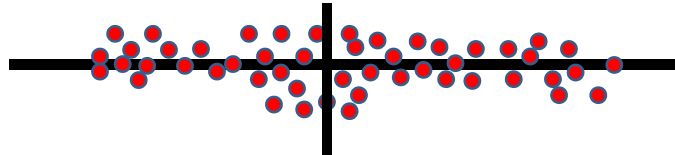
που ερμηνεύει το **αμέσως ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ ποσοστό της διακύμανσης** του νέφους των σημείων ?

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

70

Επιλογή
Παραγόντων – παραγοντικών αξόνων

?



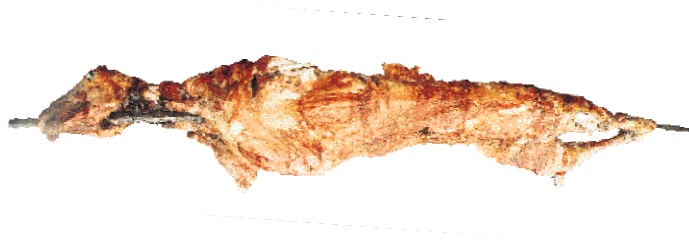
Ποια είναι η διεύθυνση του 2^{ου} παραγοντικού άξονα ?

που ερμηνεύει το **αμέσως ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ ποσοστό της διακύμανσης** του νέφους των σημείων ?

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

71

Επιλογή
Παραγόντων – παραγοντικών αξόνων



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

72

Επιλογή
Παραγόντων – παραγοντικών αξόνων



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

73

Επιλογή
Παραγόντων – παραγοντικών αξόνων

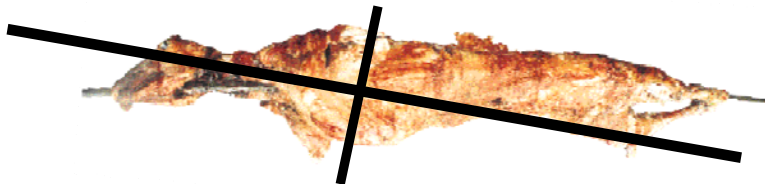


Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

74

Όμως

Αρχικά
το νέφος των σημείων
μπορεί να μην αναπαριστάται καλά



... και αυτό συμβαίνει σχεδόν πάντα !!!

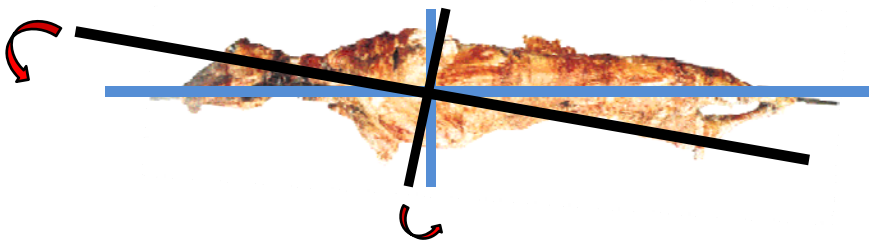
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

75

Απαιτείται

Περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

Αρχικά
πριν την περιστροφή

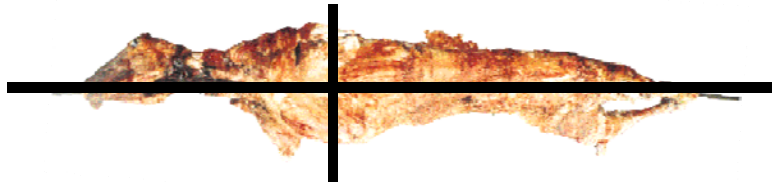


Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

76

Περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

μετά την περιστροφή



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

77

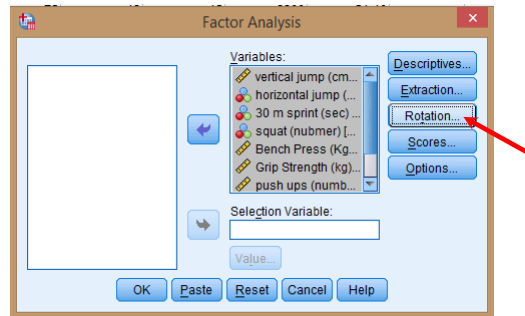
Περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

Varimax Rotation
(ορθογώνια περιστροφή των παραγοντικών αξόνων)

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

78

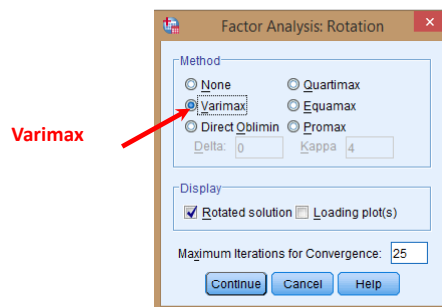
Περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

79

Περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

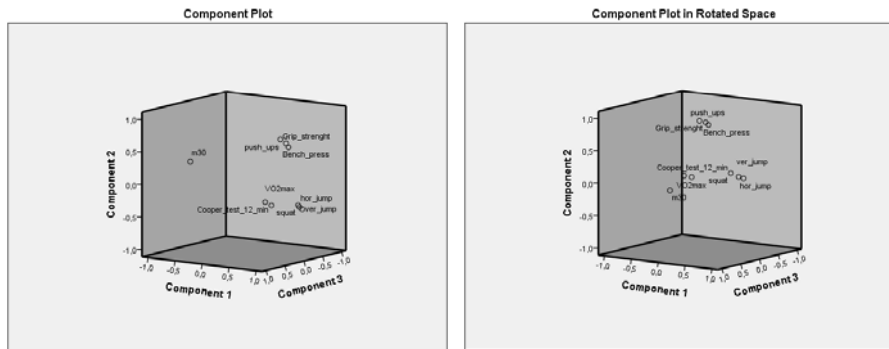


Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

80

Χωρίς περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

Με περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων



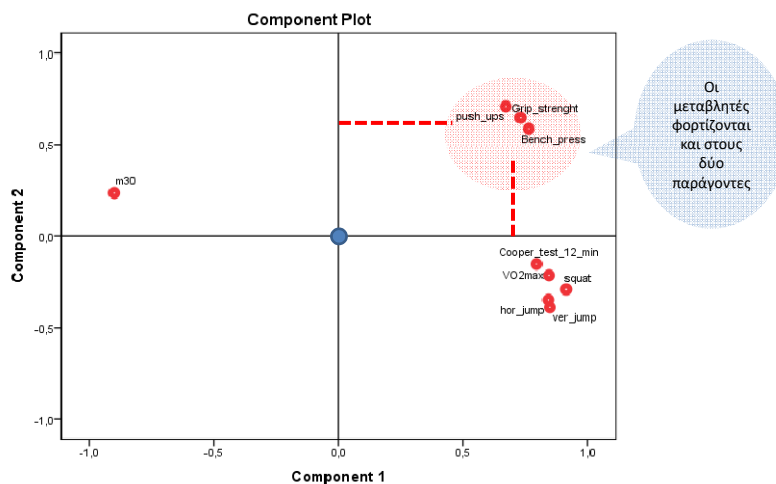
Μετά την περιστροφή **αλλάζει** η σχετική θέση των μεταβλητών ως προς τους άξονες (ή καλύτερα, **η σχετική θέση των παραγοντικών αξόνων ως προς τις μεταβλητές**)

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

81

Παράδειγμα
με 2 παραγοντικούς άξονες

Χωρίς περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

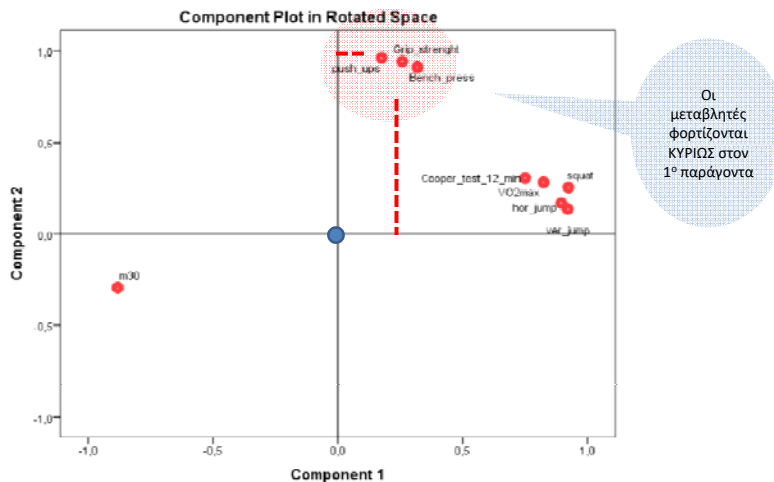


Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

82

Παράδειγμα
με 2 παραγοντικούς άξονες

Με περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

83

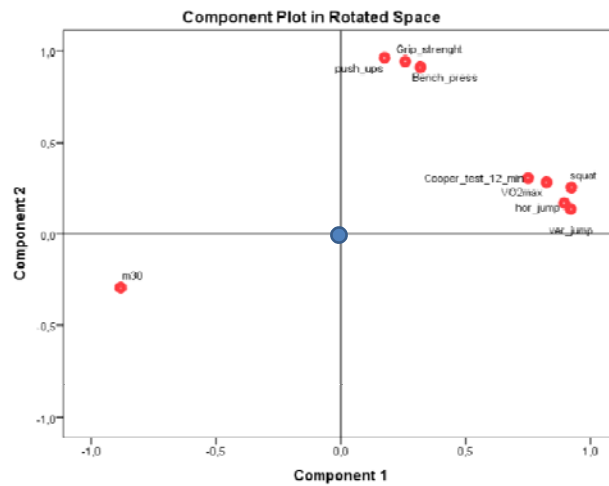
Καθώς
μετά την περιστροφή
αλλάζει η σχετική θέση των μεταβλητών ως προς τους άξονες
(ή καλύτερα, η σχετική θέση των παραγοντικών αξόνων ως προς τις μεταβλητές)

αλλάζουν
οι «φορτίσεις» (συντεταγμένες)
της κάθε μεταβλητής στους παραγοντικούς άξονες
οπότε
αλλάζει
η συσχέτιση της κάθε μεταβλητής με τον κάθε παραγοντικό άξονα
έτσι ώστε να συσχετίζεται κυρίως με έναν μόνο παραγοντικό άξονα

Η «φόρτιση» της κάθε μεταβλητής να είναι υψηλή σε έναν μόνο παράγοντα

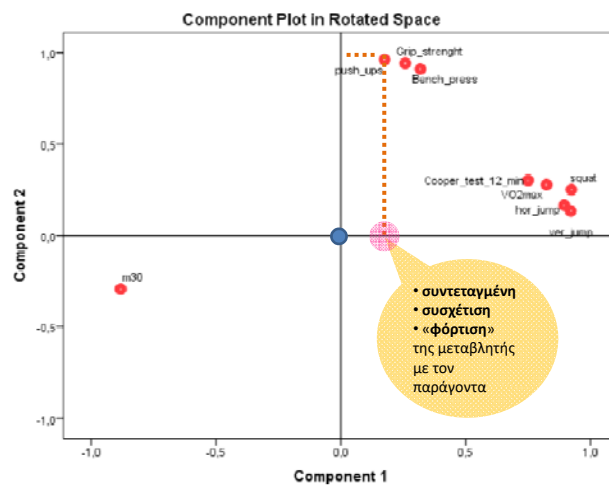
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

84



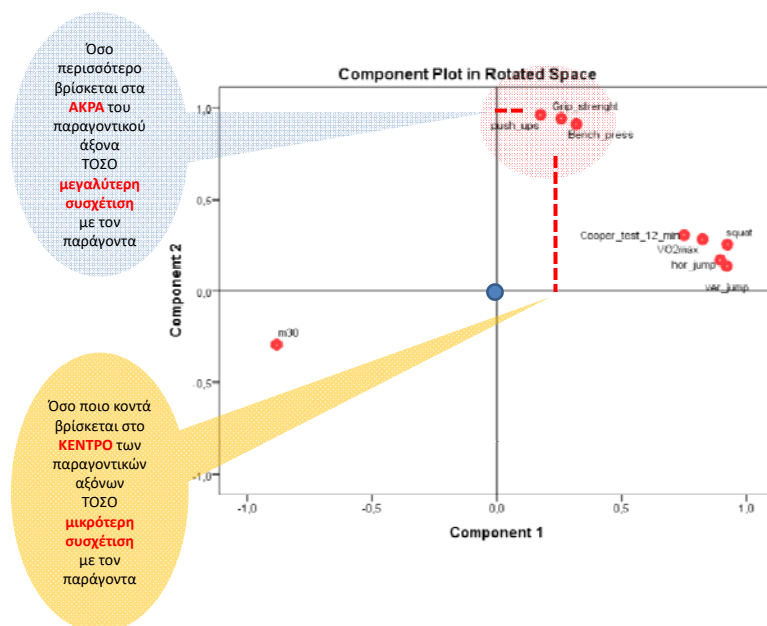
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

85



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

86



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

87

Χωρίς περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

Με περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	5,975	66,388	66,388	5,975	66,388	66,388	3,551	39,459	39,459
2	1,754	19,490	85,877	1,754	19,490	85,877	2,925	32,505	71,964
3	,786	8,728	94,606	,786	8,728	94,606	2,038	22,642	94,606
4	,231	2,569	97,175						
5	,098	1,089	98,264						
6	,076	,849	99,113						
7	,055	,609	99,722						
8	,016	,177	99,899						
9	,009	,101	100,000						

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

88

Χωρίς περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

Με περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

Total Variance Explained

Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	5,975	66,388	66,388	5,975	66,388	66,388	3,551	39,459	39,459
2	1,754	19,490	85,877	1,754	19,490	85,877	2,925	32,505	71,964
3	,786	8,728	94,606	,786	8,728	94,606	2,038	22,642	94,606
4	,231	2,569	97,175						
5	,098	1,089	98,264						
6	,076	,849	99,113						
7	,055	,609	99,722						
8	,016	,177	99,899						
9	,009	,101	100,000						

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Μετά την ορθογώνια περιστροφή (Varimax rotation) των παραγοντικών αξόνων:

Ο 1^{ος} παράγοντας με ιδιοτιμή 3.551 ερμηνεύει το 39.459 % της συνολικής διακύμανσης όλων των μεταβλητών

Ο 2^{ος} παράγοντας με ιδιοτιμή 2.925 ερμηνεύει το 32.505 % της συνολικής διακύμανσης όλων των μεταβλητών

Ο 3^{ος} παράγοντας με ιδιοτιμή 2.038 ερμηνεύει το 22.642 % της συνολικής διακύμανσης όλων των μεταβλητών

89

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

Χωρίς περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

Με περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

Component Matrix^a

	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,847	-,389	-,331
horizontal jump (m)	,841	-,347	-,264
30 m sprint (sec)	-,899	,234	,136
squat (number)	,913	-,291	-,127
Bench Press (Kg)	,763	,589	-,087
Grip Strength (kg)	,730	,649	-,070
push ups (number)	,671	,711	-,004
Cooper Test 12-min (m)	,795	-,154	,573
VO2max (ml/min/kg)	,843	-,214	,480

Extraction Method: Principal Component Analysis.

a. 3 components extracted.

Rotated Component Matrix^a

	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,955	,154	,206
horizontal jump (m)	,896	,179	,252
30 m sprint (sec)	-,814	-,292	-,366
squat (number)	,848	,250	,392
Bench Press (Kg)	,282	,909	,176
Grip Strength (kg)	,221	,940	,163
push ups (number)	,115	,954	,178
Cooper Test 12-min (m)	,336	,233	,904
VO2max (ml/min/kg)	,448	,218	,860

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 5 iterations.

90

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

Χωρίς περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

Component Matrix^a

	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,847	-,389	-,331
horizontal jump (m)	,841	-,347	-,264
30 m sprint (sec)	-,899	,234	,136
squat (nubmer)	,913	-,291	-,127
Bench Press (Kg)	,763	,589	-,087
Grip Strength (kg)	,730	,649	-,070
push ups (number)	,671	,711	-,004
Cooper Test 12-min (m)	,795	-,154	,573
VO2max (ml/min/kg)	,843	-,214	,480

Extraction Method: Principal Component Analysis.
a. 3 components extracted.

Με περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

Rotated Component Matrix^a

	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,955	,154	,206
horizontal jump (m)	,896	,179	,252
30 m sprint (sec)	-,814	-,292	-,366
squat (nubmer)	,848	,250	,392
Bench Press (Kg)	,282	,909	,176
Grip Strength (kg)	,221	,940	,163
push ups (number)	,115	,954	,178
Cooper Test 12-min (m)	,336	,233	,904
VO2max (ml/min/kg)	,448	,218	,860

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.
a. Rotation converged in 5 iterations.

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

91

Χωρίς περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

Component Matrix^a

	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,847	-,389	-,331
horizontal jump (m)	,841	-,347	-,264
30 m sprint (sec)	-,899	,234	,136
squat (nubmer)	,913	-,291	-,127
Bench Press (Kg)	,763	,589	-,087
Grip Strength (kg)	,730	,649	-,070
push ups (number)	,671	,711	-,004
Cooper Test 12-min (m)	,795	-,154	,573
VO2max (ml/min/kg)	,843	-,214	,480

Extraction Method: Principal Component Analysis.
a. 3 components extracted.

Με περιστροφή (Rotation)
των παραγοντικών αξόνων

Rotated Component Matrix^a

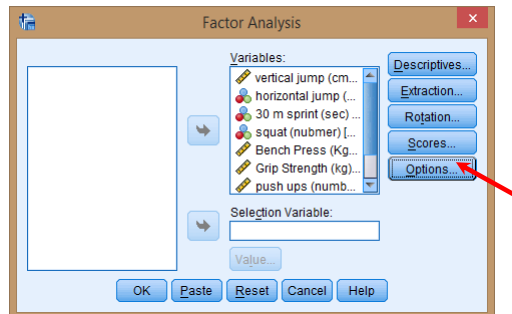
	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,955	,154	,206
horizontal jump (m)	,896	,179	,252
30 m sprint (sec)	-,814	-,292	-,366
squat (nubmer)	,848	,250	,392
Bench Press (Kg)	,282	,909	,176
Grip Strength (kg)	,221	,940	,163
push ups (number)	,115	,954	,178
Cooper Test 12-min (m)	,336	,233	,904
VO2max (ml/min/kg)	,448	,218	,860

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.
a. Rotation converged in 5 iterations.

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

92

Για
ευκολότερη ερμηνεία (και εντοπισμό)
των μεταβλητών που συσχετίζονται με τον κάθε παράγοντα ...



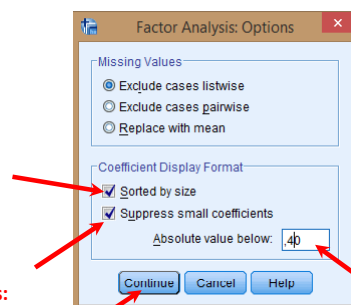
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

93

Για
ευκολότερη ερμηνεία (και εντοπισμό)
των μεταβλητών που συσχετίζονται με τον κάθε παράγοντα ...

Sorted by size:
Ταξινόμηση
των φορτίσεων
κατά μέγεθος

Suppress small coefficients:
Να μην εμφανίζονται
οι μικροί συντελεστές



Absolute value below:
...που η απόλυτη τιμή τους
να είναι μικρότερη από ...
ορίζουμε αυθαίρετα 0.4

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

94

Για
ευκολότερη ερμηνεία (και εντοπισμό)
των μεταβλητών που συσχετίζονται με τον κάθε παράγοντα ...

αρχικά
με **ΟΛΕΣ** τις
«φορτίσεις» – συσχετίσεις
ΟΛΩΝ των μεταβλητών
με **ΟΛΟΥΣ** του παράγοντες
...
χωρίς ταξινόμηση
βάσει μεγέθους

Rotated Component Matrix^a

	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,955	,154	,206
horizontal jump (m)	,896	,179	,252
30 m sprint (sec)	-,814	-,292	-,366
squat (number)	,848	,250	,392
Bench Press (Kg)	,282	,909	,176
Grip Strength (kg)	,221	,940	,163
push ups (number)	,115	,954	,178
Cooper Test 12-min (m)	,336	,233	,904
VO2max (ml/min/kg)	,448	,218	,860

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.
a. Rotation converged in 5 iterations.

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

95

Για
ευκολότερη ερμηνεία (και εντοπισμό)
των μεταβλητών που συσχετίζονται με τον κάθε παράγοντα ...

Sorted by size:
Ταξινόμηση
των φορτίσεων
κατά μέγεθος

Rotated Component Matrix^a

	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,955		
horizontal jump (m)	,896		
squat (number)	,848		
30 m sprint (sec)	-,814		
push ups (number)		,954	
Grip Strength (kg)		,940	
Bench Press (Kg)		,909	
Cooper Test 12-min (m)			,904
VO2max (ml/min/kg)	,448		,860

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.
a. Rotation converged in 5 iterations.

Suppress small coefficients:
Να μην εμφανίζονται
οι μικροί συντελεστές

Absolute value below:
...που η απόλυτη τιμή τους
να είναι μικρότερη από ...
ορίζουμε αυθαίρετα 0.4

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

96

ερμηνεία των παραγόντων ...

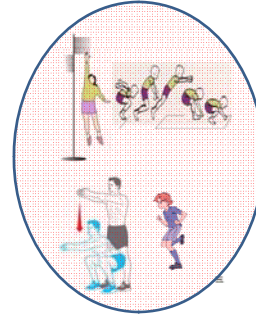
... ομαδοποίηση των μεταβλητών που έχουν υψηλή φόρτιση στον ίδιο παράγοντα

- το κατακόρυφο άλμα
 - το οριζόντιο άλμα
 - τα βαθιά καθίσματα
 - και
 - τα 30 m sprint
- φορτίζονται –
συσχετίζονται
με τον 1^ο παράγοντα.**

Rotated Component Matrix^a

	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,955		
horizontal jump (m)	,896		
squat (number)	,848		
30 m sprint (sec)	-,814		
push ups (number)		,954	
Grip Strength (kg)		,940	
Bench Press (Kg)		,909	
Cooper Test 12-min (m)			,904
VO2max (ml/min/kg)	,448		,860

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.
a. Rotation converged in 5 iterations.



97

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

ερμηνεία των παραγόντων ...

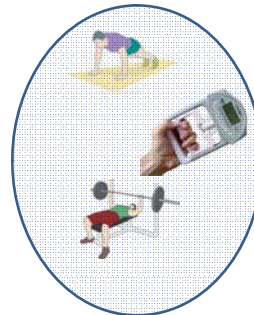
... ομαδοποίηση των μεταβλητών που έχουν υψηλή φόρτιση στον ίδιο παράγοντα

- οι κάμψεις
 - η δύναμη λαβής
 - και
 - οι πιέσεις πάγκου
- φορτίζονται –
συσχετίζονται
με τον 2^ο παράγοντα.**

Rotated Component Matrix^a

	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,955		
horizontal jump (m)	,896		
squat (number)	,848		
30 m sprint (sec)	-,814		
push ups (number)		,954	
Grip Strength (kg)		,940	
Bench Press (Kg)		,909	
Cooper Test 12-min (m)			,904
VO2max (ml/min/kg)	,448		,860

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.
a. Rotation converged in 5 iterations.



98

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

ερμηνεία των παραγόντων ...

... ομαδοποίηση των μεταβλητών που έχουν υψηλή φόρτιση στον ίδιο παράγοντα

- το τεστ Cooper 12-min και
- η VO2max φορτίζονται – συσχετίζονται με τον 3^ο παράγοντα.

Rotated Component Matrix ^a			
	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,955		
horizontal jump (m)	,896		
squat (number)	,848		
30 m sprint (sec)	-,814		
push ups (number)		,954	
Grip Strength (kg)		,940	
Bench Press (Kg)		,909	
Cooper Test 12-min (m)			,904
VO2max (ml/min/kg)			,860

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.
a. Rotation converged in 5 iterations.



Σχέση μεταξύ «φορτίσεων» και ιδιοτιμής



Τι είναι η **ιδιοτιμή**



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

101

Τι είναι η **ιδιοτιμή**

Ιδιοτιμή (eigenvalue):

Η συνολική διακύμανση **ΟΛΩΝ** των μεταβλητών
που ερμηνεύεται από τον **ΚΑΘΕ** παράγοντα

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

102

Τι είναι η «φόρτιση» (loading)



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

103

Τι είναι η «φόρτιση» (loading)

Φόρτιση (loading):

Η **συντεταγμένη** της μεταβλητής
πάνω στον **παραγοντικό άξονα**

ή

η **συσχέτιση** της μεταβλητής
με τον **παράγοντα**

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

104

Σχέση μεταξύ «φορτίσεων» και ιδιοτιμής



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

105

Σχέση μεταξύ «φορτίσεων» και ιδιοτιμής

Η **ιδιοτιμή** (του κάθε παράγοντα)
ισούται με
το άθροισμα των τετραγώνων των συσχετίσεων («**φορτίσεων**»)
ΟΛΩΝ των μεταβλητών
με τον παράγοντα

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

106

Σχέση μεταξύ «φορτίσεων» και ιδιοτιμής

Total Variance Explained								
Component	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings	
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance
1	5,975	66,388	66,388	5,975	66,388	66,388	3,551	39,459
2	1,754	19,490	85,877	1,754	19,490	85,877	2,925	32,505
3	,786	8,728	94,606	,786	8,728	94,606	2,038	22,642
4	,231	2,569	97,175					
5	,098	1,089	98,264					
6	,076	,849	99,113					
7	,055	,609	99,722					
8	,016	,177	99,899					
9	,009	,101	100,000					

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Rotated Component Matrix ^a			
	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,955	,154	,206
horizontal jump (m)	,896	,179	,252
30 m sprint (sec)	,914	-,292	-,366
squat (hubmer)	,848	,250	,392
Bench Press (kg)	,282	,909	,176
Grip Strength (kg)	,221	,940	,163
push ups (number)	,115	,954	,178
Cooper Test 12-min (m)	,336	,239	,904
VO2max (ml/min/kg)	,448	,218	,860

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.
a. Rotation converged in 5 iterations.

ιδιοτιμή 1^{ου} παράγοντα =

$$(0.955)^2 + (0.896)^2 + (-0.814)^2 + (0.848)^2 +$$

$$(0.282)^2 + (0.221)^2 + (0.115)^2 + (0.336)^2 + (0.448)^2 = 3.551$$

Η **ιδιοτιμή** (του κάθε παράγοντα) ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των συσχετίσεων («φορτίσεων») ΟΛΩΝ των μεταβλητών με τον παράγοντα

φόρτιση -		
(συσχέτιση)		
μεταβλητής		
στον (με τον)		
παράγοντα		
	square	
	0,955	0,912025
	0,896	0,802816
	-0,814	0,662596
	0,848	0,719104
	0,282	0,079524
	0,221	0,048841
	0,115	0,013225
	0,336	0,112896
	0,448	0,200704
	Sum	
	3,551731	

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

Σχέση μεταξύ «φορτίσεων» και communality



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

108

Σχέση μεταξύ «φορτίσεων» και communality

Communality: εκφράζει το ποσοστό διακύμανσης της **ΚΑΘΕ** μιας μεταβλητής που ερμηνεύεται **από ΟΛΟΥΣ** τους κοινούς παράγοντες

109

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

Σχέση μεταξύ «φορτίσεων» και communality

Communalities		
	Initial	Extraction
vertical jump (cm)	1,000	,978
horizontal jump (m)	1,000	,898
30 m sprint (sec)	1,000	,882
squat (number)	1,000	,935
Bench Press (Kg)	1,000	,937
Grip Strength (kg)	1,000	,958
push ups (number)	1,000	,956
Cooper Test 12-min (m)	1,000	,984
VO2max (ml/min/kg)	1,000	,987

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Rotated Component Matrix ^a			
	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,955	,154	,206
horizontal jump (m)	,896	,179	,252
30 m sprint (sec)	-,814	-,292	-,366
squat (number)	,848	,250	,392
Bench Press (Kg)	,282	,909	,176
Grip Strength (kg)	,221	,940	,163
push ups (number)	,115	,954	,178
Cooper Test 12-min (m)	,336	,233	,904
VO2max (ml/min/kg)	,448	,218	,860

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.
a. Rotation converged in 5 iterations.

Η **communality** (του κάθε παράγοντα) ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των συσχετίσεων («φορτίσεων») της συγκεκριμένης μεταβλητής με ΟΛΟΥΣ τους παράγοντες

$$\text{communality 1}^{\text{ου}} \text{ παράγοντα} = (0,955)^2 + (0,154)^2 + (0,206)^2 = 0,978$$

vertical jump		
	φόρτιση	φόρτιση_squared
στον 1ο παράγοντα	0,955	0,912
στον 2ο παράγοντα	0,154	0,024
στον 3ο παράγοντα	0,206	0,042
		sum
communality		0,978

110

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

Σχέση μεταξύ «ατόμων» και παραγόντων



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

111

Σχέση μεταξύ «ατόμων» και παραγόντων

Τιμές παραγόντων (factor scores):

Η συντεταγμένη του κάθε ατόμου πάνω στον παραγοντικό άξονα

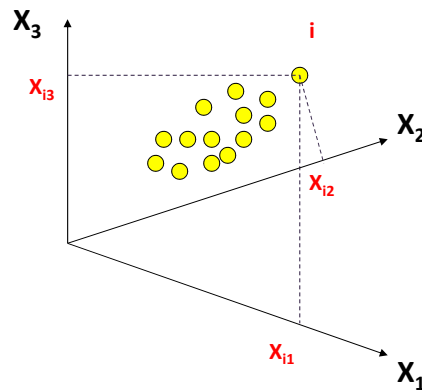
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

112

αρχικός χώρος ατόμων - μεταβλητών ($X_1, X_2, X_3, \dots$)

Προβολή (συντεταγμένη – τιμή – επίδοση)

του κάθε ατόμου
στην κάθε αρχική μεταβλητή



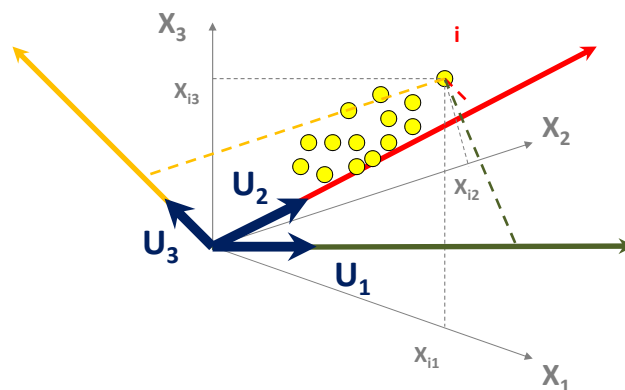
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

113

νέος χώρος μεταβλητών - παραγοντικών αξόνων (U_1, U_2, U_3)

Προβολή (συντεταγμένη – τιμή – επίδοση)

του κάθε ατόμου
στον κάθε παραγοντικό άξονα (παράγοντα)

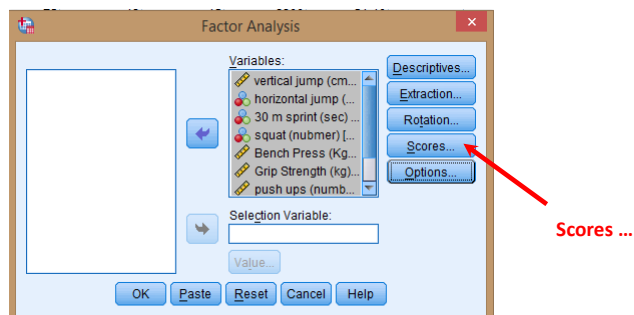


Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

114

Τιμές κάθε ατόμου στους παράγοντες (factor scores):

Συντεταγμένη του κάθε ατόμου πάνω στον παραγοντικό άξονα
(τιμή – επίδοση του κάθε ατόμου στον κάθε παράγοντα)



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

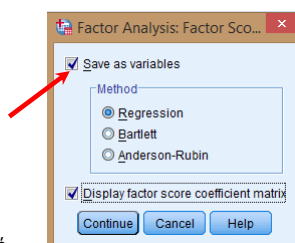
115

Τιμές κάθε ατόμου στους παράγοντες (factor scores):

Συντεταγμένη του κάθε ατόμου πάνω στον παραγοντικό άξονα
(τιμή – επίδοση του κάθε ατόμου στον κάθε παράγοντα)

Save as variable ...

Να σωθούν
οι τιμές του κάθε ατόμου
στον κάθε παράγοντα
και
ο κάθε παράγοντας
να εξαχθεί ως ΝΕΑ μεταβλητή



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

116

Τιμές κάθε ατόμου στους παράγοντες (factor scores):

Συντεταγμένη του κάθε ατόμου πάνω στον παραγοντικό άξονα
(τιμή – επίδοση του κάθε ατόμου στον κάθε παράγοντα)

	ver_jump	hor_jump	m30	squat	Bench_press	Grip_strength	push_ups	Cooper_test 12_min	VO2max	FAC1_1	FAC2_1	FAC3_1
1	58.00	2.40	4.90	32	85	45	50	2000	50.20	-.26474	-.56886	-1.59723
2	63.00	2.55	4.75	33	70	40	42	2200	53.30	1.11884	-1.69103	-.10650
3	60.00	2.45	4.90	32	75	43	45	2300	54.40	-.42310	-.90062	1.04210
4	66.00	2.60	4.55	35	85	46	48	2400	56.00	1.47344	-.39598	.92872
5	55.00	2.35	5.15	29	70	38	44	1900	49.00	-1.10311	-.89190	-1.65930
6	58.00	2.45	5.05	31	75	43	47	2100	51.00	-.49960	-.38718	-.74789
7	65.00	2.60	4.70	35	95	52	55	2200	53.00	1.39598	1.41875	-1.09316
8	57.00	2.40	4.85	32	90	53	56	2300	54.30	-1.37593	1.63691	.87017
9	58.00	2.50	4.90	33	80	42	49	2400	55.00	-.61720	-.48052	1.64587
10	60.00	2.45	4.90	32	85	44	47	2300	53.60	-.45872	-.16751	.65692
11	65.00	2.55	4.60	36	80	45	50	2300	55.00	1.40911	-.36861	-.38429
12	54.00	2.35	5.05	30	70	39	44	2000	49.00	-1.10456	-.88215	-1.16289
13	58.00	2.45	5.05	31	75	40	47	2100	51.00	-.46788	-.61396	-.69429
14	64.00	2.60	4.80	34	95	55	55	2300	53.90	.72255	1.60425	-.28461
15	58.00	2.45	5.05	31	75	43	47	2100	51.00	-.49960	-.38718	-.74789
16	64.00	2.60	4.60	34	95	52	55	2300	54.00	1.04375	1.35571	-.25600
17	57.00	2.40	4.85	32	90	53	56	2300	54.30	-1.37593	1.63691	.87017
18	59.00	2.50	4.90	33	80	42	49	2400	55.00	-.50008	-.49955	1.57826
19	61.00	2.50	4.95	33	85	44	47	2200	53.60	.11766	-.18659	-.01103
20	65.00	2.55	4.60	36	80	45	50	2300	55.00	1.40911	-.36861	-.38429

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

117

Τιμές κάθε ατόμου στους παράγοντες (factor scores):

Συντεταγμένη του κάθε ατόμου πάνω στον παραγοντικό άξονα
(τιμή – επίδοση του κάθε ατόμου στον κάθε παράγοντα)

	ver_jump	hor_jump	m30	squat	Bench_press	Grip_strength	push_ups	Cooper_test 12_min	VO2max	FAC1_1	FAC2_1	FAC3_1
1	58.00	2.40	4.90	32	85	45	50	2000	50.20	-.26474	-.56886	-1.59723
2	63.00	2.55	4.75	33	70	40	42	2200	53.30	1.11884	-1.69103	-.10650
3	60.00	2.45	4.90	32	75	43	45	2300	54.40	-.42310	-.90062	1.04210
4	66.00	2.60	4.55	35	85	46	48	2400	56.00	1.47344	-.39598	.92872
5	55.00	2.35	5.15	29	70	38	44	1900	49.00	-1.10311	-.89190	-1.65930
6	58.00	2.45	5.05	31	75	43	47	2100	51.00	-.49960	-.38718	-.74789
7	65.00	2.60	4.70	35	95	52	55	2200	53.00	1.39598	1.41875	-1.09316
8	57.00	2.40	4.85	32	90	53	56	2300	54.30	-1.37593	1.63691	.87017
9	58.00	2.50	4.90	33	80	42	49	2400	55.00	-.61720	-.48052	1.64587
10	60.00	2.45	4.90	32	85	44	47	2300	53.60	-.45872	-.16751	.65692
11	65.00	2.55	4.60	36	80	45	50	2300	55.00	1.40911	-.36861	-.38429
12	54.00	2.35	5.05	30	70	39	44	2000	49.00	-1.10456	-.88215	-1.16289
13	58.00	2.45	5.05	31	75	40	47	2100	51.00	-.46788	-.61396	-.69429
14	64.00	2.60	4.80	34	95	55	55	2300	53.90	.72255	1.60425	-.28461
15	58.00	2.45	5.05	31	75	43	47	2100	51.00	-.49960	-.38718	-.74789
16	64.00	2.60	4.60	34	95	52	55	2300	54.00	1.04375	1.35571	-.25600
17	57.00	2.40	4.85	32	90	53	56	2300	54.30	-1.37593	1.63691	.87017
18	59.00	2.50	4.90	33	80	42	49	2400	55.00	-.50008	-.49955	1.57826
19	61.00	2.50	4.95	33	85	44	47	2200	53.60	.11766	-.18659	-.01103
20	65.00	2.55	4.60	36	80	45	50	2300	55.00	1.40911	-.36861	-.38429

Τιμές του κάθε ατόμου
στον κάθε παράγοντα
και
ο κάθε παράγοντας
έχει σωθεί ως ΝΕΑ μεταβλητή
• 1^{ος} παράγοντας (FAC1_1)
• 2^{ος} παράγοντας (FAC2_1)
• 3^{ος} παράγοντας (FAC3_1)

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

118

Τιμές κάθε ατόμου στους παράγοντες (factor scores):

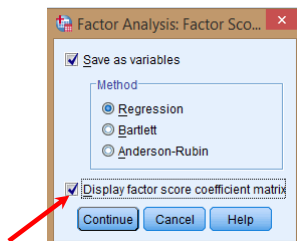
Συντεταγμένη του κάθε ατόμου πάνω στον παραγοντικό άξονα
(τιμή – επίδοση του κάθε ατόμου στον κάθε παράγοντα)



Πως προκύπτουν ?

Τιμές κάθε ατόμου στους παράγοντες (factor scores):

Συντεταγμένη του κάθε ατόμου πάνω στον παραγοντικό άξονα
(τιμή – επίδοση του κάθε ατόμου στον κάθε παράγοντα)



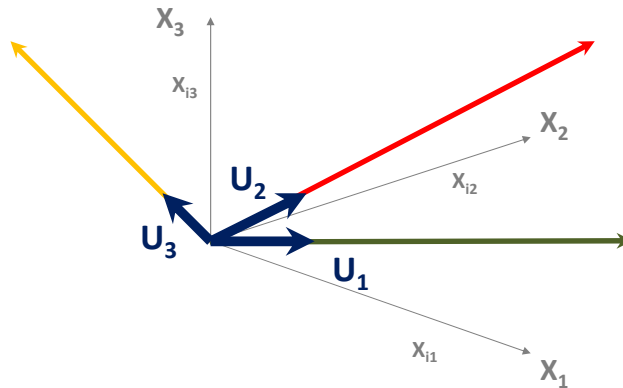
Display factor score coefficient matrix

Εμφάνιση
του **πίνακα των συντεταγμένων των ιδιοδιανυσμάτων** (μοναδιαίων διανυσμάτων)
του **κάθε παράγοντα σε κάθε μεταβλητή**,

νέος χώρος μεταβλητών - παραγοντικών αξόνων (U_1, U_2, U_3)

factor score coefficient matrix

Προβολή (συντεταγμένη) **του ιδιοδιανύσματος** (μοναδιαίου διανύσματος) του κάθε **παράγοντα** σε κάθε **μεταβλητή**



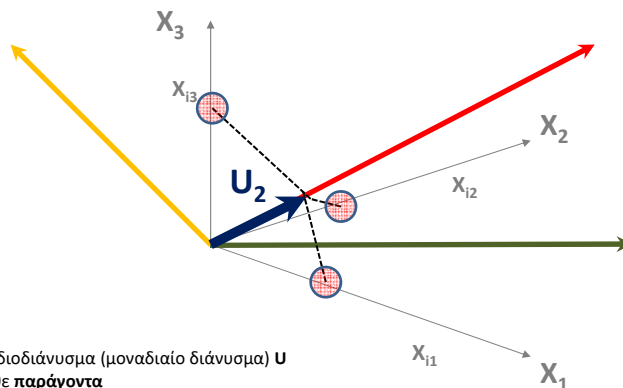
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

121

νέος χώρος μεταβλητών - παραγοντικών αξόνων (U_1, U_2, U_3)

factor score coefficient matrix

Προβολή (συντεταγμένη) **του ιδιοδιανύσματος** (μοναδιαίου διανύσματος) του κάθε **παράγοντα** σε κάθε **μεταβλητή**



το ίδιο
για το ιδιοδιάνυσμα (μοναδιαίο διάνυσμα) U
του κάθε **παράγοντα**

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

122

Τιμές κάθε ατόμου στους παράγοντες (factor scores):

Συντεταγμένη του κάθε ατόμου πάνω στον παραγοντικό άξονα
(τιμή – επίδοση του κάθε ατόμου στον κάθε παράγοντα)

Επιδόσεις (τιμές) του 1^{ου} ατόμου στις αρχικές μεταβλητές

	ver_jump	hor_jump	m30	squat	Bench_press	Grip_strength	push_ups	Cooper_test_12_min	VO2max	FAC1_1	FAC2_1	FAC3_1
1	58,00	2,40	4,90	32	85	45	50	2000	50,20	-,26474	,56886	-,159723

Component Score Coefficient Matrix

	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,426	-,069	-,246
horizontal jump (m)	,370	-,059	-,179
30 m sprint (sec)	-,260	,015	,047
squat (number)	,273	-,043	-,031
Bench Press (Kg)	-,022	,362	-,100
Grip Strength (kg)	,064	,385	,091
push ups (number)	-,122	,401	-,031
Cooper Test 12-min (m)	-,239	-,077	,704
VO2max (ml/min/kg)	-,155	-,089	,613

συντεταγμένες
των ιδιοδιανυσμάτων
(μοναδιαίων διανυσμάτων)
των τριών (3) παραγόντων
σε κάθε μεταβλητή,

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.
Component Scores.

123

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

Τιμές παραγόντων (factor scores):

Συντεταγμένη του κάθε ατόμου πάνω στον παραγοντικό άξονα
(τιμή – επίδοση του κάθε ατόμου στον κάθε παράγοντα)

Επιδόσεις (τιμές) του 1^{ου} ατόμου στις αρχικές μεταβλητές

	ver_jump	hor_jump	m30	squat	Bench_press	Grip_strength	push_ups	Cooper_test_12_min	VO2max	FAC1_1	FAC2_1	FAC3_1
1	58,00	2,40	4,90	32	85	45	50	2000	50,20	-,26474	,56886	-,159723

Component Score Coefficient Matrix

	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,426	-,069	-,246
horizontal jump (m)	,370	-,059	-,179
30 m sprint (sec)	-,260	,015	,047
squat (number)	,273	-,043	-,031
Bench Press (Kg)	-,022	,362	-,100
Grip Strength (kg)	,064	,385	,091
push ups (number)	-,122	,401	-,031
Cooper Test 12-min (m)	-,239	-,077	,704
VO2max (ml/min/kg)	-,155	-,089	,613

συντεταγμένες
των ιδιοδιανυσμάτων
(μοναδιαίου διανύσματος)
του 1^{ου} παράγοντα
σε κάθε μεταβλητή,

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.
Component Scores.

124

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

Τιμές παραγόντων (factor scores):

Συντεταγμένη του κάθε ατόμου πάνω στον παραγοντικό άξονα
(τιμή – επίδοση του κάθε ατόμου στον κάθε παράγοντα)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		συντεταγμένη του μοναδιαίου διανύσματος του 1ου παραγόντα σε κάθε μεταβλητή	αρχικές επιδόσεις 1ου ατόμου	αρχικές επιδόσεις 2ου ατόμου	mean	SD	z-τιμή 1ου ατόμου	z-τιμή 2ου ατόμου	factor score 1ου ατόμου	factor score 2ου ατόμου
2	vertical jump	0,426	58	63	60,25	3,64	-0,61813	0,75549	-0,26332	0,3218407
3	horizontal jump	0,370	2,4	2,55	2,485	0,083	-1,02558	0,78427	-0,37946	0,2901786
4	30 m sprint	-0,260	4,9	4,75	4,855	0,175	0,256571	-0,59867	-0,06671	0,1556531
5	squat	0,273	32	33	32,7	1,895	-0,36939	0,15831	-0,10084	0,043219
6	bench press	-0,022	85	70	81,75	8,315	0,39086	-1,41311	-0,0086	0,0310884
7	grip strength	-0,054	45	40	45,2	5,095	-0,03925	-1,02061	0,00212	0,0551129
8	push ups	-0,122	50	42	49,15	4,258	0,199624	-1,67919	-0,02435	0,2048614
9	cooper test 12 min	-0,239	2000	2200	2220	143,6	-1,53164	-0,13924	0,36606	0,0332783
10	VO2 max	-0,155	50,2	53,3	53,08	2,111	-1,36427	0,10422	0,21146	-0,016153
11										
12									-0,26365	1,119079
13										
14	ver_jump	hor_jump	m30	squat	Bench_press	Grip_strength	push_ups	Cooper_test_12_min	VO2max	FAC1_1
15										
16	1	58,00	2,40	4,90	32	85	45	50	2000	50,20
17	2	63,00	2,55	4,75	33	70	40	42	2200	53,30

Factor score ατόμου =

Άθροισμα (συντεταγμένη ιδιοδιανύσματος παράγοντα στην μεταβλητή * z-τιμή ατόμου)

(οι διαφορετικές τιμές οφείλονται σε στρογγυλοποιήσεις)

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

125

Σχέση μεταξύ «φορτίσεων» και παραγόντων



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

126

Οι «**φορτίσεις**» της κάθε μεταβλητής στον κάθε παράγοντα, δηλαδή η **συσχέτιση της κάθε μεταβλητής με τον κάθε παράγοντα** είναι οι **τυπικοί συντελεστές προσδιορισμού Beta** (standardized regression coefficients), στην εξίσωση παλινδρόμησης όπου η κάθε αρχική μεταβλητή ορίζεται ως εξαρτημένη μεταβλητή και οι παράγοντες (δηλαδή τα factor Scores) ορίζονται ως ανεξάρτητες μεταβλητές.

(οι **τυπικοί συντελεστές προσδιορισμού Beta** εκφράζουν τη σχέση μεταξύ της εξαρτημένης μεταβλητής και κάθε ανεξάρτητης μεταβλητής, όταν **όλες οι τιμές εκφράζονται ως z- τιμές**)

127

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

Οι «**φορτίσεις**» της κάθε μεταβλητής στον κάθε παράγοντα, δηλαδή η **συσχέτιση της κάθε μεταβλητής με τον κάθε παράγοντα** είναι οι **τυπικοί συντελεστές προσδιορισμού Beta** (standardized regression coefficients), στην εξίσωση παλινδρόμησης όπου η κάθε αρχική μεταβλητή ορίζεται ως εξαρτημένη μεταβλητή και οι παράγοντες (δηλαδή τα factor Scores) ορίζονται ως ανεξάρτητες μεταβλητές.

Από Multiple Regression

Coefficients ^a					
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	Sig.
		B	Std. Error	Beta	
1	(Constant)	60,250	,132		,000
	REGR factor score 1 for analysis 1	3,476	,135	,955	,000
	REGR factor score 2 for analysis 1	,560	,135	,154	,001
	REGR factor score 3 for analysis 1	,748	,135	,206	,000

a. Dependent Variable: vertical jump (cm)

Από Factor

	Rotated Component Matrix ^a		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,955	,154	,206
horizontal jump (m)	,896	,179	,252
squat (number)	,848	,250	,392
30 m sprint (sec)	-,814	-,292	-,366
push ups (number)	,115	,954	,178
Grip Strength (kg)	,221	,940	,163
Bench Press (kg)	,282	,909	,176
Cooper Test 12-min (m)	,336	,233	,904
VO2max (ml/min/kg)	,448	,218	,860

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 5 iterations.

128

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

Οι «**φορτίσεις**» της κάθε μεταβλητής στον κάθε παράγοντα, δηλαδή η **συσχέτιση της κάθε μεταβλητής με τον κάθε παράγοντα** είναι οι **τυπικοί συντελεστές προσδιορισμού Beta** (standardized regression coefficients), στην εξίσωση παλινδρόμησης όπου η κάθε αρχική μεταβλητή ορίζεται ως εξαρτημένη μεταβλητή και οι παράγοντες (δηλαδή τα factor Scores) ορίζονται ως ανεξάρτητες μεταβλητές.

Από Multiple Regression

Coefficients ^a					
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	Sig.
		B	Std. Error	Beta	
1	(Constant)	60,250	,132		,000
	REGR factor score 1 for analysis 1	3,476	,135	,955	,000
	REGR factor score 2 for analysis 1	,560	,135	,154	,001
	REGR factor score 3 for analysis 1	,748	,135	,206	,000

a. Dependent Variable: vertical jump (cm)

Από Factor

	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,955	,154	,206
horizontal jump (m)	,896	,179	,252
squat (number)	,848	,250	,392
30 m sprint (sec)	-,814	-,292	-,366
push ups (number)	,115	,954	,178
Grip Strength (kg)	,221	,940	,163
Bench Press (Kg)	,282	,909	,176
Cooper Test 12-min (m)	,336	,233	,904
VO2max (ml/min/kg)	,448	,218	,860

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.
a. Rotation converged in 5 iterations.

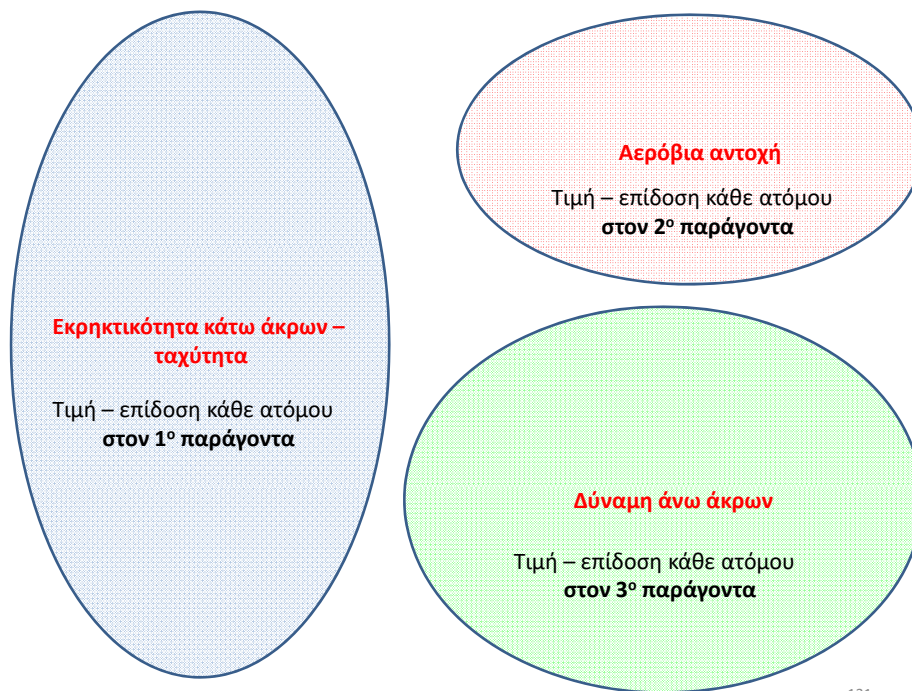
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

129



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

130



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

131

...συνοψίζοντας...

Οι αρχικές **μεταβλητές συσχετίζονται** μεταξύ τους ...



... υψηλοί συντελεστές συσχέτισης ...



Correlation Matrix									
	vertical jump (cm)	horizontal jump (m)	30 m sprint (sec)	squat (number)	Bench Press (kg)	Grip Strength (kg)	push ups (number)	Cooper Test 12-min (m)	VO2max (ml/min/kg)
vertical jump (cm)	1,000	,938	-,876	,912	,454	,403	,276	,544	,647
horizontal jump (m)	,938	1,000	-,791	,858	,479	,406	,312	,601	,646
30 m sprint (sec)	-,876	-,791	1,000	-,922	-,530	-,517	-,449	-,852	-,741
squat (number)	,912	,858	-,922	1,000	,519	,465	,436	,681	,771
Bench Press (kg)	,454	,479	-,530	,519	1,000	,923	,899	,476	,476
Grip Strength (kg)	,403	,406	-,517	,465	,923	1,000	,932	,440	,450
push ups (number)	,276	,312	-,449	,436	,899	,932	1,000	,416	,407
Cooper Test 12-min (m)	,544	,601	-,852	,681	,476	,440	,416	1,000	,968
VO2max (ml/min/kg)	,647	,646	-,741	,771	,476	,450	,407	,968	1,000

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

132

...συνοψίζοντας...

Πόσο καλά **συσχετίζονται** μεταξύ τους οι αρχικές **μεταβλητές** .. ?



KMO > 0.70 = καλές



Bartlett's Test of Sphericity Sig < 0.05



Partial correlation coefficients = μικρά (κοντά στο 0)



KMO and Bartlett's Test		
Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy		,718
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	242,587
	df	36
	Sig.	,000

Anti-image Matrices									
	vertical jump (cm)	horizontal jump (m)	30 m sprint (sec)	squat (number)	Bench Press (kg)	Grip Strength (kg)	push ups (number)	Cooper Test 12-min (m)	VO2max (ml/min/kg)
Anti-image Covariance	,822	-,829	,817	-,817	-,811	-,818	,820	,813	-,809
	-,829	,806	-,826	,806	,805	,813	-,816	-,825	,820
	,817	-,826	,111	,823	-,818	,807	,806	,810	-,806
	-,817	,806	,823	,848	,807	,830	-,830	,801	-,806
	-,811	,805	-,818	,807	,109	-,819	-,826	-,810	,807
	-,818	,813	,807	,830	-,819	,854	-,838	-,801	-,802
	,820	-,816	,806	-,830	-,828	-,838	,848	,804	,800
	,813	-,825	,810	,801	-,816	-,801	,804	,828	-,825
	-,809	,820	-,806	-,806	,807	-,802	,800	-,825	,825
Anti-image Correlation	,619*	-,825	,356	-,525	-,232	-,482	,650	,530	-,490
	-,825	,886*	-,327	,519	,876	,246	-,312	,831	,838
	,356	-,327	,864*	,318	-,148	,887	,882	,171	-,138
	-,525	,519	,318	,774*	,882	,585	-,853	,830	-,175
	-,232	,876	-,148	,882	,801*	-,235	-,363	-,175	,138
	-,482	,246	,887	,585	-,235	,886*	-,771	-,827	-,887
	,650	-,312	,882	-,853	-,363	-,771	,884*	,121	-,818
	,530	-,831	,171	,830	-,175	-,827	,121	,841*	-,858
	-,490	,838	-,138	-,175	,138	-,887	-,818	-,858	,718*

g. Measures of Sampling Adequacy (MSAs)

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

133

...συνοψίζοντας...

Τι **ποσοστό** της διακύμανσης της **ΚΑΘΕ** μεταβλητής ερμηνεύεται **από ΟΛΟΥΣ** τους παράγοντες ... ?



Communality= υψηλή



Communalities		
	Initial	Extraction
vertical jump (cm)	1,000	,978
horizontal jump (m)	1,000	,898
30 m sprint (sec)	1,000	,882
squat (number)	1,000	,935
Bench Press (kg)	1,000	,937
Grip Strength (kg)	1,000	,958
push ups (number)	1,000	,956
Cooper Test 12-min (m)	1,000	,984
VO2max (ml/min/kg)	1,000	,987

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Είναι ο πολλαπλός συντελεστής προσδιορισμού **R²** αν εφαρμοστεί πολλαπλή παλινδρόμηση με εξαρτημένη την κάθε μεταβλητή και ανεξάρτητες μεταβλητές ΟΛΕΣ οι υπόλοιπες.

Αρχικά η ΚΑΘΕ μεταβλητή είναι και ένας παράγοντας

Αν κάποια μεταβλητή **ΔΕΝ** έχει υψηλό Communality (R²) **ΔΕΝ** θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί στην ανάλυση

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

134

...συνοψίζοντας...

Πόσοι παράγοντες θα πρέπει να εξαχθούν ...



Ιδιοτιμή = υψηλή



(να ερμηνεύεται υψηλό ποσοστό διακύμανσης ΟΛΩΝ των μεταβλητών από τον παράγοντα)

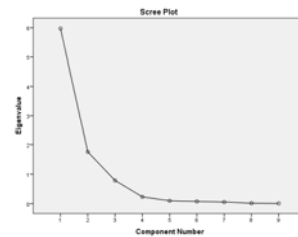


Scree Plot = καμπή



Component	Total Variance Explained					
	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	5,975	66,388	66,388	5,975	66,388	66,388
2	1,754	19,490	85,877	1,754	19,490	85,877
3	,786	8,728	94,606			
4	,231	2,569	97,175			
5	,098	1,089	98,264			
6	,076	,849	99,113			
7	,055	,609	99,722			
8	,016	,177	99,899			
9	,009	,101	100,000			

Extraction Method: Principal Component Analysis.



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

135

...συνοψίζοντας...

Περιστροφή των παραγοντικών αξόνων ...



Ορθογώνια περιστροφή (Varimax)



Αλλάζει το ποσοστό διακύμανσης όλων των μεταβλητών που ερμηνεύεται από τον κάθε παράγοντα (όχι όμως και το συνολικό ποσοστό !)

Component	Total Variance Explained								
	Initial Eigenvalues			Extraction Sums of Squared Loadings			Rotation Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	5,975	66,388	66,388	5,975	66,388	66,388	3,551	39,459	39,459
2	1,754	19,490	85,877	1,754	19,490	85,877	2,925	32,505	71,964
3	,786	8,728	94,606	,786	8,728	94,606	2,038	22,642	94,606
4	,231	2,569	97,175						
5	,098	1,089	98,264						
6	,076	,849	99,113						
7	,055	,609	99,722						
8	,016	,177	99,899						
9	,009	,101	100,000						

Extraction Method: Principal Component Analysis.

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

136

...συνοψίζοντας...

Ποιες μεταβλητές «φορτίζονται» – συσχετίζονται με κάθε παράγοντα ...

?



Υψηλή φόρτιση – συσχέτιση με τον παράγοντα > 0.5



Rotated Component Matrix^a

	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,955		
horizontal jump (m)	,896		
squat (number)	,848		
30 m sprint (sec)	-,814		
push ups (number)		,954	
Grip Strength (kg)		,940	
Bench Press (kg)		,909	
Cooper Test 12-min (m)			,904
VO2max (ml/min/kg)	,448		,860

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.

a. Rotation converged in 5 iterations.

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

137

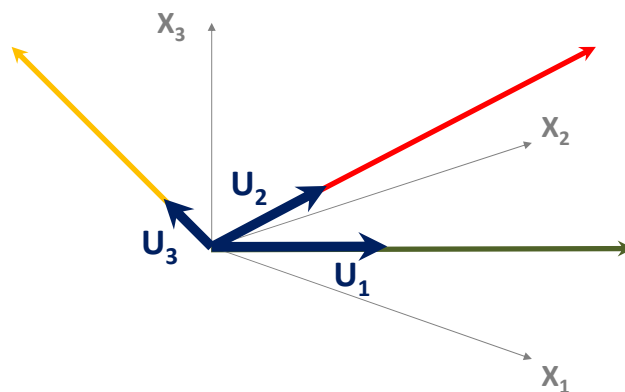
...ερωτήσεις εμβάθυνσης...

Πως καθορίζονται οι παραγοντικοί άξονες ...

?



Από τα ιδιοδιανύσματα (U_1 , U_2 , U_3 , ...)



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

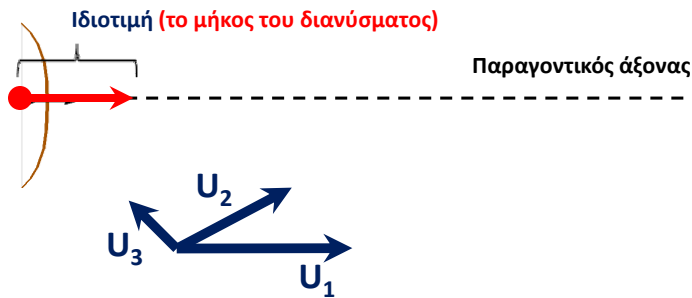
138

...ερωτήσεις εμβάθυνσης...

Ποιο είναι το μέτρο (μέγεθος) των ιδιοδιανυσμάτων ...



Η ιδιοτιμή



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

139

...ερωτήσεις εμβάθυνσης...

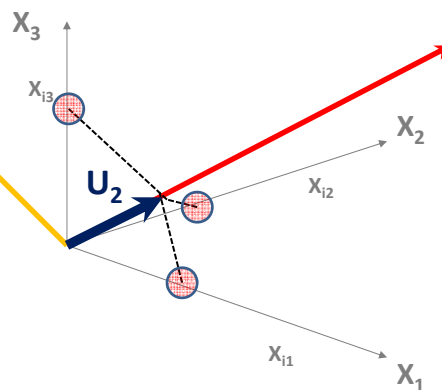
Ποιες είναι οι συντεταγμένες των ιδιοδιανυσμάτων πάνω στις μεταβλητές ...



Component Score Coefficient Matrix

	Component		
	1	2	3
vertical jump (cm)	,426	-,069	-,246
horizontal jump (m)	,370	-,059	-,179
30 m sprint (sec)	-,260	,016	,047
squat (number)	,273	-,043	-,031
Bench Press (kg)	-,022	,362	-,100
Grip Strength (kg)	-,054	,385	-,091
push ups (number)	-,122	,401	-,031
Cooper Test 12-min (m)	-,239	-,077	,704
VO2max (ml/min/kg)	-,155	-,089	,613

Extraction Method: Principal Component Analysis.
Rotation Method: Varimax with Kaiser Normalization.
Component Scores.

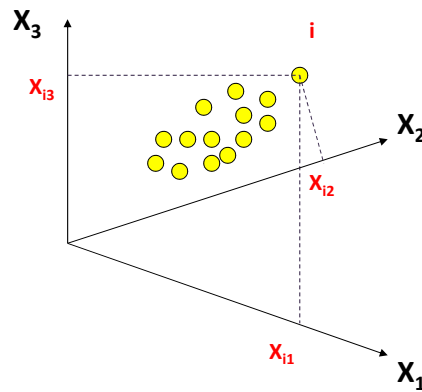


Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

140

...ερωτήσεις εμβάθυνσης...

**Ποιες είναι οι συντεταγμένες των ατόμων
πάνω στις (αρχικές) μεταβλητές ...**



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

141

...ερωτήσεις εμβάθυνσης...

**Ποιες είναι οι συντεταγμένες των ατόμων
πάνω στις (αρχικές) μεταβλητές ...**



	ver_jump	hor_jump	m30	squat	Bench_press	Grip_strength	push_ups	Cooper_test 12_min	VO2max
1	58.00	2.40	4.90	32	85	45	50	2000	50.20
2	63.00	2.55	4.75	33	70	40	42	2200	53.30
3	60.00	2.45	4.90	32	75	43	45	2300	54.40
4	66.00	2.60	4.55	35	85	46	48	2400	56.00
5	55.00	2.35	5.15	29	70	38	44	1900	49.00
6	58.00	2.45	5.05	31	75	43	47	2100	51.00
7	65.00	2.60	4.70	35	95	52	55	2200	53.00
8	57.00	2.40	4.85	30	90	53	56	2300	54.30
9	58.00	2.50	4.90			42	49	2400	55.00
10	60.00	2.45	4.90			44	47	2300	53.60
11	65.00	2.55	4.60			45	50	2300	55.00
12	54.00	2.35	5.05			39	44	2000	49.00
13	58.00	2.45	5.05			40	47	2100	51.00
14	64.00	2.60	4.80			55	55	2300	53.90
15	58.00	2.45	5.05			43	47	2100	51.00
16	64.00	2.60	4.60	34	95	52	55	2300	54.00
17	57.00	2.40	4.85	32	90	53	56	2300	54.30
18	59.00	2.50	4.90	33	80	42	49	2400	55.00
19	61.00	2.50	4.95	33	85	44	47	2200	53.60
20	65.00	2.55	4.60	36	80	45	50	2300	55.00

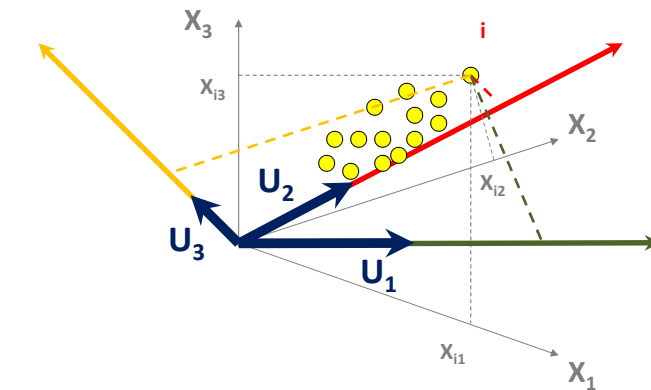


Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

142

...ερωτήσεις εμβάθυνσης...

**Ποιες είναι οι συντεταγμένες των ατόμων
πάνω τους παράγοντες...**



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

143

...ερωτήσεις εμβάθυνσης...

**Ποιες είναι οι συντεταγμένες των ατόμων
πάνω τους παράγοντες...**



	ver_jump	hor_jump	m30	squat	Bench_press	Grip_strength	push_ups	Cooper_test 12_min	VO2max	FAC1_1	FAC2_1	FAC3_1
1	58.00	2.40	4.90	32	85	45	50	2000	50.20	-.26474	.56886	-1.59723
2	63.00	2.55	4.75	33	70	40	42	2200	53.30	1.11884	1.59193	-.10650
3	60.00	2.45	4.90	32	75	43	45	2300	54.40	-.42310	-.90062	1.04210
4	66.00	2.60	4.55	35	85	46	48	2400	56.00	1.47344	-.38598	.92872
5	55.00	2.35	5.15	29	70	38	44	1900	49.00	-1.10311	-.89190	-1.65930
6	58.00	2.45	5.05	31	75	43	47	2100	51.00	-.40960	-.38718	-.74789
7	65.00	2.60	4.70	36	95	52	56	2200	53.00	1.39598	1.41875	-1.08156
8	57.00	2.40	4.85	32	90	53	56	2300	54.30	-1.37593		.87017
9	58.00	2.50	4.90	33	80	42	49	2400	55.00	-.61720		1.64687
10	60.00	2.45	4.90	32	85	44	47	2300	53.60	-.45872		.55692
11	65.00	2.55	4.60	36	80	45	50	2300	55.00	1.40911		.38429
12	54.00	2.35	5.05	30	70	39	44	2000	49.00	-1.10456		-1.16289
13	58.00	2.45	5.05	31	75	40	47	2100	51.00	-.46788		-.69429
14	64.00	2.60	4.80	34	95	55	55	2300	53.90	.72255		.20451
15	58.00	2.45	5.05	31	75	43	47	2100	51.00	-.49960		-.74789
16	64.00	2.60	4.60	34	95	52	55	2300	54.00	1.04375	1.35571	-.25600
17	57.00	2.40	4.85	32	90	53	56	2300	54.30	-1.37593	1.63691	.87017
18	59.00	2.50	4.90	33	80	42	49	2400	55.00	-.50008	-.49955	1.57926
19	61.00	2.50	4.95	33	85	44	47	2200	53.60	-.11766	-.18659	-.01103
20	65.00	2.55	4.60	36	80	45	50	2300	55.00	1.40911	-.36861	.38429

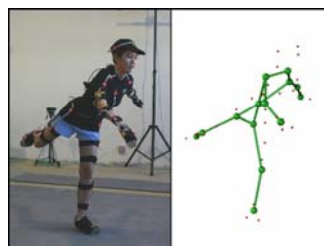
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

144

Analyze

Dimension Reduction

Factor ...



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

145

Συγγραφή αποτελεσμάτων ...

Από την εφαρμογή της **παραγοντικής ανάλυσης**, για την **ομαδοποίηση** των αρχικών μεταβλητών, οι οποίες συσχετίζονται υψηλά μεταξύ τους ($KMO = 0.718$, $\chi^2_{(36)} = 242.587$; $p < 0.05$), μετά την ορθογώνια περιστροφή (Varimax), προέκυψαν

3 παράγοντες που ερμηνεύουν τα 94.6% της συνολικής διακύμανσης όλων των μεταβλητών.

Ο 1^{ος} παραγοντικός άξονας, με ιδιοτιμή 3.551, ερμηνεύει το 39.459% της συνολικής διακύμανσης όλων των μεταβλητών,

ο 2^{ος} παραγοντικός άξονας, με ιδιοτιμή 2.925, ερμηνεύει το 32.505% και

Ο 3^{ος} παραγοντικός άξονας, με ιδιοτιμή 2.038, ερμηνεύει το 22.642%.

Στον πρώτο παραγοντικό άξονα φορτίζονται (συσχετίζονται) οι μεταβλητές κατακόρυφο άλμα (0.955), οριζόντιο άλμα (0.896), ημικαθίσματα (0.848) και 30 m sprint (-0.814), οπότε θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως «εκρηκτικότητα των κάτω άκρων - ταχύτητα».

Στον 2^ο παραγοντικό άξονα φορτίζονται οι μεταβλητές κάμψεις (0.954), δύναμη λαβής (0.940) και πιέσεις πάγκου (0.909), οπότε θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως «δύναμη άνω άκρων».

Στον 3^ο παραγοντικό άξονα φορτίζονται οι μεταβλητές Cooper Test (0.904) και VO_{2max} (0.860), οπότε θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως «αερόβια αντοχή».

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

146

Ερωτήσεις;



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

147

Youtube video_ Factor Analysis (principal component)

Factor Analysis – SPSS (part 1): <https://www.youtube.com/watch?v=qu4la8K212M>

Factor Analysis – SPSS (part 2): <https://www.youtube.com/watch?v=CzWEJLoNmLA>

Factor Analysis – SPSS (part 3): <https://www.youtube.com/watch?v=JcCVI9JxhmU>

Factor Analysis – SPSS (part 4): <https://www.youtube.com/watch?v=jhgkDoj8tK8>

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

148

Youtube video_ Factor Analysis (common)

- Factor Analysis – SPSS (part 1): <https://www.youtube.com/watch?v=iDT0tjU1TWo>
- Factor Analysis – SPSS (part 2): <https://www.youtube.com/watch?v=f0ynlUyO9AU>
- Factor Analysis – SPSS (part 3): <https://www.youtube.com/watch?v=X0RdXyGbJDY>
- Factor Analysis – SPSS (part 4): <https://www.youtube.com/watch?v=twDhPCqVkak>
- Factor Analysis – SPSS (part 5): https://www.youtube.com/watch?v=M5E1R2Dj_OI
- Factor Analysis – SPSS (part 6): <https://www.youtube.com/watch?v=Cybmrn9PObo>
- Factor Analysis – SPSS (part 7): <https://www.youtube.com/watch?v=ac63vDELLWI>