

Ανάλυση διακύμανσης για εξαρτημένες μετρήσεις ως προς έναν επαναλαμβανόμενο παράγοντα

Γούργουλης Βασίλης, Ph.D.
Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

1

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

- ☒ **εξαρτημένα** δείγματα
- ☒ ένας εξαρτημένος παράγοντας (επαναλαμβανόμενος παράγοντας)
- ☒ δύο εξαρτημένα δείγματα
- ☒ t - τεστ για εξαρτημένα δείγματα
- ☒ ανάλυση διακύμανσης για εξαρτημένα δείγματα
- ☒ άθροισμα τετραγώνων των αποκλίσεων
- ☒ μέσο άθροισμα τετραγώνων των αποκλίσεων
- ☒ F - τιμή
- ☒ κύρια επίδραση του επαναλαμβανόμενου παράγοντα
- ☒ τεστ πολλαπλών συγκρίσεων

2

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Όταν έχουμε
δύο εξαρτημένα δείγματα

π.χ. όταν στα ίδια άτομα διεξάγονται μετρήσεις
σε δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές:
1^η μέτρηση
2^η μέτρηση

ή όταν στα ίδια άτομα διεξάγονται μετρήσεις
κάτω από δύο διαφορετικές συνθήκες μέτρησης:
1. Μέτρηση στο επίπεδο της θάλασσας
2. Μέτρηση σε υψόμετρο 1000 m

τότε

για να διαπιστώσουμε αν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές
μεταξύ των μέσων όρων των δύο μετρήσεων (δειγμάτων)
σε μια εξαρτημένη μεταβλητή (π.χ. μέγιστη πρόσληψη οξυγόνου)
εκτελούμε

t - τεστ για εξαρτημένα δείγματα
(paired samples t-test)

3

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Αν υπάρχει
στατιστικά σημαντική διαφορά
μεταξύ των μέσων όρων των δύο δειγμάτων

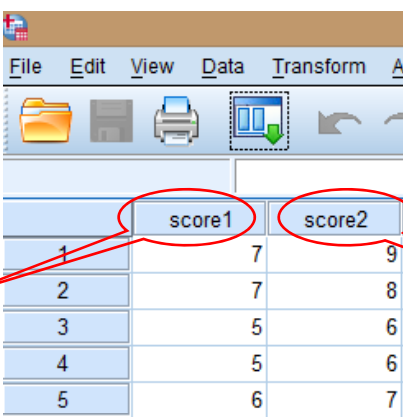
τότε θεωρούμε ότι
υπάρχει διαφορά και μεταξύ των μέσων όρων των πληθυσμών
από τους οποίους προέρχονται τα δείγματα

και συνεπώς
ο παράγοντας «χρονική στιγμή μέτρησης» ή «υψόμετρο μέτρησης»
έχει σημαντική επίδραση

στην υπό μελέτη εξαρτημένη μεταβλητή
π.χ. μέγιστη πρόσληψη οξυγόνου

4

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



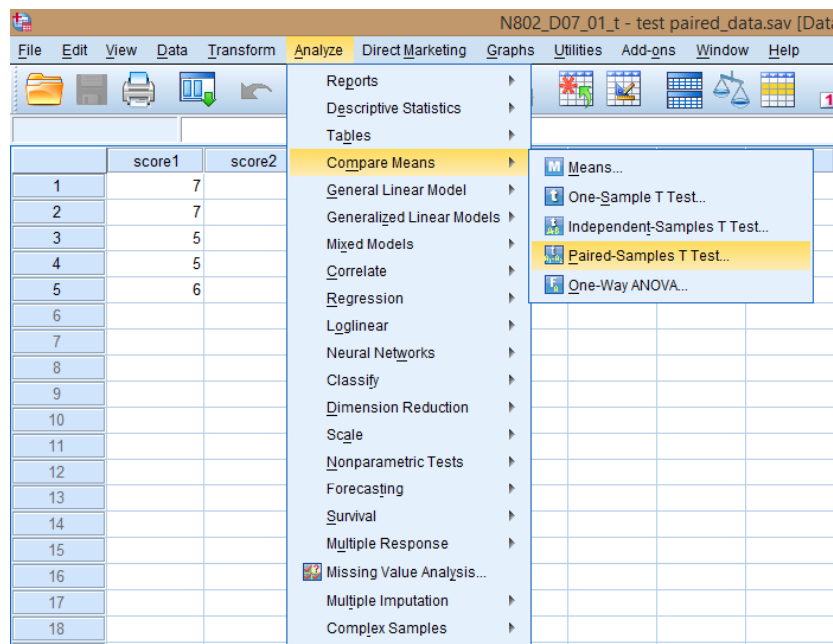
εξαρτημένη μεταβλητή (1^η μέτρηση)

	score1	score2
1	7	9
2	7	8
3	5	6
4	5	6
5	6	7

εξαρτημένη μεταβλητή (2^η μέτρηση)

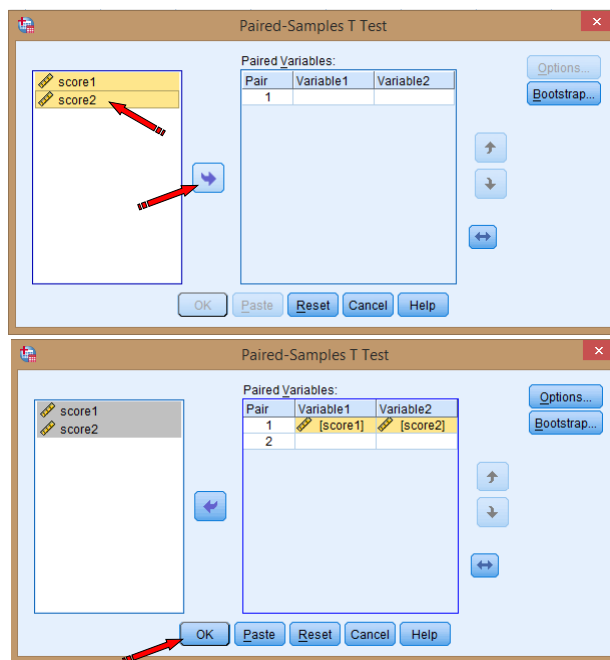
5

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



6

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



7

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	SCORE1	6.00	5	1.00	.45
	SCORE2	7.20	5	1.30	.58

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	SCORE1 - SCORE2	-1.20	.45	.20	-1.76	-.64	-6.000	4	.004

Sig. = 0.004 < 0.05

Υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των δύο μετρήσεων

Μπορούν τα συμπεράσματα να γενικευτούν για τους πληθυσμούς $\mu_1 \neq \mu_2$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Όταν έχουμε
περισσότερα από δύο εξαρτημένα δείγματα

π.χ. 1^η μέτρηση
2^η μέτρηση
3^η μέτρηση
4^η μέτρηση

και θεωρούμε ότι τα δείγματα μπορεί να διαφέρουν μεταξύ τους
λόγω της επίδρασης
ενός και μόνο επαναλαμβανόμενου παράγοντα (εξαρτημένος παράγοντας)
π.χ. του παράγοντα «χρονική στιγμή μέτρησης»

που έχει περισσότερες από δύο βαθμίδες:

«1^η μέτρηση»
«2^η μέτρηση»
«3^η μέτρηση»
«4^η μέτρηση»

τότε

Δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το
t - τεστ για εξαρτημένα δείγματα

9

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Ανάλυση διακύμανσης για εξαρτημένες μετρήσεις
ως προς έναν επαναλαμβανόμενο παράγοντα
(One - Way Repeated)

Εξαρτημένη μεταβλητή: «τεστ στόχου»

Εξαρτημένος παράγοντας
(επαναλαμβανόμενος): «χρονική στιγμή μέτρησης»

βαθμίδες του παράγοντα
«χρονική στιγμή μέτρησης»

{ 1^η μέτρηση
2^η μέτρηση
3^η μέτρηση
4^η μέτρηση

10

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Ερωτήματα

1. Υπάρχει (;) σημαντική επίδραση του επαναλαμβανόμενου παράγοντα

δηλαδή
 υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές
μεταξύ των μέσων όρων των επιμέρους δειγμάτων (μετρήσεων)
 (των επιμέρους βαθμίδων: 1^η, 2^η, 3^η, 4^η μέτρηση
 του παράγοντα: «χρονική στιγμή μέτρησης»);

2. Εφόσον υπάρχουν διαφορές
 μεταξύ των μέσων όρων των βαθμίδων του παράγοντα,
 μεταξύ ποιών μέσων όρων,
 δηλαδή μεταξύ ποιών βαθμίδων του παράγοντα,
υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές;

11

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Επαναλαμβανόμενος παράγοντας
 «χρονική στιγμή μέτρησης»

	1. 1 ^η μέτρηση	2. 2 ^η μέτρηση	3. 3 ^η μέτρηση	4. 4 ^η μέτρηση	$\overline{X}_{R \bullet}$	
Άτομα	R ₁	X ₁₁ = 7	X ₁₂ = 9	X ₁₃ = 10	X ₁₄ = 12	$\overline{X}_{1 \bullet} = 9.5$
	R ₂	X ₂₁ = 7	X ₂₂ = 8	X ₂₃ = 10	X ₂₄ = 9	$\overline{X}_{2 \bullet} = 8.5$
	R ₃	X ₃₁ = 5	X ₃₂ = 6	X ₃₃ = 8	X ₃₄ = 11	$\overline{X}_{3 \bullet} = 7.5$
	R ₄	X ₄₁ = 5	X ₄₂ = 6	X ₄₃ = 9	X ₄₄ = 10	$\overline{X}_{4 \bullet} = 7.5$
	R ₅	X ₅₁ = 6	X ₅₂ = 7	X ₅₃ = 8	X ₅₄ = 8	$\overline{X}_{5 \bullet} = 7.25$
	$\overline{X}_{\bullet c}$	$\overline{X}_{\bullet 1} = 6$	$\overline{X}_{\bullet 2} = 7.2$	$\overline{X}_{\bullet 3} = 9$	$\overline{X}_{\bullet 4} = 10$	$\overline{\overline{X}}_{\bullet \bullet} = 8.05$

R = γραμμές (άτομα)

C = παράγοντας στηλών

12

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Η απόκλιση της κάθε παρατήρησης (X_{RC}) από το μεγάλο μέσο $\bar{\bar{X}}_{..}$

είναι

$$X_{RC} - \bar{\bar{X}}_{..}$$

Με προσθαφαιρέσεις πετυχαίνουμε

$$\begin{aligned} X_{RC} - \bar{\bar{X}}_{..} &= X_{RC} - \bar{X}_{R.} + \bar{X}_{R.} - \bar{X}_{.C} + \bar{X}_{.C} - \bar{\bar{X}}_{..} + \bar{\bar{X}}_{..} - \bar{\bar{X}}_{..} = \\ &= (\bar{X}_{R.} - \bar{\bar{X}}_{..}) + \\ &+ (\bar{X}_{.C} - \bar{\bar{X}}_{..}) + \\ &+ (X_{RC} - \bar{X}_{R.} - \bar{X}_{.C} + \bar{\bar{X}}_{..}) \end{aligned}$$

13

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Η απόκλιση της κάθε παρατήρησης από το μεγάλο μέσο

$$X_{RC} - \bar{\bar{X}}_{..}$$

μπορεί να αναλυθεί

1. στην απόκλιση του **μέσου όρου της γραμμής** $\longrightarrow (\bar{X}_{R.} - \bar{\bar{X}}_{..})$
(δηλ. του ατόμου στην οποία ανήκει η παρατήρηση)
από το μεγάλο μέσο όρο
2. στην απόκλιση του **μέσου όρου της στήλης** $\longrightarrow (\bar{X}_{.C} - \bar{\bar{X}}_{..})$
(στην οποία ανήκει η παρατήρηση)
από το μεγάλο μέσο όρο
3. στην **αλληλεπίδραση** $\longrightarrow (X_{RC} - \bar{X}_{R.} - \bar{X}_{.C} + \bar{\bar{X}}_{..})$
μεταξύ γραμμών (ατόμων) και στηλών

14

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Αν **τετραγωνίσουμε** τα δύο μέρη της παραπάνω σχέσης
και **αθροίσουμε** - ως προς τις γραμμές (άτομα) R
- και ως προς τις στήλες (παράγοντας) C

προκύπτει

$$\begin{aligned} \sum_{R=1}^R \sum_{C=1}^C (X_{RC} - \bar{\bar{X}}_{..})^2 &= C \cdot \sum_{R=1}^R (\bar{X}_{R.} - \bar{\bar{X}}_{..})^2 + \\ &R \cdot \sum_{C=1}^C (\bar{X}_{.C} - \bar{\bar{X}}_{..})^2 + \\ &\sum_{R=1}^R \sum_{C=1}^C (X_{RC} - \bar{X}_{R.} - \bar{X}_{.C} + \bar{\bar{X}}_{..})^2 \end{aligned}$$

15

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

$$\sum_{R=1}^R \sum_{C=1}^C (X_{RC} - \bar{\bar{X}}_{..})^2$$

Συνολικό
άθροισμα τετραγώνων
(Total)

$$C \cdot \sum_{R=1}^R (\bar{X}_{R.} - \bar{\bar{X}}_{..})^2$$

Άθροισμα τετραγώνων
μεταξύ των γραμμών
(R) (άτομα)

$$R \cdot \sum_{C=1}^C (\bar{X}_{.C} - \bar{\bar{X}}_{..})^2$$

Άθροισμα τετραγώνων
μεταξύ των στηλών
(C) (παράγοντας)

$$\sum_{R=1}^R \sum_{C=1}^C (X_{RC} - \bar{X}_{R.} - \bar{X}_{.C} + \bar{\bar{X}}_{..})^2$$

Άθροισμα τετραγώνων
αλληλεπίδρασης
(R*C)

16

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Το κάθε άθροισμα τετραγώνων
έχει τους δικούς του **βαθμούς ελευθερίας**

	βαθμοί ελευθερίας
Άθροισμα τετραγώνων μεταξύ των γραμμών (R) (άτομα)	R - 1
Άθροισμα τετραγώνων μεταξύ των στηλών (C) (παράγοντας)	C - 1
Άθροισμα τετραγώνων αλληλεπίδρασης (R*C)	(R - 1) • (C - 1)

17

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Διαιρώντας τα

αθροίσματα τετραγώνων (Sum of Squares)

- των γραμμών (R) (άτομα)
- του παράγοντα των στηλών (C) (παράγοντας)
- της αλληλεπίδρασης γραμμών και στηλών (R*C)

με τους αντίστοιχους βαθμούς ελευθερίας

προκύπτουν τα

μέσα αθροίσματα τετραγώνων (Mean Squares)

(τα οποία αποτελούν **έκφραση διακύμανσης**)

18

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

	Άθροισμα τετραγώνων	βαθμοί ελευθερίας	Μέσα τετράγωνα
Μεταξύ των γραμμών (R) (ατόμων)	$C \cdot \sum_{R=1}^R (\bar{X}_{R.} - \bar{\bar{X}}_{..})^2$	R - 1	S_R^2
Μεταξύ των στηλών (C) (παράγοντας)	$R \cdot \sum_{C=1}^C (\bar{X}_{.C} - \bar{\bar{X}}_{..})^2$	C - 1	S_C^2
Αλληλεπίδρασης (R * C)	$\sum_{R=1}^R \sum_{C=1}^C (X_{RC} - \bar{X}_{R.} - \bar{X}_{.C} + \bar{\bar{X}}_{..})^2$	(R - 1) • (C - 1)	S_{RC}^2

19

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Μέσο άθροισμα τετραγώνων μεταξύ των **γραμμών** (R) (ατόμων)

$$S_R^2 = \frac{C \cdot \sum_{R=1}^R (\bar{X}_{R.} - \bar{\bar{X}}_{..})^2}{R - 1}$$

εκφράζει τη διακύμανση που οφείλεται

- σε τυχαίους παράγοντες
- και σε διαφορές μεταξύ των ατόμων
(**Between** Subjects Effects) (Error)

20

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Μέσο άθροισμα τετραγώνων μεταξύ των **στηλών** (C) (παράγοντα)

$$S_C^2 = \frac{R \cdot \sum_{C=1}^C (\bar{X}_{.C} - \bar{\bar{X}}_{..})^2}{C - 1}$$

εκφράζει τη διακύμανση που οφείλεται

- σε τυχαίους παράγοντες και
- στην επίδραση του παράγοντα των στηλών
(Test of **Within** Subjects Effects)

21

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Μέσο άθροισμα τετραγώνων **αλληλεπίδρασης γραμμών και στηλών** (R * C)

$$S_{RC}^2 = \frac{\sum_{R=1}^R \sum_{C=1}^C (X_{RC} - \bar{X}_{R.} - \bar{X}_{.C} + \bar{\bar{X}}_{..})^2}{(R - 1) \cdot (C - 1)}$$

εκφράζει τη διακύμανση που οφείλεται

- σε τυχαίους παράγοντες
(Test of **Within Subjects** Effects) (**Error** C)

22

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Αν
υπάρχει σημαντική κύρια επίδραση του παράγοντα των στηλών
τότε

μέσο άθροισμα τετραγώνων
των στηλών



μέσο άθροισμα τετραγώνων
της αλληλεπίδρασης
γραμμών και στηλών
(ατόμων - παράγοντα)

- σε τυχαίους παράγοντες και
- στην επίδραση του παράγοντα
των στηλών

- σε τυχαίους παράγοντες

$$S_C^2 > S_{RC}^2$$

23

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

$$F_C = \frac{S_C^2}{S_{RC}^2}$$

μέσο άθροισμα
τετραγώνων
των στηλών



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

$$F_C = \frac{S_C^2}{S_{RC}^2}$$

μέσο άθροισμα
τετραγώνων
των στηλών



μέσο άθροισμα
τετραγώνων
αλληλεπίδρασης
γραμμών και στηλών
(ατόμων - παράγοντα)



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

$$F_C = \frac{S_C^2}{S_{RC}^2}$$



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

$$F_C = \frac{S_C^2}{S_{RC}^2}$$



Μικρή επίδραση του παράγοντα – μικρή F τιμή

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

$$F_C = \frac{S_C^2}{S_{RC}^2}$$



Μεγάλη επίδραση του παράγοντα – μεγάλη F τιμή

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Μηδενική υπόθεση: $H_0 : \mu_{.1} = \mu_{.2} = \mu_{.3} = \mu_{.4}$

(ΔΕΝ υπάρχει επίδραση του παράγοντα)

Εναλλακτική υπόθεση: $H_A : \mu_{.1} \neq \mu_{.2} \neq \mu_{.3} \neq \mu_{.4}$

(υπάρχει επίδραση του παράγοντα)

Έλεγχος μηδενικής υπόθεσης: $F_C = \frac{S_C^2}{S_{RC}^2}$

Αν

η F_C - τιμή είναι σημαντικά μεγαλύτερη από τη μονάδα (1)

απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση

και αποδεχόμαστε την εναλλακτική υπόθεση

οπότε

υπάρχει σημαντική επίδραση του παράγοντα των στηλών (C)

29

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

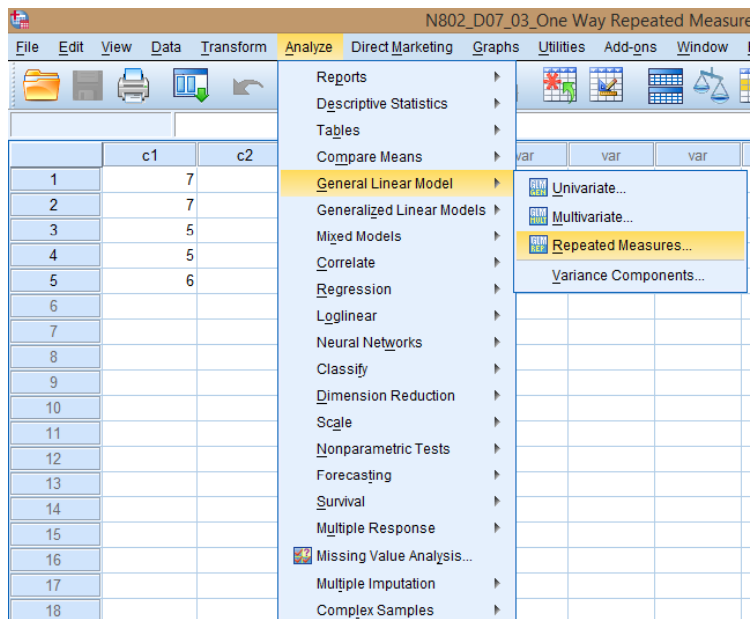
	c1	c2	c3	c4
1	7	9	10	12
2	7	8	10	9
3	5	6	8	11
4	5	6	9	10
5	6	7	8	8

άτομα

Βαθμίδες επαναλαμβανόμενου παράγοντα

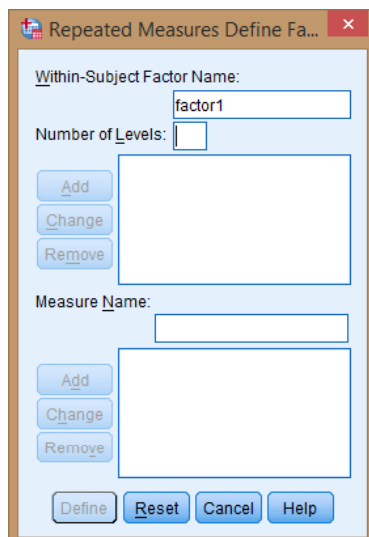
30

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



31

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

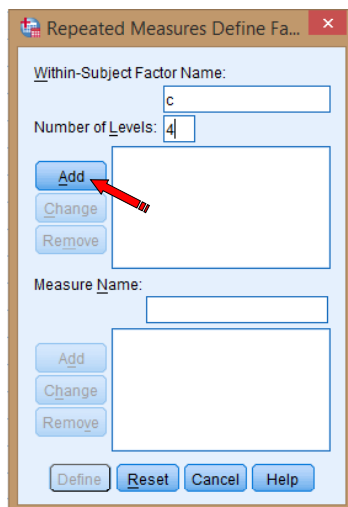


Καθορισμός

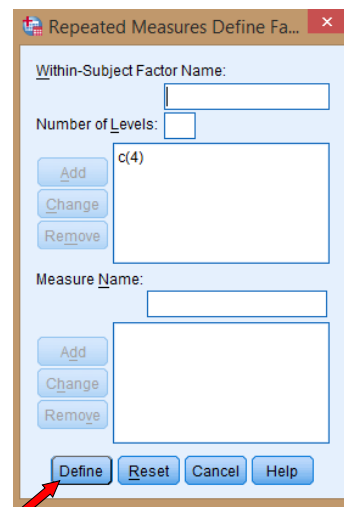
- του επαναλαμβανόμενου παράγοντα και
- του αριθμού των βαθμίδων του

32

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

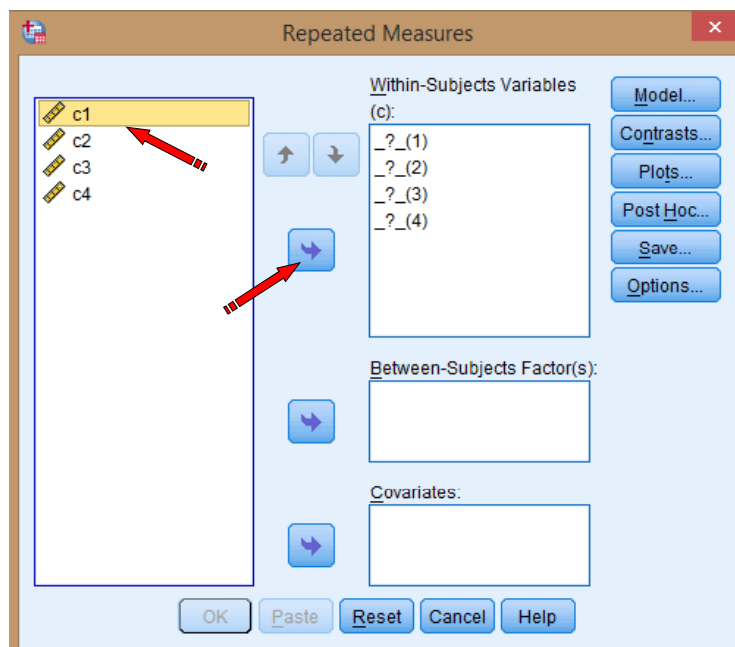


Επαναλαμβανόμενος
παράγοντας: **C**
Βαθμίδες
επαναλαμβανόμενου
παράγοντα: **4**



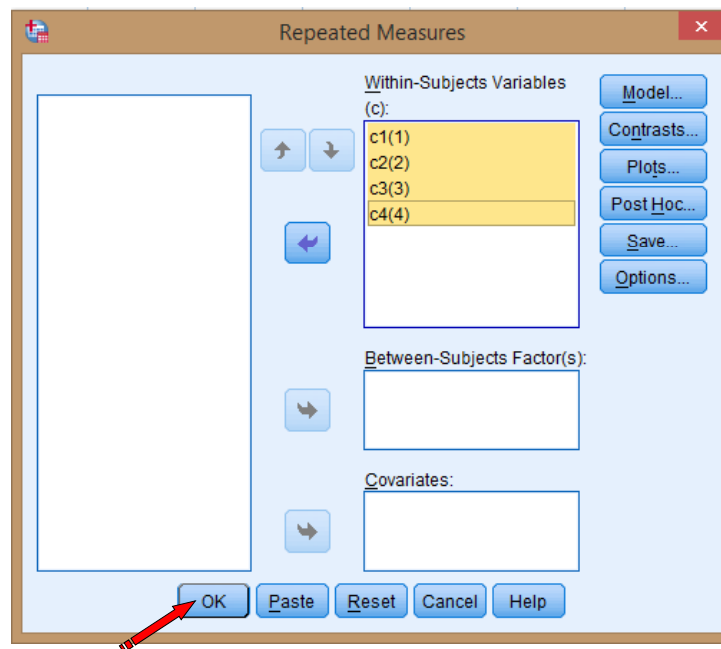
33

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



34

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



35

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Tests of Within-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
C	Sphericity Assumed	48.150	3	16.050	18.170	.000
	Greenhouse-Geisser	48.150	1.354	35.551	18.170	.005
	Huynh-Feldt	48.150	1.804	26.695	18.170	.002
	Lower-bound	48.150	1.000	48.150	18.170	.013
Error(C)	Sphericity Assumed	10.600	12	.883		
	Greenhouse-Geisser	10.600	5.418	1.957		
	Huynh-Feldt	10.600	7.215	1.469		
	Lower-bound	10.600	4.000	2.650		

36

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Tests of Within-Subjects Effects

Measure: MEASURE_1

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
C	Sphericity Assumed	48.150	3	16.050	18.170	.000
	Greenhouse-Geisser	48.150	1.354	35.551	18.170	.005
	Huynh-Feldt	48.150	1.804	26.695	18.170	.002
	Lower-bound	48.150	1.000	48.150	18.170	.013
Error(C)	Sphericity Assumed	10.600	12	.883		
	Greenhouse-Geisser	10.600	5.418	1.957		
	Huynh-Feldt	10.600	7.215	1.469		
	Lower-bound	10.600	4.000	2.650		

μέσο άθροισμα τετραγώνων
των στηλών

μέσο άθροισμα τετραγώνων
αλληλεπίδρασης
(ατόμων - παράγοντα)

Κύρια επίδραση
στηλών (C)

$$F_C = \frac{S_C^2}{S_{RG}^2} = \frac{16.050}{0.883} = 18.170$$

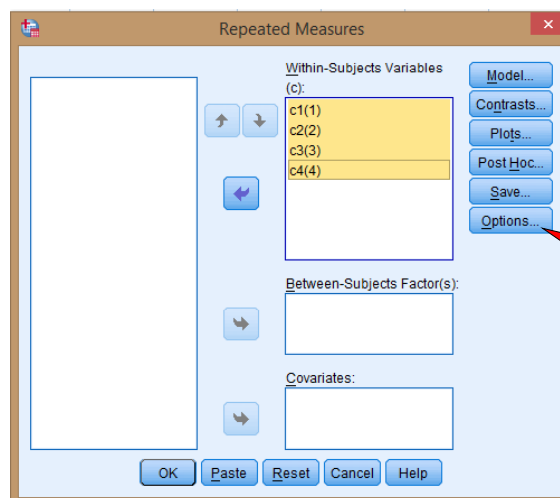
Sig. = 0.000 < 0.05

37

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

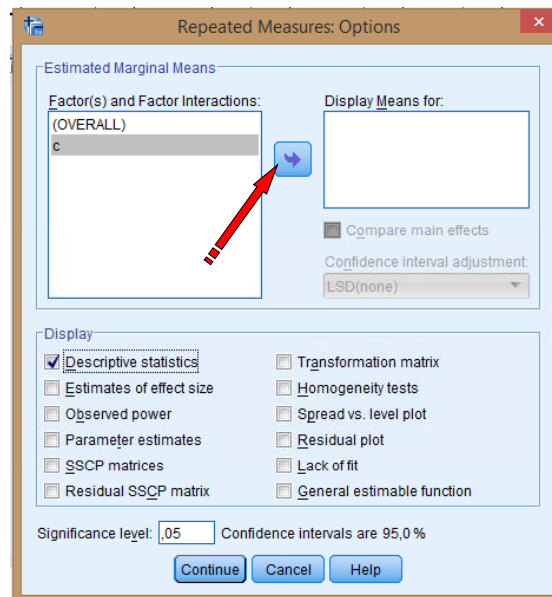
Για τον εντοπισμό των στατιστικά σημαντικών διαφορών
μεταξύ των βαθμίδων του επαναλαμβανόμενου παράγοντα
εφαρμόζεται

κάποιο **τεστ πολλαπλών συγκρίσεων**



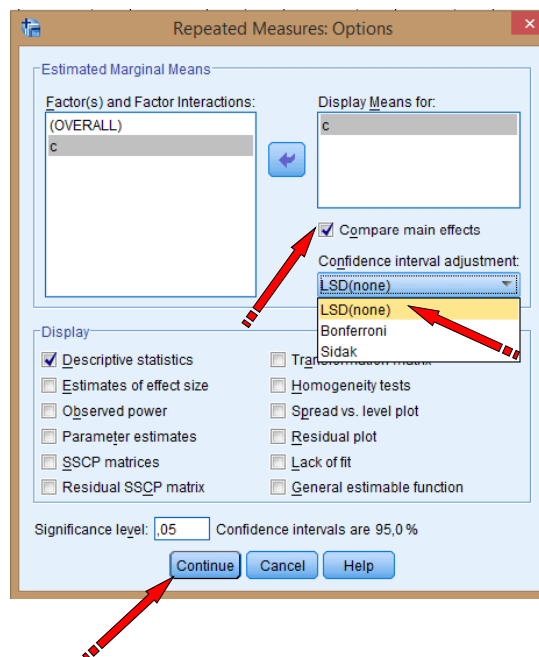
38

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



39

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



40

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Pairwise Comparisons

Measure: MEASURE

C	Mean
1	6.000
2	7.200
3	9.000
4	10.000

Measure: MEASURE_1

(I) C	(J) C	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig. ^a	95% Confidence Interval for Difference ^a	
					Lower Bound	Upper Bound
1	2	-1.200*	.200	.004	-1.755	-.645
	3	-3.000*	.316	.001	-3.878	-2.122
	4	-4.000*	.837	.009	-6.323	-1.677
2	1	1.200*	.200	.004	.645	1.755
	3	-1.800*	.374	.009	-2.839	-.761
	4	-2.800*	.800	.025	-5.021	-.579
3	1	3.000*	.316	.001	2.122	3.878
	2	1.800*	.374	.009	.761	2.839
	4	-1.000	.707	.230	-2.963	.963
4	1	4.000*	.837	.009	1.677	6.323
	2	2.800*	.800	.025	.579	5.021
	3	1.000	.707	.230	-.963	2.963

Based on estimated marginal means

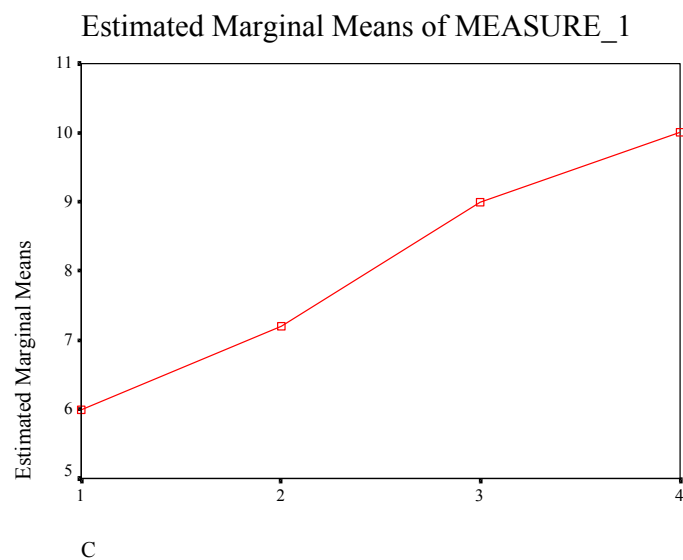
*. The mean difference is significant at the .05 level.

a. Adjustment for multiple comparisons: Least Significant Difference (equivalent to no adjustments).

Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ όλων των βαθμίδων
εκτός των βαθμίδων C3 και C4

41

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



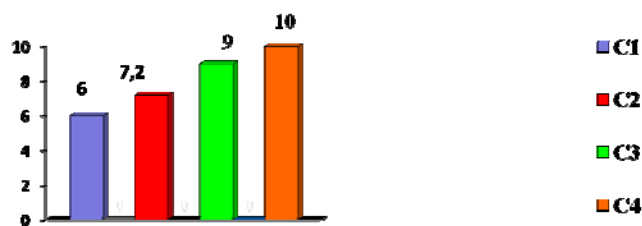
42

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Από
την ανάλυση διακύμανσης για εξαρτημένα δείγματα
ως προς έναν επαναλαμβανόμενο παράγοντα
διαπιστώθηκε στατιστικά σημαντική επίδραση
του επαναλαμβανόμενου παράγοντα «C»

$$F_{(3,12)} = 18.170 ; p < 0.05$$

Για τον εντοπισμό των στατιστικά σημαντικών διαφορών
εφαρμόστηκε το **τεστ πολλαπλών συγκρίσεων** LSD
και διαπιστώθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά
μεταξύ όλων των βαθμίδων του παράγοντα C
εκτός των βαθμίδων C3 και C4



43

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Βιβλιογραφία

- **Μαυρομάτης Γ.** (1999).
Στατιστικά μοντέλα και μέθοδοι ανάλυσης δεδομένων.
UNIVERSITY STUDIO PRESS. Θεσσαλονίκη.
Κεφ. 6: Ανάλυση διακύμανσης σε επαναλαμβανόμενες μετρήσεις με έναν παράγοντα
(Σελ. 97 - 102)
- **Ferguson A. G., Takane Y.** (1989).
Statistical Analysis in Psychology and Education. McGraw-Hill Book Company. New York.
Chapter 19: Repeated Measurement and other experimental designs
19.3. One-Factor experiments with repeated measurements:
Computation and expectation of Mean Squares
19.4. Illustrative example of one-factor experiment
with repeated measurements
(Σελ. 347 - 351)

44

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Ερωτήσεις ;



45

Γούργουλης Βασίλης, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. - Δ.Π.Θ.