

Ανάλυση διακύμανσης για ανεξάρτητες μετρήσεις ως προς έναν παράγοντα

Γούργουλης Βασίλης, Ph.D.
Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ.

1

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

- * εξαρτημένη μεταβλητή
- * **μία ανεξάρτητη μεταβλητή (έναν παράγοντα)**
- * δύο ανεξάρτητα δείγματα
- * **t - τεστ για ανεξάρτητα δείγματα**
- * ανάλυση διακύμανσης
- * **απόκλιση**
- * άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων
- * **μέσο άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων**
- * F - τιμή
- * **επίδραση του παράγοντα**
- * τεστ πολλαπλών συγκρίσεων

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Όταν έχουμε
δύο ανεξάρτητα δείγματα

- π.χ. 1. αθλητές πόλεων
2. αθλητές χωριών

και θέλουμε να ελέγξουμε αν τα δύο δείγματα διαφέρουν μεταξύ τους
λόγω της επίδρασης
ενός και μόνο παράγοντα (ανεξάρτητη μεταβλητή)

π.χ. του παράγοντα «τόπος κατοικίας»
που έχει δύο βαθμίδες: 1. «πόλη»
2. «χωριό»

τότε
για να διαπιστώσουμε αν υπάρχουν
στατιστικά σημαντικές διαφορές
μεταξύ των μέσων όρων των δύο δειγμάτων
σε μια εξαρτημένη μεταβλητή (π.χ. επίδοση στα 100 m)
εκτελούμε
t - τεστ για ανεξάρτητα δείγματα
(independent samples t-test)

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Μηδενική υπόθεση $H_0 : \mu_{\text{αθλητών πόλεων}} = \mu_{\text{αθλητών χωριών}}$

Εναλλακτική υπόθεση $H_A : \mu_{\text{αθλητών πόλεων}} \neq \mu_{\text{αθλητών χωριών}}$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

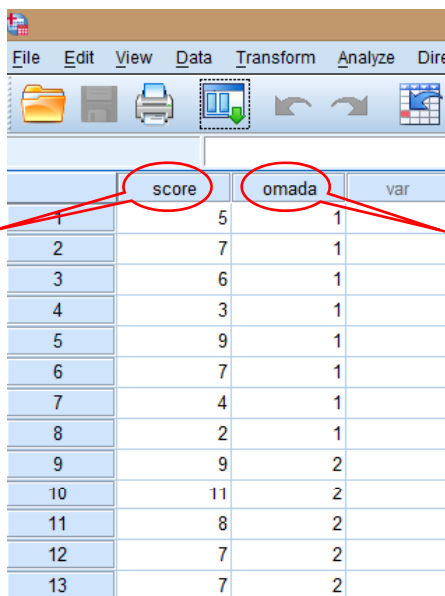
Αν υπάρχει
στατιστικά σημαντική διαφορά
μεταξύ των μέσων όρων των δύο δειγμάτων

τότε θεωρούμε ότι
υπάρχει διαφορά και μεταξύ των μέσων όρων των πληθυσμών
από τους οποίους προέρχονται τα δείγματα

και συνεπώς
ο παράγοντας «τόπος κατοικίας»
έχει σημαντική επίδραση

στην υπό μελέτη εξαρτημένη μεταβλητή
π.χ. στην επίδοση στα 100 m

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



	score	omada	var
1	5	1	
2	7	1	
3	6	1	
4	3	1	
5	9	1	
6	7	1	
7	4	1	
8	2	1	
9	9	2	
10	11	2	
11	8	2	
12	7	2	
13	7	2	

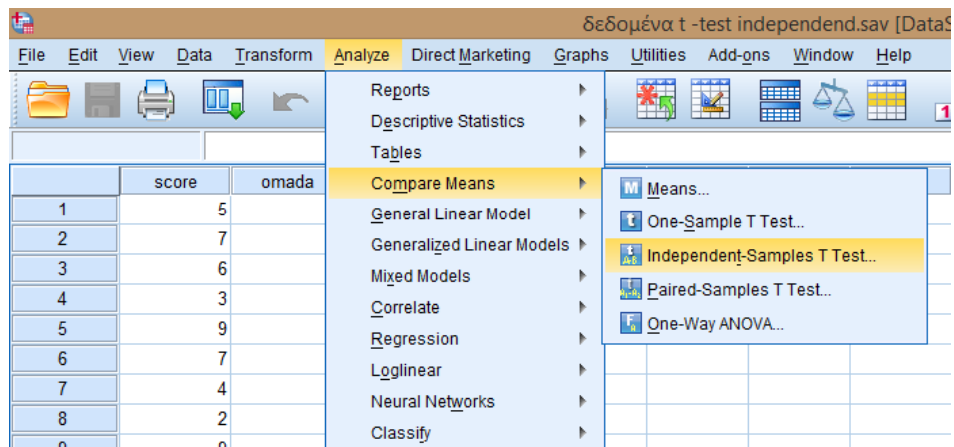
εξαρτημένη μεταβλητή

ανεξάρτητη μεταβλητή (παράγοντας)

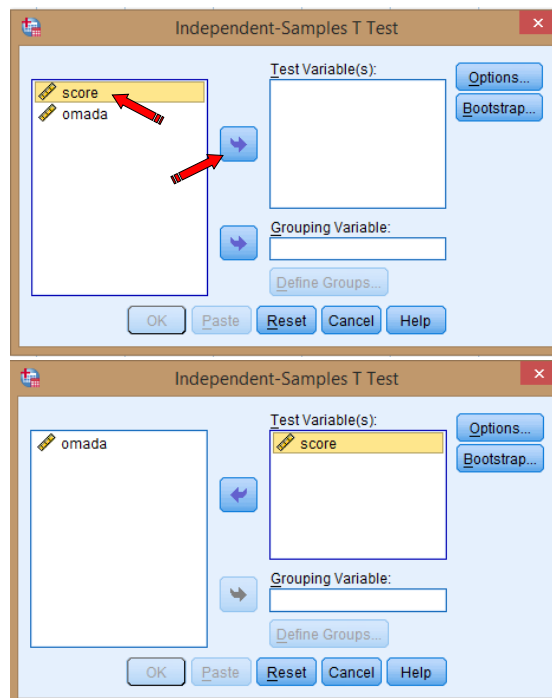
βαθμίδες:

1 = ομάδα 1
2 = ομάδα 2

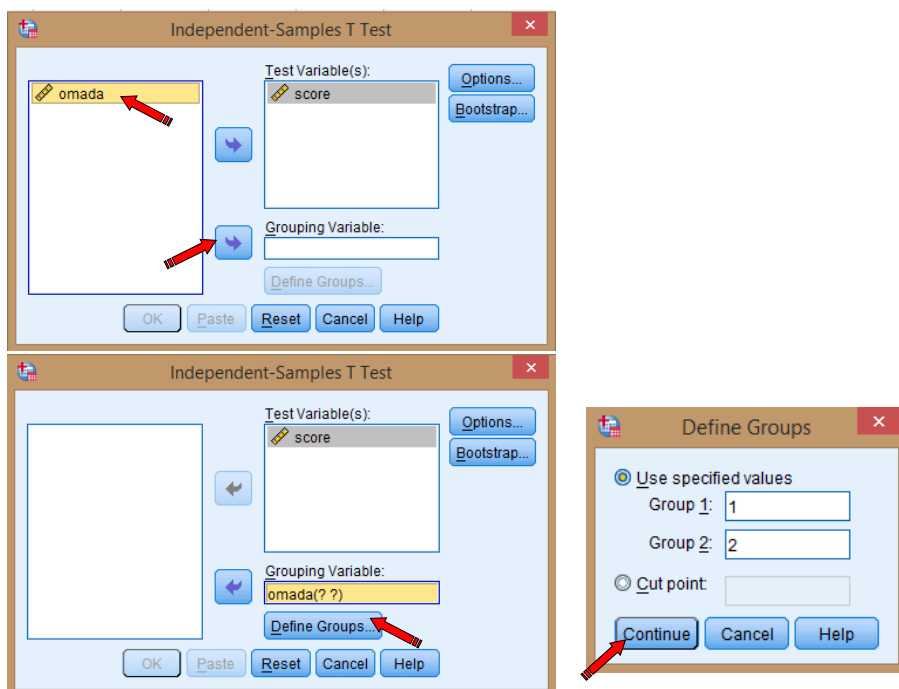
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Group Statistics

	omada	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
score	omada 1	8	5,38	2,326	,822
	omada 2	5	8,40	1,673	,748

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
score	Equal variances assumed	,939	,353	-2,512	11	,029	-3,025	1,204	-5,675	-,375
	Equal variances not assumed			-2,721	10,633	,020	-3,025	1,112	-5,483	-,567

Έλεγχος ισότητας διακυμάνσεων των δύο δειγμάτων

Sig. = 0.353 > 0.05
υπάρχει
ισότητα διακυμάνσεων

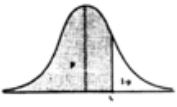
Έλεγχος ύπαρξης στατιστικά σημαντικών διαφορών μεταξύ των μέσων όρων των δύο δειγμάτων

Sig. = 0.029 < 0.05
υπάρχουν
στατιστικά σημαντικές διαφορές

Μπορούν τα συμπεράσματα να γενικευτούν για τους πληθυσμούς $\mu_1 \neq \mu_2$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Η t-κατανομή (Student)

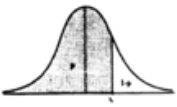


v	t.55	t.60	t.70	t.75	t.80	t.90	t.95	t.975	t.99	t.995
1	158	325	727	1.000	1.376	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66
2	142	289	617	.816	1.061	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92
3	137	277	584	.765	.978	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84
4	134	271	569	.741	.941	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60
5	132	267	559	.727	.920	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03
6	131	265	553	.718	.906	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71
7	130	263	549	.711	.896	1.42	1.90	2.36	3.00	3.50
8	130	262	546	.706	.889	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36
9	129	261	543	.703	.883	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25
10	129	260	542	.700	.879	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17
11	129	260	540	.697	.876	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11
12	128	259	539	.695	.873	1.36	1.78	2.18	2.68	3.06
13	128	259	538	.694	.870	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01
14	128	258	537	.692	.868	1.34	1.76	2.14	2.62	2.98
15	128	258	536	.691	.866	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95
16	128	258	535	.690	.865	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92
17	128	257	534	.689	.863	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90
18	127	257	534	.688	.862	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88
19	127	257	533	.688	.861	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86
20	127	257	533	.687	.860	1.32	1.72	2.09	2.53	2.84
21	127	257	532	.686	.859	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83
22	127	256	532	.686	.858	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82
23	127	256	532	.685	.858	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81
24	127	256	531	.685	.857	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80
25	127	256	531	.684	.856	1.32	1.71	2.06	2.48	2.79
26	127	256	531	.684	.856	1.32	1.71	2.06	2.48	2.78
27	127	256	531	.684	.855	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77
28	127	256	530	.683	.855	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76
29	127	256	530	.683	.854	1.31	1.70	2.04	2.46	2.76
30	127	256	530	.683	.854	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75
40	126	255	529	.681	.851	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70
60	126	254	527	.679	.848	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66
120	126	254	526	.677	.845	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62
∞	126	253	524	.674	.842	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D.

11

Η t-κατανομή (Student)



v	t.55	t.60	t.70	t.75	t.80	t.90	t.95	t.975	t.99	t.995
1	158	325	727	1.000	1.376	3.08	6.31	12.71	31.82	63.66
2	142	289	617	.816	1.061	1.89	2.92	4.30	6.96	9.92
3	137	277	584	.765	.978	1.64	2.35	3.18	4.54	5.84
4	134	271	569	.741	.941	1.53	2.13	2.78	3.75	4.60
5	132	267	559	.727	.920	1.48	2.02	2.57	3.36	4.03
6	131	265	553	.718	.906	1.44	1.94	2.45	3.14	3.71
7	130	263	549	.711	.896	1.42	1.90	2.36	3.00	3.50
8	130	262	546	.706	.889	1.40	1.86	2.31	2.90	3.36
9	129	261	543	.703	.883	1.38	1.83	2.26	2.82	3.25
10	129	260	542	.700	.879	1.37	1.81	2.23	2.76	3.17
11	129	260	540	.697	.876	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11
12	128	259	539	.695	.873	1.36	1.78	2.18	2.68	3.06
13	128	259	538	.694	.870	1.35	1.77	2.16	2.65	3.01
14	128	258	537	.692	.868	1.34	1.76	2.14	2.62	2.98
15	128	258	536	.691	.866	1.34	1.75	2.13	2.60	2.95
16	128	258	535	.690	.865	1.34	1.75	2.12	2.58	2.92
17	128	257	534	.689	.863	1.33	1.74	2.11	2.57	2.90
18	127	257	534	.688	.862	1.33	1.73	2.10	2.55	2.88
19	127	257	533	.688	.861	1.33	1.73	2.09	2.54	2.86
20	127	257	533	.687	.860	1.32	1.72	2.09	2.53	2.84
21	127	257	532	.686	.859	1.32	1.72	2.08	2.52	2.83
22	127	256	532	.686	.858	1.32	1.72	2.07	2.51	2.82
23	127	256	532	.685	.858	1.32	1.71	2.07	2.50	2.81
24	127	256	531	.685	.857	1.32	1.71	2.06	2.49	2.80
25	127	256	531	.684	.856	1.32	1.71	2.06	2.48	2.79
26	127	256	531	.684	.856	1.32	1.71	2.06	2.48	2.78
27	127	256	531	.684	.855	1.31	1.70	2.05	2.47	2.77
28	127	256	530	.683	.855	1.31	1.70	2.05	2.47	2.76
29	127	256	530	.683	.854	1.31	1.70	2.04	2.46	2.76
30	127	256	530	.683	.854	1.31	1.70	2.04	2.46	2.75
40	126	255	529	.681	.851	1.30	1.68	2.02	2.42	2.70
60	126	254	527	.679	.848	1.30	1.67	2.00	2.39	2.66
120	126	254	526	.677	.845	1.29	1.66	1.98	2.36	2.62
∞	126	253	524	.674	.842	1.28	1.64	1.96	2.33	2.58

Βαθμοί ελευθερίας
 $N - 2 =$
 $13 - 2 =$
11

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D.

Δίπλευρος έλεγχος
 $1 - (\alpha/2) =$
 $1 - (0.05/2) =$
 $1 - 0.025 =$
0.975

12

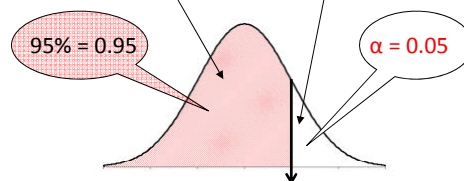
v	t.55	t.60	t.70	t.75	t.80	t.90	t.95	t.975	t.99	t.995
11	.129	.260	.540	.697	.876	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11

Περιοχή **αποδοχής**
της μηδενικής υπόθεσης

$H_0 : \mu_{\text{αθλητών πόλεων}} = \mu_{\text{αθλητών χωριών}}$

Περιοχή **απόρριψης**
της μηδενικής υπόθεσης

$H_A : \mu_{\text{αθλητών πόλεων}} \neq \mu_{\text{αθλητών χωριών}}$



$t_{\text{ κρίσιμη (11)}} = 2.20$

οριοθετεί την περιοχή
αποδοχής ή **απόρριψης**
της μηδενικής υπόθεσης

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

v	t.55	t.60	t.70	t.75	t.80	t.90	t.95	t.975	t.99	t.995
11	.129	.260	.540	.697	.876	1.36	1.80	2.20	2.72	3.11

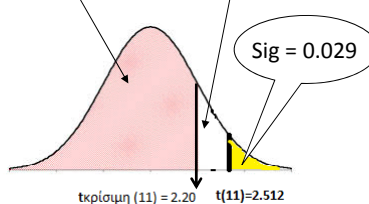
Περιοχή **αποδοχής**
της μηδενικής υπόθεσης

$H_0 : \mu_{\text{αθλητών πόλεων}} = \mu_{\text{αθλητών χωριών}}$

Περιοχή **απόρριψης**
της μηδενικής υπόθεσης

$H_A : \mu_{\text{αθλητών πόλεων}} \neq \mu_{\text{αθλητών χωριών}}$

Independent Samples Test		
t	df	Sig. (2-tailed)
-2,512	11	,029



Εφόσον

ή

εφόσον

απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση

$t_{(11)} = 2.512 > t_{\text{ κρίσιμη (11)}} = 2.20$

$\text{Sig} = 0.029 < 0.05$

(άρα οι μέσοι όροι ΔΕΝ είναι ίσοι και
ΥΠΑΡΧΟΥΝ στατιστικά σημαντικές διαφορές)

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Χρησιμοποιώντας το SPSS

ΔΕΝ γνωρίζουμε

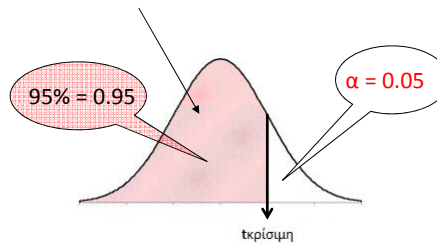
και **ΔΕΝ ΧΡΕΙΑΖΕΤΑΙ** να γνωρίζουμε την κρίσιμη (π.χ. t) τιμή.

Αρκεί

να συγκρίνουμε το **Sig** με το επίπεδο σημαντικότητας που έχουμε ορίσει (π.χ. $\alpha = 0.05$)

Περιοχή **αποδοχής**
της μηδενικής υπόθεσης

Αν **Sig > 0.05** τότε
αποδεχόμαστε τη
μηδενική υπόθεση
ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ διαφορές



$$H_0 : \mu_{\text{αθλητών πόλεων}} = \mu_{\text{αθλητών χωριών}}$$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Χρησιμοποιώντας το SPSS

ΔΕΝ γνωρίζουμε

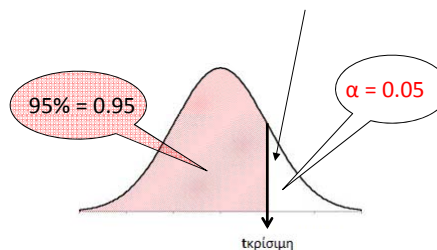
και **ΔΕΝ ΧΡΕΙΑΖΕΤΑΙ** να γνωρίζουμε την κρίσιμη (π.χ. t) τιμή.

Αρκεί

να συγκρίνουμε το **Sig** με το επίπεδο σημαντικότητας που έχουμε ορίσει (π.χ. $\alpha = 0.05$)

Περιοχή **απόρριψης**
της μηδενικής υπόθεσης

Αν **Sig < 0.05** τότε
απορρίπτουμε τη
μηδενική υπόθεση
ΥΠΑΡΧΟΥΝ διαφορές



$$H_A : \mu_{\text{αθλητών πόλεων}} \neq \mu_{\text{αθλητών χωριών}}$$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Όταν έχουμε
περισσότερα από δύο ανεξάρτητα δείγματα

- π.χ. **1. αθλητές πόλεων**
2. αθλητές χωριών
3. αθλητές κωμοπόλεων

και θέλουμε να ελέγξουμε αν τα δείγματα διαφέρουν μεταξύ τους
λόγω της επίδρασης

ενός και μόνο παράγοντα (ανεξάρτητη μεταβλητή)

π.χ. του παράγοντα **«τόπος κατοικίας»**
που έχει περισσότερες από δύο βαθμίδες:

- 1. «πόλη»**
2. «χωριό»
3. «κωμόπολη»

τότε

Δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το

t - τεστ για ανεξάρτητα δείγματα

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Ανάλυση διακύμανσης ως προς έναν παράγοντα
(One - Way)

Εξαρτημένη μεταβλητή:

«τεστ στόχου»

Ανεξάρτητη μεταβλητή (παράγοντας):

«τάξη»

βαθμίδες του παράγοντα «τάξη»

- {
1. Α' τάξη
2. Β' τάξη
3. Γ' τάξη
4. Δ' τάξη

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Ερωτήματα

1. Υπάρχει σημαντική επίδραση του παράγοντα («τάξη»)

δηλαδή
υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές
(στην εξαρτημένη μεταβλητή)
μεταξύ των μέσων όρων των επιμέρους δειγμάτων
(των επιμέρους βαθμίδων:
Α' τάξη, Β' τάξη, Γ' τάξη, Δ' τάξη του παράγοντα: «τάξη»);

2. Εφόσον υπάρχουν διαφορές μεταξύ των μέσων όρων των βαθμίδων του παράγοντα, μεταξύ ποιών μέσων όρων, δηλαδή μεταξύ ποιών βαθμίδων του παράγοντα, υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές;

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

	Α' τάξη	Β' τάξη	Γ' τάξη	Δ' τάξη
	j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
	x_{ij}	x_{ij}	x_{ij}	x_{ij}
1	$X_{11} = 5$	$X_{12} = 9$	$X_{13} = 8$	$X_{14} = 1$
2	$X_{21} = 7$	$X_{22} = 11$	$X_{23} = 6$	$X_{24} = 3$
3	$X_{31} = 6$	$X_{32} = 8$	$X_{33} = 8$	$X_{34} = 4$
4	$X_{41} = 3$	$X_{42} = 7$	$X_{43} = 5$	$X_{44} = 5$
5	$X_{51} = 6$	$X_{52} = 5$	$X_{53} = 7$	$X_{54} = 1$
6	$X_{61} = 7$		$X_{63} = 4$	$X_{64} = 4$
7	$X_{71} = 4$		$X_{73} = 4$	
8	$X_{81} = 2$			

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

	Α' τάξη	Β' τάξη	Γ' τάξη	Δ' τάξη
	j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
	x_{ij}	x_{ij}	x_{ij}	x_{ij}
1	X₁₁ = 5	X₁₂ = 9	X₁₃ = 8	X₁₄ = 1
2	X₂₁ = 7	X₂₂ = 11	X₂₃ = 6	X₂₄ = 3
3	X₃₁ = 6	X₃₂ = 8	X₃₃ = 8	X₃₄ = 4
4	X₄₁ = 3	X₄₂ = 7	X₄₃ = 5	X₄₄ = 5
5	X₅₁ = 6	X₅₂ = 5	X₅₃ = 7	X₅₄ = 1
6	X₆₁ = 7		X₆₃ = 4	X₆₄ = 4
7	X₇₁ = 4		X₇₃ = 4	
8	X₈₁ = 2			

$$\sum X_{i1} = 40$$

$$N_1 = 8$$

$$\bar{X}_1 = 5$$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

	Α' τάξη	Β' τάξη	Γ' τάξη	Δ' τάξη
	j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
	x_{ij}	x_{ij}	x_{ij}	x_{ij}
1	X₁₁ = 5	X₁₂ = 9	X₁₃ = 8	X₁₄ = 1
2	X₂₁ = 7	X₂₂ = 11	X₂₃ = 6	X₂₄ = 3
3	X₃₁ = 6	X₃₂ = 8	X₃₃ = 8	X₃₄ = 4
4	X₄₁ = 3	X₄₂ = 7	X₄₃ = 5	X₄₄ = 5
5	X₅₁ = 6	X₅₂ = 5	X₅₃ = 7	X₅₄ = 1
6	X₆₁ = 7		X₆₃ = 4	X₆₄ = 4
7	X₇₁ = 4		X₇₃ = 4	
8	X₈₁ = 2			

$$\sum X_{i1} = 40$$

$$N_1 = 8$$

$$\bar{X}_1 = 5$$

$$\sum X_{i2} = 40$$

$$N_2 = 5$$

$$\bar{X}_2 = 8$$

$$\sum X_{i3} = 42$$

$$N_3 = 7$$

$$\bar{X}_3 = 6$$

$$\sum X_{i4} = 18$$

$$N_4 = 6$$

$$\bar{X}_4 = 3$$

$$\sum X_{ij} = 140$$

$$N = 26$$

$$\bar{\bar{X}} = 5.38$$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Έχουμε δύο ειδών αποκλίσεις:

1. Την **απόκλιση**

της κάθε παρατήρησης (x_{ij}) από τον αντίστοιχο μέσο όρο $\bar{x}_j$ της συγκεκριμένης ομάδας (j) στην οποία ανήκει η παρατήρηση

$$(x_{ij} - \bar{x}_j)$$

2. Την **απόκλιση**

του μέσου όρου $\bar{x}_j$ της κάθε ομάδας (j) από το συνολικό μέσο όρο $\bar{x}$

$$(\bar{x}_j - \bar{x})$$

Το άθροισμα των δύο αυτών αποκλίσεων είναι η απόκλιση της κάθε παρατήρησης (x_{ij}) από το μεγάλο μέσο $\bar{x}$

$$(x_{ij} - \bar{x})$$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

	Α' τάξη	Β' τάξη	Γ' τάξη	Δ' τάξη
	j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
	x_{ij}	x_{ij}	x_{ij}	x_{ij}
1	$x_{11} = 5$	$x_{12} = 9$	$x_{13} = 8$	$x_{14} = 1$
2	$x_{21} = 7$	$x_{22} = 11$	$x_{23} = 6$	$x_{24} = 3$
3	$x_{31} = 6$	$x_{32} = 8$	$x_{33} = 8$	$x_{34} = 4$
4	$x_{41} = 3$	$x_{42} = 7$	$x_{43} = 5$	$x_{44} = 5$
5	$x_{51} = 6$	$x_{52} = 5$	$x_{53} = 7$	$x_{54} = 1$
6	$x_{61} = 7$		$x_{63} = 4$	$x_{64} = 4$
7	$x_{71} = 4$		$x_{73} = 4$	
8	$x_{81} = 2$			

$$\sum x_{i1} = 40$$

$$N_1 = 8$$

$$\bar{x}_1 = 5$$

$$\sum x_{i2} = 40$$

$$N_2 = 5$$

$$\bar{x}_2 = 8$$

$$\sum x_{i3} = 42$$

$$N_3 = 7$$

$$\bar{x}_3 = 6$$

$$\sum x_{i4} = 18$$

$$N_4 = 6$$

$$\bar{x}_4 = 3$$

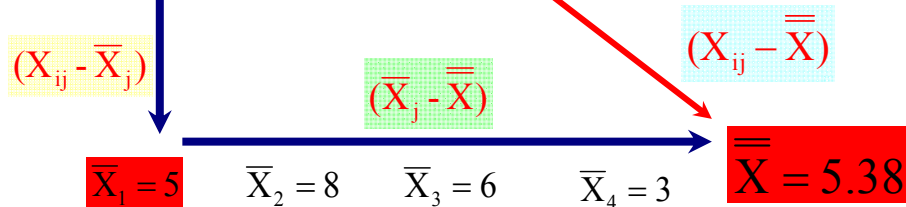
$$\sum x_{ij} = 140$$

$$N = 26$$

$$\bar{x} = 5.38$$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

	Α' τάξη	Β' τάξη	Γ' τάξη	Δ' τάξη
	j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
	X_{ij}	X_{ij}	X_{ij}	X_{ij}
1	$X_{11} = 5$	$X_{12} = 9$	$X_{13} = 8$	$X_{14} = 1$
2	$X_{21} = 7$	$X_{22} = 11$	$X_{23} = 6$	$X_{24} = 3$
3	$X_{31} = 6$	$X_{32} = 8$	$X_{33} = 8$	$X_{34} = 4$
4	$X_{41} = 3$	$X_{42} = 7$	$X_{43} = 5$	$X_{44} = 5$
5	$X_{51} = 6$	$X_{52} = 5$	$X_{53} = 7$	$X_{54} = 1$
6	$X_{61} = 7$		$X_{63} = 4$	$X_{64} = 4$
7	$X_{71} = 4$		$X_{73} = 4$	
8	$X_{81} = 2$			



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

$$(X_{ij} - \bar{X}) = (X_{ij} - \bar{X}_j) + (\bar{X}_j - \bar{X})$$

Επειδή
το σύνολο των αποκλίσεων της κάθε τιμής από το μέσο όρο
ισούται με μηδέν (0)

$$\sum (X_i - \bar{X}) = 0$$

για να δηλώσουμε
τη **διασπορά** μιας τιμής γύρω από το μέσο όρο
χρησιμοποιούμε
την έννοια της **διακύμανσης σ^2**
δηλαδή
το **άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων**
της κάθε τιμής από το μέσο όρο

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Αν **τετραγωνίσουμε** την παράσταση

$$(X_{ij} - \bar{\bar{X}}) = (X_{ij} - \bar{X}_j) + (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})$$

προκύπτει

$$(X_{ij} - \bar{\bar{X}})^2 = (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 + 2 \cdot (X_{ij} - \bar{X}_j) \cdot (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}}) + (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2$$

ισχύει για κάθε παρατήρηση X_{ij}
 $(i = 1, 2, 3, \dots, N_1) \quad (j = 1, 2, 3, \dots, k)$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Αν **προσθέσουμε** τα τετράγωνα των αποκλίσεων
για όλα τα άτομα της μιας ομάδας j

προκύπτει

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{N_j} (X_{ij} - \bar{\bar{X}})^2 &= \sum_{i=1}^{N_j} (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 + \\ &2 \cdot (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}}) \cdot \sum_{i=1}^{N_j} (X_{ij} - \bar{X}_j) + \\ &\sum_{i=1}^{N_j} (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2 \end{aligned} \quad (0)$$

άρα

$$\sum_{i=1}^{N_j} (X_{ij} - \bar{\bar{X}})^2 = \sum_{i=1}^{N_j} (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 + N_j \cdot (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2$$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Αν προσθέσουμε ως προς τις k ομάδες

προκύπτει

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (X_{ij} - \bar{\bar{X}})^2 = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 + \sum_{j=1}^k N_j \cdot (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2$$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (X_{ij} - \bar{\bar{X}})^2 = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 + \sum_{j=1}^k N_j \cdot (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2$$

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (X_{ij} - \bar{\bar{X}})^2 \quad \text{Συνολικό άθροισμα τετραγώνων των αποκλίσεων της κάθε παρατήρησης από το συνολικό μέσο όρο}$$

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 \quad \begin{array}{l} \text{Άθροισμα τετραγώνων των αποκλίσεων} \\ \text{εντός των ομάδων (Within Groups).} \\ \text{Άθροισμα τετραγώνων των αποκλίσεων} \\ \text{της κάθε παρατήρησης από το μέσο όρο της ομάδας} \\ \text{στην οποία ανήκει η παρατήρηση} \end{array}$$

$$\sum_{j=1}^k N_j \cdot (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2 \quad \begin{array}{l} \text{Άθροισμα τετραγώνων των αποκλίσεων} \\ \text{μεταξύ των ομάδων (Between Groups).} \\ \text{Άθροισμα τετραγώνων των αποκλίσεων} \\ \text{του μέσου όρου της κάθε ομάδας} \\ \text{από το συνολικό μέσο όρο} \\ \text{(σταθμισμένο από τον αριθμό των ατόμων της ομάδας)} \end{array}$$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Το κάθε άθροισμα τετραγώνων
έχει τους δικούς του βαθμούς ελευθερίας

βαθμοί ελευθερίας

Συνολικό
άθροισμα τετραγώνων

$N - 1$

Άθροισμα τετραγώνων
εντός των ομάδων (Within Groups)

$N - k$

Άθροισμα τετραγώνων
μεταξύ των ομάδων (Between Groups).

$k - 1$

N = συνολικός αριθμός των ατόμων

k = συνολικός αριθμός των ομάδων (δειγμάτων)

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Διαιρώντας τα

- **εντός** των ομάδων (Within Groups) και
- **μεταξύ** των ομάδων (Between Groups)

αθροίσματα τετραγώνων (Sum of Squares)

με τους αντίστοιχους **βαθμούς ελευθερίας**

προκύπτουν τα

μέσα τετράγωνα (Mean Squares)

- **εντός των ομάδων και**
- **μεταξύ των ομάδων**

(τα οποία αποτελούν **έκφραση διακύμανσης**)

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Εντός των ομάδων
(Within Groups)

Μεταξύ των ομάδων
(Between Groups)

Άθροισμα
τετραγώνων
(Sum of Squares)

$$\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (X_{ij} - \bar{X}_j)^2$$

$$\sum_{j=1}^k N_j \cdot (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2$$

βαθμοί
ελευθερίας

$N - k$

$k - 1$

Μέσο
άθροισμα
τετραγώνων
(Mean Squares)

$$S_w^2 = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (X_{ij} - \bar{X}_j)^2}{N - k}$$

$$S_b^2 = \frac{\sum_{j=1}^k N_j \cdot (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2}{k - 1}$$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Μέσο άθροισμα τετραγώνων εντός των ομάδων (Within Groups)

$$S_w^2 = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_j} (X_{ij} - \bar{X}_j)^2}{N - k}$$

εκφράζει τη διακύμανση που οφείλεται

- σε **διαφορές μεταξύ των ατόμων** και
- σε **τυχαίους παράγοντες**

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Μέσο άθροισμα τετραγώνων μεταξύ των ομάδων (Between Groups)

$$S_b^2 = \frac{\sum_{j=1}^k N_j \cdot (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2}{k-1}$$

εκφράζει τη διακύμανση που οφείλεται

- σε διαφορές μεταξύ των ατόμων
- σε τυχαίους παράγοντες και
- στην επίδραση του παράγοντα (της ανεξάρτητης μεταβλητής)

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Αν
υπάρχει **σημαντική επίδραση του παράγοντα**

τότε

μέσο άθροισμα τετραγώνων
μεταξύ των ομάδων



μέσο άθροισμα τετραγώνων
εντός των ομάδων

- σε διαφορές μεταξύ των ατόμων
- σε τυχαίους παράγοντες και
- στην επίδραση του παράγοντα
- σε διαφορές μεταξύ των ατόμων
- σε τυχαίους παράγοντες

$$S_b^2 > S_w^2$$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

	Α' τάξη	Β' τάξη	Γ' τάξη	Δ' τάξη
	j = 1	j = 2	j = 3	j = 4
	X_{ij}	X_{ij}	X_{ij}	X_{ij}
1	$X_{11} = 5$	$X_{12} = 9$	$X_{13} = 8$	$X_{14} = 1$
2	$X_{21} = 7$	$X_{22} = 11$	$X_{23} = 6$	$X_{24} = 3$
3	$X_{31} = 6$	$X_{32} = 8$	$X_{33} = 8$	$X_{34} = 4$
4	$X_{41} = 3$	$X_{42} = 7$	$X_{43} = 5$	$X_{44} = 5$
5	$X_{51} = 6$	$X_{52} = 5$	$X_{53} = 7$	$X_{54} = 1$
6	$X_{61} = 7$		$X_{63} = 4$	$X_{64} = 4$
7	$X_{71} = 4$		$X_{73} = 4$	
8	$X_{81} = 2$			

$$(X_{ij} - \bar{X}_j)$$

$$(\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})$$

$$(X_{ij} - \bar{\bar{X}})$$

$$\bar{X}_1 = 5$$

$$\bar{X}_2 = 8$$

$$\bar{X}_3 = 6$$

$$\bar{X}_4 = 3$$

$$\bar{\bar{X}} = 5.38$$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

	Α' τάξη	Β' τάξη	Γ' τάξη	Δ' τάξη
1	Ατομικές διαφορές Τυχαίοι παράγοντες	Ατομικές διαφορές Τυχαίοι παράγοντες	Ατομικές διαφορές Τυχαίοι παράγοντες	Ατομικές διαφορές Τυχαίοι παράγοντες
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				

$$(X_{ij} - \bar{X}_j)$$

$$(\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})$$

$$(X_{ij} - \bar{\bar{X}})$$

$$\bar{X}_1 = 5$$

**Ατομικές διαφορές
Τυχαίοι παράγοντες
Επίδραση του παράγοντα**

$$\bar{\bar{X}} = 5.38$$

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D.

Μηδενική υπόθεση: $H_o : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$

(ΔΕΝ υπάρχει επίδραση του παράγοντα)

Εναλλακτική υπόθεση: $H_A : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \dots \neq \mu_k$

(υπάρχει επίδραση του παράγοντα)

Έλεγχος μηδενικής υπόθεσης:

$$F = \frac{S_b^2}{S_w^2} = \frac{\text{μέσο άθροισμα τετραγώνων μεταξύ των ομάδων}}{\text{μέσο άθροισμα τετραγώνων εντός των ομάδων}}$$

Αν

υπάρχει σημαντική επίδραση του παράγοντα

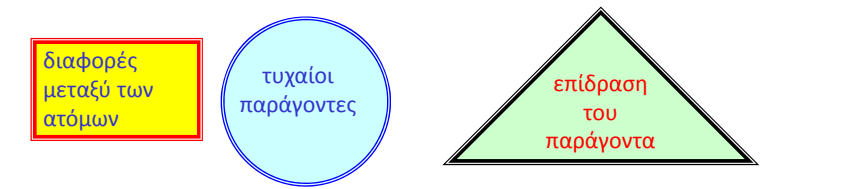
η **F - τιμή είναι σημαντικά μεγαλύτερη από τη μονάδα (1)**

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

$$F = \frac{S_b^2}{S_w^2} = \frac{\text{μέσο άθροισμα τετραγώνων μεταξύ των ομάδων}}{\text{μέσο άθροισμα τετραγώνων εντός των ομάδων}}$$

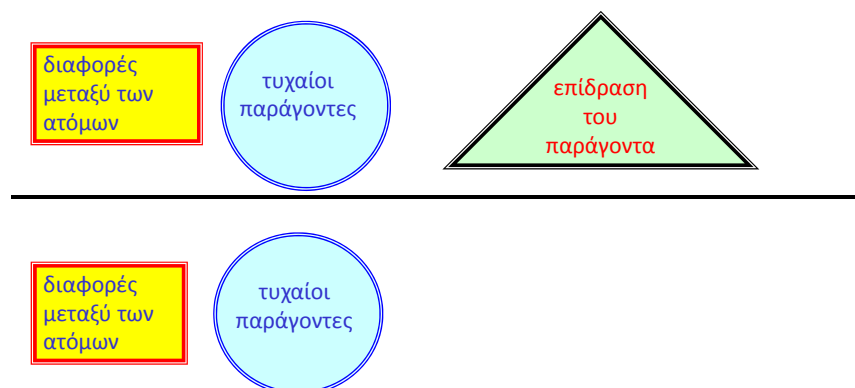
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

$$F = \frac{S_b^2}{S_w^2} = \frac{\text{μέσο άθροισμα τετραγώνων μεταξύ των ομάδων}}{\text{μέσο άθροισμα τετραγώνων εντός των ομάδων}}$$



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

$$F = \frac{S_b^2}{S_w^2} = \frac{\text{μέσο άθροισμα τετραγώνων μεταξύ των ομάδων}}{\text{μέσο άθροισμα τετραγώνων εντός των ομάδων}}$$



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

$$F = \frac{S_b^2}{S_w^2} = \frac{\text{μέσο άθροισμα τετραγώνων μεταξύ των ομάδων}}{\text{μέσο άθροισμα τετραγώνων εντός των ομάδων}}$$



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

$$F = \frac{S_b^2}{S_w^2} = \frac{\text{μέσο άθροισμα τετραγώνων μεταξύ των ομάδων}}{\text{μέσο άθροισμα τετραγώνων εντός των ομάδων}}$$



Μικρή επίδραση του παράγοντα – μικρή F τιμή

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

$$F = \frac{S_b^2}{S_w^2} = \frac{\text{μέσο άθροισμα τετραγώνων μεταξύ των ομάδων}}{\text{μέσο άθροισμα τετραγώνων εντός των ομάδων}}$$



Μεγάλη επίδραση του παράγοντα – μεγάλη F τιμή

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Αν

η **F - τιμή είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την μονάδα (1)**

απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση: $H_o : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$

αποδεχόμαστε την εναλλακτική υπόθεση: $H_A : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \dots \neq \mu_k$

οπότε

οι διαφορές μεταξύ των μέσων όρων των ομάδων

ΔΕΝ είναι τυχαίες

ΑΛΛΑ οφείλονται στην επίδραση του παράγοντα

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Εξαρτημένη μεταβλητή

Ανεξάρτητη μεταβλητή (παράγοντας)

βαθμίδες παράγοντα «τάξη»

1. Α΄ τάξη
2. Β΄ τάξη
3. Γ΄ τάξη
4. Δ΄ τάξη

	score	taxi
1	5	1
2	7	1
3	6	1
4	3	1
5	6	1
6	7	1
7	4	1
8	2	1
9	9	2
10	11	2
11	8	2
12	7	2
13	5	2
14	8	3
15	6	3
16	8	3
17	5	3
18	7	3

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

N802_D02_03_One Way ANOVA_data.sav [D]

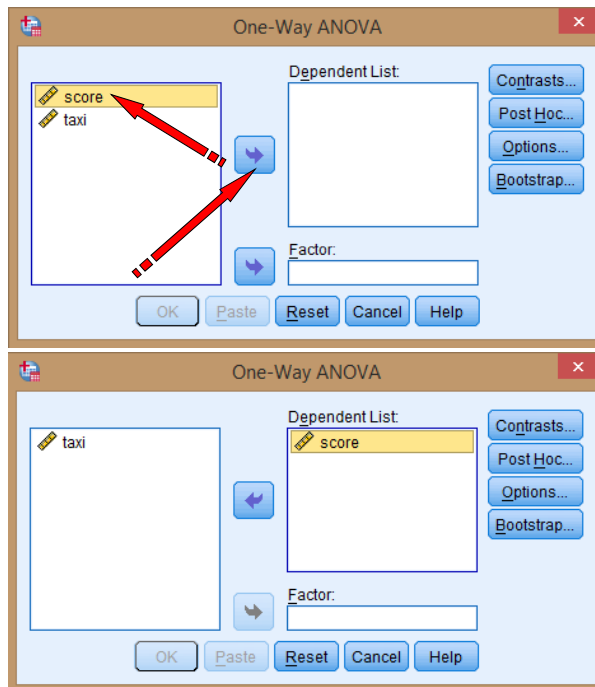
File Edit View Data Transform **Analyze** Direct Marketing Graphs Utilities Add-ons Window Help

Reports
Descriptive Statistics
Tables
Compare Means
General Linear Model
Generalized Linear Models
Mixed Models
Correlate
Regression
Loglinear
Neural Networks
Classify
Dimension Reduction
Scale
Nonparametric Tests
Forecasting
Survival
Multiple Response
Missing Value Analysis...
Multiple Imputation
Complex Samples

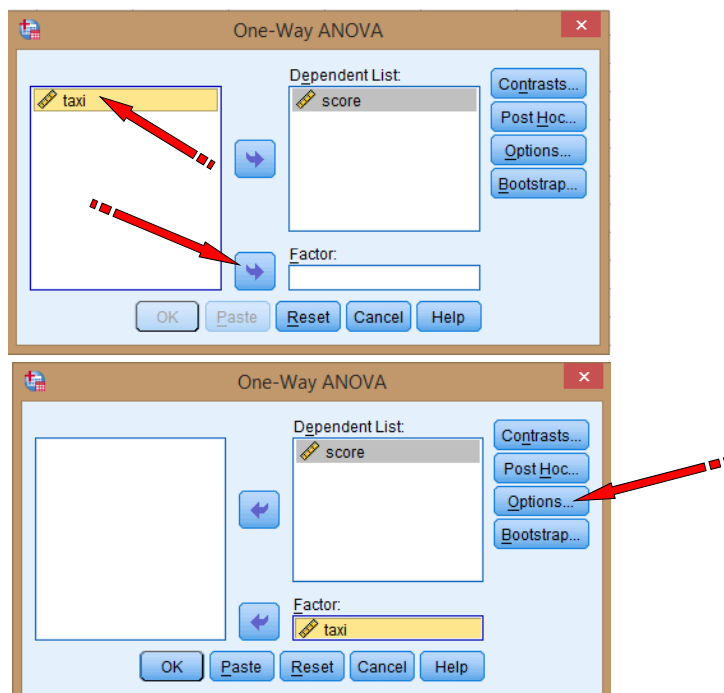
Means...
One-Sample T Test...
Independent-Samples T Test...
Paired-Samples T Test...
One-Way ANOVA...

	score	taxi
1	5	
2	7	
3	6	
4	3	
5	6	
6	7	
7	4	
8	2	
9	9	
10	11	
11	8	
12	7	
13	5	
14	8	
15	6	
16	8	
17	5	
18	7	

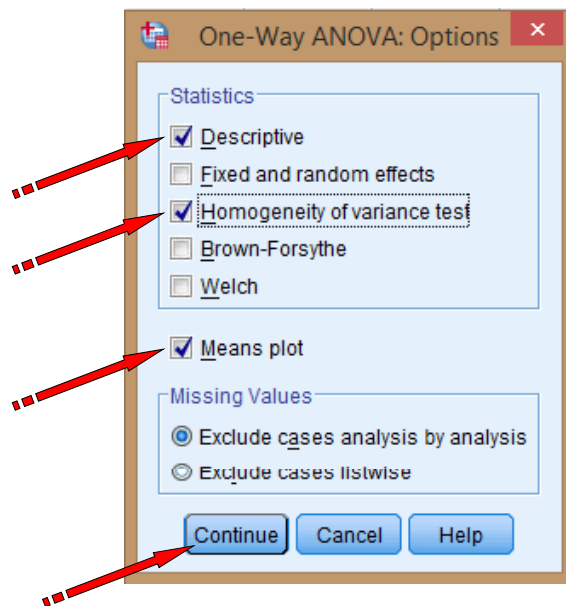
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



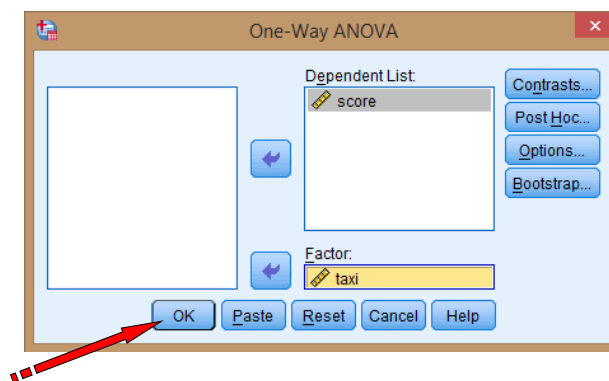
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Descriptives

SCORE

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound		
A taxi	8	5.00	1.85	.65	3.45	6.55	2	7
B taxi	5	8.00	2.24	1.00	5.22	10.78	5	11
C taxi	7	6.00	1.73	.65	4.40	7.60	4	8
D taxi	6	3.00	1.67	.68	1.24	4.76	1	5
Total	26	5.38	2.43	.48	4.40	6.37	1	11

Test of Homogeneity of Variances

SCORE

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.077	3	22	.972

Sig > 0.05

Υπάρχει ισότητα διακυμάνσεων

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

ANOVA

SCORE

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	72.154	3	24.051	6.962	.002
Within Groups	76.000	22	3.455		
Total	148.154	25			

Μέσο τετράγωνο
μεταξύ των ομάδων
(Between Groups)

$$\frac{72.154}{3} = 24.051$$

$$F = \frac{S_b^2}{S_w^2} = \frac{24.051}{3.455} = 6.962$$

Sig < 0.05

Μέσο τετράγωνο
εντός των ομάδων
(Within Groups)

$$\frac{76.000}{22} = 3.455$$

**Υπάρχει
στατιστικά σημαντική
επίδραση
του παράγοντα**

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Όταν
 η **F - τιμή είναι σημαντικά μεγαλύτερη από τη μονάδα (1)**
αποδεχόμαστε την εναλλακτική υπόθεση: $H_A : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \dots \neq \mu_k$
 οπότε
 οι διαφορές μεταξύ των μέσων όρων των ομάδων
ΔΕΝ είναι τυχαίες
 ΑΛΛΑ **οφείλονται στην επίδραση του παράγοντα.**

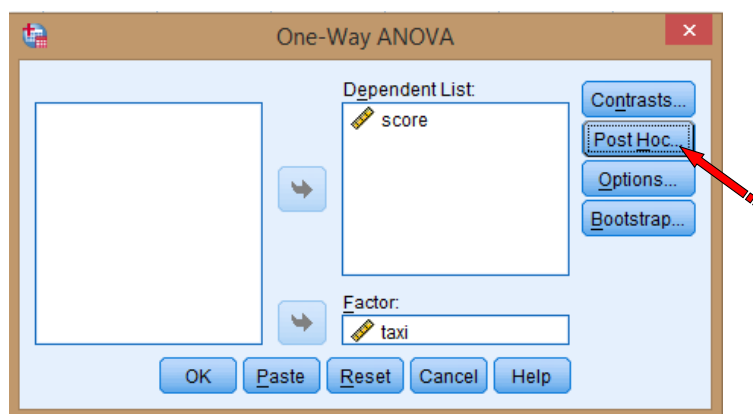


Κάποιοι μέσοι όροι διαφέρουν μεταξύ τους.

Δεν γνωρίζουμε ακόμη
μεταξύ ποιών μέσων όρων (ομάδων) υπάρχουν
στατιστικά σημαντικές διαφορές

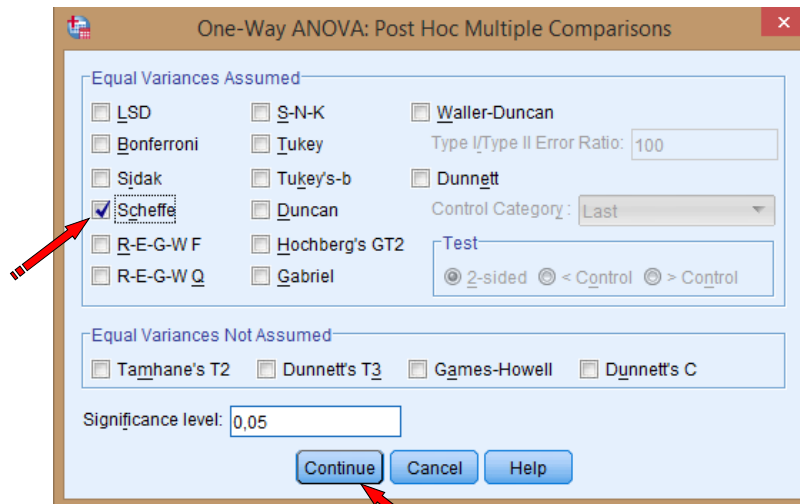
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Για τον **εντοπισμό** των στατιστικά σημαντικών διαφορών
 μεταξύ των βαθμίδων του παράγοντα (επιμέρους δειγμάτων)
 εφαρμόζεται
 κάποιο **τεστ πολλαπλών συγκρίσεων**



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Για τον **εντοπισμό** των στατιστικά σημαντικών διαφορών
μεταξύ των βαθμίδων του παράγοντα (επιμέρους δειγμάτων)
εφαρμόζεται
κάποιο **τεστ πολλαπλών συγκρίσεων**



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Multiple Comparisons

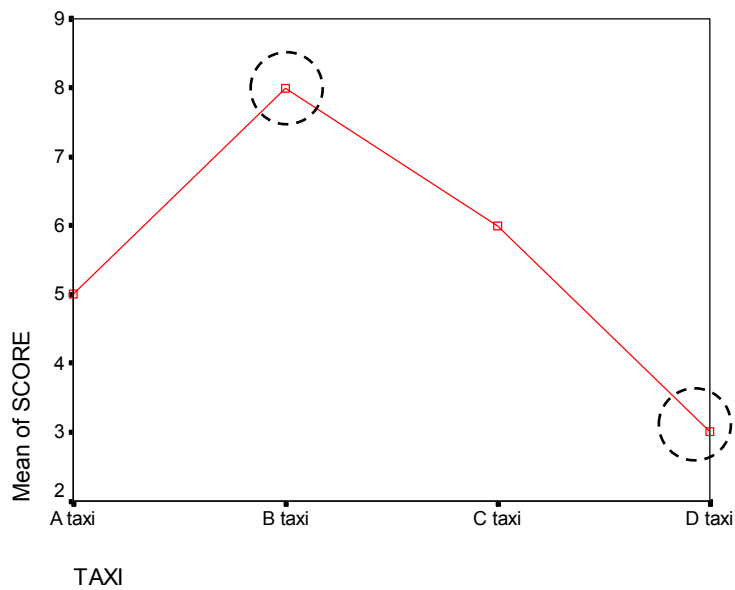
Dependent Variable: SCORE
Scheffe

**Υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά
μόνο μεταξύ της Β και Δ τάξης**

		Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
(I) TAXI	(J) TAXI				Lower Bound	Upper Bound
A taxi	B taxi	-3.00	1.060	.072	-6.20	.20
	C taxi	-1.00	.962	.782	-3.91	1.91
	D taxi	2.00	1.004	.292	-1.04	5.04
B taxi	A taxi	3.00	1.060	.072	-.20	6.20
	C taxi	2.00	1.088	.360	-1.29	5.29
	D taxi	5.00*	1.125	.002	1.60	8.40
C taxi	A taxi	1.00	.962	.782	-1.91	3.91
	B taxi	-2.00	1.088	.360	-5.29	1.29
	D taxi	3.00	1.034	.063	-.13	6.13
D taxi	A taxi	-2.00	1.004	.292	-5.04	1.04
	B taxi	-5.00*	1.125	.002	-8.40	-1.60
	C taxi	-3.00	1.034	.063	-6.13	.13

*. The mean difference is significant at the .05 level.

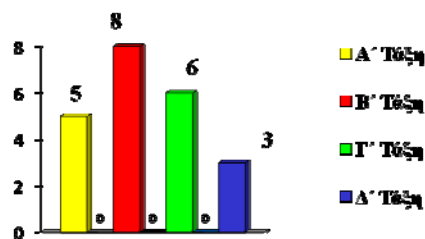
Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Από
την **ανάλυση διακύμανσης ως προς έναν παράγοντα**
διαπιστώθηκε
στατιστικά σημαντική επίδραση του παράγοντα «Τάξη»
 $F_{(3,22)} = 6.962 ; p < 0.05$

Για τον **εντοπισμό** των στατιστικά σημαντικών διαφορών
εφαρμόστηκε το **τεστ πολλαπλών συγκρίσεων Scheffe**
και διαπιστώθηκε
στατιστικά σημαντική διαφορά
μόνο μεταξύ της Β και Δ τάξης



Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Βιβλιογραφία

- **Γούργουλης Β., Μαυρομάτης Γ. (2002).**
Βασικές έννοιες εφαρμοσμένης Στατιστικής στη Φυσική Αγωγή. Εκδόσεις ΣΑΛΤΟ. Θεσσαλονίκη.
Κεφ. 7: Έλεγχος υποθέσεων (Σελ. 109 - 116)
Πίνακας Z - κανονικής κατανομής (Σελ. 169)
Πίνακας t - κατανομής (Σελ. 170)
- **Μαυρομάτης Γ. (1999).**
Στατιστικά μοντέλα και μέθοδοι ανάλυσης δεδομένων.
UNIVERSITY STUDIO PRESS. Θεσσαλονίκη.
Κεφ. 3: Ανάλυση διακύμανσης μ' έναν παράγοντα (One -Way) (Σελ. 43 - 57)
- **Ferguson A. G., Takane Y. (1989).**
Statistical Analysis in Psychology and Education. McGraw-Hill Book Company. New York.
Chapter 15: Analysis of Variance: One-Way classification (Σελ. 250 - 271)

Γούργουλης Βασίλειος, Ph.D., Καθηγητής Τ.Ε.Φ.Α.Α. – Σ.Ε.Φ.Α.Α. – Δ.Π.Θ

Ερωτήσεις ;

