ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΡΑΚΗΣ

Πολυτεχνική Σχολή
Τομέας Υδραυλικών Έργων
Εργαστήριο Υδρολογίας και Υδραυλικών Έργων

Τεχνική Υδρολογία (Ασκήσεις)

Κεφάλαιο 7ο : Διόδευση πλημμυρών

Φώτιος Π. ΜΑΡΗΣ
Καθηγητής

Παράδειγμα 7.1

Να γίνει η διόδευση του πλημμυρογραφήματος που δίνεται στη στήλη (1) του Πίνακα 7.2, με δεδομένα *x=0.2* και K=2 *μέρες.* Το χρονικό βήμα των δεδομένων εισόδου είναι 1 ημέρα και οι μονάδες μέτρησης είναι m^3/s. Να υποτεθεί ότι στις 16/3 η εισροή είναι ίση με την εκροή.

Λύση

Με αντικατάσταση των τιμών των *χ,* K και *Δt* στις εξισώσεις (7.17) έως (7.19) προκύπτουν οι συντελεστές Muskingum:

$$C_0 = 0.048$$
$$C_1 = 0.428$$
$$C_2 = 0.524$$

ο έλεγχος δίνει:

$$C_0 + C_1 + C_2 = 1$$

Οι υπολογισμοί γίνονται ανά γραμμή, εφόσον πρόκειται για αναδρομική διαδικασία και παρουσιάζονται στον Πίνακα 7.2, στον οποίο η εκροή στην έκτη στήλη είναι ίση, σύμφωνα με τον τύπο του Muskingum, με τα αθροίσματα των στηλών (3), (4) και (5).

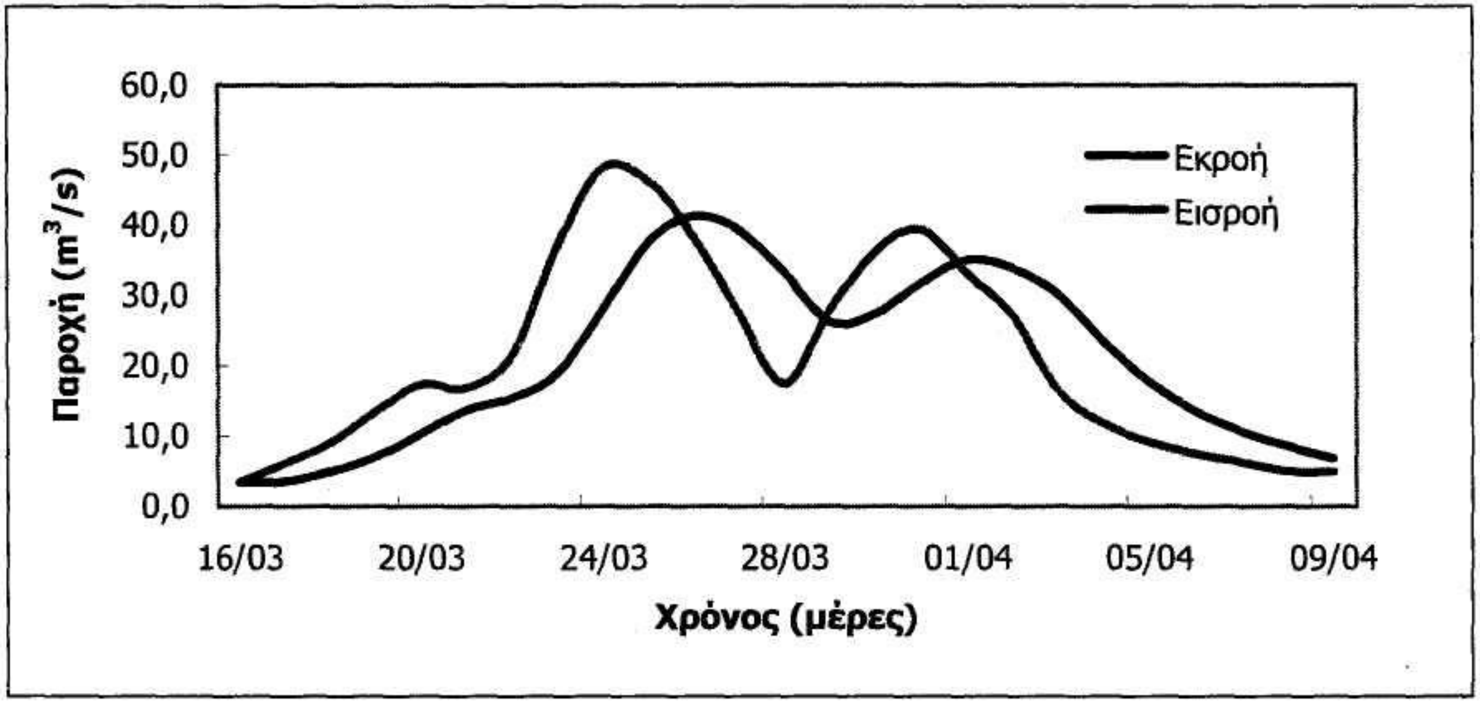
Πίνακας 7.2 *Διαδικασία μεθόδου Muskingum (ευθύ πρόβλημα).*

(1)	**(2)**	**(3)**	**(4)**	**(5)**	**(6)**
Ημερομηνία	**Εισροή (m^3/s)**	C_0I_j	C_1I_{j-1}	C_2Q_{j-1}	**Εκροή (m^3/s)**
16-Μαρ	3.4	-	-	-	3.4
17-Μαρ	6.1	0.3	1.5	1.8	3.5
18-Μαρ	9.0	0.4	2.6	1.8	4.9
19-Μαρ	13.4	0.6	3.9	2.6	7.1
20-Μαρ	17.3	0.8	5.7	3.7	10.3
21-Μαρ	16.8	0.8	7.4	5.4	13.6
22-Μαρ	21.3	1.0	7.2	7.1	15.3
23-Μαρ	36.9	1.8	9.1	8.0	18.9
24-Μαρ	48.1	2.3	15.8	9.9	28.0
25-Μαρ	46.3	2.2	20.6	14.7	37.5
26-Μαρ	38.4	1.8	19.8	19.6	41.3
27-Μαρ	27.6	1.3	16.4	21.6	39.4
28-Μαρ	17.4	0.8	11.8	20.6	33.3
29-Μαρ	27.8	1.3	7.4	17.4	26.2
30-Μαρ	36.2	1.7	11.9	13.7	27.4
31-Μαρ	39.4	1.9	15.5	14.3	31.7
01-Απρ	33.1	1.6	16.9	16.6	35.1
02-Απρ	27.1	1.3	14.2	18.4	33.8
03-Απρ	16.4	0.8	11.6	17.7	30.1
04-Απρ	11.8	0.6	7.0	15.8	23.4

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Ημερομηνία	Εισροή (m^3/s)	C_0I_j	C_1I_{j-1}	C_2Q_{j-1}	Εκροή (m^3/s)
05-Απρ	9.2	0.4	5.1	12.2	17.7
06-Απρ	7.5	0.4	3.9	9.3	13.6
07-Απρ	6.3	0.3	3.2	7.1	10.6
08-Απρ	5.0	0.2	2.7	5.6	8.5
09-Απρ	4.9	0.2	2.1	4.5	6.8

Θα πρέπει να τονιστεί ότι η διόδευση γίνεται πάντα μαζί με τη βασική ροή, δηλαδή από το ολικό υδρογράφημα I προκύπτει το ολικό υδρογράφημα *Q*. Συνεπώς, στην περίπτωση που έχει υπολογιστεί η καθαρή πλημμυρική απορροή, με κάποια μέθοδο όπως είναι το μοναδιαίο υδρογράφημα, πριν γίνουν οι υπολογισμοί της διόδευσης θα πρέπει να προηγηθεί η πρόσθεση της βασικής απορροής.

Τα υδρογραφήματα εισόδου και εξόδου παρουσιάζονται στο Σχήμα 7.7, όπου φαίνεται η μετατροπή των δύο αιχμών εισόδου, στις αντίστοιχες αιχμές εξόδου. Να σημειωθεί ότι τόσο το μέγεθος των παροχών, όσο και ο χρόνος διόδευσης, υποδηλώνουν ότι πρόκειται για αρκετά μεγάλο ποτάμι για τα ελληνικά δεδομένα.



Σχήμα 7.7 *Πλημμυρογραφήματα εισόδου και εξόδου.*

Παράδειγμα 7.2

Με δεδομένα τα υδρογραφήματα εισόδου και εξόδου ενός ποταμού, που παρατίθενται στις στήλες (2) και (3) του Πίνακα 7.3, να καθοριστούν οι παράμετροι *K* και *χ* του ποταμού.

Να υποτεθεί ότι η αρχική τιμή της αποθηκευτικότητας S είναι 200 ημ·m^3/s.

Πίνακας 7.3 *Διαδικασία αντίστροφου προβλήματος με μέθοδο Muskingum.*

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)		
						Ζυγισμένη απορροή (m^3/s) $x\overline{I}+(1-x)\overline{Q}$		
Ημερομ	I (m^3/s)	Q (m^3/s)	$\overline{I}$ (m^3/s)	$\overline{Q}$ (m^3/s)	S_2 (ημ·m^3/s)	x = 0.3	x = 0.4	x = 0.5
16/3	120.6	120.6	120.6	120.6	200	120.6	120.6	120.6
17/3	216.5	125.2	168.6	122.9	245.7	136.6	141.2	145.7
18/3	316.2	173.3	266.4	149.3	362.8	184.4	196.1	207.8
19/3	473.7	248.8	395.0	211.1	546.7	266.2	284.6	303.0
20/3	611.4	362.3	542.6	305.6	783.7	376.7	400.4	424.1
21/3	593.2	479.8	602.3	421.1	964.9	475.4	493.6	511.7
22/3	752.4	541.2	672.8	510.5	1127.2	559.2	575.4	591.7
23/3	1302.6	667.7	1027.5	604.5	1550.3	731.4	773.7	816.0
24/3	1697.9	988.4	1500.3	828.1	2222.5	1029.7	1096.9	1164.2
25/3	1635.0	1322.6	1666.5	1155.5	2733.4	1308.8	1359.9	1411.0
26/3	1356.1	1457.5	1495.6	1390.1	2838.9	1421.7	1432.3	1442.8
27/3	975.8	1390.7	1166.0	1424.1	2580.8	1346.7	1320.8	1295.0
28/3	613.3	1175.6	794.6	1283.2	2092.2	1136.6	1087.7	1038.9
29/3	982	925.4	797.7	1050.5	1839.3	974.6	949.4	924.1
30/3	1279.4	966.2	1130.7	945.8	2024.2	1001.3	1019.8	1038.3
31/3	1391.5	1120.2	1335.5	1043.2	2316.5	1130.9	1160.1	1189.3
1/4	1169.2	1238.3	1280.4	1179.3	2417.6	1209.6	1219.7	1229.8
2/4	958	1195	1063.6	1216.7	2264.5	1170.7	1155.4	1140.1
3/4	580.8	1063.9	769.4	1129.5	1904.5	1021.4	985.4	949.4
4/4	416.8	826	498.8	945.0	1458.3	811.1	766.5	721.9
5/4	323.8	626.6	370.3	726.3	1102.3	619.5	583.9	548.3
6/4	263.2	479.5	293.5	553.1	842.7	475.2	449.2	423.3
7/4	221.8	374.5	242.5	427.0	658.2	371.7	353.2	334.8
8/4	176.4	299.5	199.1	337.0	520.3	295.6	281.8	268.1
9/4	172.3	240.7	174.4	270.1	424.6	241.4	231.8	222.2

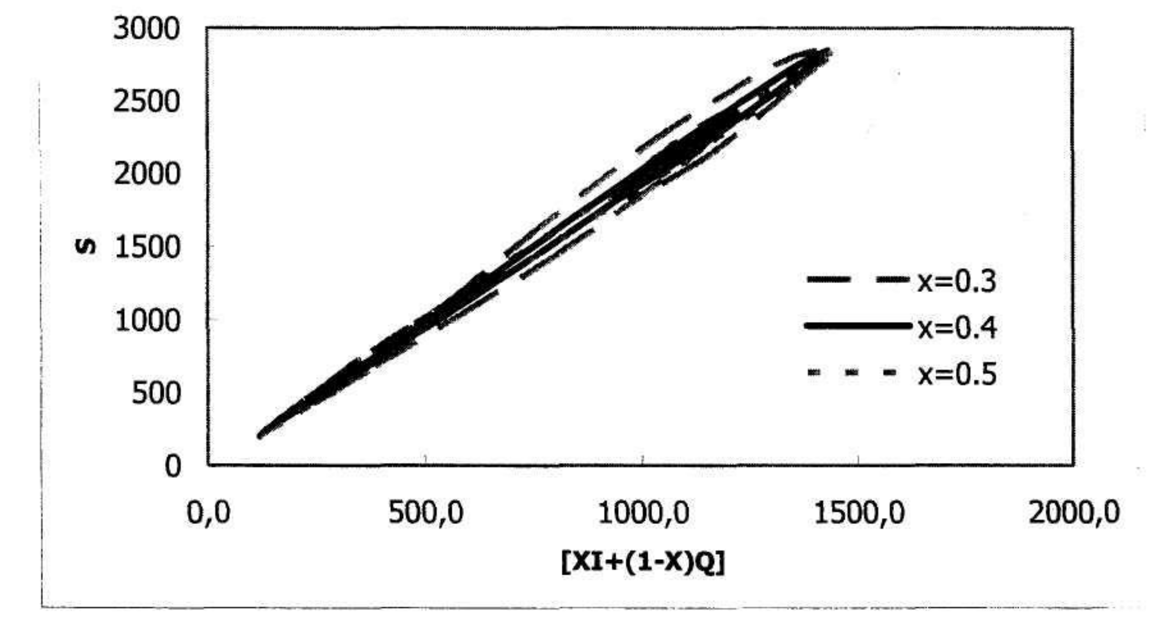
Λύση

Υπολογίζονται οι μέσες τιμές εισροής και εκροής για κάθε χρονική στιγμή, ως ημιάθροισμα της τρέχουσας και της προηγούμενης τιμής. Στη συνέχεια υπολογίζεται η αποθηκευτικότητα για κάθε χρονική στιγμή, με χρήση της εξίσωσης 7.21, η εφαρμογή της οποίας είναι αναδρομική. Κάθε χρονική στιγμή δηλαδή, η αποθηκευτικότητα της προηγούμενης χρονικής στιγμής προστίθεται στη διαφορά της μέσης εισροής από τη μέση εκροή, δηλαδή:

$$S_{j+1} = S_j + \Delta t\left[\frac{I_j + I_{j+1}}{2} - \frac{Q_j + Q_{j+1}}{2}\right] \qquad (7.22)$$

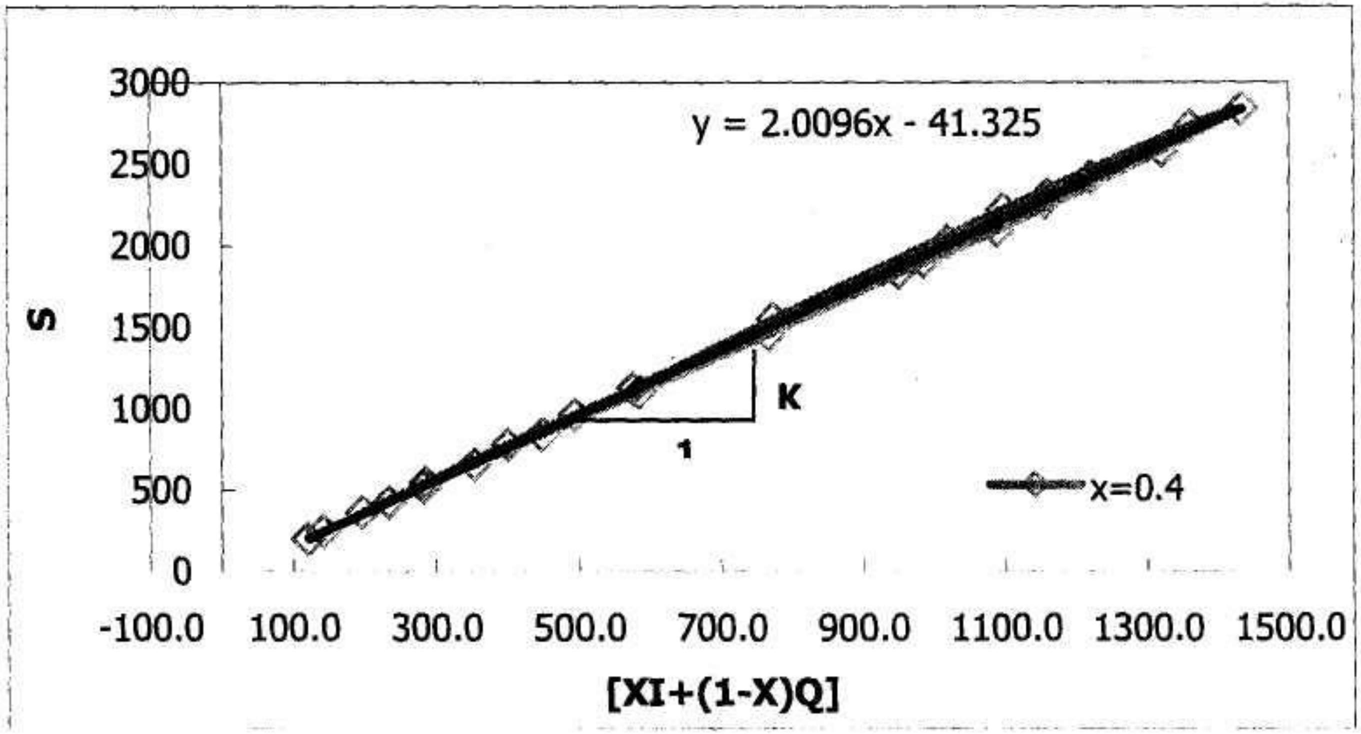
Στο συγκεκριμένο παράδειγμα επιλέγεται η έκφραση του μεγέθους *S* σε ημ·m^3/s, ώστε να αποφευχθούν οι μεγάλες τιμές. Σε κάθε υπολογισμό του S συνεπώς, η διαφορά *I*-*Q* πολλαπλασιάζεται με Δt =1 ημέρα.

Στη συνέχεια υπολογίζονται οι τιμές της ποσότητας *xI+(1-x)Q* για διάφορες τιμές του συντελεστή *χ* και χαράσσονται γραφικά τα ζεύγη τιμών *(S, xI+(1-x)Q),* για κάθε τιμή του *χ,* όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.8. Εδώ επιλέχθηκε το βήμα για τις δοκιμές του *χ* να είναι 0.1. Υπενθυμίζεται ότι το *χ* λαμβάνει τιμές έως 0.5.



Σχήμα 7.8 *Εύρεση της πιο κλειστής αναδιπλούμενης καμπύλης για διάφορες τιμές του x*

Τα ζεύγη τιμών *(S, xI+(1-x)Q)* σχηματίζουν αναδιπλούμενες καμπύλες από τις οποίες πρέπει να επιλεχθεί, αυτή που σχηματίζει τον πιο στενό βρόχο, τα σημεία της δηλαδή, διατάσσονται πλησιέστερα σε ευθεία. Αυτό, γιατί ζητείται μια μονοσήμαντη γραμμική σχέση μεταξύ των μεγεθών S και *xI+(1-x)Q,* που να ισχύει και για την άνοδο και για την πτώση της πλημμύρας. Στη συγκεκριμένη περίπτωση η τιμή του *χ* που δίνει το πιο στενό βρόχο είναι η *χ* = 0.4. Από την αντίστοιχη αναδιπλούμενη καμπύλη προκύπτει μια μέση τιμή του *K* = 2.0 ημέρες, ως κλίση της ευθείας που περιγράφει τη διάταξη των σημείων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.9.



Σχήμα 7.9 *Γραφικός προσδιορισμός της σταθεράς K για x=0.4.*

Παράδειγμα 7.3

Χρησιμοποιήστε τη μέθοδο Muskingum-Cunge, για τη διόδευση του πλημμυρογραφήματος του Πίνακα 7.4. Χρησιμοποιήστε τις τιμές So = *0.0001* και *Δχ = 872 km.* Η διατομή για παροχή *Q = 1698 m3/s* είναι ίση με *A=557m*^{2}, ενώ το πλάτος είναι ίσο με *T=18 m* και Δ*t = 1.0 ημέρα*

Πίνακας 7.4 *Πλημμυρογράφημα εισροής.*

Ημερομ.	I (m^3/s)	Ημερομ.	I (m^3/s)
16/3	166	28/3	646
17/3	264	29/3	1167
18/3	365	30/3	1427
19/3	580	31/3	1283
20/3	595	1/4	1099
21/3	663	2/4	765
22/3	920	3/4	459
23/3	1569	4/4	351
24/3	1775	5/4	289
25/3	1489	6/4	229
26/3	1223	7/4	170
27/3	714	8/4	143

Λύση

Υπολογίζεται αρχικό η ειδική απορροή:

$$q_0 = \frac{Q}{T} = \frac{1698}{18} = 94\, m^2 / s$$

και η μέση ταχύτητα:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{1698}{557} = 3.05\, m / s$$

ενώ η ταχύτητα του πλημμυρικού κύματος προκύπτει ίση με:

$$c = \frac{5}{3} V = 5.08\, m / s$$

Από την εξίσωση (7.38) υπολογίζονται οι σταθερές X και *K :*

$$x = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{94}{0.0001 \cdot 5.08 \cdot 872 \cdot 10^3}\right] \cong 0.4$$

$$K = \frac{\Delta x}{c} = \frac{872 \cdot 10^3}{5.08} = 171654\, s$$

και κατόπιν από τις εξισώσεις (7.35) έως (7.37) υπολογίζονται οι συντελεστές διόδευσης:

$$C_0 = -0.174$$
$$C_1 = 0.765$$
$$C_2 = 0.409$$

οι οποίοι αθροίζονται στη μονάδα. Να σημειωθεί ότι η τιμή της C_1 είναι πάντα θετική, ενώ αρνητικές τιμές της C_2 δεν είναι ιδιαίτερα προβληματικές. Αν και η C_0 είναι αρνητική σε αυτό το παράδειγμα, καλύτερα αυτό να αποφεύγεται.

Η διόδευση του υδρογραφήματος, παρουσιάζεται στον ακόλουθο πίνακα και είναι ανάλογη με τη μέθοδο διόδευσης κατά Muskingum. Η χρονοσειρά εισροής συμβολίζεται με $Q_{εισ}$ και η χρονοσειρά εκροής με $Q_{εκρ}$.

Η τάξη μεγέθους των απορροών και των χαρακτηριστικών διόδευσης του συγκεκριμένου παραδείγματος, είναι πολύ μεγαλύτερη από την τάξη των αντίστοιχων μεγεθών που συνήθως συναντάται στον ελλαδικό χώρο.

Πίνακας 7.5 *Διαδικασία υπολογισμού παροχής με μέθοδο Muskingum – Cunge.*

Ημερομ, t	$Q^{t+1}_{εισ}$	$C_0 Q^{t+1}_{εισ}$	$C_1 Q^{t}_{εισ}$	$C_2 Q^{t}_{εξ}$	$Q^{t+1}_{εξ}$
16/3	166	-	-	-	166
17/3	264	-46	127	68	149
18/3	365	-64	202	61	199
19/3	580	-101	279	81	260
20/3	595	-103	444	106	447
21/3	663	-115	455	183	522
22/3	920	-160	507	214	560
23/3	1569	-273	704	229	660
24/3	1775	-309	1200	270	1161
25/3	1489	-259	1358	475	1574
26/3	1223	-213	1139	644	1570
27/3	714	-124	936	642	1454
28/3	646	-112	546	595	1028
29/3	1167	-203	494	421	711
30/3	1427	-248	892	291	935
31/3	1283	-223	1092	382	1251
1/4	1099	-191	981	512	1302
2/4	765	-133	841	532	1240
3/4	459	-80	585	507	1012
4/4	351	-61	351	414	704
5/4	289	-50	269	288	506
6/4	229	-40	221	207	388
7/4	170	-30	175	159	304
8/4	143	-25	130	124	230

Παράδειγμα 7.4

Η εκροή Q και η αποθηκευτικότητα S για ένα ταμιευτήρα συνδέονται γραμμικά με τη σχέση $Q=S/10000$ όπου Q σε m^3/sec και S σε m^3. Να καθοριστεί ο ρυθμός εκροής από τον ταμιευτήρα στο τέλος της δεύτερης ώρας εάν η παροχή εισόδου στον ταμιευτήρα σ' αυτήν τη χρονική στιγμή είναι 500 m^3/sec. Αρχικά η παροχή εισόδου και η αποθηκευτικότητα είναι μηδέν.

Λύση

Χρησιμοποιείται η σχέση (7.42) για τις χρονικές τιμές της έναρξης του επεισοδίου (δείκτης 1) και του τέλους της δεύτερης ώρας (δείκτης 2). Στην έναρξη του επεισοδίου η αποθηκευτικότητα και η παροχή εξόδου είναι μηδενικές, συνεπώς:

$$\left(\frac{2S_2}{\Delta t}+Q_2\right)=(I_2+I_1)+\left(\frac{2S_1}{\Delta t}-Q_1\right)=(I_2+I_1)+0=(I_2+I_1)$$

και αφού η εισροή τη χρονική στιγμή 0 είναι: I_1=0 προκύπτει:

$$I_2 = \frac{2S_2}{\Delta t} + Q_2$$

Αντικαθιστώντας στην τελευταία σχέση τα δεδομένα:

Δt = 2 h = 7200s, I_2=500m^3/s, και S_2=10000*Q_2 προκύπτει:

500 * 7200=2 * 10000 * Q_2+*7200* * Q_2=27200 * Q_2

και τέλος, υπολογίζεται η ζητούμενη παροχή:

$$Q_2 = \frac{3600000}{27200} = 132.35 \text{ m}^3/\text{s}$$

Παράδειγμα 7.5

Να διοδευτεί το πλημμυρογράφημα που δίνεται στον Πίνακα 7.6 μέσω ενός ταμιευτήρα με τη μέθοδο Storage Indication όταν η σχέση ανάμεσα στα μεγέθη *2S/Δt+Q* και *Q* δίνεται στον Πίνακα 7.7. Αρχικά η αποθηκευτικότητα του ταμιευτήρα είναι μηδέν ($S_o=0$).

Πίνακας 7.6 *Πλημμυρογράφημα εισόδου.*

Χρόνος (hr)	Εισροές (m^3/sec)
0	0
1	30
2	60
3	90
4	120
5	150
6	180
7	135
8	90
9	45
10	0

Πίνακας 7.7 *Σχέση ανάμεσα στα μεγέθη 2S/Δt+Q και Q.*

Q (m^3 /sec)	2S/Δt +Q (m^3/sec)
0	0
10	50
20	115
30	200
40	320
50	530
60	880
65	1090

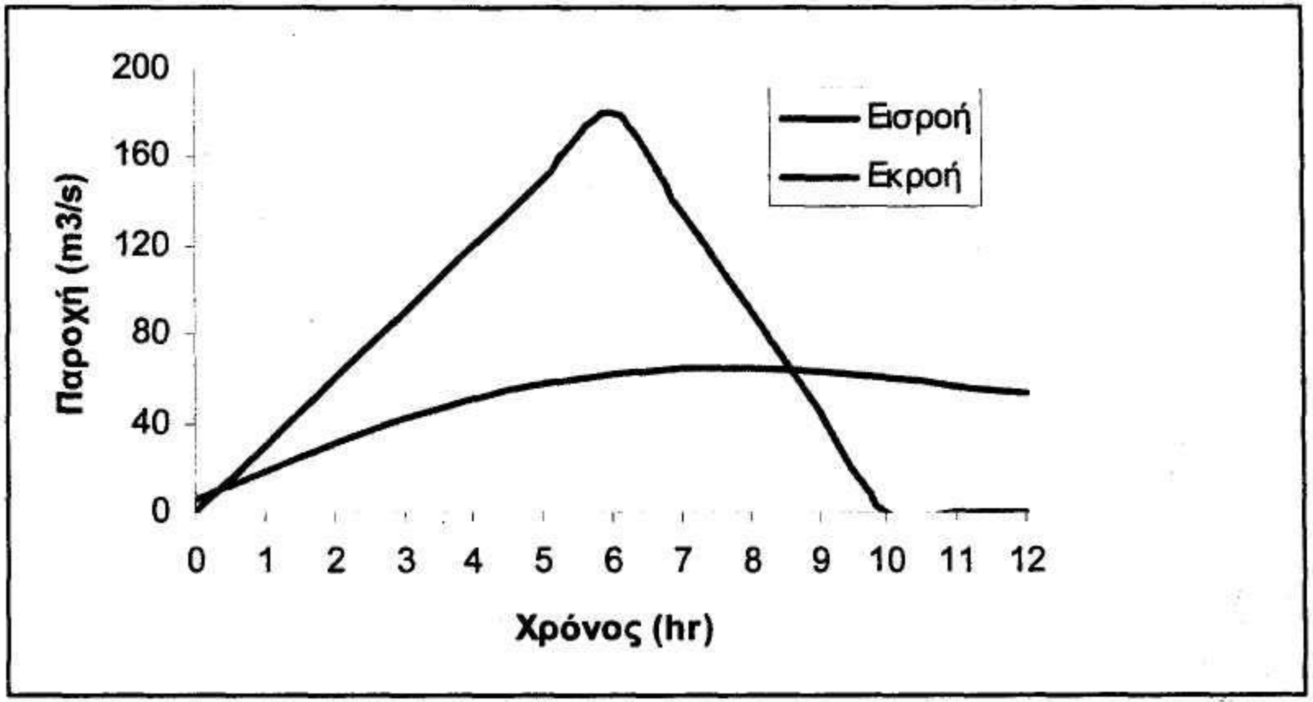
Λύση

Η διαδικασία επίλυσης συνοψίζεται στον ακόλουθο πίνακα. Οι τιμές της παροχής Q_{n+1} υπολογίζονται με γραμμική παρεμβολή στις τιμές του Πίνακα 7.7, με βάση τις τιμές της ποσότητας $2S/\Delta t+Q$. Στην τελευταία στήλη του πίνακα υπολογίζεται η αποθηκευτικότητα για κάθε χρονική στιγμή, από τις γνωστές τιμές των στηλών (6) και (7) και χρησιμοποιώντας το χρονικό βήμα Δt= 3600 s.

Πίνακας 7.8 *Διαδικασία διόδευσης δια ταμιευτήρα με τη μέθοδο Storage Indication.*

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Χρόνος (hr)	n	I_n (m^3/sec)	I_n+I_{n+1} (m^3/sec)	$2S_n/\Delta t-Q_n$ (m^3/sec)	$2S_{n+1}/\Delta t+Q_{n+1}$ (m^3/sec)	Q_{n+1} (m^3/sec)	S_{n+1} (m^3/sec)
0	1	0	30	0	30	6	12
1	2	30	90	18	108	18.9	44.5
2	3	60	150	70.2	220.2	31.7	94.2
3	4	90	210	156.8	366.8	42.2	162.3
4	5	120	270	282.3	552.3	50.6	250.8
5	6	150	330	451.1	781.1	57.2	361.9
6	7	180	315	666.7	981.7	62.4	459.6
7	8	135	225	856.9	1081.9	64.8	508.5
8	9	90	135	952.3	1087.3	64.9	511.2
9	10	45	45	957.4	1002.4	62.9	469.7
10	11	0	0	876.6	876.6	59.9	408.3
11	12	0	0	756.8	756.8	56.5	350.1
12	13	0	0	643.8	643.8	53.3	295.3

Η εκροή αιχμής των 64,9 m^3/sec σημειώνεται την 8η ώρα, είναι μετατοπισμένη δηλαδή κατά 2 hr σε σχέση με την αιχμή της εισροής. Τα πλημμυρογραφήματα εισροής και εκροής δίνονται στο Σχήμα 7.12.



***Σχήμα 7.12** Διόδευση δια ταμιευτήρα με τη μέθοδο Storage Indication.*