

4. ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΟΣ

ΔΙΑΧΡΟΝΙΚΗ ΑΞΙΑ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΟΣ

- Αυτό γίνεται αντιληπτό εάν σκεφθείτε ότι ένα ευρώ που δίνετε σήμερα αξίζει περισσότερο από ένα ευρώ το οποίο θα λάβετε σ' έναν χρόνο από σήμερα. Η ιδέα αυτή είναι συνδεδεμένη με την έννοια του τόκου και του κόστους ευκαιρίας του χρήματος.
- Το βασικό πρόβλημα που αντιμετωπίζουν οι χρηματοοικονομικοί διευθυντές είναι πώς να εκτιμήσουν τις **μελλοντικές χρηματοροές**.
- Έχω να διαθέσω κεφάλαια **σήμερα** για να δημιουργήσω μια νέα κλινική.
- Η κλινική όμως θα παράγει χρηματοροές στο **μέλλον**.
- Αν είχα ένα ευρώ σήμερα θα μπορούσα να το επενδύσω κερδίζοντας τόκο κατά τη διάρκεια του έτους.
- Έτσι θα έχω περισσότερο από ένα ευρώ μετά από ένα έτος.

ΠΛΗΡΩΜΕΣ ΤΟΚΩΝ

ΑΠΛΟΣ ΤΟΚΟΣ

- Πληρώνεται μόνο στο αρχικό κεφάλαιο. Το ποσό του απλού τόκου παραμένει σταθερό κάθε χρόνο.

ΑΝΑΤΟΚΙΣΜΟΣ – ΣΥΝΘΕΤΟΣ ΤΟΚΟΣ

- Οι τόκοι πληρώνονται πάνω στο αρχικό κεφάλαιο και πάνω στους προηγούμενους τόκους. Ο ανατοκισμός αποφέρει πάντα μεγαλύτερο εισόδημα σε σχέση με τον απλό τόκο με το πέρασμα των χρόνων. Το ποσό του σύνθετου τόκου αυξάνεται κάθε χρόνο.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΑΠΛΟΥ ΤΟΚΟΥ

- **Απλός τόκος = κατάθεση σήμερα × επιτόκιο ανά περίοδο × αριθμός περιόδων ($P_0 * \epsilon * n$)**
- Έστω κατάθεση €1.000 σε λογαριασμό με ετήσιο επιτόκιο 10% απλού δανείου για 3 έτη. Ποιός είναι ο τόκος στο τέλος της περιόδου?
- **Απλός τόκος = $1.000 \times 0,10 \times 3 = 300$ ευρώ**

ΠΑΡΟΥΣΑ ΚΑΙ ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΑΞΙΑ

- Η έννοια της αξίας του χρήματος σε σχέση με το χρόνο εκφράζεται με τις έννοιες της **μελλοντικής** και της **παρούσας αξίας**.
- Η εξέταση αυτών των εννοιών, θα γίνει για την περίπτωση ταμειακής εισροής (εκροής):
 - η οποία είτε περιλαμβάνει ένα μεμονωμένο χρηματικό ποσό,
 - είτε περιλαμβάνει μια ομοιόμορφη σειρά χρηματικών ποσών (ράντα).

ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΑΞΙΑ

- Αν ένα χρηματικό ποσό P_0 επενδυθεί για n έτη τότε η μελλοντική του αξία θα ισούται με,

$$F_n = P_0(1+\varepsilon)^n$$

όπου,

- F_n = μελλοντική αξία στο έτος n του χρηματικού ποσού που επενδύεται σήμερα,
- $(1+\varepsilon)^n$ = συντελεστής μελλοντικής αξίας ή ανατοκισμού ενός ευρώ λαμβανομένου στο έτος n .
- Για λόγους οικονομίας, ο συντελεστής $(1+\varepsilon)^n$ απεικονίζεται με $(F/P, \varepsilon\%, n)$.

ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΑΞΙΑ

- Η μελλοντική αξία είναι συνάρτηση του ε και n :
 - Δεδομένου του ε , η μελλοντική αξία αυξάνει καθώς αυξάνει ο χρόνος επένδυσης και αντίστροφα.
 - Δεδομένου του n , η μελλοντική αξία αυξάνει καθώς αυξάνει το ε , το αυξημένο ε παραμένει σταθερό για όλες τις χρονικές περιόδους και αντίστροφα.

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΛΟΥ ΤΟΚΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΤΟΚΙΣΜΟΥ

- Ισχύει ότι:

$$P(1 + \varepsilon)^n > P[(1 + \varepsilon * n)]$$

- Γιατί $(1 + \varepsilon)^n > [(1 + \varepsilon * n)]$ για $n > 1$
- Άρα ο τόκος της κεφαλαιοποίησης με ανατοκισμό είναι μεγαλύτερος από τον τόκο της απλής κεφαλαιοποίησης για $n > 1$.
- Για $n = 1$ ο τόκος της απλής κεφαλαιοποίησης είναι ίσος με τον τόκο κεφαλαιοποίησης του ανατοκισμού.

ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΑΞΙΑ

ΑΠΛΟΣ ΤΟΚΟΣ

- $F_1 = P_0 (1+\varepsilon) = 1.000 (1,07) = 1.070$ (πρώτη χρονιά)
- $F_2 = 1.000 (1,14) = 1.140$ (δεύτερη χρονιά)

ΑΝΑΤΟΚΙΣΜΟΣ

- $F_1 = P_0 (1+\varepsilon) = 1.000 (1,07) = 1.070$ (πρώτη χρονιά)
- $F_2 = P_0 (1+\varepsilon)^2 = 1.000 (1,07)^2 = 1.144,90$ (δεύτερη χρονιά)

ΚΕΡΔΙΣΑΜΕ ΕΠΙΠΛΕΟΝ **€4,90** ΣΤΟ 2ο ΧΡΟΝΟ ΜΕ ΤΟΝ
ΑΝΑΤΟΚΙΣΜΟ

ΧΡΗΣΗ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΠΕΡΙΟΔΟΣ	6%	7%	8%
1	1,060	1,070	1,080
2	1,124	1,145	1,166
3	1,191	1,225	1,260
4	1,262	1,311	1,360
5	1,338	1,403	1,469

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Πόση είναι η αξία κατάθεσης €10.000 σήμερα με ετήσιο επιτόκιο 6% για 5 χρόνια ;

➤ Με βάση τον τύπο: $F_n = P_0(1+\varepsilon)^n$

$$F_5 = 10.000 (1+0,06)^5 = €13.382,26$$

➤ Με βάση τους πίνακες :

$$F_5 = 10.000(1,338) = 13.380$$

ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΑΝΑΤΟΚΙΣΜΟΥ

ΓΕΝΙΚΟΣ ΤΥΠΟΣ

$$F_n = P_0(1 + [\varepsilon/m])^{m \cdot n}$$

- n : αριθμός περιόδων
- m : φορές ανατοκισμού το χρόνο
- ε : ετήσιο επιτόκιο

ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΑΝΑΤΟΚΙΣΜΟΥ

- Έστω κατάθεση €1.000 για 2 χρόνια με ετήσιο επιτόκιο 12%.

- ΕΤΗΣΙΟ $F_2 = 1.000(1+0,12)^2$
 $= 1.254,40$

- 6ΜΗΝΟ $F_2 = 1.000 (1+(0,12/2))^{2*2}$
 $= 1.262,48$

- 3ΜΗΝΟ $F_2 = 1.000 (1+(0,12/4))^{4*2}$
 $= 1.266,77$

- ΜΗΝΑΣ $F_2 = 1.000 (1+(0,12/12))^{12*2}$
 $= 1.269,73$

- ΗΜΕΡΑ $F_2 = 1.000 (1+(0,12/365))^{365*2}$
 $= 1.271,20$

ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ

- Η παρούσα αξία ενός μελλοντικού χρηματικού ποσού υπολογίζεται ως εξής:

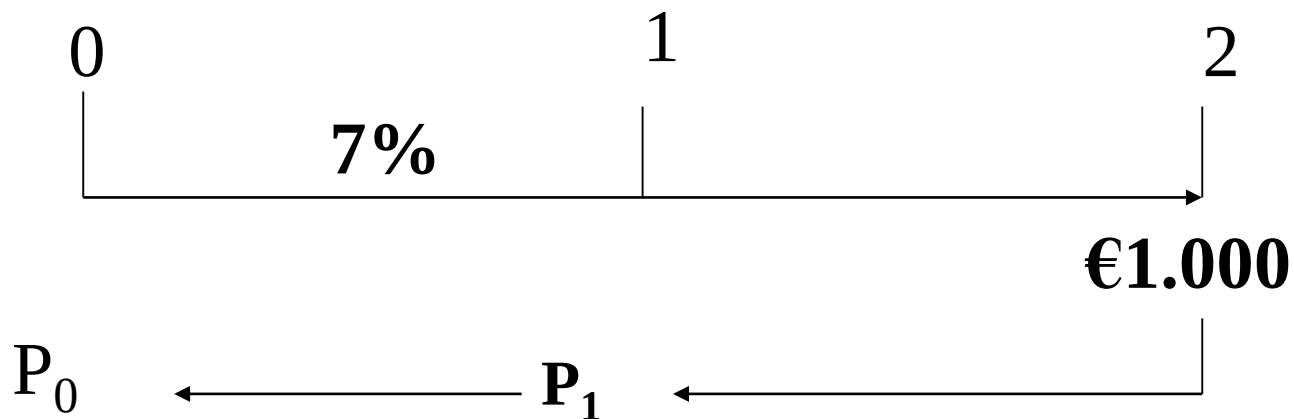
$$P_0 = \frac{F_n}{(1 + \varepsilon)^n} = F_n \left(\frac{1}{(1 + \varepsilon)^n} \right) = F_n \times (1 + \varepsilon)^{-n}$$

- όπου,
- P_0 = παρούσα αξία ενός μελλοντικού χρηματικού ποσού
- F_n = το χρηματικό ποσό που αναμένεται ότι θα εισπραχθεί στην χρονική περίοδο n .
- ε = το καθορισμένο ποσοστό απόδοσης, το οποίο λαμβάνεται ως σταθερό για την υπό εξέταση χρονική περίοδο.
- $1/(1+\varepsilon)^n$ = συντελεστής παρούσας αξίας ενός ευρώ που εισπράττεται στην χρονική περίοδο n ή ο **συντελεστής προεξόφλησης** που αντιστοιχεί στη χρονική περίοδο n .

Ο συντελεστής προεξόφλησης παρίσταται ως **(P/F, ε%,n)**

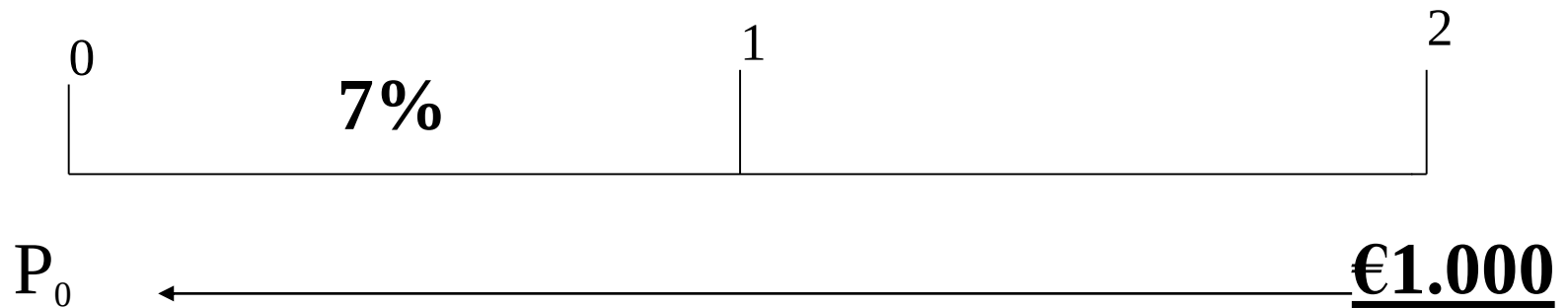
ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ

- Έστω ότι χρειαζόμαστε €1.000 σε δυο χρόνια.
Πόσα πρέπει να κατατεθούν σήμερα με επιτόκιο 7% και ετήσιο ανατοκισμό?



ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ

- $P_0 = F_2 / (1+\epsilon)^2 = €1.000 / (1,07)^2 = € 873,44$



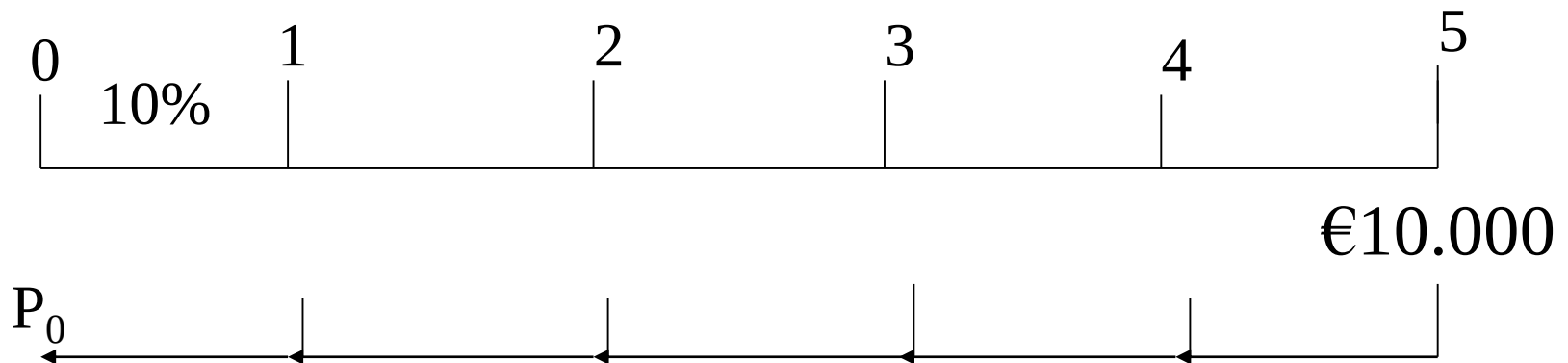
ΧΡΗΣΗ ΠΙΝΑΚΑ ΠΡΟΕΞΟΦΛΗΣΗΣ

- $P_2 = 1.000 (0,873) = 873$

ΠΕΡΙΟΔΟΣ	6%	7%	8%
1	0,943	0,935	0,926
2	0,890	<u>0,873</u>	0,857
3	0,840	0,816	0,794
4	0,792	0,763	0,735
5	0,747	0,713	0,681

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

- Ποιο είναι το ποσό κατάθεσης που πρέπει να γίνει σήμερα με στόχο να εισπραχθούν €10.000 σε 5 έτη με επιτόκιο 10%?



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

- ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΝ ΤΥΠΟ:

$$P_0 = F_n / (1 + \varepsilon)^n$$

$$\begin{aligned} P_0 &= €10.000 / (1 + 0,10)^5 \\ &= €6.209,21 \end{aligned}$$

- ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΝ ΠΙΝΑΚΑ:

$$\begin{aligned} P_0 &= €10.000 (0,621) \\ &= 6.210 \end{aligned}$$

PANΤΕΣ

- Η καταβολή (εκροή) ή είσπραξη (εισροή) του ίδιου χρηματικού ποσού σε ίσα χρονικά διαστήματα (ίσες χρονικές περιόδους) καλείται **ομοιόμορφος σειρά χρηματικών ποσών** (uniform series) ή **ράντα**. Αν το χρονικό διάστημα είναι το έτος, το χρηματικό ποσό είναι **A** και η διάρκεια **n** τότε έχουμε ομοιόμορφη σειρά ετήσιου ύψους **A** και διάρκειας **n** .
- **ΛΗΞΙΠΡΟΘΕΣΜΗ / ΚΑΝΟΝΙΚΗ:** Οι πληρωμές (ή οι εισπράξεις) γίνονται στο τέλος της περιόδου.
- **ΠΡΟΚΑΤΑΒΛΗΤΕΑ / ΑΜΕΣΗ:** Οι πληρωμές (ή οι εισπράξεις) γίνονται στην αρχή της περιόδου.

ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΑΞΙΑ ΠΑΝΤΑΣ

- Ας υποθέσουμε ότι η επιχείρηση επενδύει ένα χρηματικό ποσό ίσο με A κάθε έτος για n έτη το δε ποσοστό απόδοσης είναι ίσο με ε τότε η επιχείρηση στο τέλος του έτους θα έχει χρηματικό ποσό ίσο με:

$$F = A(1+\varepsilon)^{n-1} + A(1+\varepsilon)^{n-2} + \dots + A(1+\varepsilon) + A$$

- Αν πολλαπλασιάσουμε και τα δύο μέλη της παραπάνω σχέσης με $(1+\varepsilon)$ λαμβάνουμε:

$$(1+\varepsilon)F = A[(1+\varepsilon)^n + (1+\varepsilon)^{n-1} + \dots + (1+\varepsilon)^2 + (1+\varepsilon)]$$

ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΑΞΙΑ ΠΑΝΤΑΣ

- Αν τώρα αφαιρέσουμε από την παραπάνω σχέση την πρώτη και προβούμε στις κατάλληλες απλοποιήσεις έχουμε:

$$(1+\varepsilon)F - F = A[(1+\varepsilon)^n - 1]$$

ή

$$\varepsilon F = A[(1+\varepsilon)^n - 1]$$

ή

$$F = A[((1+\varepsilon)^n - 1)/\varepsilon]$$

- όπου,
- $[(1+\varepsilon)^n - 1]/\varepsilon =$ **συντελεστής μελλοντικής αξίας** ενός ευρώ που επενδύεται κάθε έτος για n έτη.
- Ο συντελεστής αυτός μπορεί να παρασταθεί με **$(F/A, \varepsilon\%, n)$** .

ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ ΠΑΝΤΑΣ

- Ας υποθέσουμε ότι η διοίκηση της επιχείρησης, λαμβάνει το ίδιο χρηματικό ποσό κάθε έτος, που είναι ίσο με A , για n έτη, το ποσοστό απόδοσης (σταθερό ποσοστό απόδοσης) είναι ίσο με ε , και επιθυμεί να προσδιορίσει την αξία της ομοιόμορφης αυτής σειράς στην παρούσα χρονική στιγμή. Η παρούσα αξία θα είναι ίση με:

$$P = (A)/(1+\varepsilon) + (A)/(1+\varepsilon)^2 + \dots + (A)/(1+\varepsilon)^n$$

- Αν πολλαπλασιάσουμε και τα δύο μέλη της παραπάνω σχέσης επί $1/(1+\varepsilon)$ λαμβάνουμε,

$$(P)/(1+\varepsilon) = A[(1)/(1+\varepsilon)^2 + (1)/(1+\varepsilon)^3 + (1)/(1+\varepsilon)^4 + \dots + (1)/(1+\varepsilon)^{n-1}]$$

ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ ΠΑΝΤΑΣ

- Αν τώρα αφαιρέσουμε από την πρώτη παράσταση την παραπάνω και προβούμε στις κατάλληλες απλοποιήσεις έχουμε:

$$P - \frac{P}{(1+\varepsilon)} = A \left[\frac{1}{(1+\varepsilon)} - \frac{1}{(1+\varepsilon)^{n+1}} \right]$$

$$\text{ή} \quad P(1+\varepsilon) - P = A \left[1 - \frac{1}{(1+\varepsilon)^n} \right]$$

$$\text{ή} \quad P\varepsilon = A[1 - (1+\varepsilon)^{-n}]$$

$$\text{ή} \quad P = A \left[\frac{1 - (1+\varepsilon)^{-n}}{\varepsilon} \right] = A \left[\frac{(1+\varepsilon)^n - 1}{\varepsilon(1+\varepsilon)^n} \right]$$

- όπου,
- $[1 - (1+\varepsilon)^{-n}] / \varepsilon =$ **συντελεστής παρούσης αξίας** ενός ευρώ που εισπράττεται κάθε έτος.

ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ ΔΙΗΝΕΚΟΥΣ ΡΑΝΤΑΣ

- Εάν το πλήθος των όρων μιας ράντας είναι άπειρο, τότε η παρούσα αξία της διηνεκούς ράντας ισούται με το σταθερό χρηματικό ποσό (A) προς το ποσοστό απόδοσης.
- Παρούσα αξία διηνεκούς ράντας = A/ε