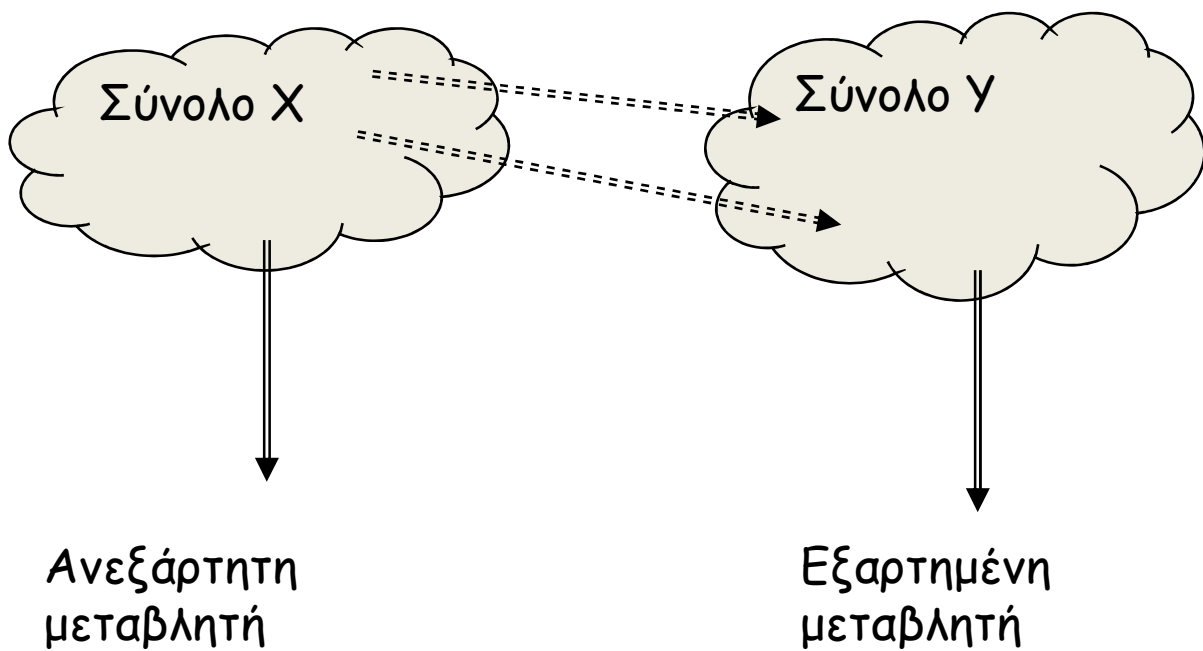


Συναρτήσεις

- Σχέση μεταξύ δύο συνόλων, ώστε κάθε στοιχείο του πρώτου, να αντιστοιχεί σε ένα μόνο στοιχείο του δευτέρου συνόλου. Εκφράζεται με κάποιον «κανόνα», συνήθως με μαθηματικό «τύπο».



Παράδειγμα

- Συνάρτηση που περιγράφεται από μια ισότητα (εξίσωση)
 - $y=4x+2$
- Συνάρτηση που περιγράφεται λεκτικά
 - Η τιμή της βενζίνης σε ένα βενζινάδικο είναι η τιμή αγοράς αυξημένη με τον ειδικό φόρο κατανάλωσης (0,7 e/lt) και το περιθώριο κέρδους του ιδιοκτήτη (0,10 e/lt) Στο ποσό αυτό επιβάλλεται ΦΠΑ 24%.

Υπολογισμός εξαρτημένης μεταβλητής

$$y=4x+2$$

$$- x=4 \quad y=.....$$

$$- x=1,5 \quad y=.....$$

$$- x=-2 \quad y=.....$$

$$- X=0.6 \quad y=.....$$

Υπολογισμός εξαρτημένης μεταβλητής

Η τιμή της βενζίνης σε ένα βενζινάδικό είναι η τιμή αγοράς αυξημένη με τον ειδικό φόρο κατανάλωσης (0,7 e/lt) και το περιθώριο κέρδους του ιδιοκτήτη (0,10 e/lt) Στο ποσό αυτό επιβάλλεται ΦΠΑ 24%.

Τιμή αγοράς	τιμή βενζίνης ...
– 2	=.....
– 1,5	=.....
– 0.6	=.....

Συναρτήσεις πεπλεγμένες

Δεν είναι ξεκάθαρο ποια είναι η ανεξάρτητη
και ποια η εξαρτημένη μεταβλητή
 x, y αλληλοεξαρτώνται

Πχ εκδρομή 2 ατόμων με ΙΧ
 x Έξοδα για μετακίνηση διαμονή
 y Έξοδα για φαγητό/άτομο/μέρα
500 Διαθέσιμα χρήματα για εκδρομή

Σχέση **$x+4y= 500$**

Αν η μετακίνηση στοιχίσει 150 ευρώ πόσα
χρήματα για φαγητό; Αν το φαγητό είναι
30 ευρώ/άτομο/μέρα πόσα χρήματα για
μετακίνηση;

Συναρτήσεις πεπλεγμένες - απλοποίηση

x Έξοδα για μετακίνηση διαμονή

y Έξοδα για φαγητό/άτομο/μέρα

500 Διαθέσιμα χρήματα για εκδρομή

Σχέση **$x+4y= 500$**

Αν η μετακίνηση στοιχίσει 150 ευρώ πόσα χρήματα για φαγητό; Αν το φαγητό είναι 30 ευρώ/άτομο/μέρα πόσα χρήματα για μετακίνηση;

y χρήματα για φαγητό ανά άτομο

(αν γνωρίζουμε τα έξοδα μετακίνησης)

Συνάρτηση $y= (500-x)/4 \Leftrightarrow \mathbf{y=125-1/4 x}$

x χρήματα για μετακίνηση

(αν γνωρίζουμε τα έξοδα φαγητού)

Συνάρτηση **$x= 500-4y$**

Γραφική παράσταση

- Συνάρτηση που περιγράφεται από μια ισότητα (εξίσωση)
 $y=4x+2$

x y

-2 -6

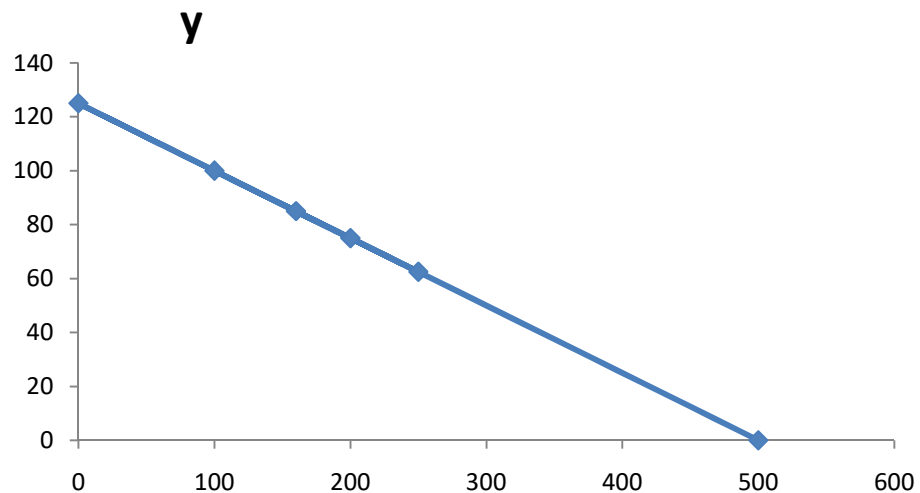
0 2

1 6

2 10

3 14

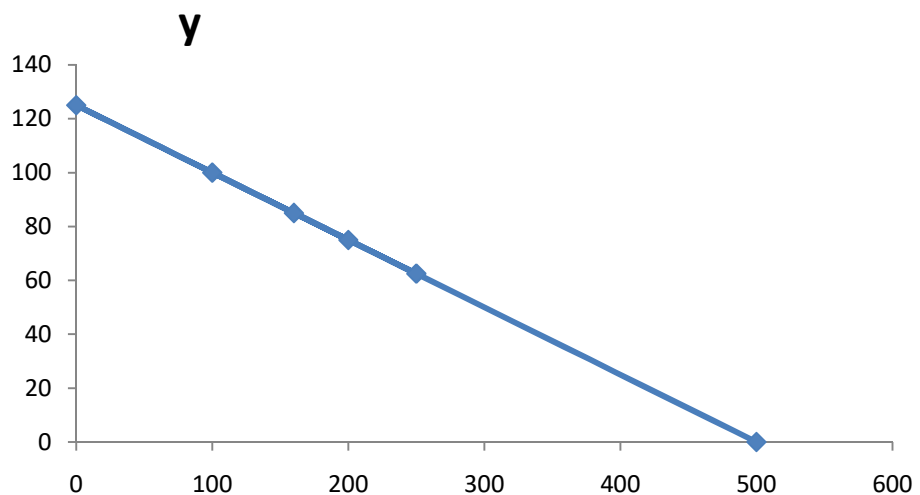
10 42



Γραφική παράσταση

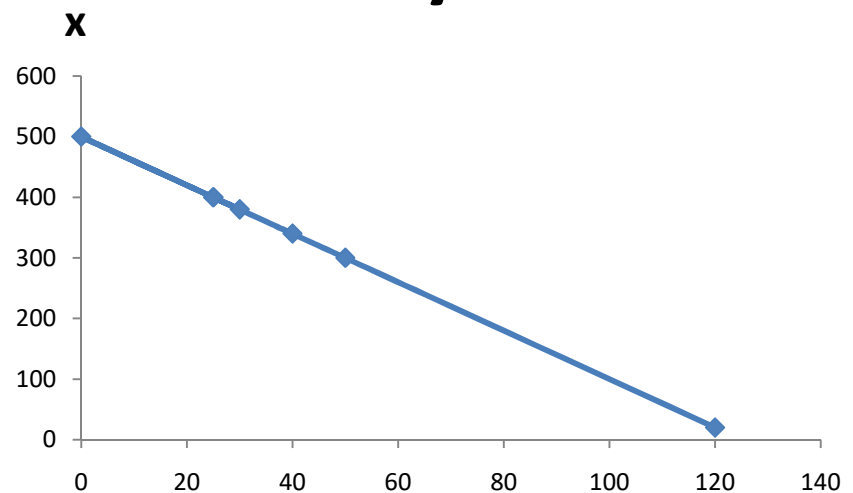
- Συνάρτηση που περιγράφεται από μια ισότητα (εξίσωση) $x+4y=500 \Leftrightarrow y=125-1/4 x$

x	y
500	0
0	125
200	75
160	85
250	62,5
100	100



- $x+4y=500 \Leftrightarrow x=500-4y$

y	x
25	400
30	380
0	500
40	340
50	300
100	100



Συμβολισμός συνάρτησης

- $y=f(x)$

- $g(x)$

- $f(P)$

- $h(x)$

- $G(y)$

Αναμνήσεις.... από σχολείο

- ‘Πραγματική’ συνάρτηση
- Πεδίο ορισμού
- Πεδίο τιμών
- Σταθερή συνάρτηση
- Συνάρτηση 1-1
- Αντίστροφη συνάρτηση
- Σύνθετη συνάρτηση
- Γραφική παράσταση
- Αύξουσα ή φθίνουσα συνάρτηση
- Συνεχής συνάρτηση

Μαθηματικό υπόδειγμα (μοντέλο)



- **Οικονομικά φαινόμενα**

Πολύπλοκα και εξαρτώμενα από πολλούς απρόβλεπτους παράγοντες



- **Απλούστευση**

Σημαντικότερες σχέσεις και παράγοντες.

- **Υποθέσεις οικονομικής θεωρίας**

Τρόποι επηρεασμού παραγόντων.



- **Μεταβλητές οικονομικών μεγεθών**

Μεγέθη οι τιμές των οποίων μπορούν να μεταβάλλονται.



- **Σταθερές**

Μεγέθη οι τιμές των οποίων δεν μεταβάλλονται για την περίοδο που μελετάμε.



- **Δημιουργία μαθηματικού μοντέλου**

Διατύπωση των υποθέσεων με μεταβλητές και εξισώσεις μεταξύ των σταθερών παραγόντων και των μεταβλητών.



Δημιουργία συνάρτησης (μοντέλο) ζήτησης

Οικονομικό πρόβλημα

Έστω ότι θέλουμε να καλλιεργήσουμε πατάτες και θέλουμε να εκτιμήσουμε τη ζήτηση πατάτας στην περιοχή μας, ώστε να υπολογίσουμε τις πιθανές πωλήσεις μας.

Παράγοντες που επηρεάζουν τη ζήτηση πατάτας;

Πρέπει να σκεφτούμε και να καταγράψουμε τι επηρεάζει τη ζήτηση και αν μπορούμε να το προβλέψουμε, αν μπορούμε να το αλλάξουμε ή όχι

Δημιουργία συνάρτησης ζήτησης

Οικονομικό πρόβλημα

Έστω ότι θέλουμε να καλλιεργήσουμε πατάτες
και θέλουμε να εκτιμήσουμε τη ζήτηση πατάτας
στην περιοχή μας, ώστε να υπολογίσουμε τις
πιθανές πωλήσεις μας.

Παράγοντες που επηρεάζουν τη ζήτηση πατάτας;

<u>Παράγοντας</u>	<u>Μεταβάλλεται (ναι /όχι)</u>
-------------------	--------------------------------

Ζήτηση	
--------	--

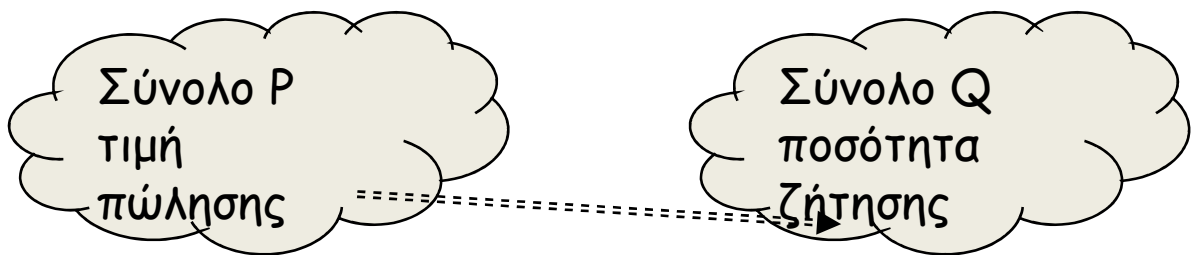
Τιμή	
------	--

Προτιμήσεις	
-------------	--

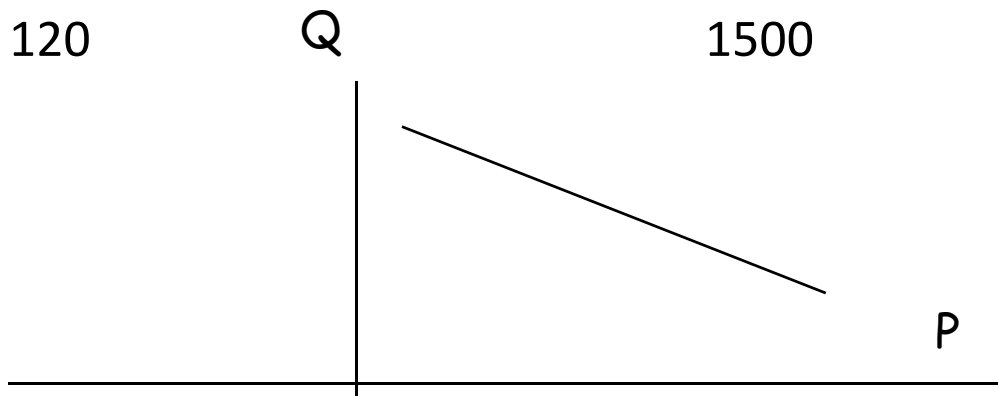
Ποιότητα	
----------	--

Συνήθειες	
-----------	--

καταγραφή συνάρτησης ζήτησης



• P Λεπτά ανά κιλό	Q κιλά πωλούμενα
• 50	2000
• 40	2500
• 20	3300
• 80	1800
• 120	1500



μορφή σχέσης (συνάρτησης)

$$Q(P) = \alpha - \beta * P \quad \alpha, \beta \text{ αριθμοί}$$

Συνάρτηση εσόδων

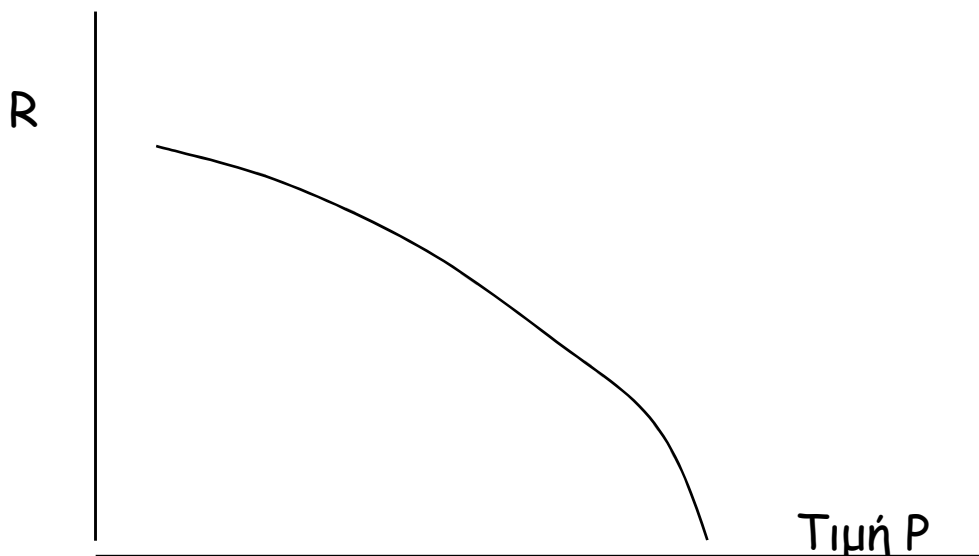
- Αν πουλήσουμε ποσότητα Q με τιμή P τότε τα έσοδά μας R θα είναι

Εσοδα = ποσότητα $\times$ τιμή

- $R(P) = Q * P$

Αντικαθιστούμε το Q

$$R(P) = (a - \beta * P) * P = \alpha P - \beta P^2$$



Συνάρτηση εξόδων κερδών

- Αν τα έξοδα μας για την παραγωγή της ποσότητας Q είναι συνάρτηση της ποσότητας με σχέση

$$C=f+m*Q \text{ όπου } f,m \text{ αριθμοί}$$

τότε τα κέρδη μας θα είναι

- Κέρδη= Εσοδα - Εξοδα
- $R-C=aP-\beta P^2 -f -m*Q=$
 $=a P-\beta P^2 -f -m*(\alpha-\beta*P)=$
 $=\alpha P-\beta P^2 -f -m*\alpha-m*\beta*P$
 - Συνάρτηση της τιμής 2^{ου} βαθμού
- Για ποια τιμή έχουμε τα μέγιστα κέρδη;

Οικονομικές συναρτήσεις

- συνάρτηση ζήτησης πχ
 $Q(P) = 40 - 2 * P$ ή πιο απλά
- $Q = 40 - 2 * P$
- συνάρτηση κόστους πχ
 $C(Q) = 150 + 30 * Q$ ή πιο απλά
- $C = 150 + 30 * Q$
- συνάρτηση εσόδων
γινόμενο τιμή επί ποσότητα
- $R(P) = P * Q(P)$ ή $R(Q) = P(Q) * Q$
- πιο απλά $R = P * Q$

Άσκηση

- Βρείτε τη συνάρτηση κερδών, όταν η συνάρτηση κόστους είναι
 $C(Q) = 150 + 30Q$
και η συνάρτηση ζήτησης είναι
 $Q(P) = 40 - 2P$.
- Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση των κερδών σε σχέση με την τιμή.

Σημείο ισορροπίας

- Σημείο ή κατάσταση ισορροπίας στην οικονομία, εννοούμε την κατάσταση εκείνη κατά την οποία οι μεταβλητές που μελετούμε δεν έχουν λόγο να μεταβληθούν.
- Οι εξισώσεις ισορροπίας εκφράζουν τις συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται για να έχουμε την ισορροπία.
- Η πιο γνωστή εξίσωση ισορροπίας είναι η περίπτωση που η προσφερόμενη προς πώληση ποσότητα ενός αγαθού είναι ίση με τη ζητούμενη ποσότητα. $Q_d = Q_s$. Όταν η ισχύει η εξίσωση αυτή, η τιμή παραμένει σταθερή.
- Άλλη περίπτωση ισορροπίας είναι όταν τα έσοδα ισούνται με το κόστος, οπότε έχουμε το λεγόμενο «νεκρό σημείο» μιας επιχείρησης.

Άσκηση

- Βρείτε την τιμή ισορροπίας όταν η συνάρτηση προσφοράς είναι $Q_s = 10 + 3P$ και η συνάρτηση ζήτησης είναι $Q_d = 40 - 2P$.

Ζήτηση κι προσφορά

- Δίνονται οι παρακάτω συναρτήσεις ζήτησης (Q_D) και προσφοράς (Q_S) που χαρακτηρίζουν μία αγορά

$$Q_D(p) = 14 - 2p \quad Q_S(p) = 4 + 3p.$$

Να βρεθεί το πεδίο ορισμού και να σχεδιαστούν στην ίδια γραφική παράσταση οι δύο συναρτήσεις.

- Σημείο ισορροπίας
- $Q_D(p) = Q_S(p) \Leftrightarrow$
- $14 - 2p = 4 + 3p \Leftrightarrow p = 2$ και $Q = 10$.

Άσκηση

- Βρείτε την τιμή ισορροπίας (νεκρό σημείο) όταν η συνάρτηση κόστους είναι $C=150 + 30 Q$

και η συνάρτηση ζήτησης είναι $Q=40-2 P$.

Ασκήσεις

1. Να γίνει η γραφική απεικόνιση της συνάρτησης $g(x)=5-2x$ όταν οι τιμές του x είναι θετικές.
2. Να βρεθούν τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των παρακάτω συναρτήσεων (ευθειών) $y=2x-10$ και $y=-3x+6$
3. Να γραφεί ο τύπος της συνάρτησης φόρου για μια επιχείρηση σε σχέση με τα κέρδη της, όταν ο φόρος είναι το 25% των κερδών έως 40.000 ευρώ και για άνω των 40.000 γίνεται 30% των επιπλέον κερδών.
α) Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση.
β) Είναι η συνάρτηση φόρου συνεχής;
4. Η σχέση $y=15-5x$ μπορεί να αντιστοιχεί σε συνάρτηση ζήτησης ενός προϊόντος; Ποια θα είναι η συνάρτηση εσόδων; Πως θα μεταβάλλεται όταν η τιμή x αυξηθεί κατά μία μονάδα;
5. Δίνονται οι παρακάτω συναρτήσεις ζήτησης (Q_D) και προσφοράς (Q_S) που χαρακτηρίζουν μία αγορά
 $Q_D(p)= 24-3p$ $Q_S(p)=16+2p$.
6. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού , να σχεδιαστούν στην ίδια γραφική παράσταση οι δύο συναρτήσεις και να βρεθεί το σημείο ισορροπίας. Τι θα συμβεί αν η συνάρτηση ζήτησης αλλάξει και γίνει $Q_D(p)= 24-4p$