



# Αρχή Βάρους Εντροπίας (Entropy Weight Principle)

Σπηλιώτης Μ. Επ. Καθ-Θ.Μπάκας ΥΔ

# Τι είναι εντροπία

- ▶ Η εντροπία είναι μια θερμοδυναμική έννοια που προτάθηκε από τον Γερμανό φυσικό R. Clausius το 1865.
- ▶ Περιγράφει την αταξία ή το χάος ενός θερμοδυναμικού συστήματος και είναι παράμετρος κατάστασης της ύλης.
- ▶ Μετρά την αβεβαιότητα των σημάτων στις πληροφορίες και υπολογίζει τη σχετική βαρύτητα μεταξύ των χαρακτηριστικών.
- ▶ Όσο μικρότερη είναι η εντροπία του αξιολογούμενου κριτηρίου πληροφόρησης, τόσο μεγαλύτερο είναι το βάρος του κριτηρίου πληροφόρησης υποθέτοντας ότι όλες οι πηγές πληροφοριών είναι αξιόπιστες.

# Βαρύτητες

- ▶ Ερωτηματολόγια, διμερείς συγκρίσεις
- ▶ Dematel (σχέση αιτίου-αιτιατού), αξιοποίηση λεκτικής πληροφορίας
- ▶ Με δάνεια από τη φυσική π.χ. εντροπία.



Κριτήριο με μεγάλη ομοιογένεια  
στην επίδοση μεταξύ των  
εναλλακτικών->  
Μεγάλη εντροπία -> μικρή  
βαρύτητα

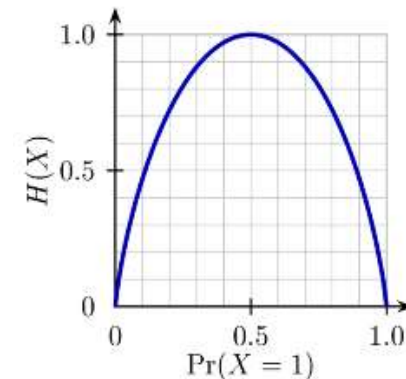
# Εντροπία πληροφοριών

- ▶ Έστω μία δοκιμή Bernoulli με πιθανότητα επιτυχίας  $p$ . Συγκεκριμένα μπορούμε να θεωρήσουμε ένα δοχείο με  $N$  μπάλες,  $Np$  από τις οποίες είναι λευκές και  $N(1-p)$  μαύρες από το οποίο επιλέγουμε τυχαία μία μπάλα. Αν όλες οι μπάλες είναι λευκές ή όλες είναι μαύρες ( $p=1$  ή  $p=0$  αντίστοιχα), τότε ξέρουμε με σιγουριά το αποτέλεσμα του πειράματος και η εντροπία είναι 0. -Τη μέγιστη αβεβαιότητα για το αποτέλεσμα την έχουμε όταν οι μισές μπάλες είναι λευκές και οι μισές μαύρες,  $p=0,5$ .

Έστω η τυχαία μεταβλητή  $X$  μπορεί να πάρει  $n$  τιμές που είναι ισοπίθανες μεταξύ τους,  $p=1/n$ . Η εντροπία τότε είναι:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \log_2 \frac{1}{n} = \log_2 n.$$

[https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%95%CE%BD%CF%84%CF%81%CE%BF%CF%80%CE%AF%CE%B1\\_%CF%80%CE%BB%CE%B7%CF%81%CE%BF%CF%86%CE%BF%CF%81%CE%B9%CF%8E%CE%BD](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%95%CE%BD%CF%84%CF%81%CE%BF%CF%80%CE%AF%CE%B1_%CF%80%CE%BB%CE%B7%CF%81%CE%BF%CF%86%CE%BF%CF%81%CE%B9%CF%8E%CE%BD)



# Βήματα Μεθόδου Εντροπίας (για προσδιορισμό βάρους κριτηρίων/ιδιοτήτων)

- ▶ Κανονικοποίηση του πίνακα αποφάσεων.

$$r_j^i = \frac{x_j^i}{\sum_{i=1}^n (x_j^i)}$$

Σχέση

Κανονικοποίηση  
Παραγωγή  
κατανομής  
πιθανότητας

- ▶ Υπολογισμός της εντροπίας (πληροφοριών).

$$e_j = -K \cdot \sum_{i=1}^n r_j^i \ln r_j^i$$

Σχέση 2

- ▶ Υπολογισμός της απόκλισης(deviation).  $d_j = 1 - e_j$

Σχέση 2

Βαρύτητα ενάντια  
στην εντροπία

- ▶ Υπολογισμός του διανύσματος βάρους.

$$w_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^m d_j}$$

Σχέση

j: κριτήριο  
i:  
εναλλακτική

# Παράδειγμα εφαρμογής με τυχαία νούμερα

6

Πίνακας 1

Criteria->	C1	C2	C3	C4
A	250	16	12	5
B	200	16	8	3
C	300	32	18	4
D	275	32	8	4
E	225	16	16	2

# Βήμα 1 Κανονικοποίηση

Πίνακας 2

Criteria->	C1	C2	C3	C4
A	250	16	12	5
B	200	16	8	3
C	300	32	18	4
D	275	32	8	4
E	225	16	16	2
Sum	1250	112	60	18

$$r_j^i = \frac{x_j^i}{\sum_{i=1}^m (x_j^i)}$$



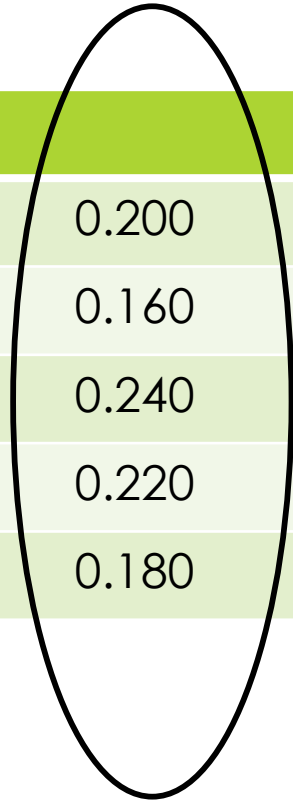
# Βήμα 1 Κανονικοποίηση

8

Πίνακας 3

Criteria->	C1	C2	C3	C4
A	0.200	0.1429	0.2000	0.2778
B	0.160	0.1429	0.1333	0.1667
C	0.240	0.2857	0.2667	0.2222
D	0.220	0.2857	0.1333	0.2222
E	0.180	0.1429	0.2667	0.1111

Alternatives





# Βήμα 2 Υπολογισμός εντροπίας

Πίνακας 4

Criteria->	C1	C2	C3	C4
A	$0.2 \cdot \ln(0.2) = -0.32189$	-0.27799	-0.32189	-0.35581
B	-0.29321	-0.27799	-0.26865	-0.29863
C	-0.34251	-0.35793	-0.35247	-0.33424
D	-0.33311	-0.35793	-0.26865	-0.33424
E	-0.30866	-0.27799	-0.35247	-0.24414
$\sum_{l=1}^n r_j^l \ln r_j^l$	-1.59938	-1.54983	-1.56413	-1.56706
$e_j = -K \cdot \sum_{l=1}^n r_j^l \ln r_j^l$	0.99375	0.96296	0.97185	0.97367

Το Κ προκύπτει από την σχέση 5

$$K = \frac{1}{\ln(n)} = \frac{1}{\ln(5)} \text{ σχέση 5}$$

n: αριθμός  
εναλλακτικών

# Βήμα 3 Υπολογισμός απόκλισης και βάρους

10

Πίνακας 5

Criteria->	C1	C2	C3	C4
$E_j$	0.99375	0.96296	0.97185	0.97367
$d_j=1-E_j$	0.00625	0.03704	0.02815	0.02633
$W_j$	$0.00625/0.09777$ $=0.0639154$	$0.03704/0.09777$ $=0.378831278$	$0.02815/0.09777$ $=0.287921$	$0.02633/0.09777$ $=0.269333$

Sum=0.09777

# Βιβλιογραφικές πηγές

- ▶ Chen, C. H. (2020). A novel multi-criteria decision-making model for building material supplier selection based on entropy-AHP weighted TOPSIS. *Entropy*, 22(2), 259.
- ▶ Deligiorgis, S., Tzimopoulos, C., & Evangelides, C. (2015). Dam location selection in the basin of Nestos river using multicriteria analysis. *Environmental Processes*, 2(1), 101-111.
- ▶ Zhu, Y., Tian, D., & Yan, F. (2020). Effectiveness of entropy weight method in decision-making. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020.