ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΠΡΟΓΡ. ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΥΔΡΟΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΩΝ»

Μοντελοποίηση, Πρόβλεψη και Διαχείριση Κινδύνων Πλημμυρών

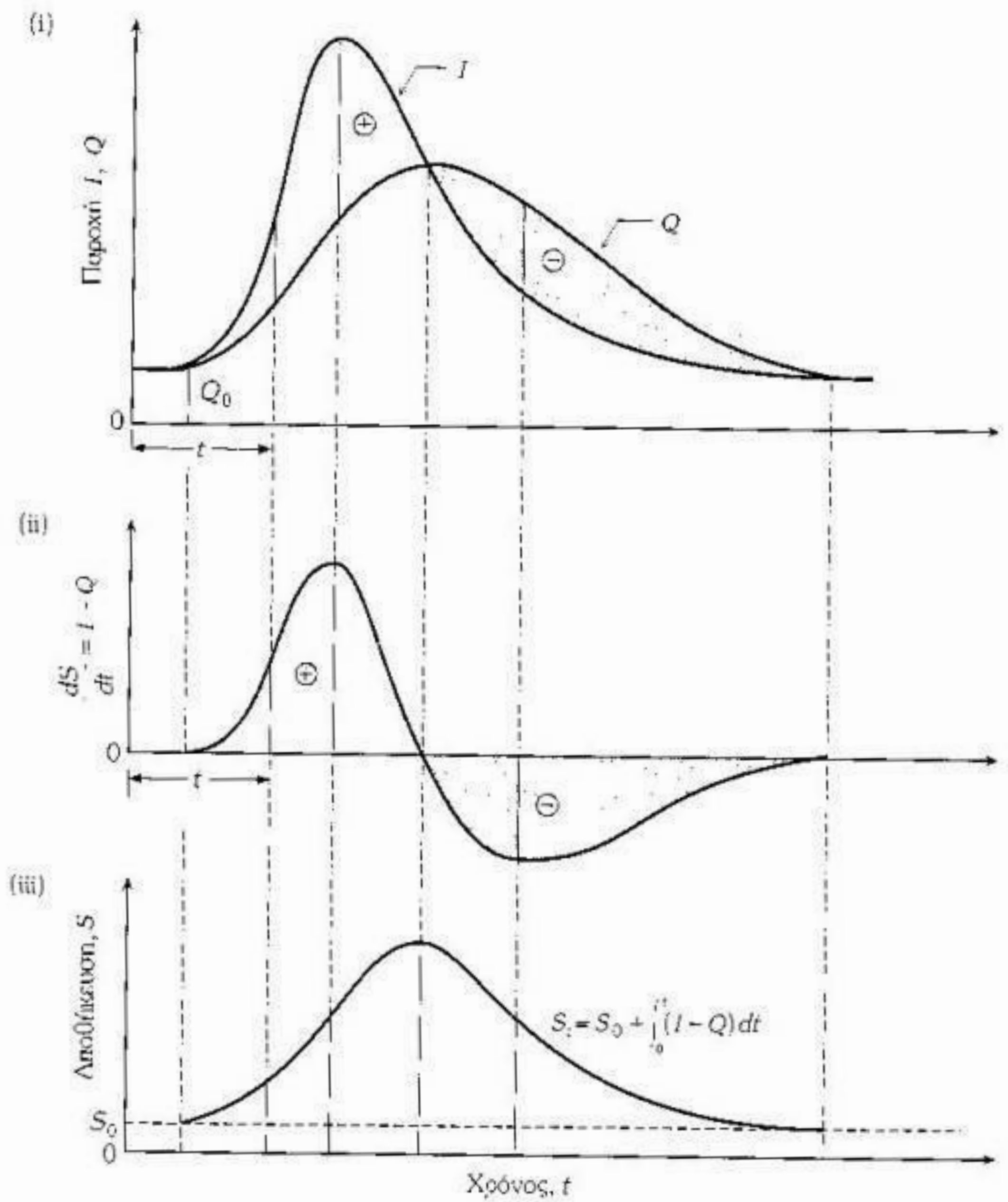
Αγγελίδης Π., Καθηγητής

Υδρολογική διόδευση πλημμύρας

ΔΙΟΔΕΥΣΗ ΠΛΗΜΜΥΡΩΝ
μέσω ταμιευτήρων
και μέσω τμημάτων ποταμών

Διόδευση πλημμύρας ονομάζεται ο υπολογισμός της πλημμύρας σε μια διατομή όταν είναι γνωστό το υδρογράφημα της πλημμύρας σε μια άλλη διατομή ανάντη της πρώτης ή γενικότερα ο υπολογισμός στο χώρο και το χρόνο των υδραυλικών παραμέτρων μιας πλημμύρας.

Διόδευση πλημμύρας



Σχ. 12.3: *Η μεταβολή της αποθήκευσης σε υδροφορέα κατά τη διέλευση μιας πλημμύρας.*

Διόδευση μέσω ταμιευτήρα

Διόδευση μέσω ταμιευτήρα

Στην περίπτωση αυτή πρέπει να είναι γνωστό:

α. το υδρογράφημα εισροής στον ταμιευτήρα

β. η σχέση στάθμης - αποθήκευσης

γ. η σχέση στάθμης-εκροής, που γίνεται μέσω κάποιου εκχειλιστή, προς τα κατάντη του ταμιευτήρα.

Η μεταβολή της αποθήκευσης *S* με βάση την αρχή της συνέχειας είναι:

$$\frac{dS}{dt} = I - Q$$

όπου *I* εισροή και *Q* εκροή

$$\frac{dS}{dt} = I - Q \rightarrow \frac{S_{i+1} - S_i}{\Delta t} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - \frac{Q_{i+1} + Q_i}{2}$$

$$\rightarrow \frac{S_{i+1}}{\Delta t} + \frac{Q_{i+1}}{2} = \frac{S_i}{\Delta t} + \frac{Q_i}{2} + \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - Q_i$$

αν τεθεί:

$$N = \frac{S_i}{\Delta t} + \frac{Q_i}{2}$$

$$\bar{I}_{i,i+1} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2}$$

τότε έχουμε:

$$N_{i+1} = N_i + (\bar{I}_{i,i+1} - Q_i)$$

όπου *Δt* χρονικό βήμα διόδευσης

Για την επίλυση του προβλήματος της διόδευσης μέσω ταμιευτήρα σχηματίζεται κατ' αρχάς πίνακας όπου για μια σειρά σταθμών του ταμιευτήρα υπολογίζονται:

1) Ο όγκος αποθήκευσης με βάση τη γνωστή σχέση στάθμης - αποθήκευσης.

2) Η παροχή εκροής με βάση τη σχέση στάθμης - εκροής.

Με βάση τους υπολογισμούς αυτούς υπολογίζεται η ποσότητα *N* και έτσι είναι δυνατή η κατασκευή της καμπύλης *Q - N* που απαιτείται στον υπολογισμό της διόδευσης.

Η διαδικασία διόδευσης αρχίζει από τις γνωστές συνθήκες κατά τη χρονική στιγμή t_0, τον υπολογισμό στη συνέχεια της ποσότητας:

$$\Delta N_{i,i+1} = \bar{I}_{i,i+1} - Q_i$$

στη συνέχεια της νέας τιμής

$$N_{i+1} = N_i + \Delta N_i$$

και τέλος με τη βοήθεια της σχέσης *Q - N* με γραφικό τρόπο ή με παρεμβολές υπολογίζεται η τιμή της παροχής εκροής στη χρονική στιγμή *i+1*.

Παράδειγμα 1:

Ταμιευτήρας με κατακόρυφες όχθες έχει επιφάνεια Α=1700 στρέμματα.

Ο εκχειλιστής ασφαλείας (ελεύθερης ροής) έχει υψόμετρο στέψης z_0=+90m και η παροχή του δίνεται από τη σχέση $Q=4.8(H- z_0)^{3/2}$ m^3/s.

Το υδρογράφημα εισροής, *I* , (m^3/s) σε 12ωρα διαστήματα έχει ως εξής: 30, 50, 100, 210, 310, 350, 300, 220, 150, 95, 60, 50, 42, 35, 30.

Κατά την έναρξη της διόδευσης (t=0) η στάθμη του νερού στον ταμιευτήρα βρίσκεται στο επίπεδο H_0=+89m.

Ζητούνται να υπολογιστούν:

α) Η μέγιστη παροχή που διέρχεται από τον εκχειλιστή

β) Η ανώτατη στάθμη του νερού στον ταμιευτήρα

γ) Η χρονική στιγμή που συμβαίνουν τα παραπάνω

Λύση

Κατασκευάζεται η βοηθητική καμπύλη

$$N = \frac{S_i}{\Delta t} + \frac{Q_i}{2}$$

με τη βοήθεια του ακόλουθου πίνακα:

όπου

στήλη 2: $Q=4.8(H- z_0)^{3/2}$ m^3/s

στήλη 3: $S=(H-H_0)*A$

A: εμβαδόν επιφάνειας ταμιευτήρα
H: στάθμη σε m

Δt: 12*60*60=43200 s

Λύση

Πίνακας Καμπύλης Q - N

$$N = \frac{S_i}{\Delta t} + \frac{Q_i}{2}$$

στήλη 2:

$Q=4.8(H- z_0)^{3/2}$ m^3/s

στήλη 3:

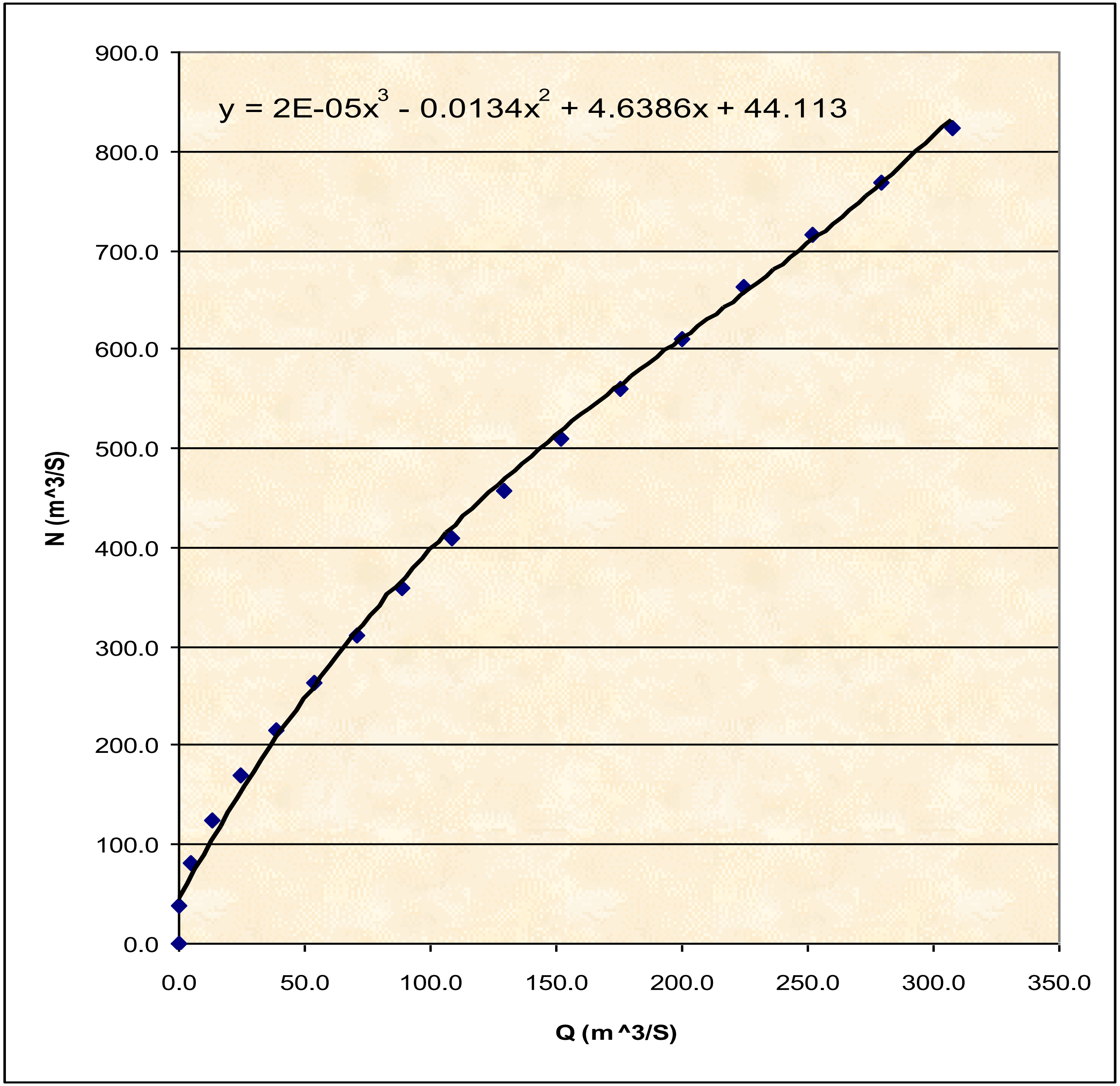
$S=(H-H_0)*A$

(με $A=1700*1000m^2$)

Δt: 12*60*60=43200 s

H (m)	Q (m^3/s)	S (x10^6 m^3)	S/Δt (m^3/s)	Q/2 (m^3/s)	N (m^3/s)
1	2	3	4	5	6
89	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
90	0.0	1.7	39.4	0.0	39.4
91	4.8	3.4	78.7	2.4	81.1
92	13.6	5.1	118.1	6.8	124.8
93	24.9	6.8	157.4	12.5	169.9
94	38.4	8.5	196.8	19.2	216.0
95	53.7	10.2	236.1	26.8	262.9
96	70.5	11.9	275.5	35.3	310.7
97	88.9	13.6	314.8	44.4	359.3
98	108.6	15.3	354.2	54.3	408.5
99	129.6	17.0	393.5	64.8	458.3
100	151.8	18.7	432.9	75.9	508.8
101	175.1	20.4	472.2	87.6	559.8
102	199.5	22.1	511.6	99.8	611.3
103	225.0	23.8	550.9	112.5	663.4
104	251.4	25.5	590.3	125.7	716.0
105	278.9	27.2	629.6	139.4	769.1
106	307.2	28.9	669.0	153.6	822.6

Λύση



Καμπύλη Q - N

Λύση

$$\Delta N_{i,i+1} = \bar{I}_{i,i+1} - Q_i$$

$$N_{i+1} = N_i + \Delta N_i$$

t (hr)	I (m^3/s)	Ιμέσο (m^3/s)	Q (m^3)	ΔN=Ιμέσο-Q (m^3/s)	N (m^3/s)
1	2	3	4	5	6
0	30		0.0		0
		40.0		40.0	
12	50		0.0		40.0
		75.0		75.0	
24	100		13.8		115.0
		155.0		141.2	
36	210		52.3		256.2
		260.0		207.7	
48	310		134.2		464.0
		330.0		195.8	
60	350		226.1		659.8
		325.0		98.9	
72	300		273.6		758.6
		260.0		-13.6	
84	220		267.1		745.0
		185.0		-82.1	
96	150		227.7		662.9
		122.5		-105.2	
108	95		177.3		557.8
		77.5		-99.8	
120	60		131.5		457.9
		55.0		-76.5	
132	50		98.9		381.4
		46.0		-52.9	
144	42		78.0		328.6
		38.5		-39.5	
156	35		63.5		289.1
		32.5		-31.0	
168	30		52.9		258.1

Μέγιστη παροχή= 273.6 m³/s

Πραγματοποιείται την 72 ώρα

Ανώτατη στάθμη:

$Q=4.8(H- z_0)^{3/2}$

=> H=104.8m

Παράδειγμα 6.1 από βιβλίο κ. Μπέλλου:

Το υδρογράφημα εισροής μιας πλημμύρας δίδεται στον Πίνακα 1.

Για την αντιπλημμυρική προστασία της κατάντη περιοχής πρόκειται να κατασκευαστεί φράγμα στο οποίο η σχέση χωρητικότητας – στάθμης δίδεται στον Πίνακα 2.

Η παροχή μέσω του εκχειλιστή δίδεται από την εξίσωση:
$Q = 0.20\ (H_R - z_0)^{3/2}$ όπου $z_0 = 276.5$ m, η στάθμη της στέψης του εκχειλιστή.

Η αρχική στάθμη του νερού στον ταμιευτήρα είναι $H_0 = 276$ m

Ζητούνται να υπολογιστούν:

α) Η μέγιστη παροχή που διέρχεται από τον εκχειλιστή
β) Η ανώτατη στάθμη του νερού στον ταμιευτήρα
γ) Η χρονική στιγμή που συμβαίνουν τα παραπάνω

Πίνακας 1. Υδρογράφημα εισροής πλημμύρας

Χρόνος (ώρες)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
Παροχή (m^3/sec)	0.5	0.9	1.8	4.4	7.0	8.2	7.8	6.3	4.4	3.3	2.4	1.8	1.3	0.9

Πίνακας 2. Σχέση χωρητικότητας – στάθμης

Υψόμετρο (m)	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288
Ογκος x10 ^{3} (m^3)	54	75	95	119	145	172	203	237	274	315	357	401	447

Λύση **Πίνακας καμπύλης Q - N**

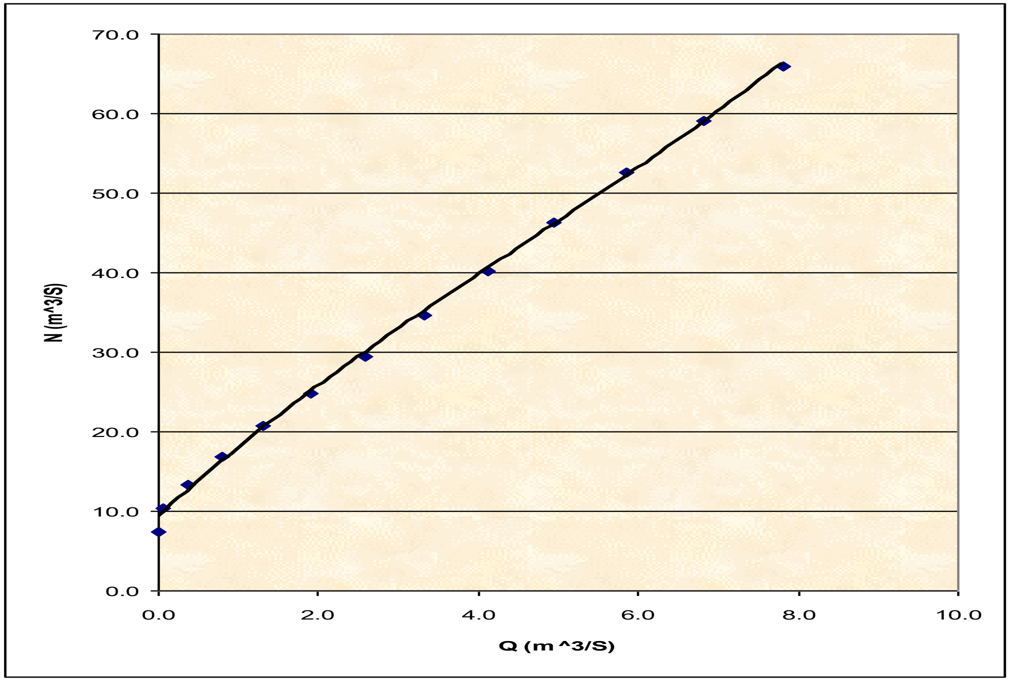
$$N = \frac{S_i}{\Delta t} + \frac{Q_i}{2}$$

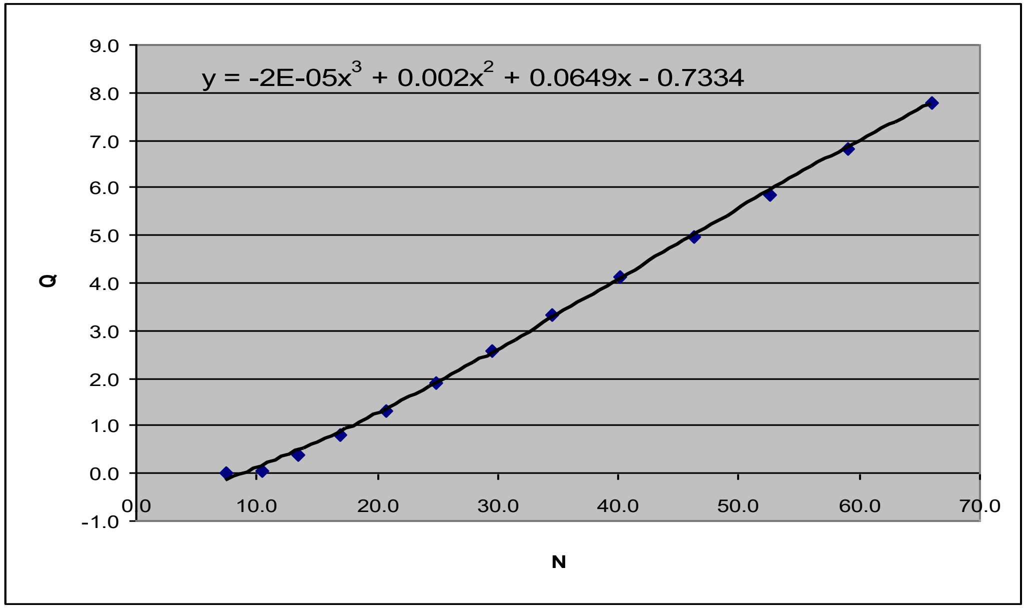
$Q = 0.20\,(H_R - z_0)^{3/2}$, $z_0 = 276.5$ m

S από πίνακα στάθμης – χωρητικότητας

Δt: 2*60*60=7200 s

H (m)	Q (m^3/s)	S (x10^3 m^3)	S/Δt (m^3/s)	Q/2 (m^3/s)	N (m^3/s)
1	2	3	4	5	6
276	0.0	54	7.5	0.0	7.5
277	0.1	75	10.4	0.0	10.5
278	0.4	95	13.2	0.2	13.4
279	0.8	119	16.5	0.4	16.9
280	1.3	145	20.1	0.7	20.8
281	1.9	172	23.9	1.0	24.8
282	2.6	203	28.2	1.3	29.5
283	3.3	237	32.9	1.7	34.6
284	4.1	274	38.1	2.1	40.1
285	5.0	315	43.8	2.5	46.2
286	5.9	357	49.6	2.9	52.5
287	6.8	401	55.7	3.4	59.1
288	7.8	447	62.1	3.9	66.0





Λύση

$$\Delta N_{i,i+1} = \overline{I}_{i,i+1} - Q_i$$

$$N_{i+1} = N_i + \Delta N_i$$

Μέγιστη παροχή= 3.5 m³/s

Πραγματοποιείται την 18 ώρα

Ανώτατη στάθμη:

$Q=0.2(H-276.5)^{3/2}$

=> H=283.25m

t (hr)	I (m^3/s)	Ιμέσο (m^3/s)	Q (m^3)	ΔN=Ιμέσο-Q (m^3/s)	N (m^3/s)
1	2	3	4	5	6
0	0.5		0.00		7.5
		0.7		0.7	
2	0.9		0.00		8.2
		1.4		1.4	
4	1.8		0.05		9.6
		3.1		3.0	
6	4.4		0.36		12.6
		5.7		5.3	
8	7		0.96		17.9
		7.6		6.6	
10	8.2		1.77		24.6
		8.0		6.2	
12	7.8		2.58		30.8
		7.1		4.5	
14	6.3		3.17		35.3
		5.4		2.2	
16	4.4		3.45		37.5
		3.9		0.4	
18	3.3		3.50		37.9
		2.9		-0.7	
20	2.4		3.42		37.2
		2.1		-1.3	
22	1.8		3.25		35.9
		1.6		-1.7	
24	1.3		3.02		34.2
		1.1		-1.9	
26	0.9		2.77		32.3

Παράδειγμα 6.2 από βιβλίο κ. Μπέλλου:

Το υδρογράφημα μιας πλημμύρας δίνεται στον ακόλουθο πίνακα. Για την αντιπλημμυρική προστασία της κατάντη περιοχής πρόκειται να κατασκευαστεί φράγμα στο οποίο η σχέση χωρητικότητας- στάθμης είναι :

$$S = 480 + 11{,}5 * (H_R - z_0) \quad 10^6 m^3$$

όπου z_0=80m και H_R η στάθμη του νερού στον ταμιευτήρα.

Η παροχή του μέσω εκχειλιστή δίνεται από την εξίσωση :

$$Q = 2{,}1 * L * (H_R - z_0)^{3/2}$$

Να υπολογιστεί το απαιτούμενο ύψος του φράγματος, αν η αρχική στάθμη πριν από την πλημμύρα είναι *80 m* και μέγιστη επιτρεπόμενη παροχή κατάντη είναι 480 *m³/s*.

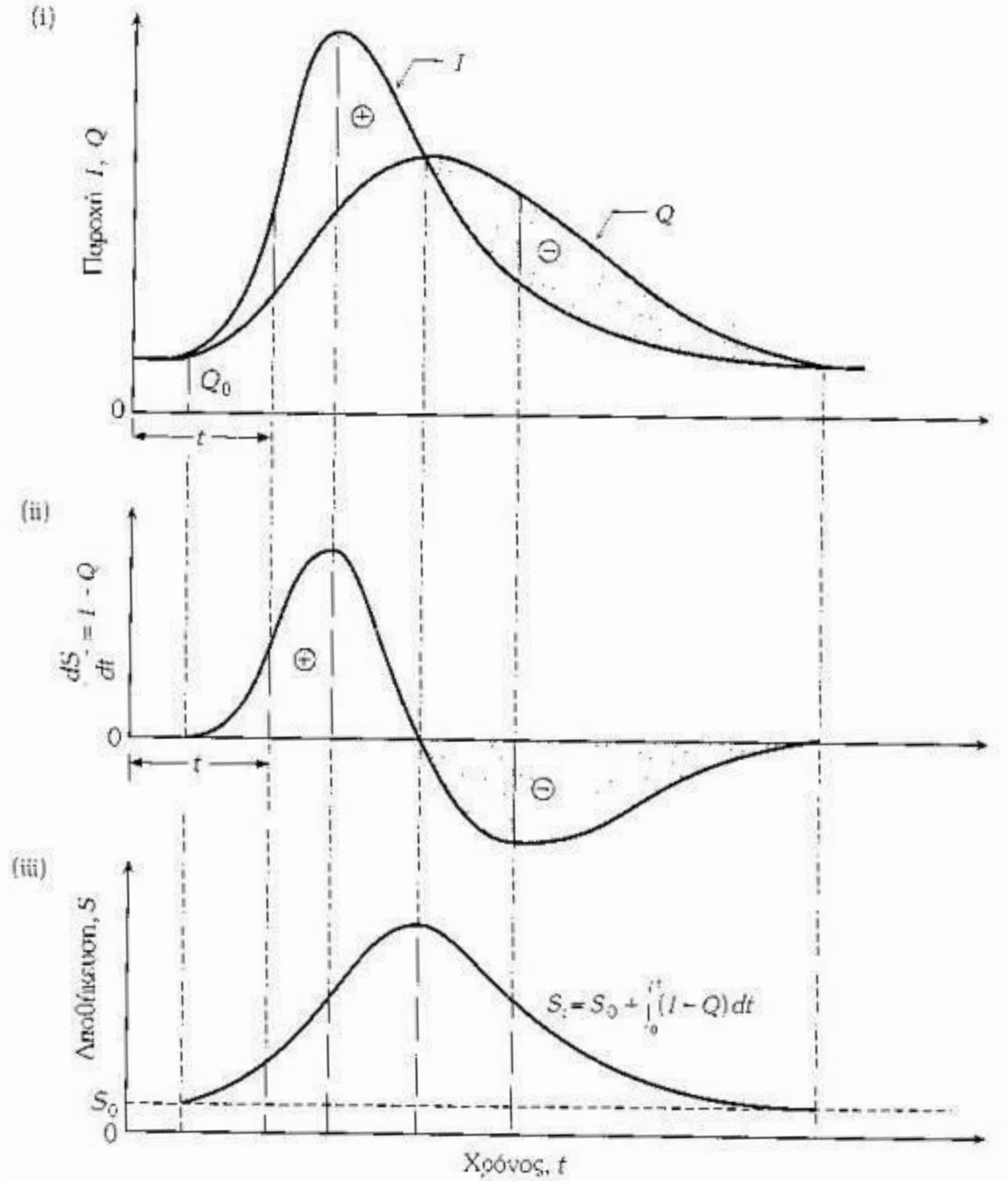
Να υπολογιστεί επίσης το μήκος του εκχειλιστή και να γίνει έλεγχος του σχεδιασμού με διόδευση της πλημμύρας μελέτης.

Υδρογράφημα πλημμύρας

t (hr)	Q ($10^6\ m^3 / s$)	t (hr)	Q ($10^6\ m^3/ s$)
0	110	54	480
6	185	60	390
12	260	66	320
18	520	72	260
24	740	78	210
30	850	84	170
36	810	90	145
42	700	96	125
48	590	102	115

Λύση

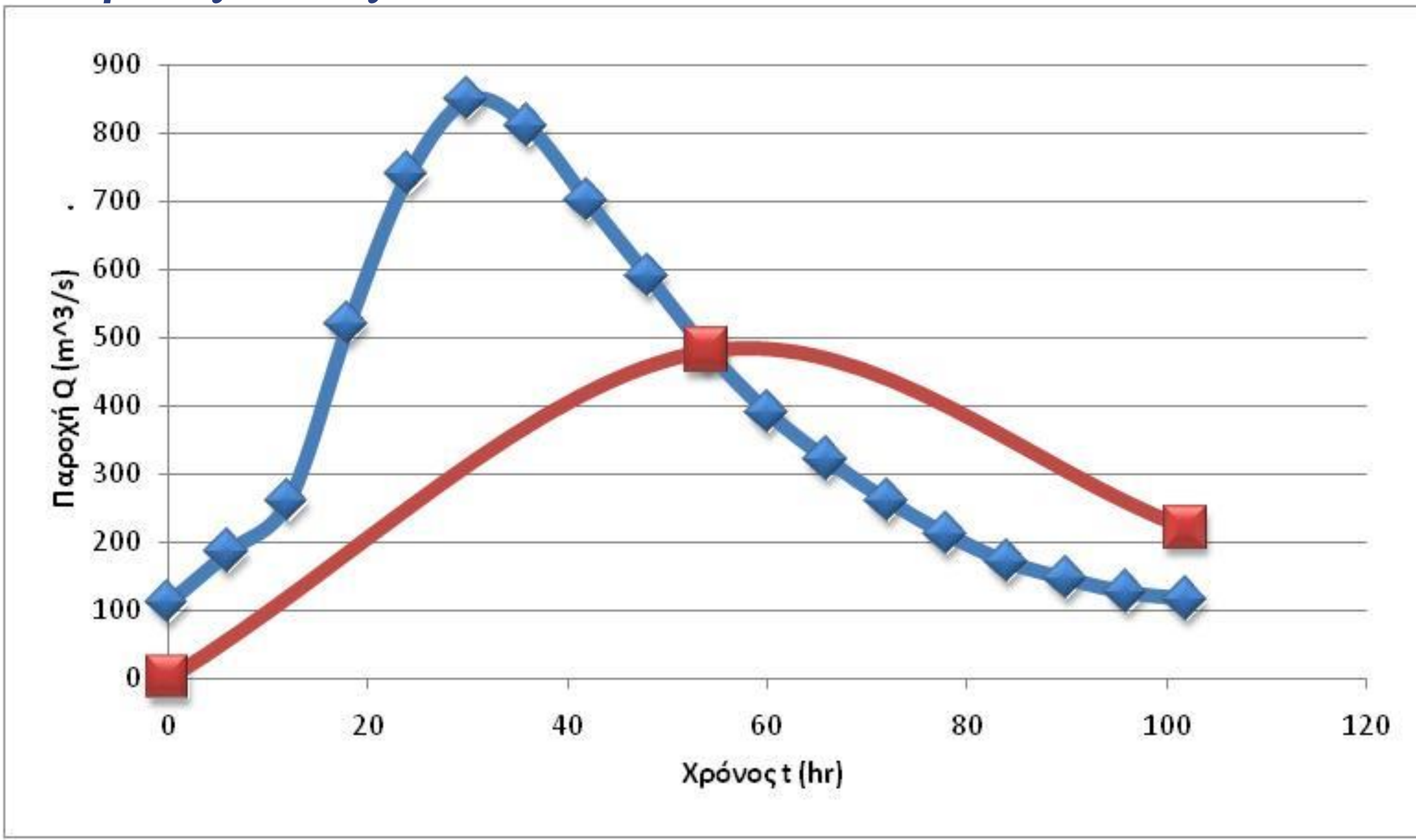
Ο μέγιστος όγκος νερού στον ταμιευτήρα θα εμφανιστεί στην ώρα που η εκροή θα είναι ίση με την εισροή.



Σχ. 12.3: *Η μεταβολή της αποθήκευσης σε υδροφορέα κατά τη διέλευση μιας πλημμύρας.*

Εφ’όσον η προβλεπομένη μέγιστη εκροή είναι 480 m^3/s από το υδρογράφημα εισροής αυτό θα συμβεί την 54η ώρα.

Ο κατά προσέγγιση μέγιστος αποθηκευμένος όγκος με εφαρμογή του τραπεζοειδούς κανόνα θα είναι:

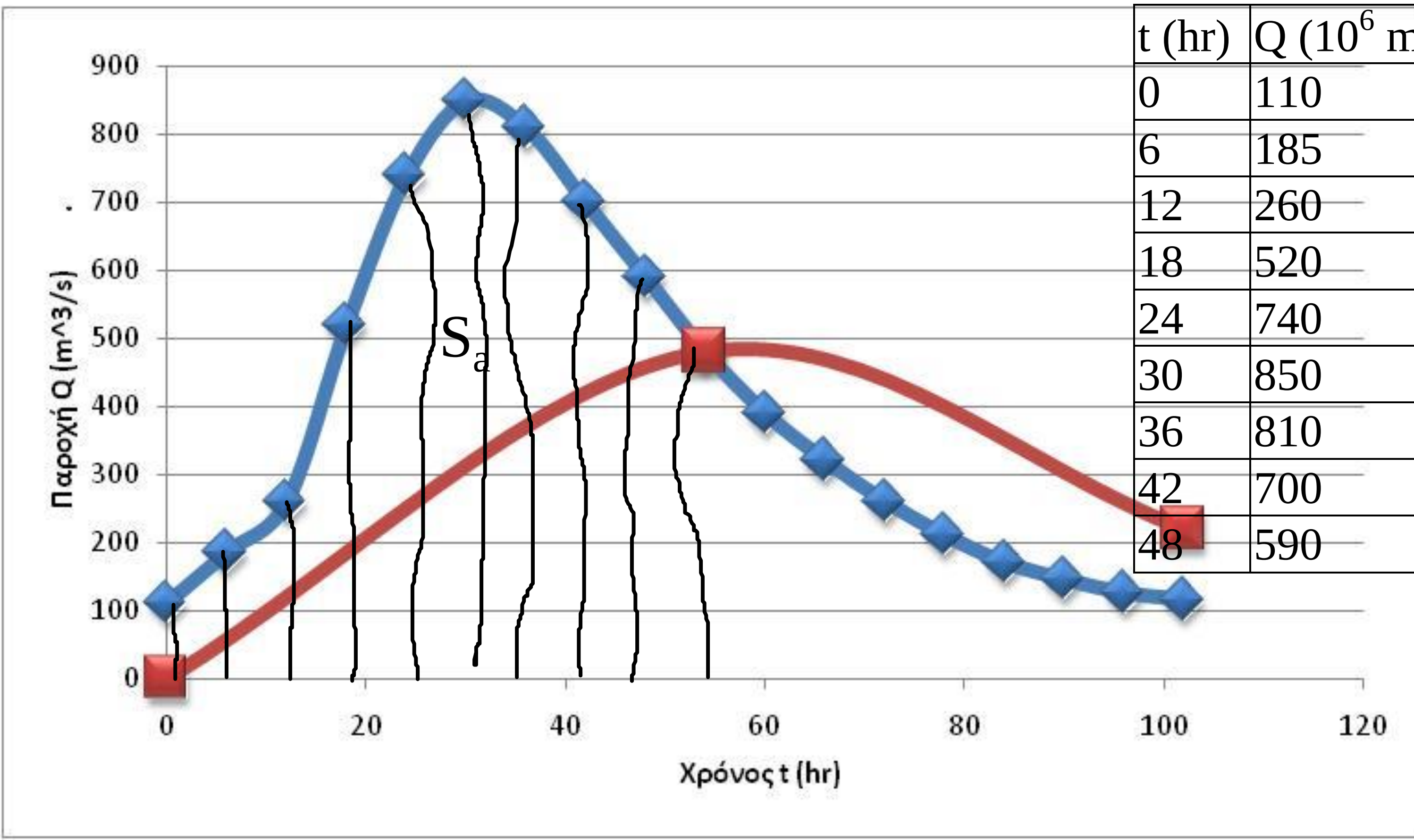


$$S_a = S(t) - S_k = \Delta t\left(\sum_{2}^{48} I + \frac{I_1 + I_a}{2}\right) - t_a\left(\frac{I_a}{2}\right) =$$

$$= 6*3600*\left(4655 + \frac{110+480}{2}\right) - 54*3600*\frac{480}{2} = 60.264*10^6 m^3$$

Ο συνολικός όγκος στον ταμιευτήρα τη χρονική στιγμή αυτή θα είναι:

$$S_{\max} = S_a + S_0 = (480 + 60.264)*10^6 m^3 = 540.264*10^6 m^3$$



t (hr)	Q (10^6 m^3 / s)	t (hr)	Q (10^6 m^3
0	110	54	480
6	185	60	390
12	260	66	320
18	520	72	260
24	740	78	210
30	850	84	170
36	810	90	145
42	700	96	125
48	590	102	115

Επιλύοντας την εξίσωση στάθμης χωρητικότητας υπλογίζεται η μέγιστη στάθμη Hmax, ήτοι:

$$S = 480 + 11,5 * (H_R - z_0)\ 10^6 m^3$$

$$H_{\max} = \frac{(540.264 - 480)}{11,5} + 80 = 85.24m$$

Από την εξίσωση της παροχής μέσω εκχειλιστή είναι δυνατό να βρεθεί το μήκος του εκχειλιστή :

$$Q = 2,1 * L * (H_R - z_0)^{3/2}$$

$$L = \frac{Q}{2,1(H_{\max} - z_0)^{3/2}} = \frac{480}{2,1(85.24 - 80)^{3/2}} = 19.05m$$

Επιλέγεται L=18m, οπότε η σχέση στάθμης-παροχής γίνεται:

$$Q = 2.1 * 18 * (H_R - z_0)^{3/2} = 37.8(H_R - z_0)^{3/2}$$

Με τη βοήθεια της τελευταίας σχέσης στάθμης – εκροής και στάθμης - χωρητικότητας γίνεται η διόδευση της πλημμύρας ως εξής: Κατασκευάζεται ο βοηθητικός πίνακας που προσδιορίζει τη σχέση $Q - N$.

Καμπύλη Q - N

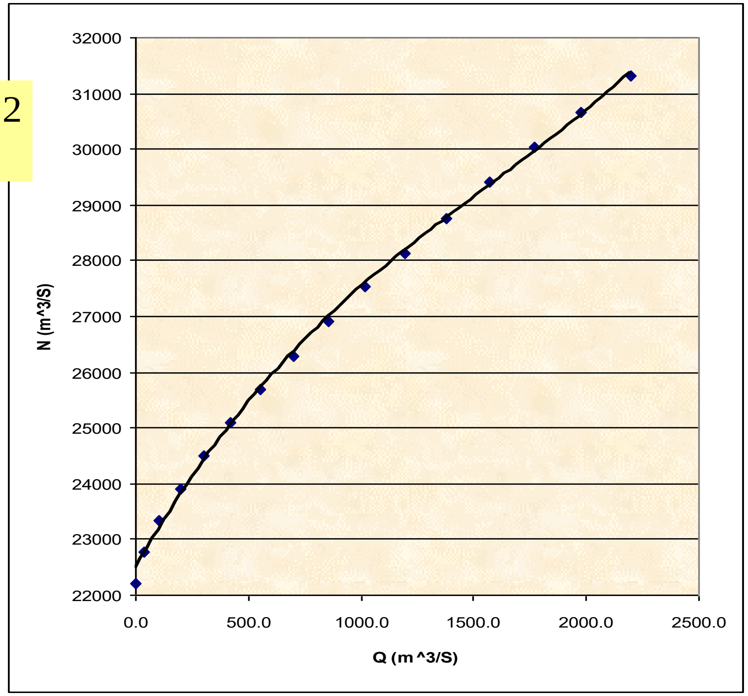
$$Q = 2.1*18*(H_R - z_0)^{3/2} = 37.8(H_R - z_0)^{3/2}$$

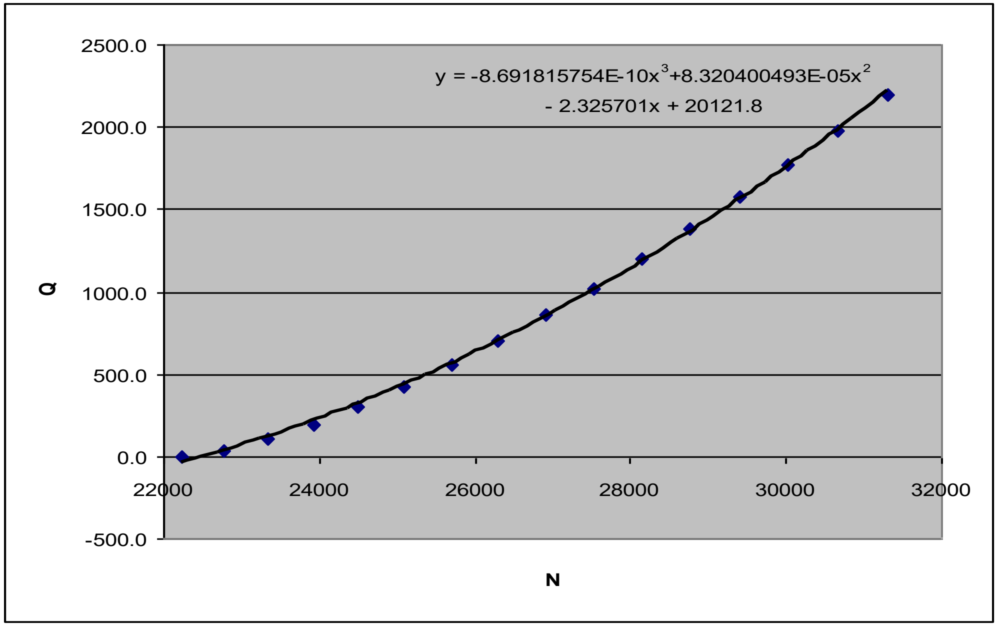
$$S = 480 + 11,5*(H_R - z_0)$$

$$N = \frac{S_i}{\Delta t} + \frac{Q_i}{2}$$

Δt: 6*60*60=21600 s

H (m)	Q (m^3/s)	S (x10^6 m^3)	S/Δt (m^3/s)	Q/2 (m^3/s)	N (m^3/s)
1	2	3	4	5	6
80	0.0	480.0	22222	0.0	22222
81	37.8	491.5	22755	18.9	22774
82	106.9	503.0	23287	53.5	23340
83	196.4	514.5	23819	98.2	23918
84	302.4	526.0	24352	151.2	24503
85	422.6	537.5	24884	211.3	25096
86	555.5	549.0	25417	277.8	25694
87	700.1	560.5	25949	350.0	26299
88	855.3	572.0	26481	427.7	26909
89	1020.6	583.5	27014	510.3	27524
90	1195.3	595.0	27546	597.7	28144
91	1379.1	606.5	28079	689.5	28768
92	1571.3	618.0	28611	785.7	29397
93	1771.8	629.5	29144	885.9	30029
94	1980.1	641.0	29676	990.0	30666
95	2196.0	652.5	30208	1098.0	31306





Διόδευση πλημμύρας

$$\Delta N_{i,i+1} = \overline{I}_{i,i+1} - Q_i$$

$$N_{i+1} = N_i + \Delta N_i$$

Μέγιστη παροχή εκροής= 491.7 m^3/s.

Πραγματοποιείται την 54 ώρα

Ανώτατη στάθμη:

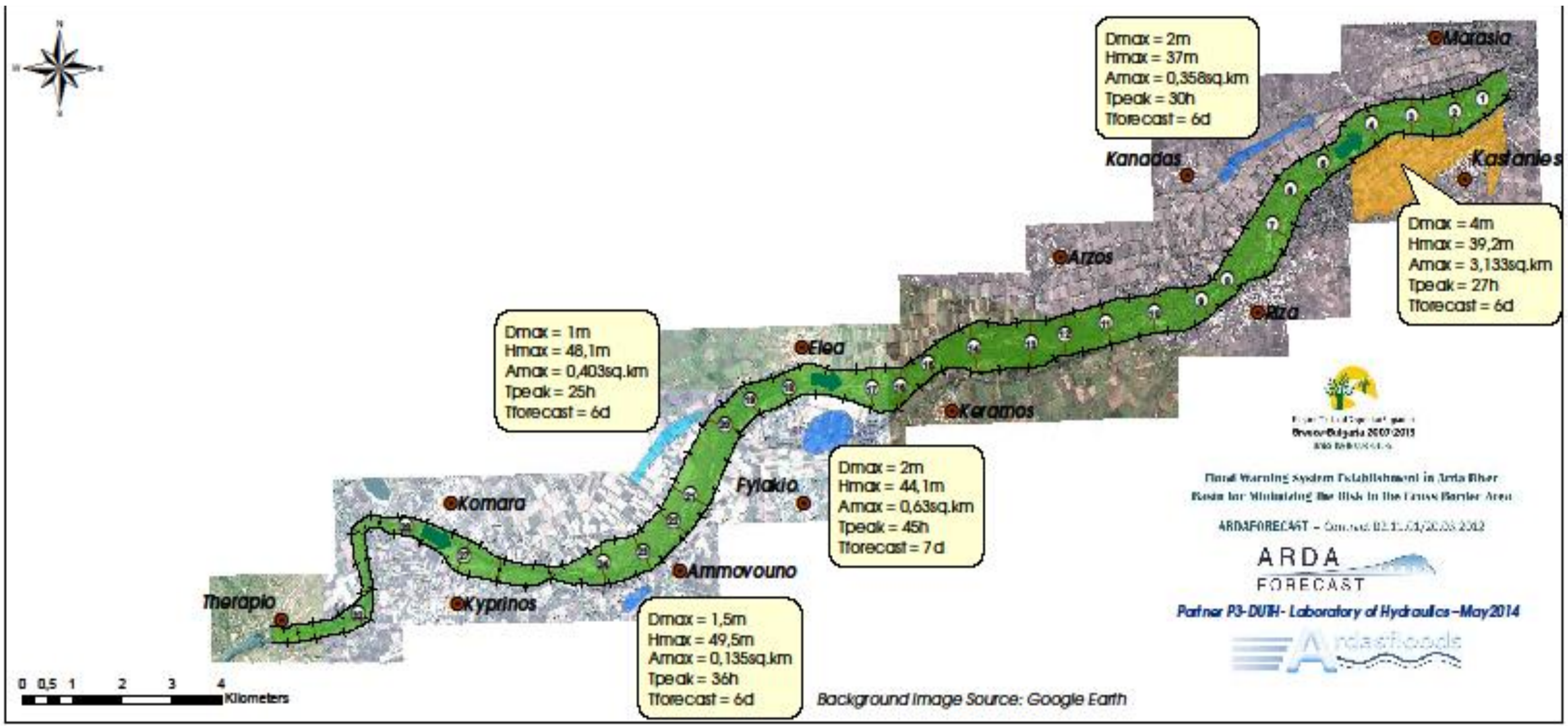
Q=37.8(H - 80)$^{3/2}$

=> H=85.53m

85.53m+1.5m(περιθ.ασφαλ)=87m

t (hr)	I (m^3/s)	Ιμέσο (m^3/s)	Q (m^3)	ΔN=Ιμέσο-Q (m^3/s)	N (m^3/s)
1	2	3	4	5	6
0	110		0.0		22222.2
		147.5		147.5	
6	185		5.1		22369.7
		222.5		217.4	
12	260		23.8		22587.1
		390.0		366.2	
18	520		64.6		22953.3
		630.0		565.4	
24	740		139.8		23518.7
		795.0		655.2	
30	850		244.4		24173.9
		830.0		585.6	
36	810		352.6		24759.4
		755.0		402.4	
42	700		434.4		25161.8
		645.0		210.6	
48	590		479.5		25372.4
		535.0		55.5	
54	480		491.7		25427.9
		435.0		-56.7	
60	390		479.3		25371.2
		355.0		-124.3	
66	320		452.5		25246.9
		290.0		-162.5	
72	260		418.2		25084.5
		235.0		-183.2	
78	210		380.8		24901.2
		190.0		-190.8	
84	170		343.1		24710.5
		157.5		-185.6	
90	145		307.7		24524.9
		135.0		-172.7	
96	125		276.0		24352.2
		120.0		-156.0	
102	115		248.3		24196.3

Διόδευση μέσω τμήματος ποταμού



Διόδευση μέσω τμήματος ποταμού

Στην περίπτωση αυτή υπολογίζεται το υδρογράφημα πλημμύρας σε μια διατομή ενός ποταμού όταν είναι γνωστό το υδρογράφημα σε μια διατομή ανάντη. Για τον υπολογισμό αυτό χρησιμοποιείται η μέθοδος Muskingum.

Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί την απλοποιημένη εξίσωση της συνέχειας, δηλαδή η μεταβολή της αποθήκευσης *S* είναι:

$$\frac{dS}{dt} = I - Q$$

όπου *I* εισροή, *Q* εκροή και t ο χρόνος

$$\frac{dS}{dt} = I - Q \rightarrow S_{i+1} - S_i = \Delta t \left(\frac{I_{i+1} + I_i}{2} - \frac{Q_{i+1} + Q_i}{2} \right)$$

Διόδευση μέσω τμήματος ποταμού

Χρησιμοποιεί επίσης την απλοποιημένη σχέση αποθήκευσης με την εισροή και εκροή, που εκφράζεται από την εξής γραμμική σχέση:

$$S = K\left[xI + (1-x)Q\right]$$

όπου

***x* = το βάρος συμμετοχής της εισροής και 1-*x* το βάρος συμμετοχής της εκροής στην αποθήκευση του τμήματος του ποταμού.**

***K* = είναι ο μέσος χρόνος διαδρομής της αιχμής της πλημμύρας δια μέσου του τμήματος (travelling time).**

Με διακριτοποίηση των μεταβλητών στο χρόνο προκύπτει:

$$S_{i+1} - S_i = K\left[x(I_{i+1} - I_i) + (1-x)(Q_{i+1} - Q_i)\right]$$

Διόδευση μέσω τμήματος ποταμού

Από συνδυασμό της εξίσωσης της συνέχειας με την σχέση αποθήκευσης, προκύπτει:

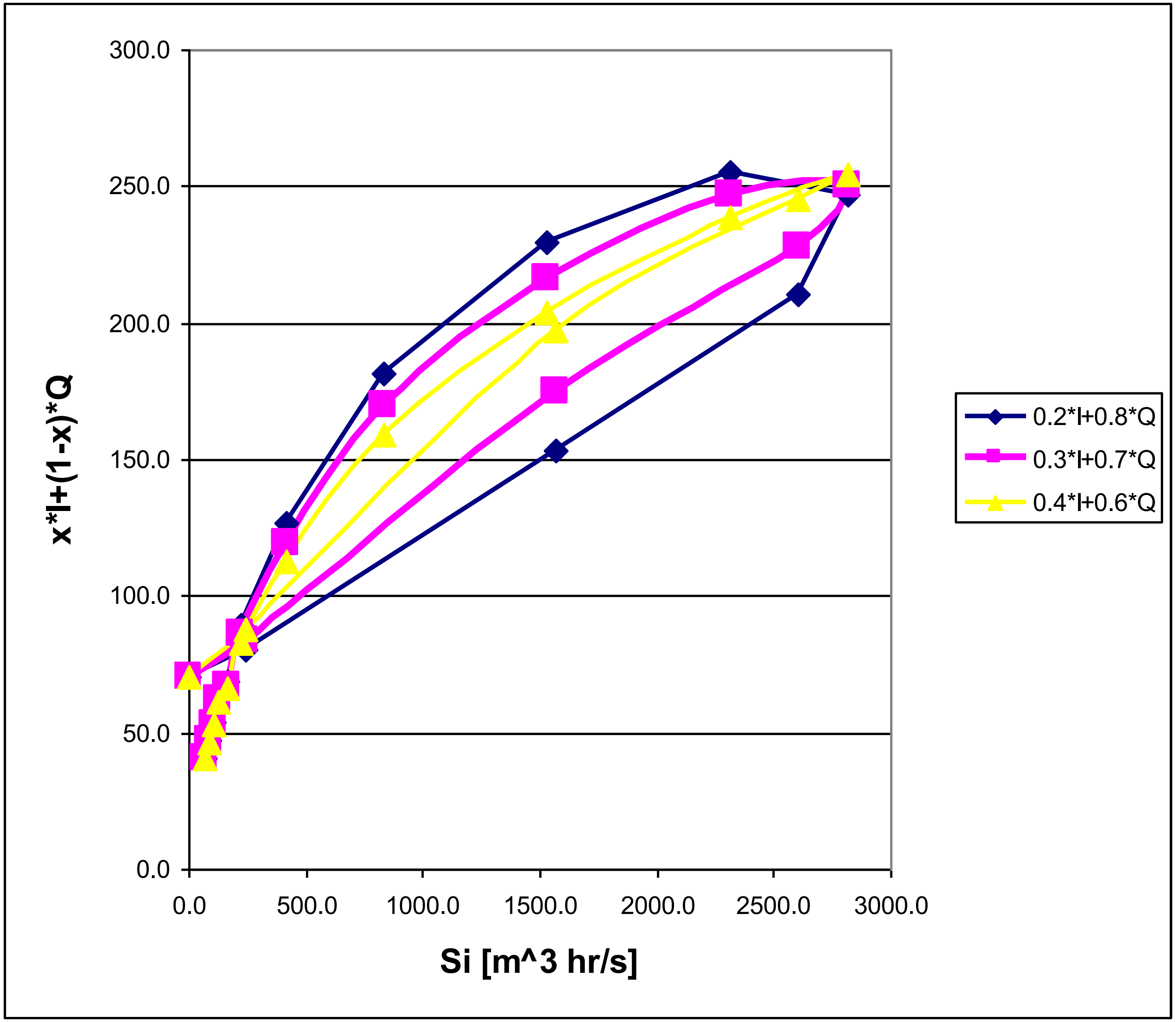
$$K = \frac{0.5\Delta t(I_i + I_{i+1} - Q_i - Q_{i+1})}{x(I_{i+1} - I_i) + (1-x)(Q_{i+1} - Q_i)} = \frac{A}{P}$$

$$Q_{i+1} = C_1 I_i + C_2 I_{i+1} + C_3 Q_i$$

όπου $C_1 = \frac{Kx + 0.5\Delta t}{K(1-x) + 0.5\Delta t}$ $C_2 = \frac{-Kx + 0.5\Delta t}{K(1-x) + 0.5\Delta t}$ $C_3 = \frac{(1-x)K - 0.5\Delta t}{K(1-x) + 0.5\Delta t}$

Για διάφορες τιμές της παραμέτρου *x* σχηματίζονται τα διαγράμματα *ΣΑριθμητή* και *ΣΡπαρονομαστή*. Τα διαγράμματα αυτά είναι εν γένει αναδιπλούμενες καμπύλες. Η ζητούμενη τιμή του *x* είναι η τιμή για την οποία το ανιόν μέρος της καμπύλης συμπίπτει κατά το δυνατόν με το κατιόν. Ταυτόχρονα προσδιορίζεται και η τιμή του *K* που είναι η κλίση της καμπύλης αυτής.

Διόδευση μέσω τμήματος ποταμού



Προσδιορισμός των τιμών x και K της μεθόδου Muskingum

Παράδειγμα 1:

Στις στήλες 1, 2, και 3 του πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι τιμές του χρόνου t ανά 6hr, οι μετρημένες τιμές εισροής *I*, γεγονότος πλημμύρας στη διατομή ελέγχου (1) και οι μετρημένες τιμές της εκροής Q, στη διατομή ελέγχου (2), αντίστοιχα. Ζητούνται οι τιμές των παραμέτρων x και K.

Λύση

Καταρτίζεται ο ακόλουθος πίνακας, όπου:

στήλη (5): είναι το ΣΑ, δηλ. το Σ του αριθμητή της σχέσης

$$K = \frac{0.5\Delta t(I_i + I_{i+1} - Q_i - Q_{i+1})}{x(I_{i+1} - I_i) + (1-x)(Q_{i+1} - Q_i)} = \frac{A}{P}$$

ή από $$S_t = S_0 + \int_0^t (I - Q)dt$$

στήλες (6,7,8): το Σ των ζυγισμένων τιμών $\left[xI + (1-x)Q\right]$ **για τις δοκιμαστικές τιμές x=0.2, 0.3, 0.4**

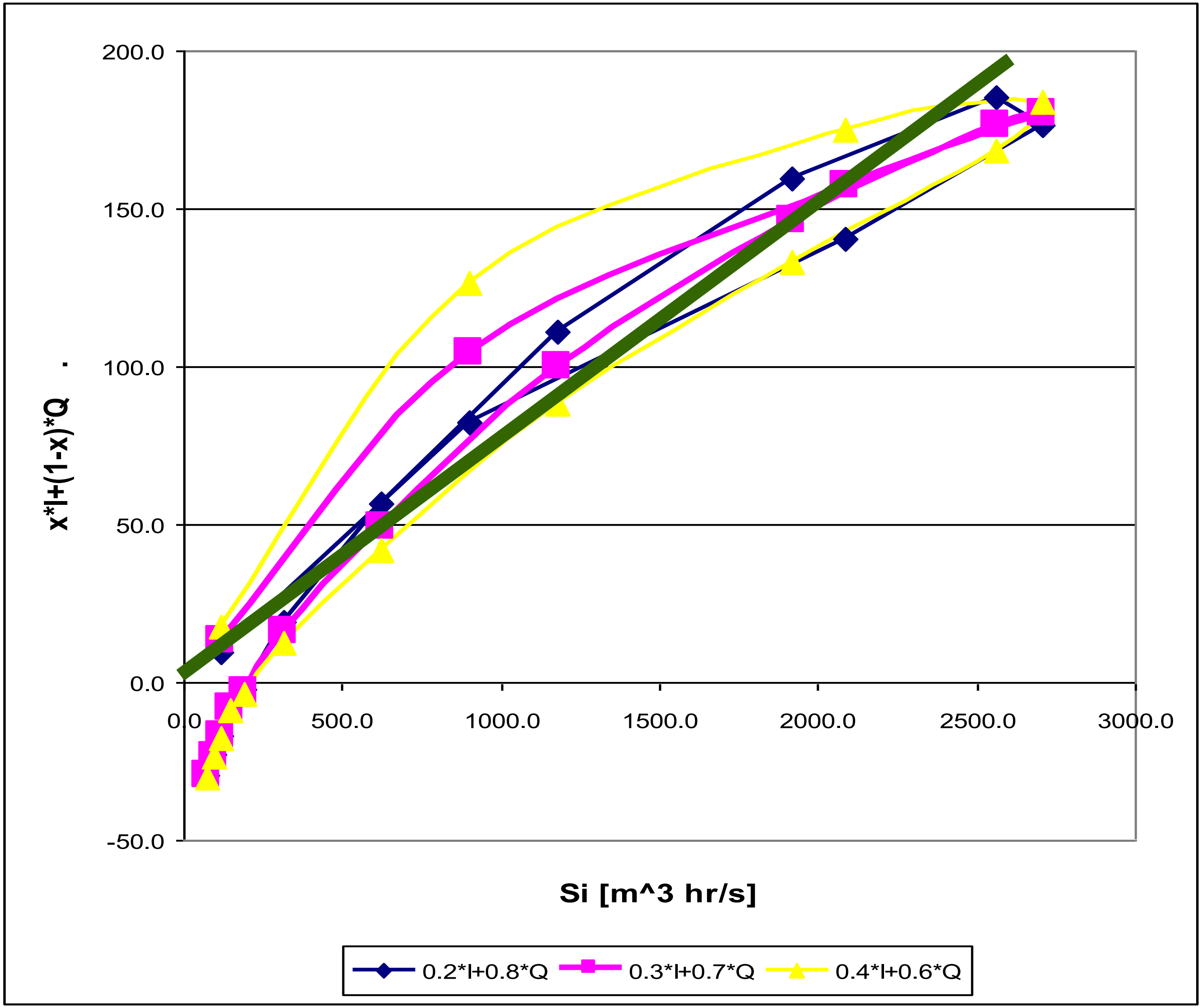
t (hr)	I (m^3/s)	Q (m^3/s)	I-Q (m^3/s)	Si (m^3 hr/s)	0.2*I+0.8*Q	0.3*I+0.7*Q	0.4*I+0.6*Q
1	2	3	4	5	6	7	8
0	70.4	70.4	0.0	120.0	9.6	13.6	17.6
6	112.0	72.0	40.0	902.4	82.6	104.6	126.7
12	329.6	108.8	220.8	2083.2	140.2	157.4	174.7
18	348.8	176.0	172.8	2707.2	176.6	180.2	183.7
24	275.2	240.0	35.2	2563.2	185.0	176.6	168.3
30	188.8	272.0	-83.2	1920.0	159.4	146.2	133.1
36	124.8	256.0	-131.2	1180.8	111.4	99.8	88.3
42	89.6	204.8	-115.2	624.0	56.3	49.3	42.2
48	70.4	140.8	-70.4	316.8	19.2	16.0	12.8
54	64.0	96.0	-32.0	192.0	-1.9	-2.9	-3.8
60	60.8	70.4	-9.6	144.0	-7.7	-8.3	-9.0
66	57.6	64.0	-6.4	115.2	-16.6	-17.0	-17.3
72	51.2	54.4	-3.2	96.0	-23.0	-23.4	-23.7
78	44.8	48.0	-3.2	76.8	-29.4	-29.8	-30.1
84	38.4	41.6	-3.2				

$$K = \frac{0.5\Delta t(I_i + I_{i+1} - Q_i - Q_{i+1})}{x(I_{i+1} - I_i) + (1-x)(Q_{i+1} - Q_i)} = \frac{A}{P}$$

π.χ.: Si=902.4=(40+220.8)*0.5*6+120

0.2*I+0.8*Q=82.6=(329.6-112.0)*0.2+(108.8-72.0)*0.8+9.6

Προσδιορισμός των τιμών x και K της μεθόδου Muskingum



Προσδιορισμός των τιμών x και K της μεθόδου Muskingum

Παρατηρείται, ότι η ποιο στενή αναδιπλούμενη καμπύλη στο διάγραμμα, προκύπτει για χ=0.2.
Η παράμετρος Κ υπολογίζεται ως η κλίση της προσεγγιστικής ευθείας στην καμπύλη αυτή, ίση με:
K=2400/200=12 hr

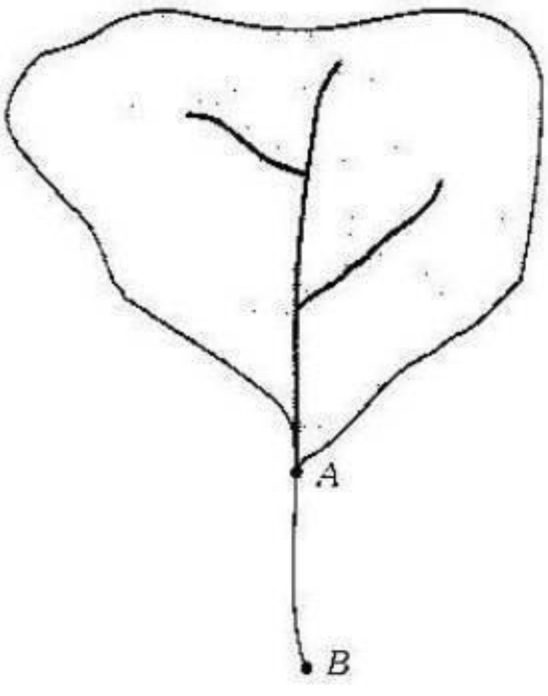
Η παράμετρος Κ αντιστοιχεί στο μέσο χρόνο διαδρομής της αιχμής της πλημμύρας από τη διατομή ελέγχου (1) στη διατομή ελέγχου (2).

Πράγματι στη στήλη (2) του πίνακα η αιχμή εισροής είναι ίση με 348.8 m^3/s και εκδηλώνεται τη 18η ώρα, ενώ η αιχμή της εκροής είναι ίση με 272 m^3/s και εκδηλώνεται την 30η ώρα, δηλαδή η διαφορά τους είναι 12 hr, όπως υπολογίσθηκε παραπάνω.

Παράδειγμα 2:

Στην έξοδο A λεκάνης απορροής δίνεται το υδρογράφημα πλημμύρας. Στη θέση B κατάντη του A ζητείται η παροχή σχεδιασμού Qmax του υδατορεύματος.
Η διόδευση να γίνει με τη μέθοδο Muskingum. Δίνονται επίσης: συντελεστής $x=0.22$, χρονική απόσταση $K=2hr$, χρονικό βήμα διόδευσης $\Delta t=1hr$.

Λύση



Η λεκάνη απορροής και το τμήμα AB του υδατορεύματος.

Λύση

Πρώτα προσδιορίζονται οι ποσότητες C1, C2, C3.

$$Q_{i+1} = C_1 I_i + C_2 I_{i+1} + C_3 Q_i$$

$$C_1 = \frac{Kx + 0.5\Delta t}{K(1-x) + 0.5\Delta t} = \frac{2*0.22 + 0.5*1}{2(1-0.22) + 0.5*1} = 0.456$$

$$C_2 = \frac{-Kx + 0.5\Delta t}{K(1-x) + 0.5\Delta t} = \frac{-2*0.22 + 0.5*1}{2(1-0.22) + 0.5*1} = 0.029$$

$$C_3 = \frac{(1-x)K - 0.5\Delta t}{K(1-x) + 0.5\Delta t} = \frac{(1-0.22)*2 - 0.5*1}{2(1-0.22) + 0.5*1} = 0.515$$

Στη συνέχεια εφαρμόζεται διαδοχικά η σχέση:

$$Q_{i+1} = C_1 I_i + C_2 I_{i+1} + C_3 Q_i$$

$$Q_{i+1} = 0.456 I_i + 0.029 I_{i+1} + 0.515 Q_i$$

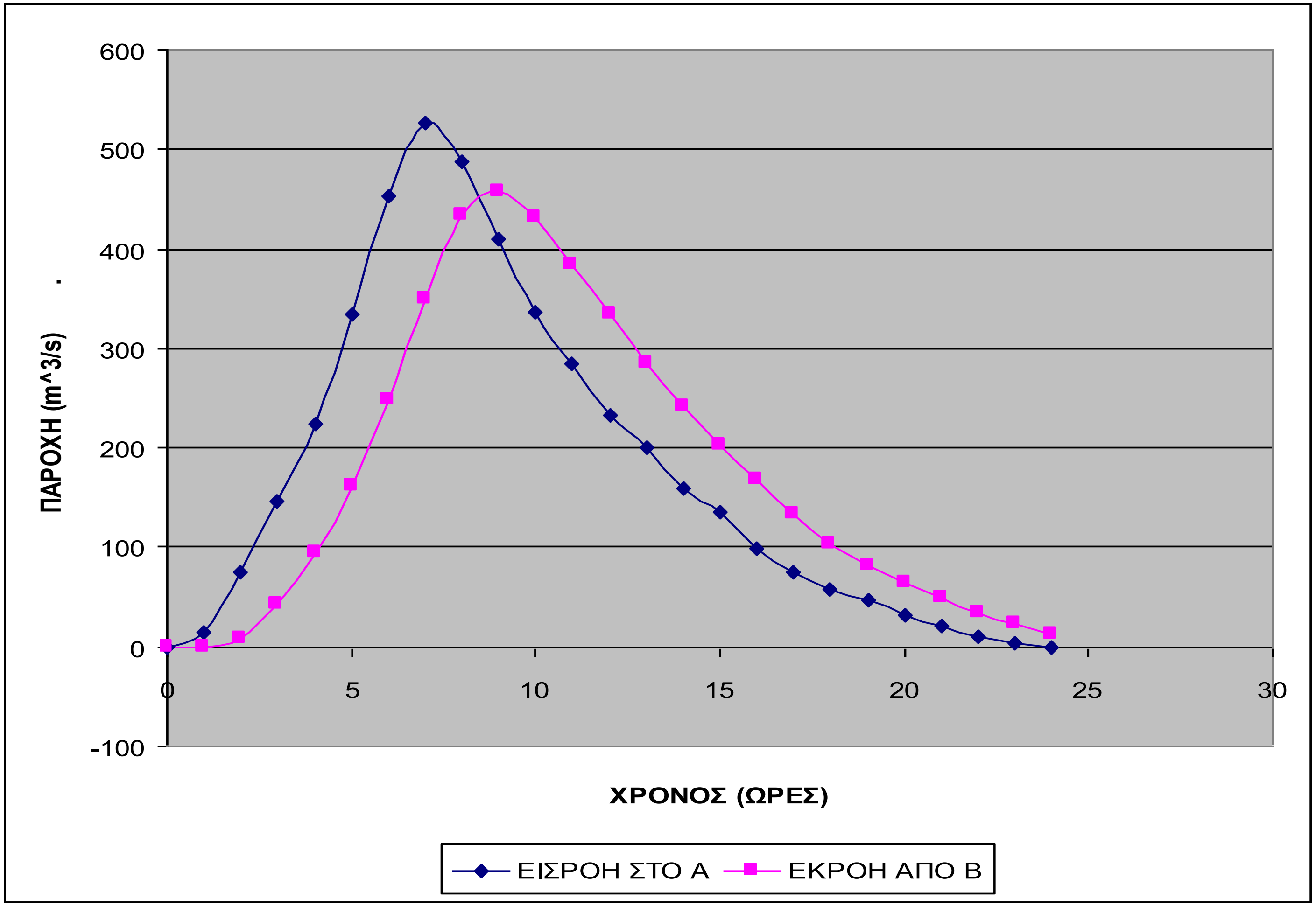
t (hr)	I (m^3/s)	Q (m^3/s)
1	2	3
0	0	0.0
1	14	0.4
2	74	8.7
3	147	42.5
4	224	95.4
5	334	161.0
6	453	248.3
7	527	349.7
8	488	434.6
9	409	458.2
10	336	432.2
11	284	384.0
12	233	334.0
13	200	284.1
14	160	242.1
15	135	201.6
16	98	168.2
17	74	133.5
18	58	104.2
19	46	81.4
20	32	63.8
21	20	48.0
22	10	34.2
23	3	22.2
24	0	12.8

$$Q_{i+1} = C_1 I_i + C_2 I_{i+1} + C_3 Q_i$$

$$Q_{i+1} = 0.456 I_i + 0.029 I_{i+1} + 0.515 Q_i$$

π.χ. 8.7=0.456*14+0.029*74+0.515*0.4

π.χ. 42.5=0.456*74+0.029*147+0.515*8.7



Παράδειγμα 3:

Στον ακόλουθο πίνακα φαίνονται τα υδρογραφήματα 2 σταθμών υδρομετρήσεων κατά μήκος ενός ποταμού που αναφέρονται σε ένα πλημμυρικό γεγονός.

Ζητούνται :

α. Οι σταθερές *K* και *x* της μεθόδου Muskingum που αναφέρονται στο τμήμα μεταξύ των δύο σταθμών.
β. Να γίνει η διόδευση της πλημμύρας που φαίνεται στον πίνακα διαμέσου του τμήματος μεταξύ των σταθμών .

Δίνεται ότι κατά την αρχή της πλημμύρας η παροχή στον κατάντη σταθμό ήταν 14,3 m^3/sec .

Παράδειγμα 3:

Υδρογράφημα των 2 σταθμών για δεδομένη πλημμύρα

ΧΡΟΝΟΣ (ΗΜΕΡΕΣ)	1η	2η	3η	4η	$5^{η}$	6η	7η	8η	9η	10η	11η	12	$13^{η}$
ΠΑΡΟΧΗ ΣΤΑΘΜΟΥ Ι (m^3/sec)	15.5	18.4	24.1	33.1	56.6	58.1	49.8	39.4	33.4	24.6	18.7	14.4	12.0
ΠΑΡΟΧΗ ΣΤΑΘΜΟΥ ΙΙ (m^3/sec)	14.3	15.9	18.6	24.5	36.0	52.8	55.3	48.4	39.7	31.9	26.8	19.0	13.4

Υδρογράφημα $1^{ου}$ σταθμού

ΧΡΟΝΟΣ (ΩΡΕΣ)	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108
ΠΑΡΟΧΗ ΣΤΑΘΜΟΥ Ι (m^3/sec)	15	19,1	26,4	36,5	44,8	47,2	45	41,2	37,2	35,5
ΧΡΟΝΟΣ (ΩΡΕΣ)	120	132	144	156	168	180	192	204		
ΠΑΡΟΧΗ ΣΤΑΘΜΟΥ Ι (m^3/sec)	33,6	31,7	29	27,4	26,1	24,5	23	21,7		

Λύση:

α. Οι σταθερές *K* και *x* συνδέονται με τη σχέση :

$$K = \frac{0,5\Delta t(I_i + I_{i+1} - Q_i - Q_{i+1})}{x(I_{i+1} - I_i) + (1-x)(Q_{i+1} - Q_i)} = \frac{A}{\Pi}$$

όπου *I* παροχή στο σταθμό I *(m³/sec)*

Q -//- -//- -//- II *(m³/sec)*

Δt χρονικό βήμα μετρήσεων *(hr)*

Υπολογίζονται οι αθροιστικές τιμές των *A* και *Π* για διάφορες τιμές του *x*

Αν παρασταθούν γραφικά και για κάθε *x* προκύπτουν οι αναδιπλούμενες καμπύλες του σχήματος. Εκεί φαίνεται ότι η τιμή του *x*, για την οποία η αναδιπλούμενη καμπύλη είναι πιο ομαλή και τείνει να εκφυλιστεί σε ευθύγραμμο τμήμα είναι $x = 0,20$

Αθροιστικές τιμές ΣΑ κ ΣΠ

$$K = \frac{0,5\Delta t(I_i + I_{i+1} - Q_i - Q_{i+1})}{x(I_{i+1} - I_i) + (1-x)(Q_{i+1} - Q_i)} = \frac{A}{\Pi}$$

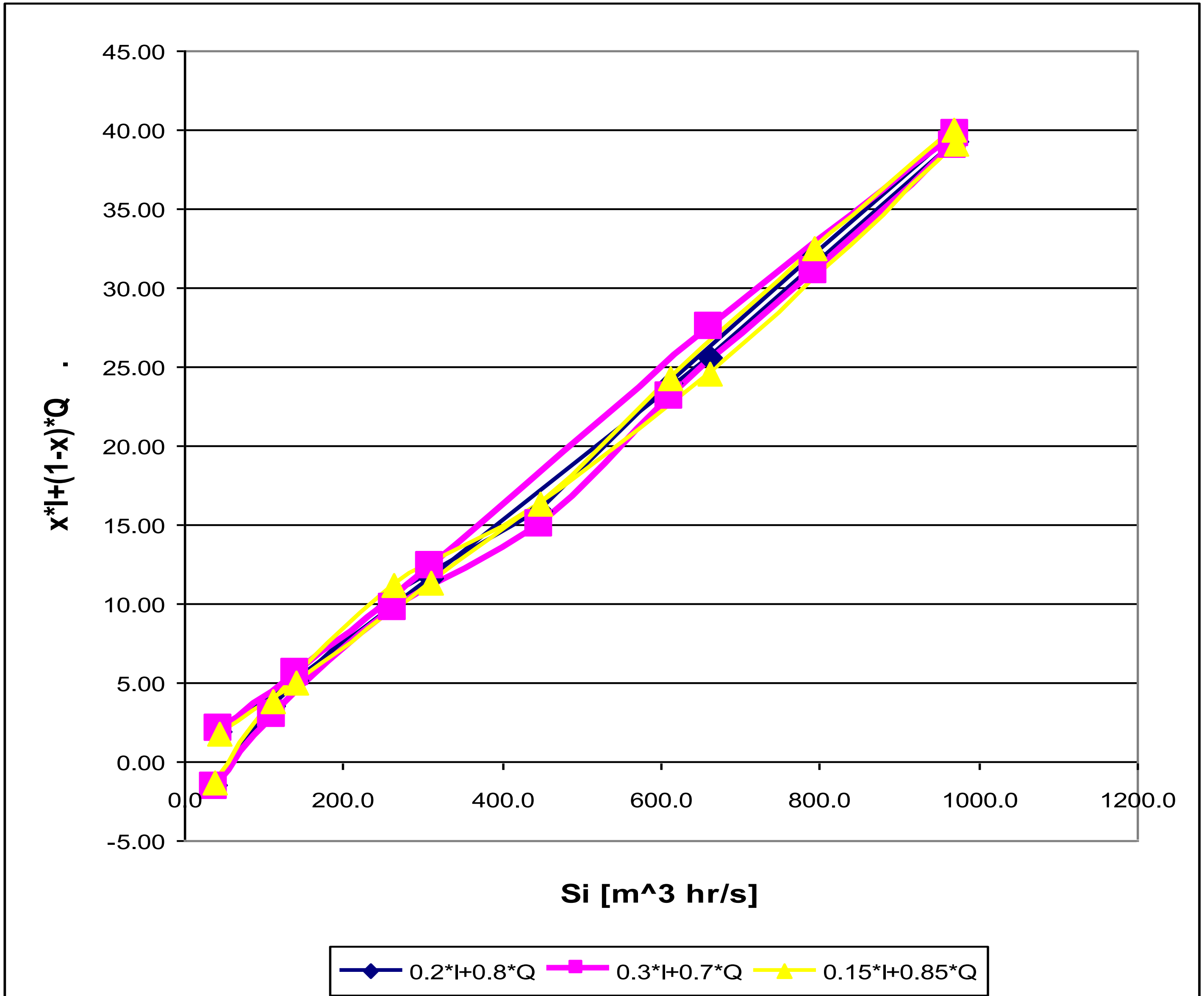
t (hr)	I (m^3/s)	Q (m^3/s)	I-Q (m^3/s)	Si (m^3 hr/s)	0.2*I+0.8*Q	0.3*I+0.7*Q	0.15*I+0.85*Q
1	2	3	4	5	6	7	8
0	15.5	14.3	1.2	44.4	1.86	1.99	1.80
24	18.4	15.9	2.5	140.4	5.16	5.59	4.95
48	24.1	18.6	5.5	309.6	11.68	12.42	11.31
72	33.1	24.5	8.6	660.0	25.58	27.52	24.61
96	56.6	36.0	20.6	970.8	39.32	39.73	39.12
120	58.1	52.8	5.3	968.4	39.66	38.99	40.00
144	49.8	55.3	-5.5	794.4	32.06	31.04	32.57
168	39.4	48.4	-9.0	610.8	23.90	23.15	24.28
192	33.4	39.7	-6.3	447.6	15.90	15.05	16.33
216	24.6	31.9	-7.3	262.8	10.64	9.71	11.11
240	18.7	26.8	-8.1	110.4	3.54	2.96	3.83
264	14.4	19.0	-4.6	38.4	-1.42	-1.68	-1.29
288	12.0	13.4	-1.4				

π.χ.: Si=44.4=(1.2+2.5)*0.5*24 **Πi=1.86=(18.4-15.5)*0.2+(15.9-14.3)*0.8**

Si=140.4=(2.5+5.5)*0.5*24+44.4 **Πi=5.16=(24.1-18.4)*0.2+(18.6-15.9)*0.8+1.86**

Αθροιστικές τιμές ΣΑ κ ΣΠ

$$K = \frac{0,5\Delta t(I_i + I_{i+1} - Q_i - Q_{i+1})}{x(I_{i+1} - I_i) + (1-x)(Q_{i+1} - Q_i)} = \frac{A}{\Pi}$$



Η τιμή του *K* θα είναι η κλίση της προσεγγιστικής ευθείας :

$$K = \frac{0,5\Delta t(I_i + I_{i+1} - Q_i - Q_{i+1})}{x(I_{i+1} - I_i) + (1-x)(Q_{i+1} - Q_i)} = \frac{A}{\Pi}$$

K=960/40=24hr

β) Η διόδευση θα γίνει με τη βοήθεια της σχέσης:

$$Q_{i+1} = C_1 I_i + C_2 I_{i+1} + C_3 Q_i$$

$$D = 0,5\Delta t + (1-x)K \qquad D = 0,5*12 + 0,8*24 = 25,20$$

$$C_1 = (0,5\Delta t + xK)/D \qquad C_1 = (0,5*12 + 0,2*24)/25,20 = 0,430$$

$$C_2 = (0,5\Delta t - xK)/D \qquad C_2 = (0,5*12 - 0,2*24)/25,20 = 0,050$$

$$C_3 = -0,5\Delta t + (1-x)K/D \qquad C_3 = (-0,5*12 + 0,8*24)/25,20 = 0,520$$

β) Πίνακας διόδευσης

t (hr)	I (m^3/s)	Q (m^3/s)
1	2	3
0	15.0	14.30
12	19.1	14.84
24	26.4	17.25
36	36.5	22.15
48	44.8	29.45
60	47.2	36.94
72	45.0	41.75
84	41.2	43.12
96	37.2	42.00
108	35.5	39.61
120	33.6	37.54
132	31.7	35.56
144	29.0	33.57
156	27.4	31.30
168	26.1	29.36
180	24.5	27.72
192	23.0	26.10
204	21.7	24.55

C1=	0.43
C2=	0.05
C3=	0.52

$$Q_{i+1} = C_1 I_i + C_2 I_{i+1} + C_3 Q_i$$

π.χ.: 14.84=0.43*15.0+0.05*19.1+0.52*14.30

Γράφημα διόδευσης