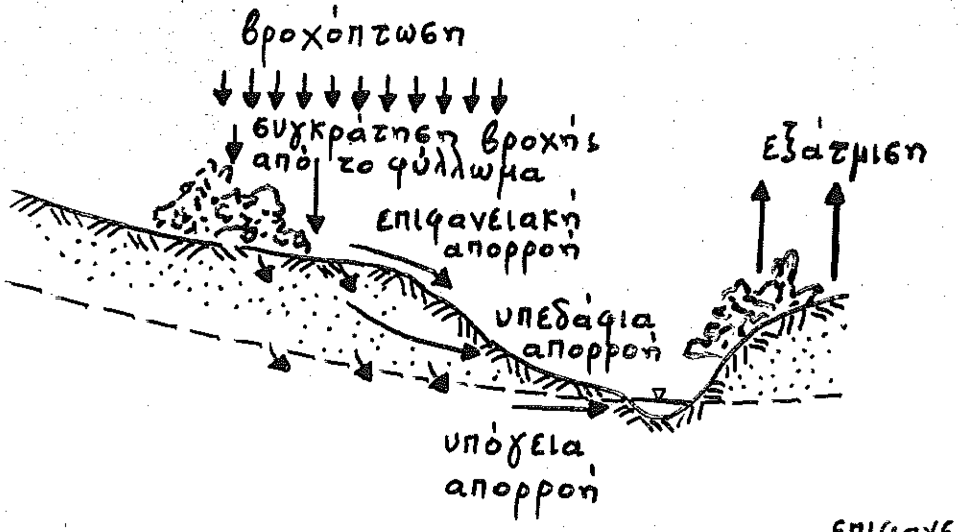
ΔΗΜΟΚΡΙΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΡΑΚΗΣ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΔΠΜΣ «ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ»
Βλάσιος Χρυσάνθου (Καθηγητής)
67100 Ξάνθη

ΔΙΑΦΑΝΕΙΕΣ ΠΡΟΧΩΡΗΜΕΝΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΥΔΡΟΛΟΓΙΑΣ

ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2011

ΒΡΟΧΟΠΤΩΣΗ - ΑΠΟΡΡΟΗ

Υδρολογικός κύκλος



- βροχόπτωση
  - περίσσευμα βροχόπτωσης
    - επιφανειακή απορροή
    - υπεδάφια απορροή
  - απώλειες
    - συγκράτηση βροχής στο φύλλωμα των δένδρων και σε βαθουλώματα
    - αύξηση της υγρασίας του εδάφους
    - διήθηση προς το υπόγειο νερό
    - εξάτμιση

Συντελεστής απορροής

Ποσοστό [%] της βροχόπτωσης, που απορρέει χωρίς μεγάλη επιβράδυνση στο έδαφος

$$N_{eff} = \varphi \cdot N$$

$$N_v = N - N_{eff} = (1-\varphi) \cdot N$$

N_{eff} : περίσσευμα βροχόπτωσης [mm]

N_v : απώλειες βροχής [mm]

N : καταγραφείσα βροχόπτωση [mm]

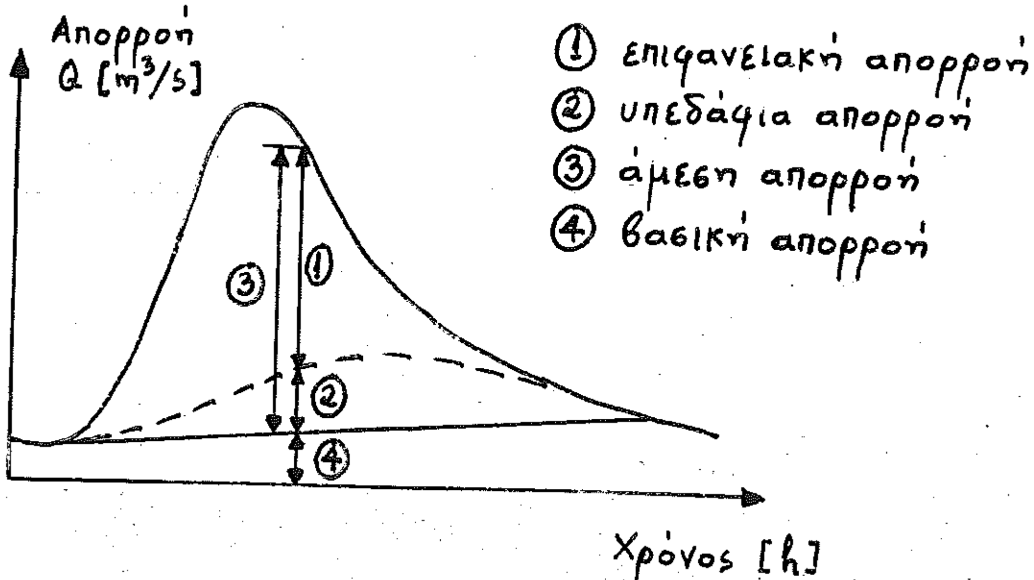
φ : συντελεστής απορροής [-]

$$0 \leq \varphi \leq 1$$

$\varphi = 0 \Rightarrow$ δεν δημιουργείται απορροή

$\varphi = 1 \Rightarrow$ όλη η βροχόπτωση απορρέει στο έδαφος (μηδενικές απώλειες)

Συνιστώσες του υδρογραφήματος



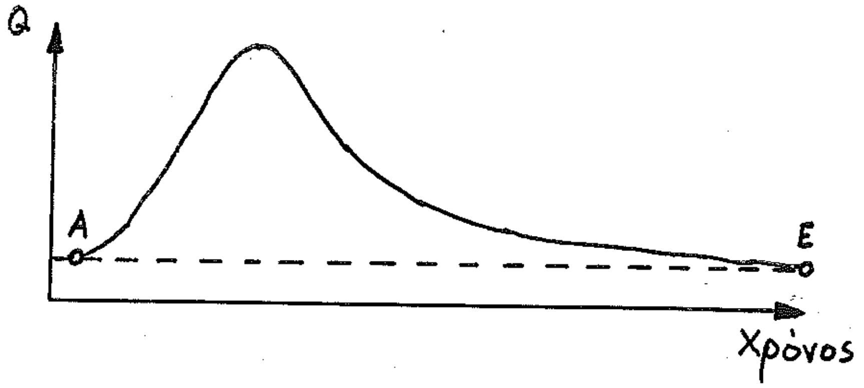
ολική απορροή = άμεση απορροή + βασική απορροή

άμεση απορροή = επιφανειακή απορροή + υπεδάφια απορροή βασική απορροή : κυριαρχεί σ' ένα υδατόρρευμα πριν και μετά την απορροή ενός πλημμυρικού κύματος.

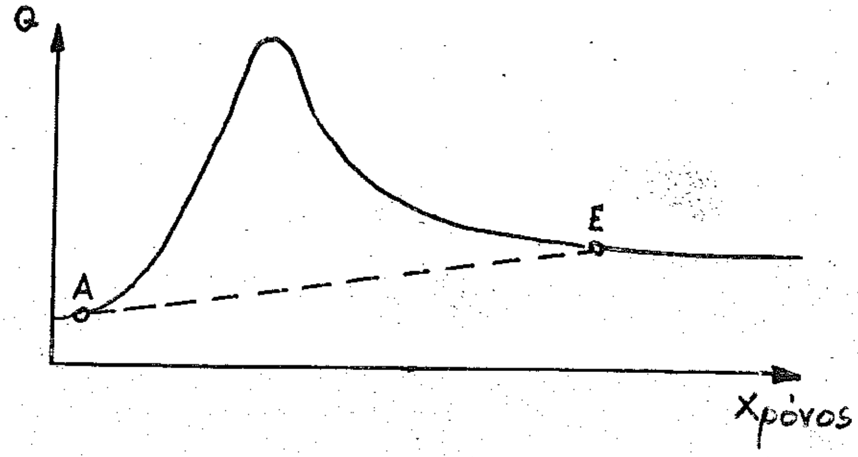
άμεση απορροή : προκύπτει από τη βροχόπτωση χωρίς μεγάλη επιβράδυνση

Διαχωρισμός της βασικής απορροής

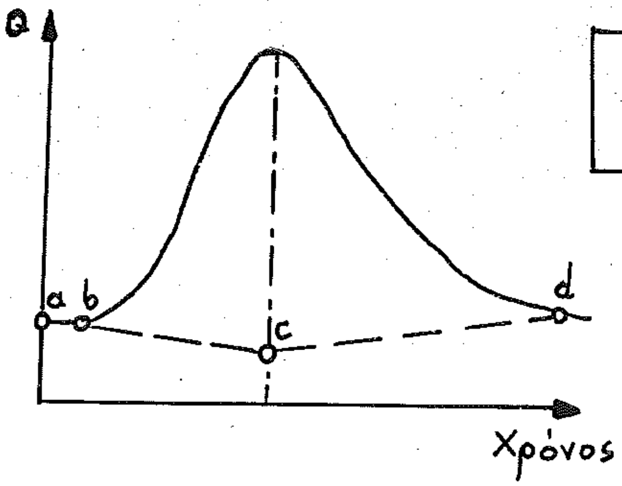
Οριζόντιο ευθύγραμμο τμήμα



Ανιόν ευθύγραμμο τμήμα



Δύο ευθύγραμμα τμήματα



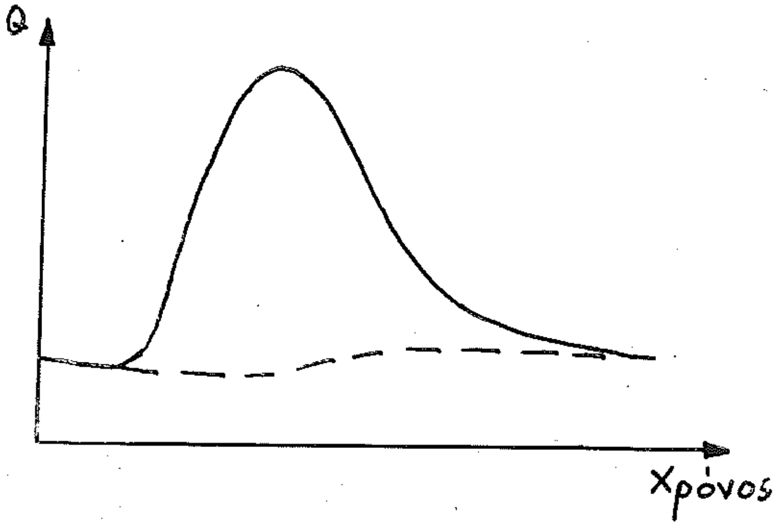
Τύπος του Linsley

$$\boxed{\text{μήκος } c\text{-}d = \left(\frac{A}{2.525}\right)^{0.2}}$$

A : επιφάνεια λεκάνης απορροής [km^2]

(c-d) : [ημέρες]

Καμπύλη 3ου βαθμού



Υπολογισμός του συντελεστή απορροής

$$\int_T Q_D \cdot dt = \int_T (Q - Q_B)\, dt$$

$$\int_T Q_D \cdot dt = A \cdot \int_T I_{eff} \cdot dt$$

$$\int_T I_v \cdot dt = \int_T (I - I_{eff})\, dt$$

$$\boxed{\varphi = \frac{\int_T Q_D \cdot dt}{A \cdot \int_T I\, dt}}$$

Q_D : άμεση απορροή $[L^3/T]$

Q : ολική απορροή $[L^3/T]$

Q_B : βασική απορροή $[L^3/T]$

I : ένταση της ολικής βροχόπτωσης $[L/T]$

I_{eff} : ένταση του περισσεύματος βροχόπτωσης $[L/T]$

I_v : ένταση απωλειών βροχής $[L/T]$

A : επιφάνεια λεκάνης απορροής $[L^2]$

φ : συντελεστής απορροής $[-]$

$[L]$: μονάδα μήκους

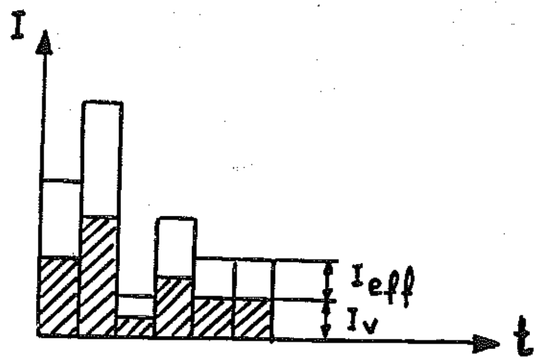
$[T]$: μονάδα χρόνου

Χρονική εξέλιξη του συντελεστή απορροής

"Ποσοστιαίοι" νόμοι

Ένα ορισμένο ποσοστό της βροχόπτωσης απορρέει στο έδαφος

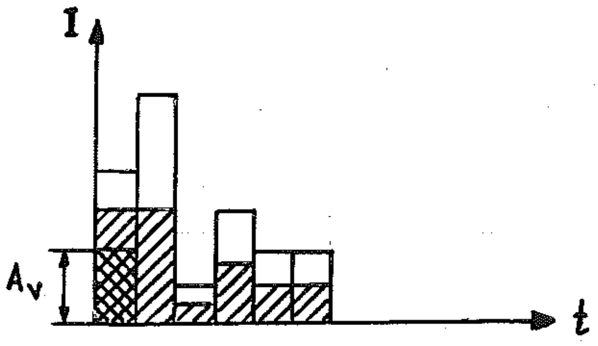
Σταθερός συντελεστής απορροής



$I_{eff} = \varphi \cdot I$

$I_v = (1-\varphi) \cdot I$

Σταθερός συντελεστής απορροής με αρχικές απώλειες



A_v : αρχικές απώλειες

Νόμοι βασιζόμενοι στην ικανότητα διήθησης

Η διήθηση είναι ανάλογη της υδατοϊκανότητας των πόρων του εδάφους. Απώλειες βροχής : Ικανότητα διήθησης του εδάφους

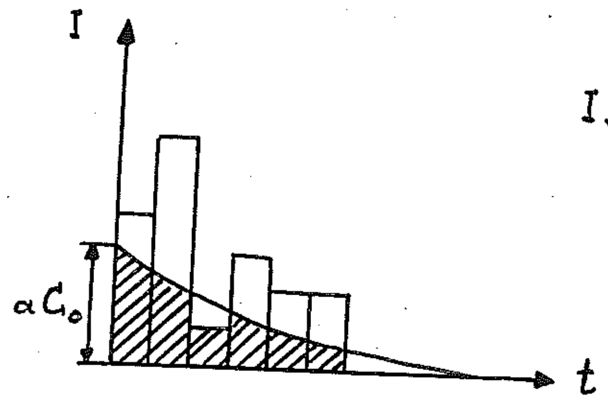
Χρησιμοποιούμενα σύμβολα:

C_o : αρχική ικανότητα διήθησης

b : σταθερές απώλειες βροχής στο χρονικό διάστημα Δt (π.χ. λόγω εξάτμισης ή διήθησης προς το υπόγειο νερό)

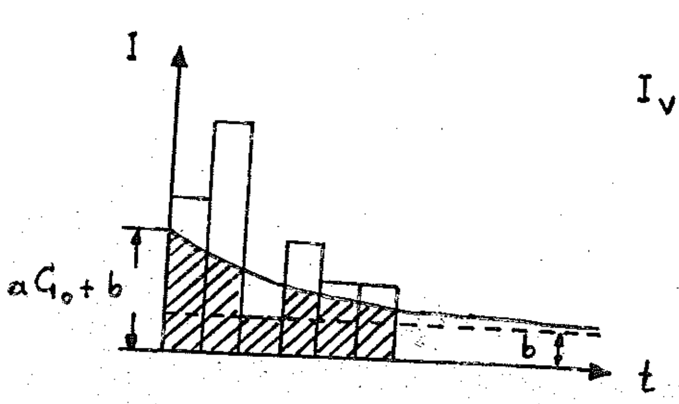
a : συντελεστής αναλογίας

Νόμος του Schultz



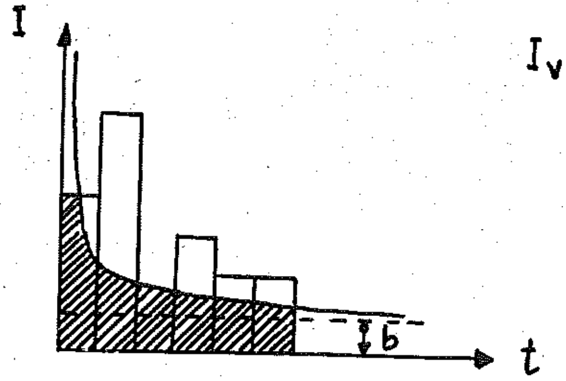
$$I_v = a\,C_o \cdot e^{-at} \cdot I$$

Νόμος του Horton



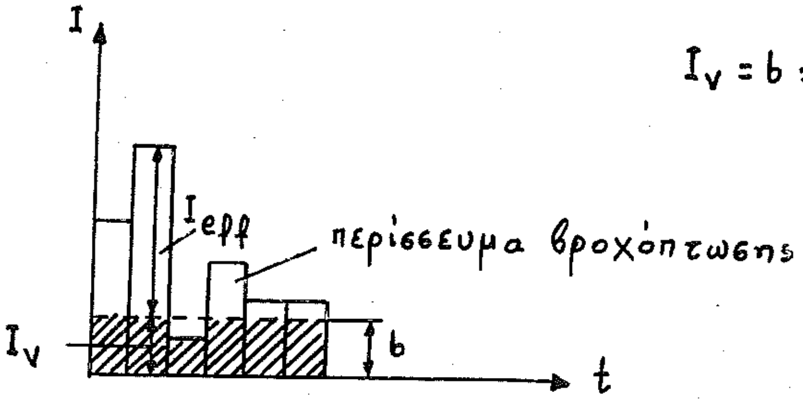
$$I_v = (a\,C_o \cdot e^{-at} + b) \cdot I$$

Νόμος του Philip



$$I_v = (a t^{-0.5} + b) \cdot I$$

Μέθοδος του δείκτη φ



$$I_v = b = \phi = \text{σταθ.}$$

Πρόβλεψη του συντελεστή απορροής

Χαρακτηριστικά μεγέθη επιρροής

Τοπικές παράμετροι

- βαθμός δόμησης
- καλλιέργεια εδάφους
- γεωλογία
- τοπογραφία κλπ.

Παράμετροι σχετιζόμενες με τη βροχόπτωση

- προϋπάρχουσα υγρασία του εδάφους
- εποχή του χρόνου
- διάρκεια βροχής
- ύψος βροχής

Απλοποιημένη μέθοδος πρόβλεψης του συντελεστή απορροής

Σε περίπτωση ραγδαίων βροχοπτώσεων, εκλέγεται από τις ήδη καταγραμμένες (ιστορικές) βροχοπτώσεις ο μέγιστος συντελεστής απορροής.

Συναξονικό διάγραμμα

$$N_v = f(VN_s, J, D, N)$$

N_v : απώλειες βροχής

VN_s : δείκτης που χαρακτηρίζει την προϋπάρχουσα υγρασία του εδάφους (συνήθως βασική απορροή)

J : εποχή του χρόνου

D : διάρκεια βροχής

N : ύψος βροχής

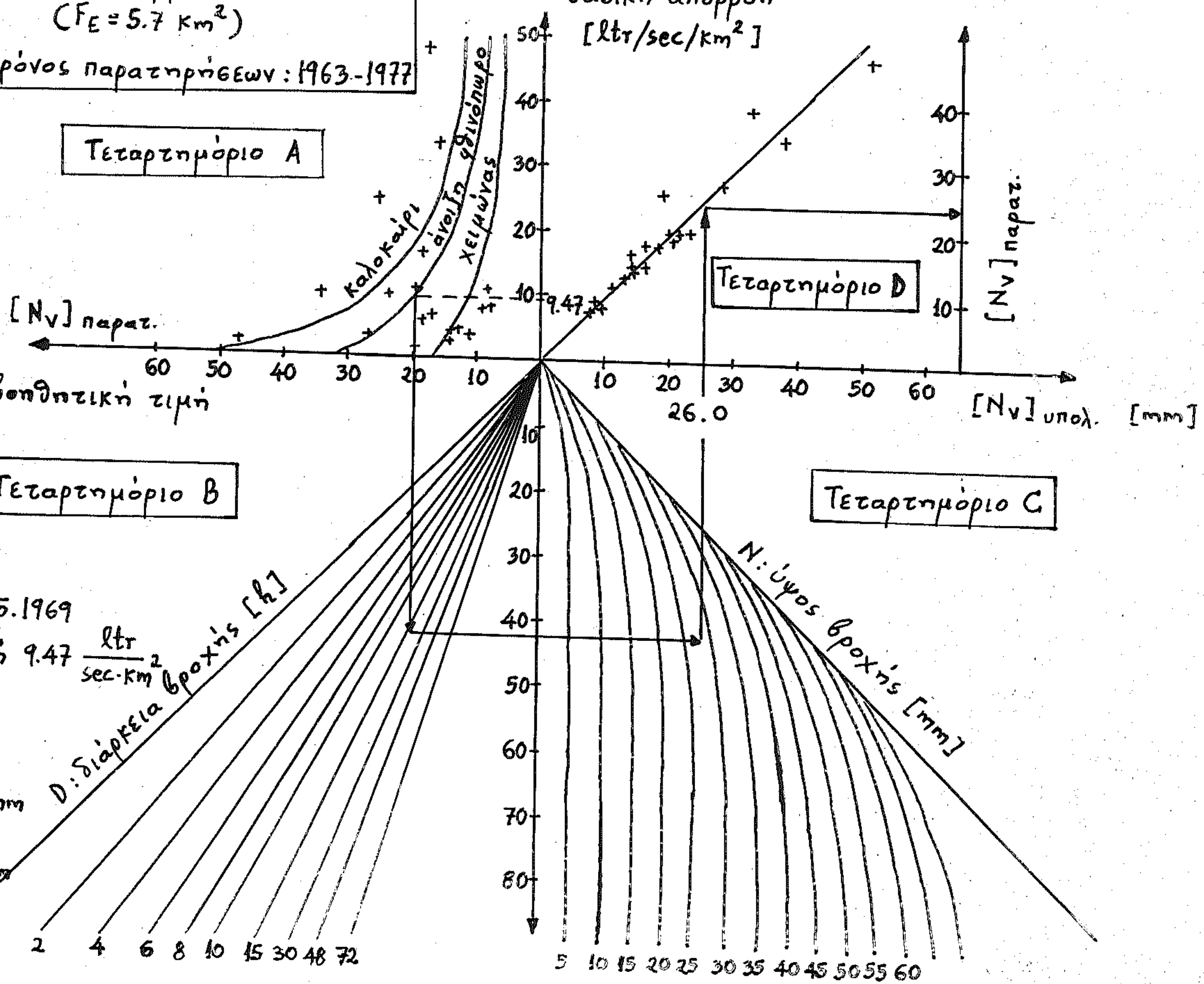
$$N_{eff} = N - N_v$$

$$\varphi = \frac{N_{eff}}{N}$$

N_{eff} : περίσσευμα βροχόπτωσης (αποτελεσματική βροχόπτωση)

φ : συντελεστής απορροής

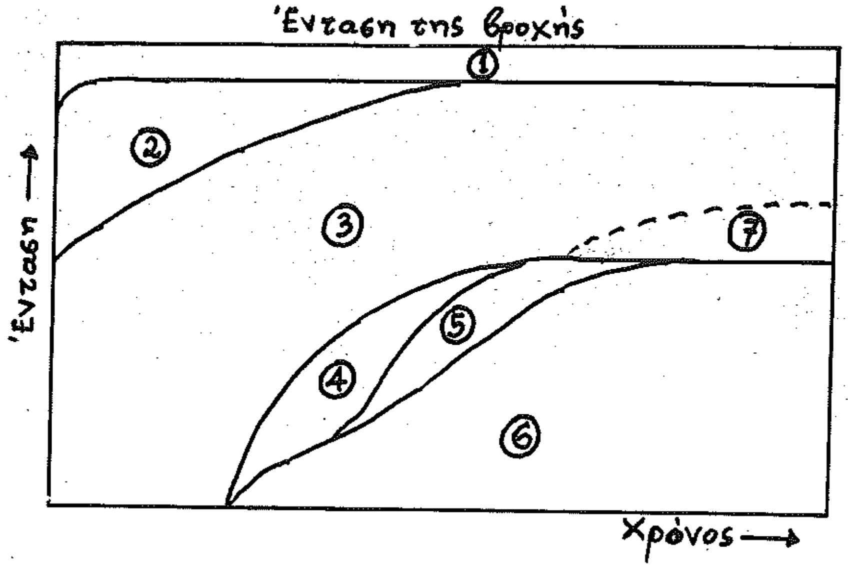
- λεκάνη απορροής Gabelbach ($F_E = 5.7\ km^2$)
- χρόνος παρατηρήσεων: 1963-1977



Παράδειγμα:

- βροχή της 6.5.1969
- βασική απορροή 9.47 $\frac{ltr}{sec \cdot km^2}$
- $D = 19\ h$
- $N = 28\ mm$
- $[N_v]_{παρατ.} = 23.7\ mm$
- $[N_v]_{υπολ.} = 26.0\ mm$

Τυπική χρονική εξέλιξη των απωλειών βροχής



1. Εξάτμιση και διαπνοή
2. Συγκράτηση από τη φυτοκόμη (interception loss)
3. Διήθηση
4. Συγκράτηση σε επιφανειακές κοιλότητες
5. Επιφανειακή αποθήκευση
6. Επιφανειακή απορροή
7. Ταχεία υπεδάφια απορροή (ή ενδορροή)

- Η επιφανειακή απορροή προκύπτει από την "καθαρή βροχή" (net precipitation), που είναι απαλλαγμένη από κάθε είδους απώλειες.

- Η "άμεση απορροή" (επιφανειακή + ταχεία υπεδάφια απορροή) προκύπτει από το περίσσευμα βροχής (rainfall excess)

Απώλειες συγκράτησης φυτοκόμης

- Πρέπει να λαμβάνονται υπόψη στην περίπτωση δασικών εκτάσεων και περιοχών με μικρά σχετικώς ύψη βροχής

$$\boxed{\Delta P_g = a\, \Delta P_o - b}$$

ΔP_g : ύψος βροχόπτωσης που φτάνει στο έδαφος (σε χρονικό διάστημα Δt)

ΔP_o : ύψος βροχής που προσπίπτει στη βλάστηση

$a = 1 \Rightarrow$ ασήμαντη εξάτμιση κατά τη διάρκεια της βροχής

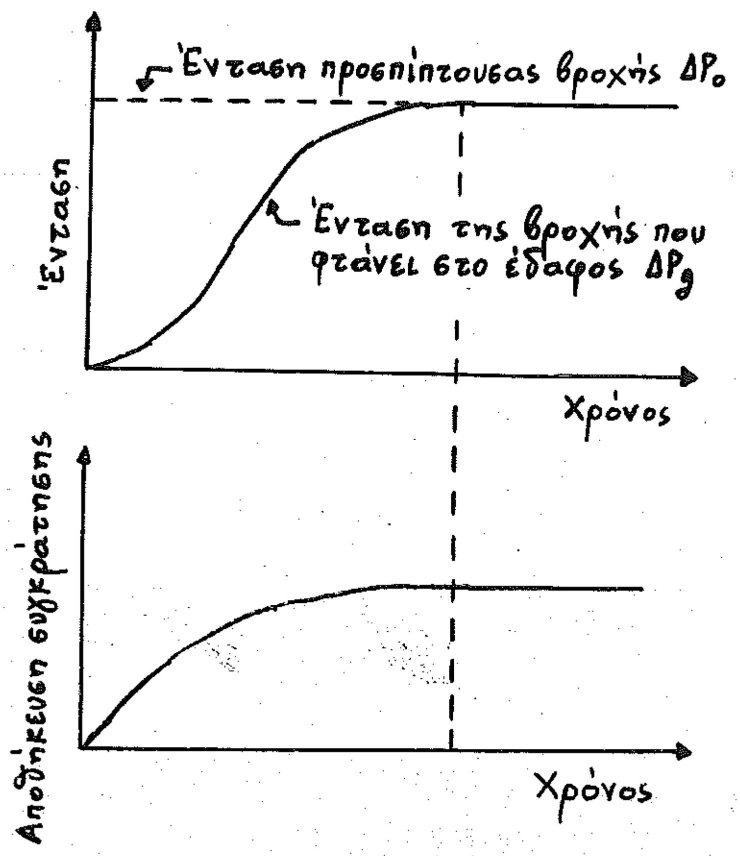
$a < 1 \Rightarrow$ η εξάτμιση αποτελεί μια επιπλέον απώλεια

b : παράμετρος για τη χωρητικότητα της συγκράτησης

$$\boxed{\Delta P_o = \Delta P_g + \Delta S + E}$$

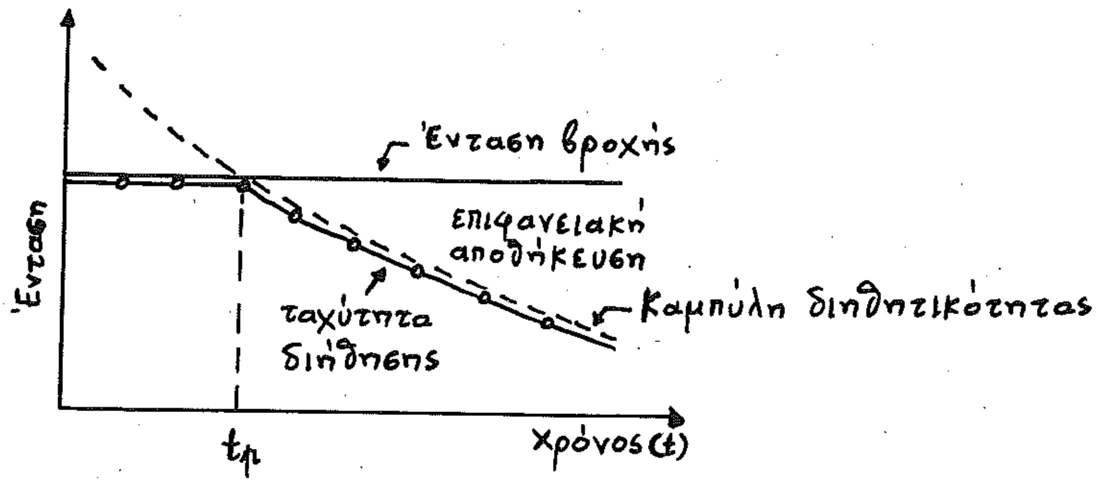
ΔS : μεταβολή της αποθήκευσης συγκράτησης

E : εξάτμιση



Διήθηση

- Αθροιστική διήθηση: συνολικός όγκος νερού που διηθήθηκε
- Ταχύτητα διήθησης: ταχύτητα με την οποία το νερό εισέρχεται στο έδαφος από την επιφάνειά του (σε κάθε χρονική στιγμή)
- Διηθητικότητα εδάφους: ικανότητα του εδάφους προς διήθηση



- Η ταχύτητα διήθησης εξαρτάται από τη διηθητικότητα του εδάφους και την ένταση της βροχής.
- Μέγιστη ταχύτητα διήθησης συνήθως στην αρχή της βροχής και κυρίως σε εποχές ξηρασίας
- Υδατοϊκανότητα μιας εδαφικής ζώνης: ανώτατο όριο εδαφικής υγρασίας

Μοντέλο του Lutz (1982)

- Εκτίμηση του περισσεύματος βροχόπτωσης (ή απορροϊκής βροχής)

$$\boxed{N_{eff} = (N - A_v)c + \frac{c}{a}\left[e^{-a(N - A_v)} - 1\right]}$$

N_{eff}: περίσσευμα βροχόπτωσης [mm]

N : ύψος βροχόπτωσης [mm]

A_v : αρχικές απώλειες [mm]
(συγκράτηση στο φύλλωμα των δένδρων και σε επιφανειακές κοιλότητες του εδάφους, διήθηση)

c : μέγιστος τελικός συντελεστής απορροής μετά μια βροχή πολύ μεγάλης διάρκειας

a : συντελεστής αναλογίας [1/mm]

$$\boxed{a = P_1 \cdot e^{-P_2/WZ} \cdot e^{-2.0/QB}}$$

WZ : παράμετρος για την εποχή του χρόνου

QB : βασική απορροή [$ltr/sec/km^2$]
(προϋπάρχουσα υγρασία εδάφους)

$P_2 = 2.0$ για δομημένες επιφάνειες, δάσος κωνοφόρων δένδρων, λιβάδι

$P_2 = 4.6$ για καλλιεργημένες εκτάσεις και δάσος φυλλοβόλων δένδρων

P_1 : πρέπει να προσδιορίζεται σε κάθε περιοχή

$A_v = 3.0$ mm για δάσος

$A_v = 2.0$ mm για καλλιεργημένες εκτάσεις

$A_v = 1.0$ mm για δομημένες επιφάνειες

- Ο συντελεστής απορροής c εξαρτάται από την εδαφοκάλυψη και την υδρολογική κατηγορία του εδάφους (A, B, C, D) (υπάρχει σχετικός πίνακας)

WZ = 5 για το καλοκαίρι

WZ = 15 για την άνοιξη και το φθινόπωρο

WZ = 23 για το χειμώνα

Τιμές του μέγιστου τελικού συντελεστή απορροής c

α/α	Είδος βλάστησης	Τύπος εδάφους A	B	C	D
1	Δάσος	0.17	0.48	0.62	0.70
2	Έρημη περιοχή (χωρίς βλάστηση)	0.71	0.83	0.89	0.93
3	Κονδυλόρριζα, αμπέλια	0.62	0.75	0.84	0.88
4	Δημητριακά (σιτάρι, σίκαλις)	0.54	0.70	0.80	0.85
5	Λαχανικά	0.51	0.68	0.79	0.84
6	Βοσκότοπος	0.34	0.60	0.74	0.80
7	Διαρκές λιβάδι	0.10	0.46	0.63	0.72
8	Άλσος, οπωροφόρα δένδρα	0.17	0.48	0.66	0.77
9	Αυλές νοικοκυριών	0.47	0.67	0.77	0.83
10	Χωραφόδρομοι	0.66	0.79	0.86	0.88
11	Αδιαπέρατες επιφάνειες	1.0	1.0	1.0	1.0

Τύπος εδάφους:

A: σκύρα, χαλίκι, άμμος (ελάχιστη απορροή)

B: λεπτόκοκκη άμμος, ελαφρώς αργιλώδης άμμος, Löss

C: συνεκτικά εδάφη με άμμο,
μικτά εδάφη: πηλώδης άμμος, αμμώδης πηλός, αργιλώδης-πηλώδης άμμος

D: άργιλος, πηλός, στεγανός βράχος, υπέδαφος κορεσμένο με νερό (μέγιστη απορροή)

Μέθοδος SCS (Soil Conservation Service)

- Εκτίμηση του περισσεύματος βροχόπτωσης

$$\boxed{N_{eff} = \frac{(N-0.2S)^2}{N+0.8S}}$$

N : συνολικό ύψος βροχόπτωσης [mm]

N_{eff} : περίσσευμα βροχόπτωσης [mm] (συνολικό ύψος απορροής)

S : συνολικό ύψος απωλειών [mm] (διαφορά μεταξύ N και N_{eff})

$A_v = 0.2\,S$ ⇒ αρχικές απώλειες λόγω συγκράτησης της βροχής (στην επιφάνεια της βλάστησης και σε εδαφικές κοιλότητες) και εξάτμισης

$0.8\,S$ ⇒ απώλειες λόγω διήθησης

$$\boxed{S = \frac{25400}{CN} - 254}$$

CN : αριθμός καμπύλης (από πίνακες)

S : [mm]

- Το CN εξαρτάται από την αρχική κατάσταση υγρασίας του εδάφους, την υδρολογική κατηγορία του εδάφους και την κατηγορία φυτοκάλυψης και χρήσης γης (σύμπλοκο εδάφους-φυτοκάλυψης).

Κατηγορίες αρχικής κατάστασης υγρασίας του εδάφους

Κατηγορία	Συνολικό ύψος βροχής των 5 προηγούμενων ημερών [mm]	
	Χειμερινή περίοδος	Περίοδος βλάστησης
I	< 13	< 35
II	13 ÷ 28	35 ÷ 53
III	> 28	> 53

Υδρολογικές κατηγορίες εδάφους

A : σκύρα, χαλίκι, άμμος (ελάχιστη απορροή)

B : λεπτόκοκκη άμμος, ελαφρώς αργιλώδης άμμος, Löss

C : συνεκτικά εδάφη με άμμο,
μικτά εδάφη : πηλώδης άμμος, αμμώδης πηλός, αργιλώδης-πηλώδης άμμος

D : άργιλος, πηλός, στεγανός βράχος, υπέδαφος κορεσμένο με νερό (μέγιστη απορροή)

Πίν. 8.4: *Αριθμός καμπύλης απορροής CN (Wanielista, 1978)*

Χρήση Γης		Υδρολογικός τύπος εδάφους A	B	C	D
Καλλιεργημένες εκτάσεις					
• Χωρίς έργα συντήρησης		72	81	88	91
• Με έργα συντήρησης		62	71	78	81
Ορεινοί βοσκότοποι					
• Κακή κατάσταση		68	79	86	89
• Καλή κατάσταση		39	61	74	80
Λιβαδικές εκτάσεις					
• Καλή κατάσταση		30	58	71	78
Δασικές εκτάσεις					
• Αραιή συστάδα		45	66	77	83
• Πυκνή συστάδα		25	55	70	77
Ελεύθερες εκτάσεις, γήπεδα γκόλφ, πάρκα					
• Καλή κατάσταση, κάλυψη με γρασίδι στο 75% της έκτασης		39	61	74	80
• Μέτρια κατάσταση, κάλυψη με γρασίδι στο 50% της περιοχής		49	69	79	84
Εμπορικές περιοχές (85% αδιαπέρατες)		89	92	94	95
Βιομηχανικές περιοχές (72% αδιαπέρατες)		81	88	91	93
Οικιστικές περιοχές					
Μέσο μέγεθος οικοπέδου	Ποσοστό αδιαπέρατης επιφάνειας				
< 500	65	77	85	90	92
1000	40	61	75	83	87
1500	30	57	72	81	86
2000	25	54	70	80	85
4000	20	51	68	79	84
Χώροι πάρκινγκ, στέγες, κ.λ.π.		98	98	98	98
Δρόμοι					
• με οδόστρωμα και αγωγούς ομβρίων		98	98	98	98
• χαλικόστρωτοι		76	85	89	91
• χωματόδρομοι		72	82	87	89
Αστικές συνθήκες					
• Γυμνό έδαφος		77	86	91	94
• Κήποι ή θάμνοι		72	81	88	91
• Μεγάλη κάλυψη με πράσινο (>75% της διαπερατής περιοχής)		39	61	74	80
• Μέτρια κάλυψη πρασίνου (50-75% της διαπερατής περιοχής)		49	69	79	84
• Μικρή κάλυψη πρασίνου (<50% της διαπερατής περιοχής)		68	79	86	89
• Άλση		36	60	73	79

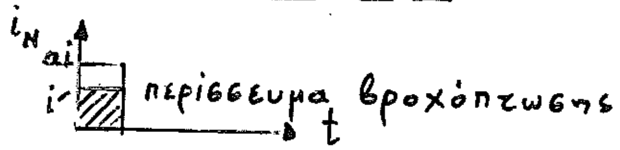
Μοναδιαίο υδρογράφημα (ΜΥΓ)

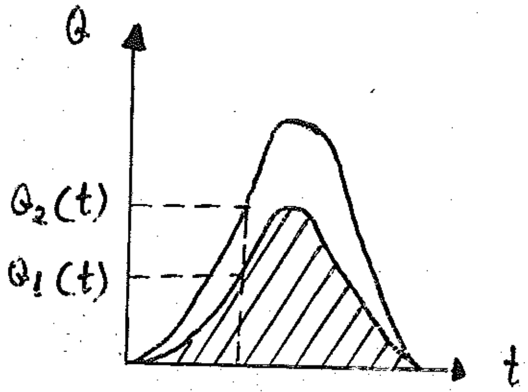
Ορισμός:

Υδρογράφημα της άμεσης απορροής 1 cm περισσεύματος βροχόπτωσης, ομοιόμορφα διανεμημένου στην λεκάνη απορροής και ομοιόμορφης έντασης κατά την <u>ορισμένη</u> χρονική διάρκεια της βροχόπτωσης.

- Χρονική διάρκεια του περισσεύματος βροχόπτωσης: χρονική μονάδα για τους περαιτέρω υπολογισμούς
- Το ΜΥΓ χρησιμεύει στον προσδιορισμό του υδρογραφήματος της άμεσης απορροής οιουδήποτε ύψους περισσεύματος βροχόπτωσης.

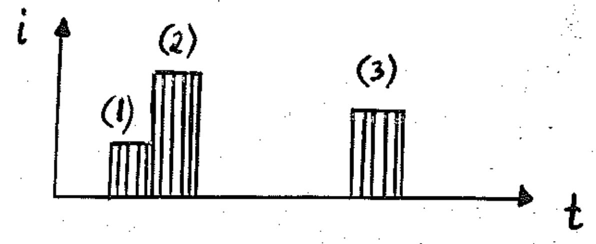
Αρχή της αναλογίας

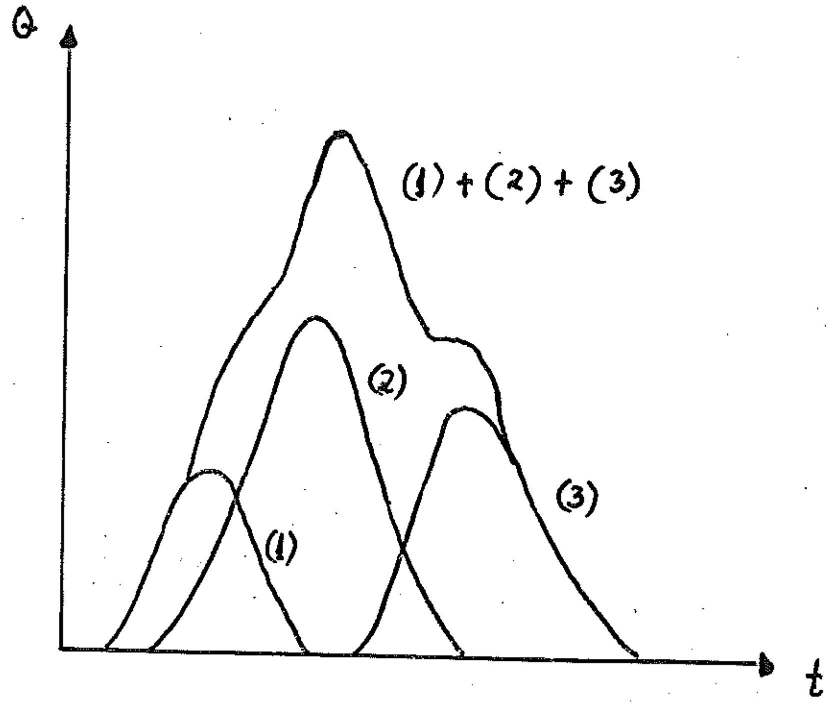




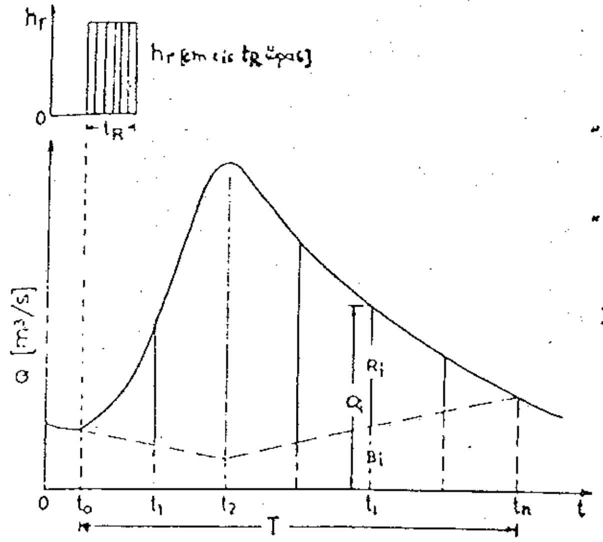
$$\frac{Q_2(t)}{Q_1(t)} = \frac{ai}{i} = a$$

Αρχή της επαλληλίας





Προσδιορισμός του ΜΥΓ από υδρογράφημα πλημμύρας



Λεκάνη απορροής A_d [km²]

Ύψος βροχοπτώσεως h_r [cm]

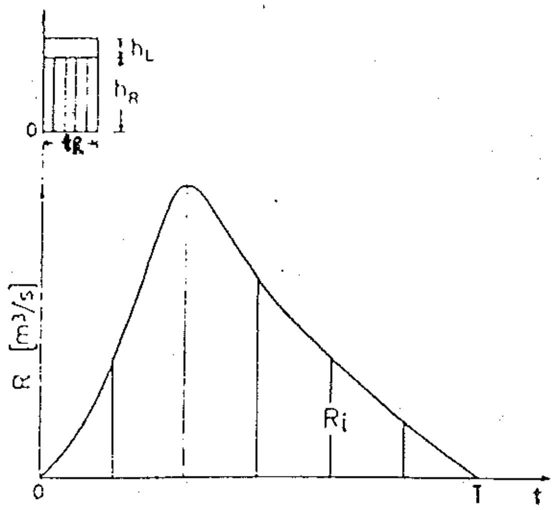
Διάρκεια βροχοπτώσεως t_R [hr]

Άμεσος απορροή:

$$R(t) = Q(t) - B(t) \quad [m^3/s]$$

Χρονικόν διάστημα

$$\Delta t = t_{i+1} - t_i \quad [hr]$$

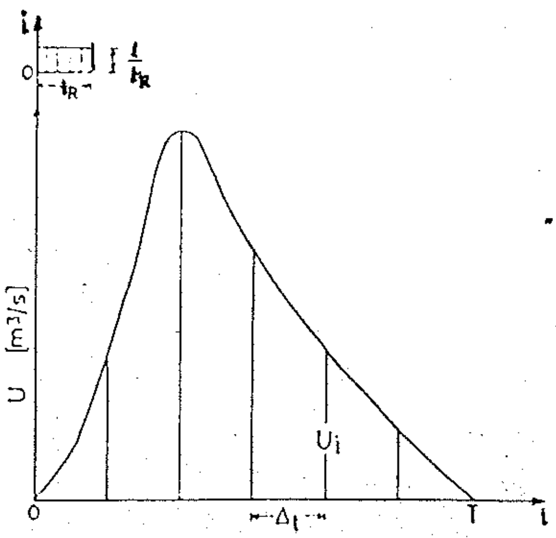


Ύψος απορροής:

$$h_R = \frac{1}{A_d}\int_0^T R(t)dt$$

$$= 0.36\,\frac{\Delta t}{A_d}\sum_{i=0}^{n} R_i \quad [cm]$$

Ύψος απωλειών $h_L = h_r - h_R$ [cm]



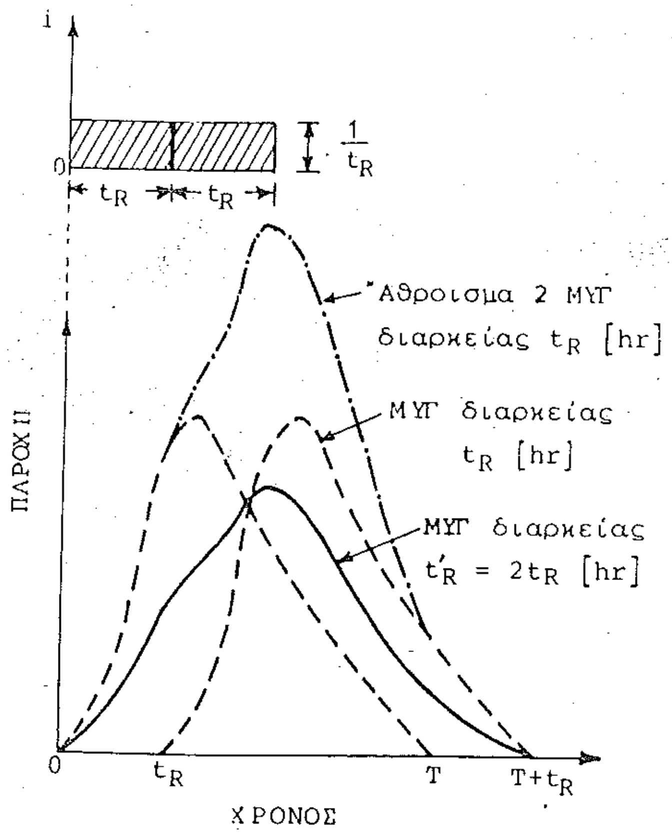
Τεταγμέναι ΜΥΓ $U_i = R_i/h_R$ [m³/s]

Έλεγχος:

$$\frac{1}{A_d}\int_0^T U(t)dt = 0.36\,\frac{\Delta t}{A_d}\,\Sigma U_i = 1 \quad [cm]$$

Προσδιορισμός ΜΥΓ διαρκείας nt_R $(n=2,3,\ldots)$ από το ΜΥΓ διαρκείας t_R

$t'_R = n t_R$



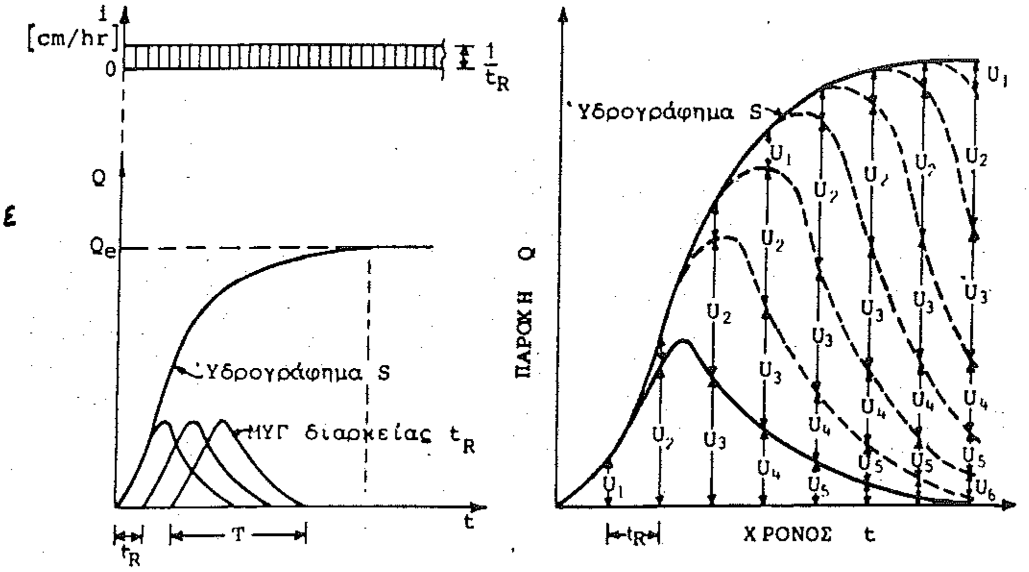
Σχ. 33. Προσδιορισμός ΜΥΓ διαρκείας $2t_R$ διά προσθέσεως δύο ΜΥΓ διαρκείας t_R.

- Πρόσθεση "n" ΜΥΓ διαρκείας t_R ύστερα από μετάθεση καθενός απ' αυτά σε σχέση προς το προηγούμενο κατά t_R
- Διαίρεση των τεταγμένων του προκύπτοντος ΜΥΓ διά n

'Όταν $t'_R < t_R$

ή t'_R = οποιαδήποτε διάρκεια

⇒ υδρογράφημα S ή αθροιστικό υδρογράφημα



Σχ. 34. 'Ορισμός καί γραφική κατασκευή τοῦ ἀθροιστικοῦ ὑδρογραφήματος.

- Πρόσθεση m ΜΥΓ διαρκείας t_R μετά από μετατόπιση καθενός κατά t_R

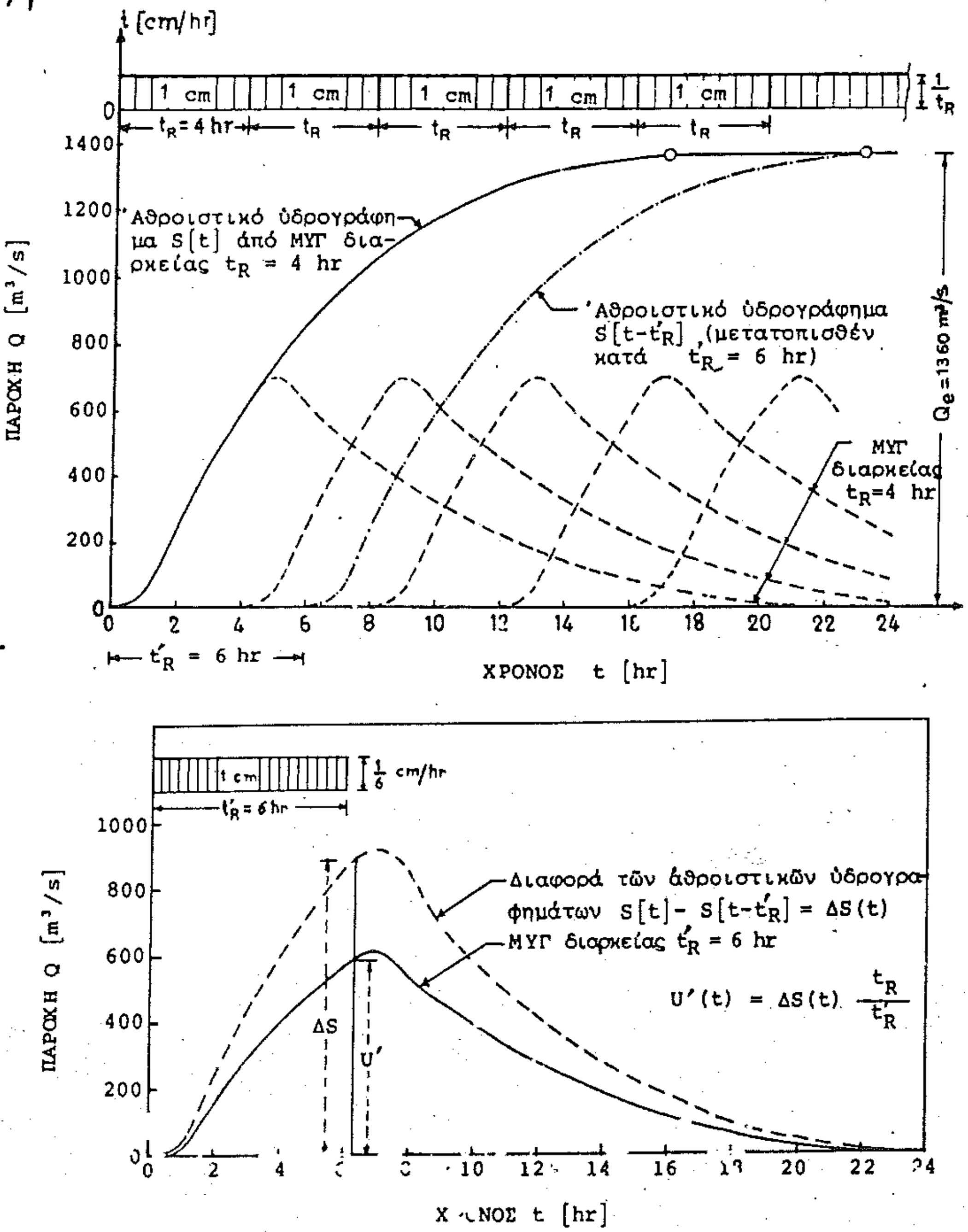
- $m = \dfrac{T}{t_R}$

- $Q_e = \dfrac{A_d}{0.36\, t_R}$

$Q_e : [m^3/s]$

$A_d : [km^2]$

$t_R : [hr]$



Σχ. 35. Προσδιορισμός ΜΥΓ ἐκ τοῦ ἀθροιστικοῦ ὑδρογραφήματος

Προσδιορισμός του πλημμυρικού υδρογραφήματος από το ΜΥΓ

- Υετόγραμμα μιας ραγδαίας βροχής (συνήθως συντάσσεται με χρονική μονάδα t_R)
- Υετόγραμμα του περισσεύματος βροχόπτωσης: λαμβάνεται από το προηγούμενο υετόγραμμα μετά από αφαίρεση των απωλειών
- Υδρογράφημα (μερικόν) που προέρχεται από ένα τμήμα του υετογράμματος (περισσεύματος βροχόπτωσης) διαρκείας t_R ωρών και ύψους h_R cm:
  Λαμβάνεται διά πολλαπλασιασμού των τεταγμένων του ΜΥΓ επί h_R
- Συνολικό υδρογράφημα άμεσης απορροής: Λαμβάνεται διά προσθέσεως των μερικών υδρογραφημάτων, αφού προηγουμένως μετατοπισθούν καταλλήλως ως προς τον χρόνο
- Πρόσθεση της βασικής απορροής στην άμεση απορροή

Άσκηση με ΜΥΓ

Δίδεται το υδρογράφημα μιας ραγδαίας βροχής διάρκειας 12 hr και συνολικού ύψους 78 mm, σε μια λεκάνη απορροής έκτασης 460 km^2 :

Χρόνος [hr]	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78
Παροχή [m^3/s]	25	30	45	90	180	208	175	133	83	57	40	30	25	25

Ζητούνται

α) να προσδιοριστεί το ΜΥΓ διάρκειας 12 hr

β) να προσδιοριστεί το ΜΥΓ διάρκειας 6 hr

γ) να υπολογιστεί ο δείκτης φ της λεκάνης απορροής

δ) να υπολογιστεί το υδρογράφημα απορροής μιας ραγδαίας βροχής συνολικής διάρκειας 18 hr και ύψους 96 mm και 62 mm για δύο συνεχόμενα χρονικά διαστήματα 12 και 6 hr αντίστοιχα

Η βασική απορροή να ληφθεί ίση με 25 m^3/sec.

Λύση

α) $R_i = Q_i - B_i$ $\qquad U_i = \dfrac{R_i}{h_R}$

$$h_R = 0.36\,\frac{\Delta t}{A_d}\,\Sigma R_i = 0.36 \times \frac{6}{460} \times 796 = 3.74\ cm \simeq 3.7\ cm$$

Έλεγχος: $0.36\,\dfrac{\Delta t}{A_d}\,\Sigma U_i = 0.36 \times \dfrac{6}{460} \times 215 \simeq 1.0\ cm$

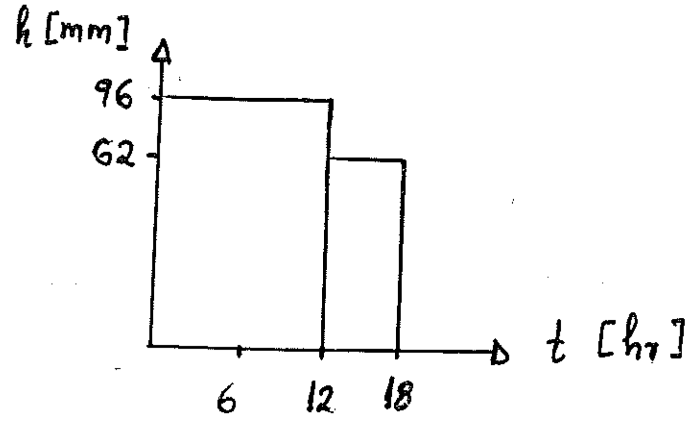
β) $m = \frac{T}{t_R} = \frac{72}{12} = 6$

Μετατόπιση 6 ΜΥΓ κατά 12 hr ως προς το προηγούμενο

$\frac{t_R}{t'_R} = \frac{12}{6} = 2$

γ) $\phi = \frac{h - h_R}{t_R} = \frac{78-37}{12} = \frac{41}{12} = 3.4 \ mm/hr$

δ)



$h_{R1} = 96 - (3.4 \times 12) = 96 - 40.8 = 55.2 \ mm \simeq 5.5 \ cm$

$h_{R2} = 62 - (3.4 \times 6) = 62 - 20.4 = 41.6 \ mm \simeq 4.2 \ cm$

$R_1 = h_{R1} \times U_{12}$

$R_2 = h_{R2} \times U_6$

i	t [hr]	Q_i [m³/s]	B_i [m³/s]	R_i [m³/s]	U_i [m³/s]	ΜΥΓ 12 hr μετατοπισμένων κατά 12 hr	24 hr	36 hr	48 hr	60 hr	S [m³/s]	Μετατόπιση του S κατά 6hr [m³/s]	διαφορά [m³/s]	ΜΥΓ 6hr [m³/s]
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)					(8)	(9)	(10)	(11)
0	0	25	25	0	0						0		0	0
1	6	30	25	5	1.3						1.3	0	1.3	2.6
2	12	45	25	20	5.4	0					5.4	1.3	4.1	8.2
3	18	90	25	65	17.6	1.3					18.9	5.4	13.5	27.0
4	24	180	25	155	41.9	5.4	0				47.3	18.9	28.4	56.8
5	30	208	25	183	49.5	17.6	1.3				68.4	47.3	21.1	42.2
6	36	175	25	150	40.5	41.9	5.4	0			87.8	68.4	19.4	38.8
7	42	133	25	108	29.2	49.5	17.6	1.3			97.6	87.8	9.8	19.6
8	48	83	25	58	15.7	40.5	41.9	5.4	0		103.5	97.6	5.9	11.8
9	54	57	25	32	8.6	29.2	49.5	17.6	1.3		106.2	103.5	2.7	5.4
10	60	40	25	15	4.0	15.7	40.5	41.9	5.4	0	107.5	106.2	1.3	2.6
11	66	30	25	5	1.3	8.6	29.2	49.5	17.6	1.3	107.5	107.5	0.0	0.0
12	72	25	25	0	0	4.0	15.7	40.5	41.9	5.4	107.5	107.5	0.0	0.0

i	t [hr]	U_{12} [m^3/s]	U_6 [m^3/s]	R_1 [m^3/s]	R_2 [m^3/s]	R_2 μετατοπ. [m^3/s]	R_i [m^3/s]	B_i [m^3/s]	Q_i [m^3/s]
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
0	0	0	0	0	0		0	25	25
1	6	1.3	2.6	7.1	10.9		7.1	25	32.1
2	12	5.4	8.2	29.7	34.4	0	29.7	25	54.7
3	18	17.6	27.0	96.8	113.4	10.9	107.7	25	132.7
4	24	41.9	56.8	230.4	238.6	34.4	264.8	25	289.8
5	30	49.5	42.2	272.2	177.2	113.4	385.6	25	410.6
6	36	40.5	38.8	222.7	163.0	238.6	461.3	25	486.3
7	42	29.2	19.6	160.6	82.3	177.2	337.8	25	362.8
8	48	15.7	11.8	86.3	49.6	163.0	249.3	25	274.3
9	54	8.6	5.4	47.3	22.7	82.3	129.6	25	154.6
10	60	4.0	2.6	22.0	10.9	49.6	71.6	25	96.6
11	66	1.3	0.0	7.1	0	22.7	29.8	25	54.8
12	72	0.0	0.0	0.0	0	10.9	10.9	25	35.9
13							0	25	25

Συνθετικό ΜΥΓ

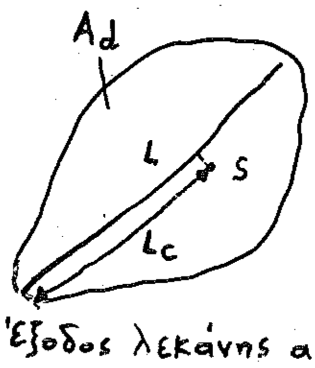
- Προσδιορισμός του ΜΥΓ από τοπογραφικά στοιχεία της λεκάνης απορροής
- Κατά προσέγγιση σχεδίαση του ΜΥΓ, εάν είναι γνωστά:
  - η χρονική βάση T
  - η χρονική επιβράδυνση t_p
  - η αιχμή του ΜΥΓ Q_p
  - τα πλάτη του ΜΥΓ W_{50} και W_{75} σε ύψη αντιστοίχως 50% και 75% της αιχμής

Μέθοδος SNYDER

$$\boxed{t_p = 0.752\, C_t\, (L L_c)^{0.3}}$$

L : [km] $\quad$ L_c : [km] $\quad$ t_p : [ώρες]

$C_t = 1.8$ έως 2.2 (εξαρτάται από την κλίση της λεκάνης απορροής)



S : κέντρο βάρους της λεκάνης απορροής

$$\boxed{t_r = \frac{t_p}{5.5}}$$

t_r : διάρκεια βροχόπτωσης [ώρες]

$$\boxed{Q_p = 2.78\,\frac{C_p A_d}{t_p}}$$

Q_p : [m^3/s] $\quad$ t_p : [ώρες]

A_d : έκταση της λεκάνης απορροής [km^2]

C_p = 0.56 έως 0.69 (εξαρτάται από τις συνθήκες αποθήκευσης στην λεκάνη απορροής)

$$\boxed{T = 3 + \frac{t_p}{8}}$$ ⇒ ικανοποιητικά αποτελέσματα για μεγάλες λεκάνες απορροής

T : [ημέρες] $\quad$ t_p : [ώρες]

$$\boxed{T = 3t_p \text{ έως } 5t_p}$$ ⇒ για μικρές λεκάνες απορροής

- Εάν $t_R \neq t_r$ (όπου t_R : διάρκεια περισσεύματος βροχόπτωσης ΜΥΓ), τότε:

$$\boxed{t_{pR} = t_p + 0.25\,(t_R - t_r)}$$

t_{pR} : [ώρες]

$t_{pR} \rightarrow Q_{pR}$ $\quad$ $t_{pR} \rightarrow T_R$

$$\boxed{W_{50} = \frac{2.143}{q_{pR}^{\,1.08}}} \qquad \boxed{W_{75} = \frac{1.225}{q_{pR}^{\,1.08}}}$$ [ώρες]

$q_{pR} = Q_{pR} / A_d$ $\quad$ [$m^3/s \cdot km^2$]

Παράδειγμα υπολογισμού ΜΥΓ κατά Snyder

Δίδονται :

- Εμβαδόν λεκάνης απορροής $A_d = 360\ km^2$
- Μήκος κυρίου ρεύματος $L = 26\ km$
- Απόσταση κέντρου βάρους της λεκάνης από την έξοδό της $L_c = 10\ km$
- Συντελεστές $C_t = 2$ και $C_p = 0.62$

Να υπολογισθεί το ΜΥΓ διαρκείας $t_R = 3$ ώρες

Λύση

Απαιτούνται για την κατασκευή του ΜΥΓ :

- Χρονική βάση Τ
- Χρονική επιβράδυνση t_p
- Παροχή αιχμής Q_p
- Τα πλάτη W_{50} και W_{75} σε ύψη 50% και 75% της αιχμής του ΜΥΓ

- $t_p = 0.752\, C_t\, (L L_c)^{0.3} = 0.752 \times 2 \times (26 \times 10)^{0.3} = 7.98\ hr$

  για διάρκεια βροχής $t_r = \dfrac{t_p}{5.5} = \dfrac{7.98}{5.5} = 1.45\ hr$

- $t_{pR} = t_p + 0.25\,(t_R - t_r) = 7.98 + 0.25\,(3 - 1.45) = 8.37\ hr$

  για διάρκεια βροχής $t_R = 3$ ώρες

- Η αιχμή του ΜΥΓ εμφανίζεται

$$t_{pR} + \frac{1}{2} t_R = 8.37 + 1.50 = 9.87 \simeq 10\ hr$$

μετά την έναρξη της βροχής

- $$Q_{PR} = 2.78\,\frac{C_p A_d}{t_{pR}} = 2.78\,\frac{0.62 \times 360}{8.37} = 74.13 \ m^3/s$$

$$0.50\,Q_{PR} = 37.1 \ m^3/s$$

$$0.75\,Q_{PR} = 55.6 \ m^3/s$$

- $$T_R = 3 + \frac{t_{PR}}{8} = 3 + \frac{8.37}{8} = 4.05 \simeq 4 \text{ ημέρες}$$

T_R πολύ μεγάλο για τη θεωρούμενη λεκάνη απορροής

Γι' αυτό $\quad T_R = 4\,t_{pR} = 4 \times 8.37 = 33.48\ hr \simeq 33\ hr$

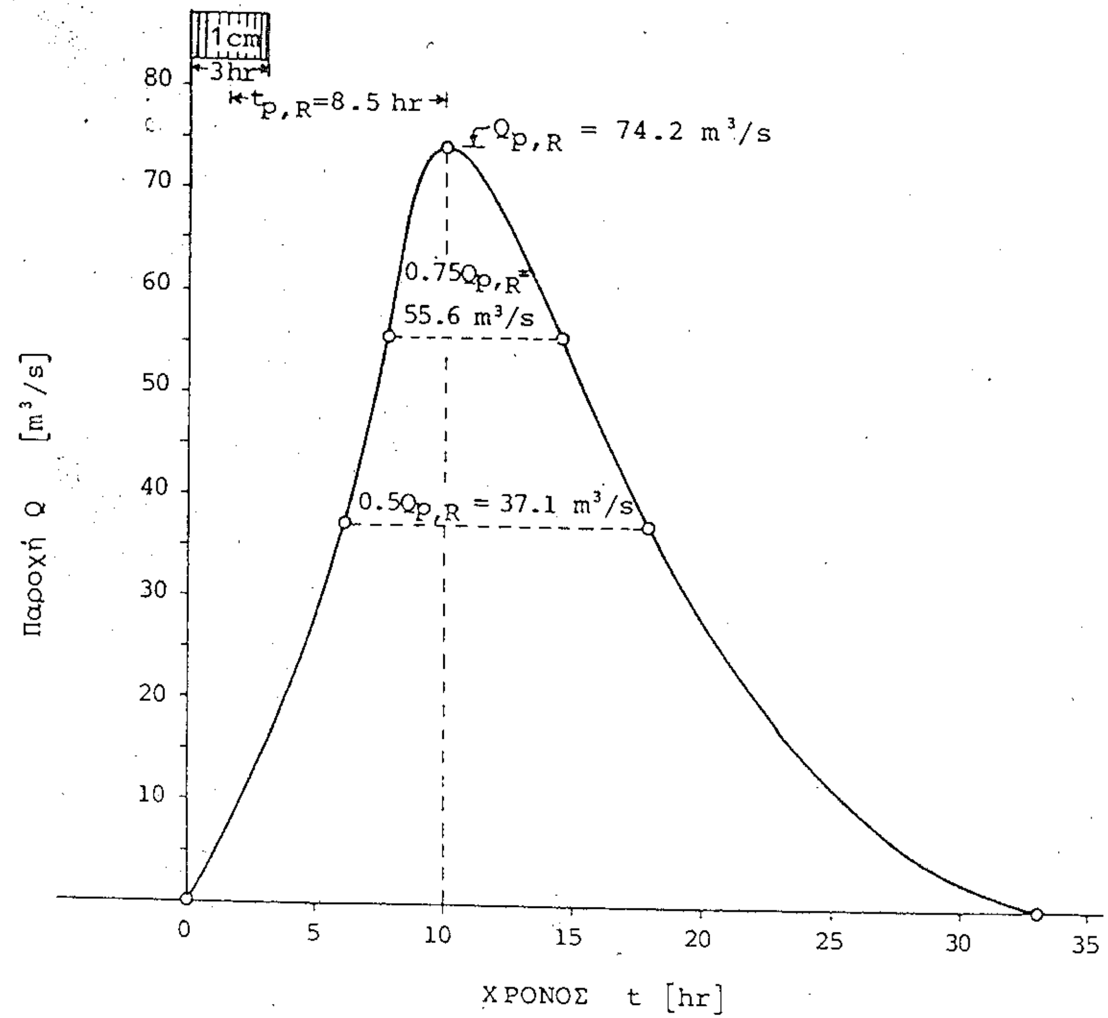
- $$q_{PR} = Q_{PR} / A_d = 74.13/360 = 0.206 \ m^3/s \cdot km^2$$

$$W_{50} = \frac{2.143}{q_{PR}^{1.08}} = \frac{2.143}{0.206^{1.08}} = 11.80 \ hr$$

$$W_{75} = \frac{1.225}{q_{PR}^{1.08}} = \frac{1.225}{0.206^{1.08}} = 6.75 \ hr$$

$\frac{1}{3} W_{50} = 3.93 \ hr$ $\qquad$ $\frac{2}{3} W_{50} = 7.87 \ hr$

$\frac{1}{3} W_{75} = 2.25 \ hr$ $\qquad$ $\frac{2}{3} W_{75} = 4.50 \ hr$



Σχ. 36. Προσδιορισμός ΜΥΓ κατά τήν μέθοδον Snyder.

ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΑΙ ΤΟΥ ΜΥΓ

ΧΡΟΝΟΣ t ΩΡΑΙ	ΠΑΡΟΧΗ U m³/s	ΧΡΟΝΟΣ t ΩΡΑΙ	ΠΑΡΟΧΗ U m³/s
0	0	18	37
1	4	19	32
2	9	20	28
3	15	21	24
4	21	22	21
5	28	23	17
6	36	24	15
7	47	25	12
8	60	26	9
9	71	27	7
10	74	28	6
11	73	29	4
12	69	30	2
13	64	31	1
14	59	32	1
15	53	33	0
16	47		
17	42		
ΑΘΡΟΙΣ.	772	ΑΘΡΟΙΣ.	216
ΟΛΙΚΟΝ ΑΘΡΟΙΣΜΑ			988

Ύψος άπορροής $h_R = 0.36 \dfrac{\Delta t(\Sigma U)}{A_d}$

$h_R = 0.36 \dfrac{1\times988}{360} = 0.988 \simeq 1$ [cm]

Υπολογισμός αιχμής πλημμύρας

Ορθολογικός τύπος (για κατοικημένες περιοχές και μικρές γεωργικές εκτάσεις):

$$\boxed{Q_p = 0.275\, C\, i\, A_d}$$ ελλείψει μετρήσεων

Q_p : αιχμή της απορροής $[m^3/s]$

i : ένταση της βροχής [mm/ώρα]

A_d : έκταση της λεκάνης απορροής $[km^2]$

C : συντελεστής απορροής (εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της λεκάνης απορροής)

- Για μικρές πεδινές λεκάνες απορροής (έκτασης μέχρι $10\ km^2$) χρόνος εμφάνισης της αιχμής ≃ χρόνος συγκέντρωσης t_c

Τύπος Kirpich :

$$\boxed{t_c = 4\left(\frac{L}{\sqrt{S}}\right)^{0.77}}$$

t_c : [min]

L : μήκος του κύριου ρεύματος απορροής από την έξοδο της λεκάνης απορροής μέχρι του ανώτατου σημείου αυτής [km]

S : μέση κλίση της λεκάνης απορροής ανάμεσα στην έξοδο και στο ανώτατο σημείο αυτής.

Μοντέλα απορροής

Μοντέλα : απεικονίζουν κάποιο φυσικό σύστημα

είσοδος συστήματος		συνάρτηση συστήματος		έξοδος συστήματος
$\boxed{I(t)}$	$\longrightarrow$	$\boxed{h(t)}$	$\longrightarrow$	$\boxed{Q(t)}$
περίσσευμα βροχόπτωσης		λεκάνη απορροής		άμεση απορροή

Συνάρτηση συστήματος : περιγράφει τη συμπεριφορά της λεκάνης απορροής

Χαρακτηριστικά μεγέθη βροχόπτωσης

Ένταση του περισσεύματος βροχόπτωσης

$$\boxed{I = 0.277\, A\, (I_g - I_v)}$$

I : ένταση του περισσεύματος βροχόπτωσης $[m^3/s]$ (αποτελεσματική ένταση)

A : επιφάνεια λεκάνης απορροής $[km^2]$

I_g : μετρηθείσα ένταση βροχής [mm/ώρα]

I_v : ένταση των απωλειών βροχής [mm/ώρα]

0.277 : συντελεστής μετατροπής μονάδων

Περίσσευμα βροχόπτωσης (αποτελεσματική βροχόπτωση)

$$\boxed{N = I \cdot \Delta t}$$

N : περίσσευμα βροχόπτωσης [m^3]

I : ένταση του περισσεύματος βροχόπτωσης [m^3/s]

Δt : θεωρούμενο χρονικό διάστημα [sec]

Μοναδιαία βροχόπτωση

$$\boxed{N_e = I_e \cdot \Delta t = 1\ m^3}$$

I_e : μοναδιαία ένταση $\qquad I_e = \dfrac{N_e}{\Delta t} = \dfrac{1}{\Delta t} \quad [\dfrac{m^3}{s}]$

Δt : χρονικό βήμα ή χρονική μονάδα [sec]

Παράδειγμα : Έστω $\Delta t = 15\ min = 900\ sec$,

τότε $I_e = \dfrac{1}{900} = 1.11 \times 10^{-3}\ m^3/s$

Ιδιότητες του συστήματος της λεκάνης απορροής

Παράγοντες επιρροής

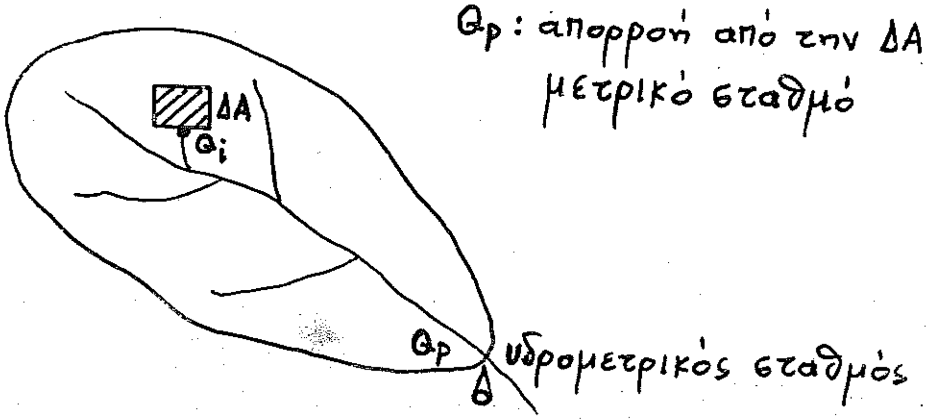
- μέγεθος της λεκάνης απορροής
- τοπογραφία (κλίση, μορφή κλπ.)
- γεωλογία
- βλάστηση
- βαθμός δόμησης
- κατάσταση του αποδέκτη απορροής

Βασικές ιδιότητες της λεκάνης απορροής

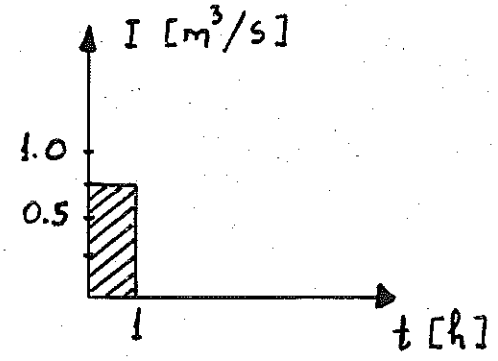
- μεταφορά
- αποθήκευση

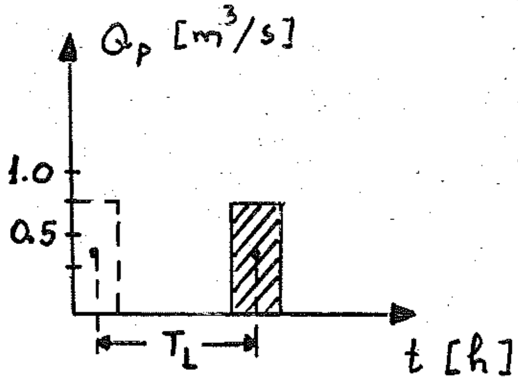
Q_i : απορροή από την επιφάνεια ΔA

Q_p : απορροή από την ΔA στον υδρομετρικό σταθμό

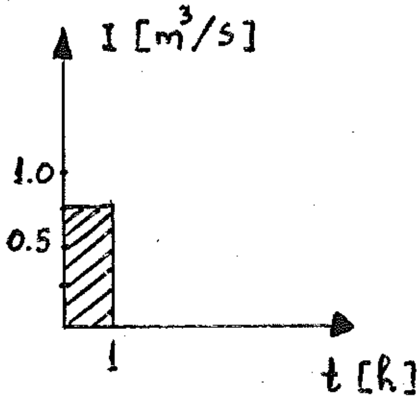


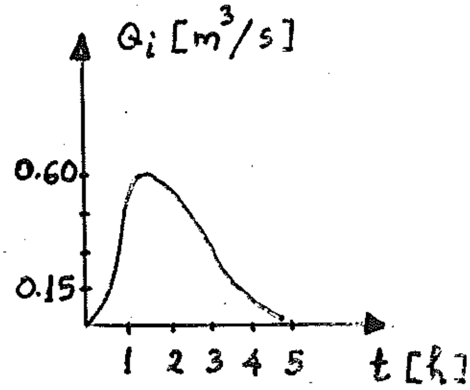
Μεταφορά



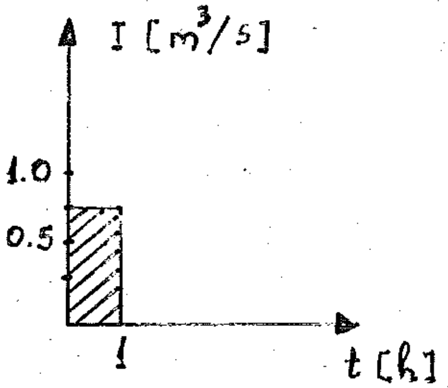


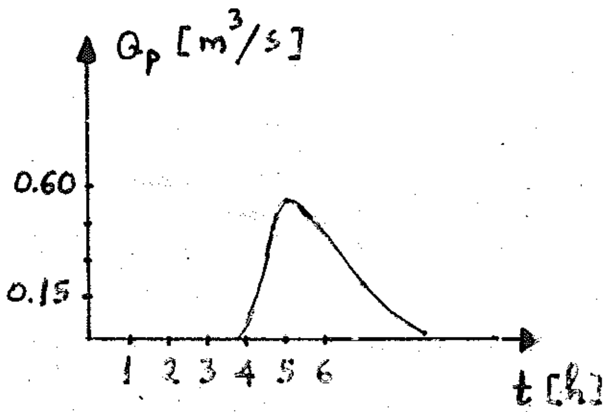
Αποθήκευση





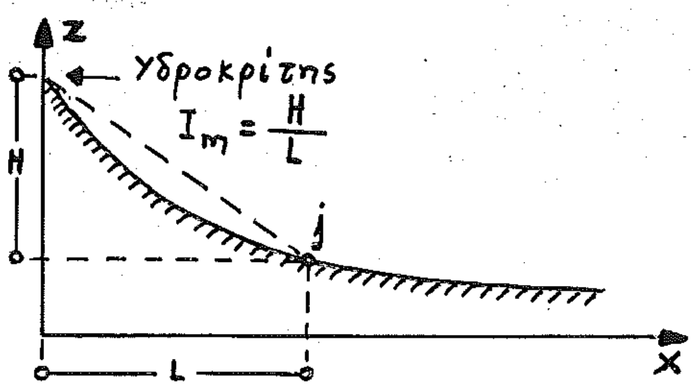
Επιπρόσθεση μεταφοράς και αποθήκευσης





Μοντέλα μεταφοράς

Χρόνος συγκέντρωσης T_c



T_c : Χρόνος ροής του νερού από τον υδροκρίτη $(x=0)$ μέχρι το θεωρούμενο σημείο j $(x=L)$.

I_m : μέση κλίση του εδάφους

$T_c = f$ (επιφάνεια εδάφους, υδατόρρευμα, L, I_m)

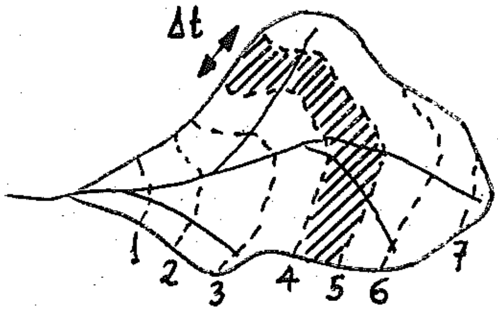
$$\boxed{T_c = k_1 \cdot L^{k_2} \cdot I_m^{k_3}}$$ για μικρές λεκάνες απορροής

L : [km] , I_m : [-] , T_c : [ώρες]

Κατά τον Kirpich : $k_2 = 0.77$ και $k_3 = -0.385 = -k_2/2$

k_1 : εξαρτάται από τις ιδιότητες της εκάστοτε λεκάνης απορροής ($k_1 = 0.06625$ κατά Kirpich)

Μέθοδος των ισοχρόνων



- - - : ισόχρονες (καμπύλες)

Δt : χρόνος ροής ανάμεσα σε δύο ισόχρονες ($\Delta t = 1$ ώρα)

$T_c = 7.3\ \Delta t$

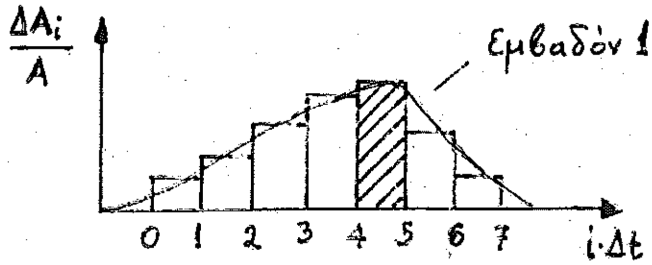
- Μοναδιαία βροχή $N_e = 1\ m^3$ πάνω στη λεκάνη απορροής, κατανεμημένη στο χρόνο Δt.
- Ένταση της μοναδιαίας βροχής : $I_e = N_e / \Delta t$

$$\boxed{Q\,(i\cdot\Delta t) = \frac{\Delta A_i}{A}\cdot I_e}$$

Q : απορροή στην έξοδο της λεκάνης απορροής $[m^3/s]$ (στον υδρομετρικό σταθμό)

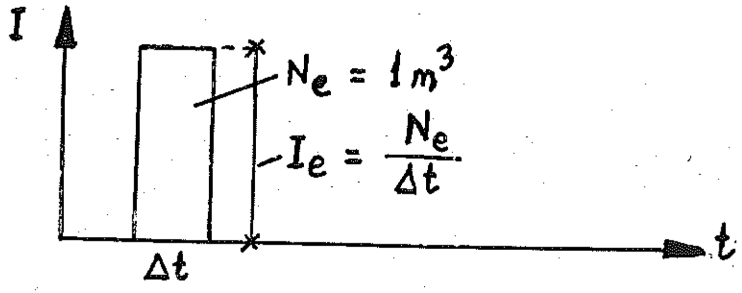
- Συνάρτηση του συστήματος :

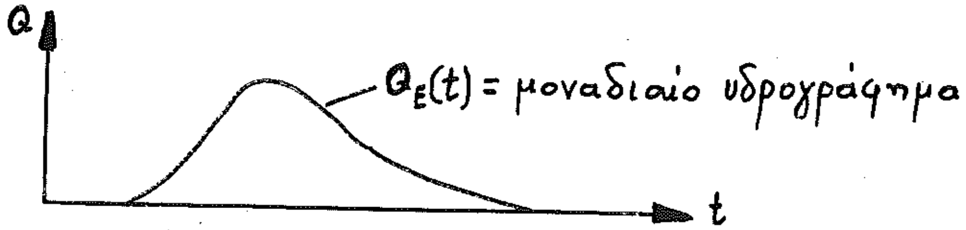
$$\boxed{h\,(i\cdot\Delta t) = \frac{\Delta A_i}{A}}$$



γραφική παράσταση της συνάρτησης συστήματος

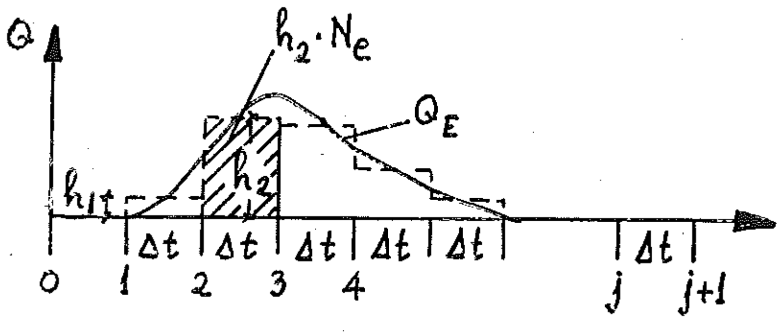
Μοναδιαίο υδρογράφημα





Περιγράφει, πώς η μοναδιαία βροχή Ne (κατανεμημένη στο χρόνο) απορρέει στο έδαφος.

Διακριτοποιημένο μοναδιαίο υδρογράφημα



h_i : ποσοστό του Ne, που απορρέει στο έδαφος στο χρονικό διάστημα Δt, ανάμεσα στις χρονικές στιγμές $t = i \cdot \Delta t$ και $t = (i+1)\Delta t$.

Η τιμή του h_i εξαρτάται από το Δt

$$\boxed{\Sigma h_i = 1}$$

$$\Sigma\, Q_E \cdot \Delta t = \Sigma\, h \cdot I_e \cdot \Delta t = I_e \cdot \Delta t \cdot \Sigma h = I_e \cdot \Delta t = N_e$$

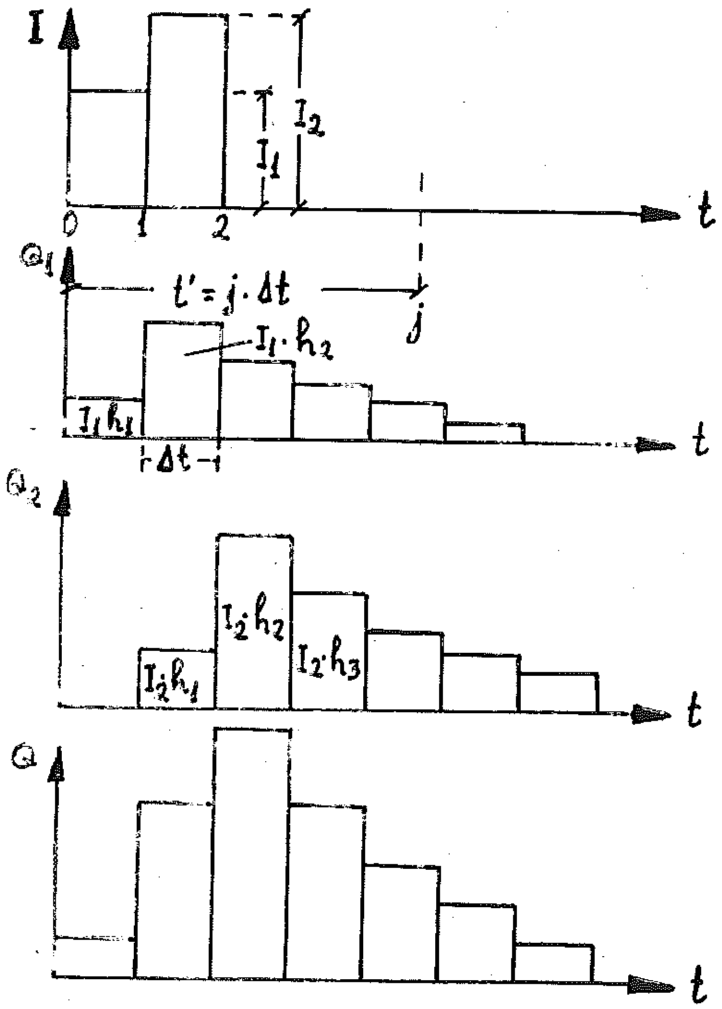
Υπολογισμός πλημμυρικού κύματος βάσει μοναδιαίου υδρογραφήματος

α. Αρχή της αναλογίας

Σε μια βροχόπτωση $\boxed{I = a \cdot I_e}$

αντιστοιχεί μια απορροή $\boxed{Q = a \cdot Q_e}$

β. Προσδιορισμός της απορροής με επιπρόσθεση



Ολική απορροή : $\boxed{Q(t) = Q_1(t) + Q_2(t)}$

για $t = 4 \cdot \Delta t \Rightarrow Q(4 \cdot \Delta t) = I_1 \cdot h_4 + I_2 \cdot h_3$

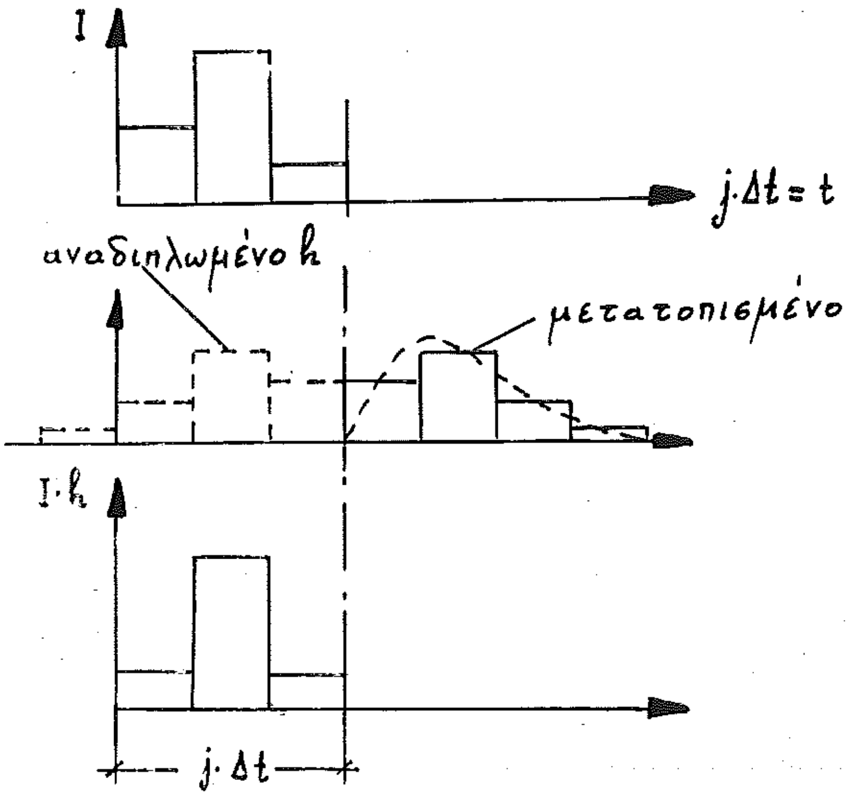
για $t = j \cdot \Delta t \Rightarrow Q_j = I_1 \cdot h_j + I_2 \cdot h_{j-1}$

Γενικός τύπος για $t = j \cdot \Delta t$:

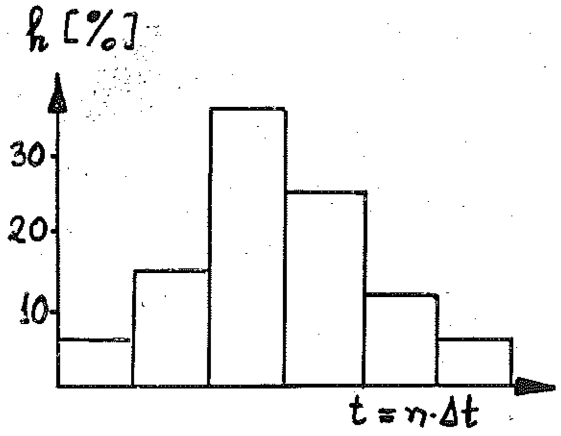
$$\boxed{Q_j = I_1 \cdot h_j + I_2 \cdot h_{j-1} + \dots + I_i \cdot h_{j-i+1} + \dots + I_{j-1} \cdot h_2 + I_j \cdot h_1}$$

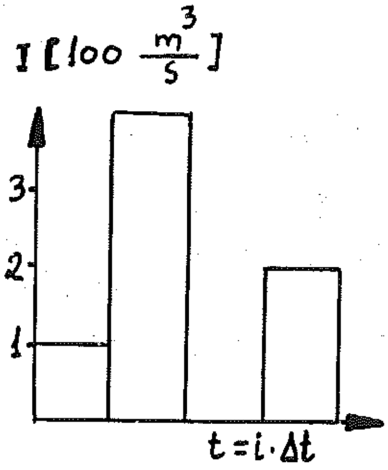
ή $$\boxed{Q_j = \sum_{i=1}^{j} I_i \cdot h_{j-i+1}}$$

γ. Υπολογισμός του Q_j ως "αναδίπλωσης"



δ. Αριθμητικό παράδειγμα υπολογισμού





Δεδομένα εισόδου

i, n	1	2	3	4	5	6
h_n [%]	6	15	36	25	12	6
I_i [$100\ \frac{m^3}{s}$]	1	4	0	2		

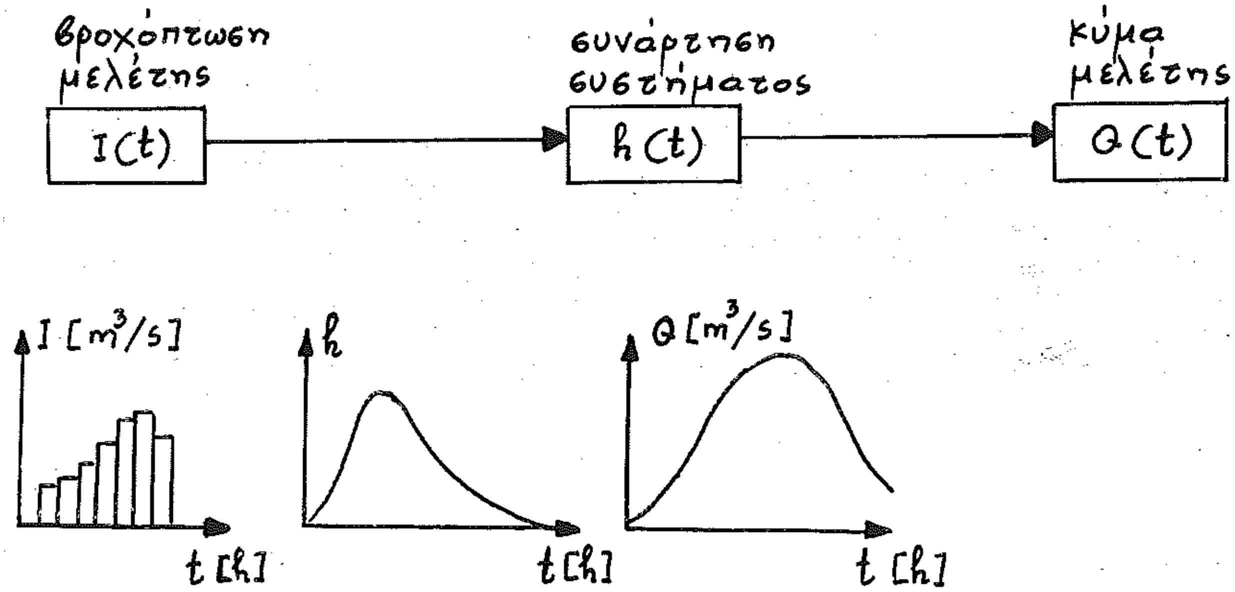
$\Sigma = 700\ m^3/s \cdot \Delta t$

Υπολογιστικό σχήμα

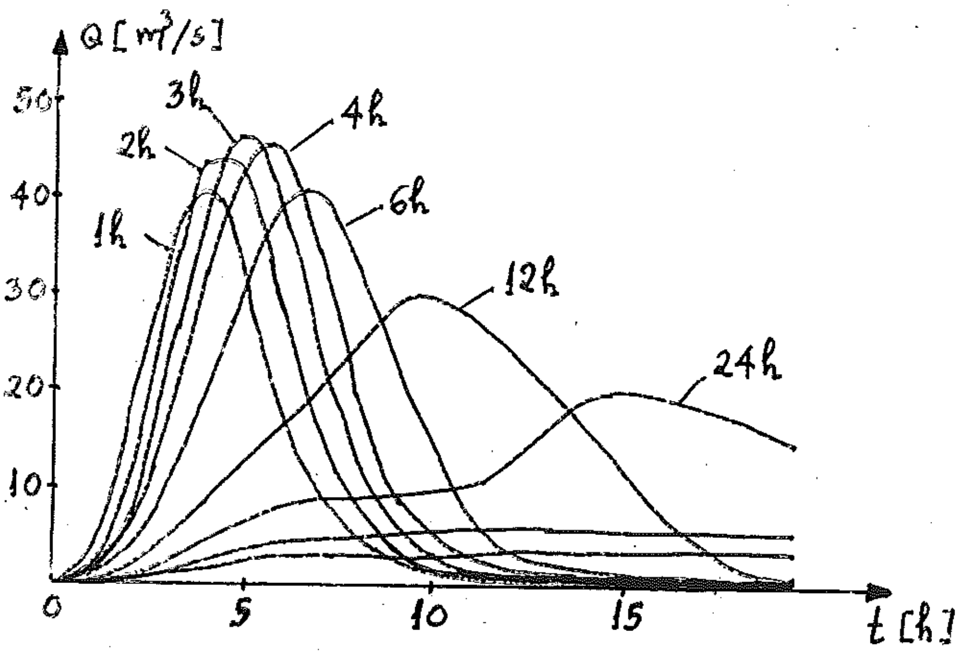
Χρονικό διάστημα $j =$		1	2	3	4	5	6	7	8	9
$i=1$	$I_1 \cdot h_j$	6	15	36	25	12	6			
$i=2$	$I_2 \cdot h_{j-1}$		24	60	144	100	48	24		
$i=3$	$I_3 \cdot h_{j-2}$			0	0	0	0	0	0	
$i=4$	$I_4 \cdot h_{j-3}$				12	30	72	50	24	12
$Q_j = \Sigma$		6	39	96	181	142	126	74	24	12

$\Sigma = 700\ m^3/s \cdot \Delta t$

Πλημμύρα μελέτης και κύματα μελέτης

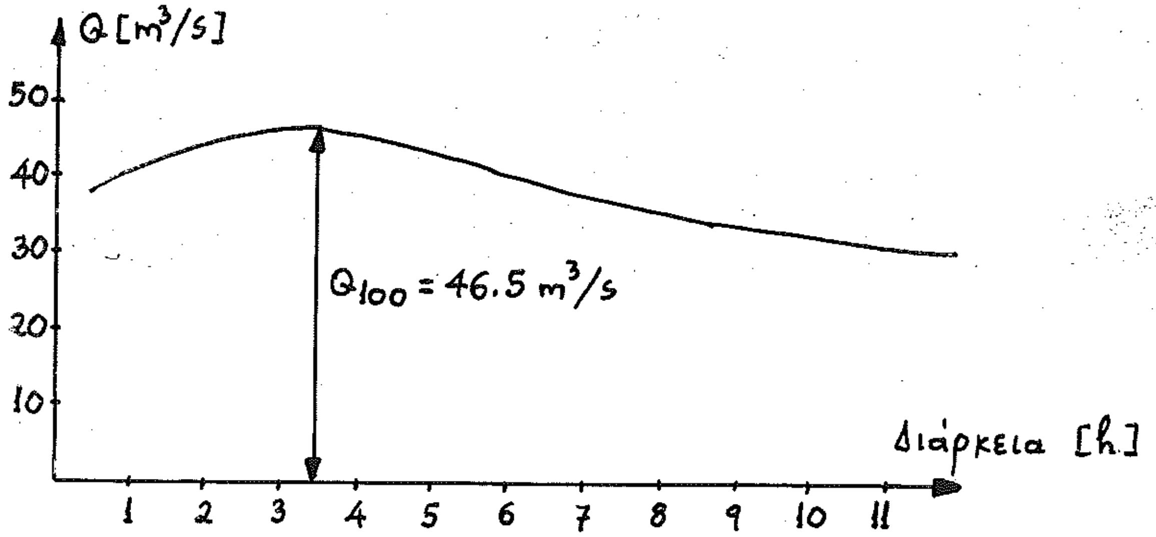


Πλημμυρικά κύματα από βροχοπτώσεις διαφορετικής διάρκειας και περιόδου επαναφοράς 100 ετών



<u>Κύμα μελέτης</u>: απαιτεί τη μέγιστη χωρητικότητα κατά τη μελέτη ενός αντιπλημμυρικού ταμιευτήρα

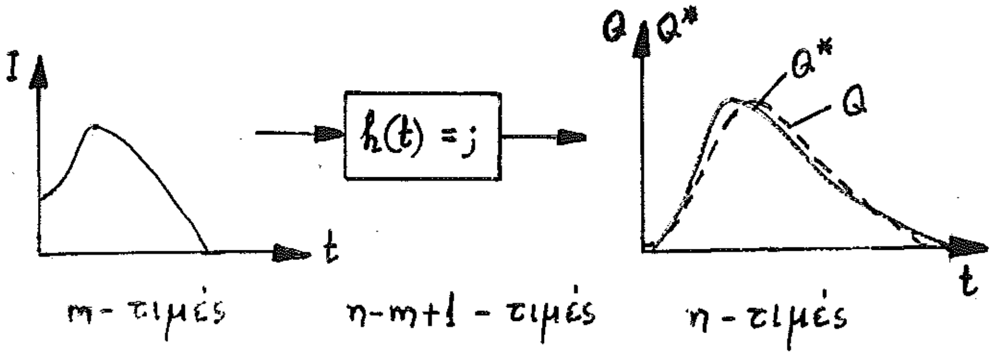
Πλημμύρα μελέτης



Προσδιορισμός παραμέτρων σε μοντέλα απορροής

Τοποθέτηση του προβλήματος

- Προσδιορισμός της συνάρτησης συστήματος (π.χ. του μοναδιαίου υδρογραφήματος) από μετρηθείσες βροχοπτώσεις και απορροές



- Προσδιορισμός μιας μέσης συνάρτησης συστήματος (από πολλές πλημμύρες), γιατί
  - η βασική απορροή και οι απώλειες της βροχής ποτέ δεν είναι γνωστές με ακρίβεια,
  - τα δεδομένα βροχόπτωσης και απορροής έχουν λάθη μέτρησης,
  - οι αρχές της αναλογίας και της επιπρόσθεσης (μοναδιαίο υδρογράφημα) αποτελούν προσέγγιση

Περιγραφή της συνάρτησης συστήματος κατά δύο τρόπους:

1. Μοντέλα "black-box"

$$\boxed{Q_j = \sum_{k=1}^{j} I_{j-k+1} \cdot h_k}$$

- Αίτιο (βροχόπτωση) και αποτέλεσμα (απορροή) συνδέονται καθαρά μαθηματικά με μια σχέση.
- Η φυσική των φαινομένων (βροχής, απορροής) δεν λαμβάνεται υπόψη στη μορφή της συνάρτησης συστήματος

2. Φυσικά μοντέλα

$$\boxed{h(t) = f(a_p, t)}$$

a_p $(p=1,2,\ldots)$: παράμετροι

- Η εκλογή της συνάρτησης συστήματος βασίζεται στη φυσική των φαινομένων (π.χ. μοντέλα ταμιευτήρων)

- Προσδιορισμός των h_k και a_p έτσι, ώστε το υπολογισθέν Q να συμφωνεί κατά το δυνατό με το μετρηθέν Q^*.

Προσδιορισμός της συνάρτησης συστήματος (μοντέλα black-box)

Ευθεία μέθοδος βάσει της βροχόπτωσης

- Αναζήτηση μιας ραγδαίας βροχόπτωσης με διάρκεια Δt
- Εάν αυτή η βροχόπτωση έχει την ένταση I, τότε

$$Q_j = I \cdot h_j$$

$$\boxed{h_j = \frac{Q_j}{I}}$$

Ευθεία μέθοδος βάσει του υετογράμματος και του υδρογραφήματος

$Q_1 = I_1 \cdot h_1 \quad \Rightarrow h_1 = Q_1 / I_1$

$Q_2 = I_1 \cdot h_2 + I_2 \cdot h_1 \quad \Rightarrow h_2$

$Q_3 = I_1 \cdot h_3 + I_2 \cdot h_2 + I_3 \cdot h_1$

κλπ.

- Μειονέκτημα: λόγω σφαλμάτων κατά τις μετρήσεις των Q_1 και I_1, θα έχει και το h_1 κάποιο σφάλμα, το οποίο θα διαδίδεται μέσω των υπολογισμών.

Μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων

- Προσδιορισμός της συνάρτησης h έτσι, ώστε το βάσει της h υπολογιζόμενο κύμα απορροής να αποκλίνει κατά το ελάχιστο από το μετρηθέν κύμα.

$$\boxed{S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (Q_i^* - Q_i)^2 = min}$$

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(Q_i^* - \sum_{k=1}^{n-m+1} I_{i-k+1} \cdot h_k\right)^2 = min$$

Αναγκαία συνθήκη για την ύπαρξη ελάχιστου:

$$\frac{\partial S}{\partial h_k} = 0 \,, \quad \text{για } k = 1, 2, ----, n-m+1$$

$$\sum_{k=1}^{n-m+1} h_k \cdot \sum_{i=1}^{n} I_{i-k+1} \cdot I_{i-j+1} = \sum_{i=1}^{n} Q_i^* \cdot I_{i-j+1} \,, \quad j = 1, 2, ..., n-m+1$$

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n-m+1} a_{jk} \cdot h_k = b_j} \qquad j = 1, 2, ----, n-m+1$$

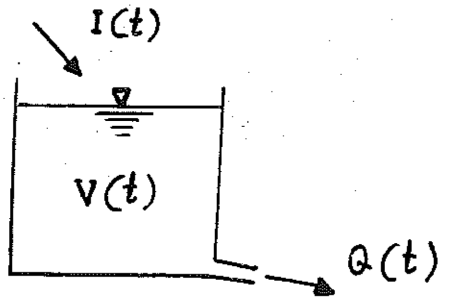
$$a_{jk} = \sum_{i=1}^{n} I_{i-k+1} \cdot I_{i-j+1}$$

$$b_j = \sum_{i=1}^{n} Q_i^* \cdot I_{i-j+1}$$

- Επίλυση συστήματος $n-m+1$ γραμμικών εξισώσεων με $n-m+1$ άγνωστες τιμές του h

Φυσικά μοντέλα

Γραμμικός ταμιευτήρας



Η επιμέρους επιφάνεια ΔΑ μιας λεκάνης απορροής λειτουργεί όπως ένας ταμιευτήρας

$I(t)$: εισροή στον ταμιευτήρα $[m^3/s]$
(περίσσευμα βροχόπτωσης)

$Q(t)$: εκροή από τον ταμιευτήρα $[m^3/s]$
(απορροή)

$V(t)$: όγκος του ταμιευτήρα $[m^3]$

$$\boxed{Q(t) = \frac{1}{k} \cdot V(t)}$$

k : [χρόνος]

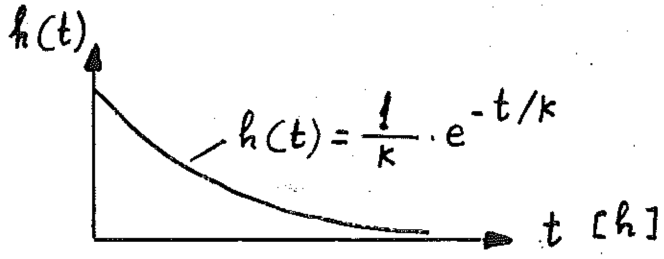
Εξίσωση συνέχειας : $\quad I(t) - Q(t) = \dfrac{dV}{dt}$

$$k \cdot \frac{dQ(t)}{dt} + Q(t) = I(t)$$

- Εάν $I(t>0) = 0$, τότε $Q(t) = Q(0) \cdot e^{-t/k}$
- Εάν γεμίσουμε τον ταμιευτήρα κατά το χρόνο $t=0$ με μια μοναδιαία βροχόπτωση $Ne = 1\ m^3$, τότε $Q(0) = 1/k$

Συνάρτηση συστήματος γραμμικού ταμιευτήρα:

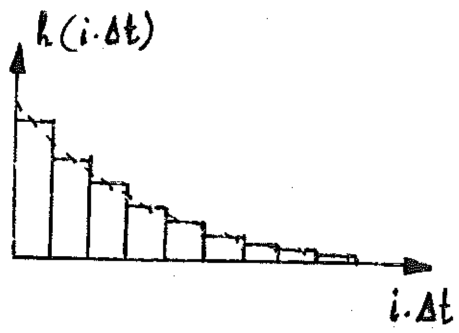
$$\boxed{h(t)=\frac{1}{K}\cdot e^{-t/K}}$$



- Περιγράφει τη βαθμιαία εκκένωση ταμιευτήρα και κατ' επέκταση τη συγκράτηση του νερού της βροχής σε μικρές λεκάνες απορροής μέχρι περίπου 5 km^2.

Διακριτοποιημένη συνάρτηση συστήματος:

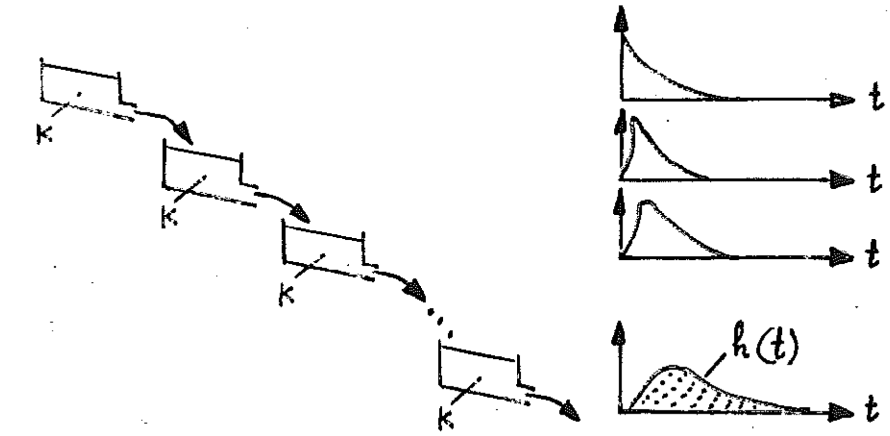
$$\boxed{h(i\cdot\Delta t)=\frac{1}{K}\cdot e^{-(i-0.5)\Delta t/K}} \qquad i=1,2,3,\ldots$$



- Για μεγάλες λεκάνες απορροής (μεγάλοι χρόνοι μεταφοράς του νερού) συνδυασμός του γραμμικού ταμιευτήρα με τη μέθοδο των ισοχρόνων :

$$\boxed{h_i = \sum_{j=1}^{i} \frac{\Delta A_{i+1-j}}{A} \cdot \frac{1}{k} \cdot e^{-(j-0.5)\Delta t/k}}$$

Κλιμακωτή σειρά γραμμικών ταμιευτήρων



Συνάρτηση συστήματος:

$$\boxed{h(t) = \frac{t^{n-1}}{k^n (n-1)!} \cdot e^{-t/k}}$$

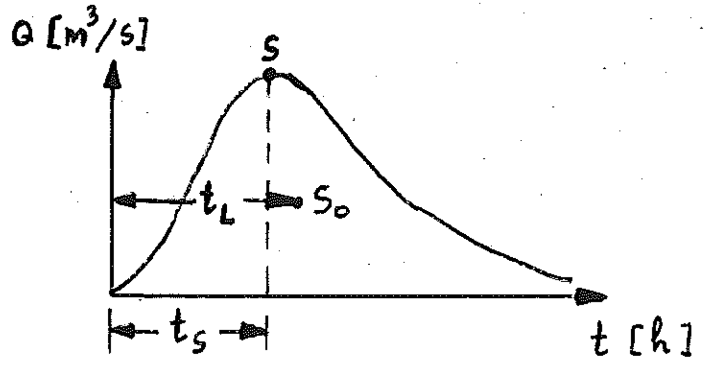
κ : σταθερά ταμιευτήρα

n : αριθμός ταμιευτήρων

$$\boxed{h(t) = \frac{t^{n-1}}{k^n \cdot \Gamma(n)} e^{-t/k}}$$

n : δεκαδικός αριθμός

Χαρακτηριστικά μεγέθη της συνάρτησης συστήματος μιας σειράς ταμιευτήρων



S_o : κέντρο βάρους

α. Χρόνος αιχμής (t_S)

$$\boxed{t_S = k \cdot (n-1)}$$

β. Χρόνος επιβράδυνσης (t_L)

$$\boxed{t_L = k \cdot n = M_1}$$

M_1 : ροπή πρώτης τάξης

γ. Κεντροβαρής ροπή δεύτερης τάξης (M_2)

$$\boxed{M_2 = k^2 \cdot n}$$

Μέτρο διασποράς της συνάρτησης συστήματος από το κέντρο βάρους S_o

Προσδιορισμός παραμέτρων σε μοντέλα αποθήκευσης

Σταθερά γραμμικού ταμιευτήρα

Γραφική μέθοδος

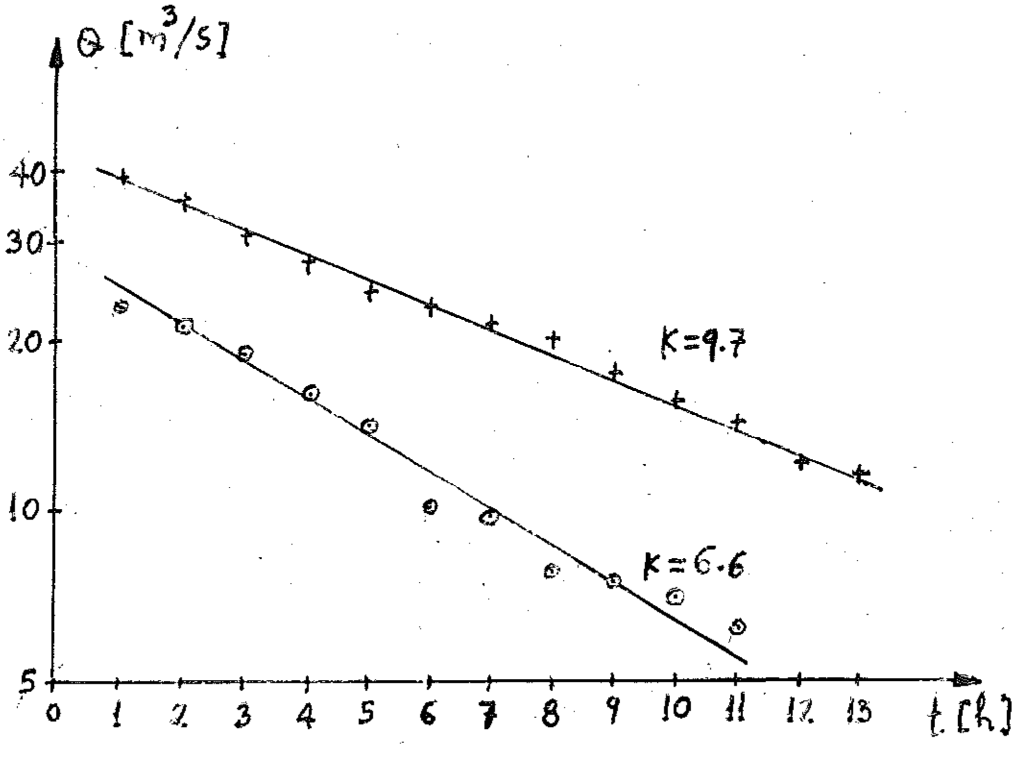
- Εκκένωση ταμιευτήρα, όταν $I\ (t>0) = 0$, σύμφωνα με την εξίσωση:

$$Q(t) = Q(0) \cdot e^{-t/K}$$

$$Q(t) = Q(t_0) \cdot e^{-(t-t_0)/K}$$

$$\boxed{K = -\frac{t - t_0}{\ln Q(t) - \ln Q(t_0)}}$$

- Προσδιορισμός του K από το κατιόν σκέλος πλημμυρικού κύματος



Μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων

Συνάρτηση συστήματος του μοντέλου "ισοχρόνων-γραμμικού ταμιευτήρα" :

$$h_i = \sum_{l=1}^{i} \frac{\Delta A_{i+1-l}}{A} \cdot \frac{1}{K} \cdot e^{-(l-0.5)\Delta t/K}$$

$$S = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \left(Q_j^{*} - \sum_{i=1}^{n-m+1} I_{j-i+1} \cdot h_i \right)^2$$

ΔA_i : γνωστά

- Υπολογισμός του S για διάφορες τιμές του K, π.χ. $K = 0.5, 1, 1.5, 2.0, \ldots, 20.0$ ώρες
- Εκλέγεται εκείνη η τιμή του K, για την οποία το S γίνεται ελάχιστο

Παράμετροι της σειράς (καταρράκτη) ταμιευτήρων

Μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων

Συνάρτηση συστήματος σειράς ταμιευτήρων:

$$h(t) = \frac{t^{n-1}}{K^n \cdot \Gamma(n)} \cdot e^{-t/K}$$

Διακριτοποιημένη μορφή:

$$h_j = \frac{[(j-0.5)\cdot \Delta t]^{n-1}}{K^n \cdot \Gamma(n)} \cdot e^{-(j-0.5)\cdot \Delta t / K}$$

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (Q_i^* - Q_i)^2 = min$$

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(Q_i^* - \sum_{j=1}^{n-m+1} I_{i-j+1} \cdot h_j\right)^2 = min$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial n} &= 0 \\ \frac{\partial S}{\partial K} &= 0 \end{aligned}\right\} \text{μη γραμμικές εξισώσεις}$$

Μέθοδος των ροπών

$$\boxed{\frac{M_{h_m}}{M_{h_o}} = \frac{M_{Q_m}}{M_{Q_o}} - \frac{M_{I_m}}{M_{I_o}}}$$

$M_{Q_o}, M_{I_o}, M_{h_o}$: ροπές μηδενικής τάξης της απορροής, βροχής και συνάρτησης συστήματος αντίστοιχα

$M_{Q_1}, M_{I_1}, M_{h_1}$: ροπές πρώτης τάξης

$M_{Q_m}, M_{I_m}, M_{h_m}$: κεντροβαρείς ροπές τάξης m $(m \neq 1)$

$$M_{Q_o} = \sum_{i=1}^{n} Q_i \qquad M_{I_o} = \sum_{i=1}^{n} I_i \qquad M_{h_o} = \sum_{i=1}^{n} h_i = 1$$

Για $m = 1$

$$M_{Q_m} = \sum_{i=1}^{n} Q_i \cdot i \cdot \Delta t = i_{SQ} \cdot \Delta t \cdot M_{Q_o} \ , \quad \text{όπου} \ i_{SQ} = \frac{\Sigma Q_i \cdot i}{\Sigma Q_i}$$

$$M_{I_m} = \sum_{i=1}^{n} I_i \cdot i \cdot \Delta t = i_{SI} \cdot \Delta t \cdot M_{I_o} \ , \quad \text{όπου} \ i_{SI} = \frac{\Sigma I_i \cdot i}{\Sigma I_i}$$

$$M_{h_m} = \sum_{i=1}^{n} h_i \cdot i \cdot \Delta t = i_{Sh} \cdot \Delta t \cdot M_{h_o} \ , \quad \text{όπου} \ i_{Sh} = \frac{\Sigma h_i \cdot i}{\Sigma h_i}$$

Για $m \neq 1$

$$M_{Q_m} = \sum_{i=1}^{n} Q_i \, (i - i_{sQ})^m \cdot \Delta t^m$$

$$M_{I_m} = \sum_{i=1}^{n} I_i \, (i - i_{sI})^m \cdot \Delta t^m$$

$$M_{h_m} = \sum_{i=1}^{n} h_i \, (i - i_{sh})^m \cdot \Delta t^m$$

$$M_{h_1} = k \cdot n \qquad M_{h_2} = k^2 \cdot n$$

$$\boxed{k = \frac{M_{h_2}}{M_{h_1}} \qquad n = \frac{M_{h_1}^2}{M_{h_2}}}$$

Υπολογιστικά βήματα

- Υπολογισμός των ροπών απορροής και βροχής από τα δεδομένα
- Υπολογισμός των ροπών της συνάρτησης συστήματος από τις ροπές απορροής και βροχής
- Υπολογισμός των παραμέτρων k και n από τις ροπές συνάρτησης συστήματος

Παράδειγμα: Δίδονται j (χρόνος σε ώρες), Q_j, I_j
Ζητούνται k, n και h_j

j	Q_j	I_j	$j\cdot Q_j$	$j\cdot I_j$	$j-j_{sQ}$	$(j-j_{sQ})^2$	$(j-j_{sQ})^2 Q_j$
1	0.05	5	0.05	5	-3.642	13.245	0.6623
2	1.12	7	2.24	14	-2.642	6.9696	7.8060
3	3.25	3	9.75	9	-1.642	2.6896	8.7625
4	4.41	3	17.64	12	-0.642	0.4096	1.8063
5	4.10		20.5		+0.358	0.1246	0.5313
6	2.92		17.52		+1.358	1.8496	5.4008
7	1.49		10.43		+2.358	5.5696	8.2987
8	0.51		4.08		+3.358	11.2896	5.7577
9	0.15		1.35		+4.368	19.0096	2.8514
Σ	18	18	83.56	40			41.8557

Τα μεγέθη Q_j και I_j εκφράζονται στις ίδιες μονάδες $[m^3/s]$

$$M_{Q_0} = \sum_{j=1}^{9} Q_j = 18 \qquad M_{I_0} = \sum_{j=1}^{9} I_j = 18$$

$$M_{Q_1} = \sum_{j=1}^{9} Q_j \cdot j \cdot \Delta t = 83.56 \qquad M_{I_1} = \sum_{j=1}^{9} I_j \cdot j \cdot \Delta t = 40 \qquad (\Delta t = 1\,h)$$

$$\frac{M_{h_1}}{M_{h_0}} = \frac{M_{Q_1}}{M_{Q_0}} - \frac{M_{I_1}}{M_{I_0}} = \frac{83.56}{18} - \frac{40}{18} = 4.642 - 2.222 = 2.42$$

$$M_{h_0} = 1 \Rightarrow M_{h_1} = 2.42$$

$$j_{sQ} = \frac{\sum_{j=1}^{9} Q_j \cdot j}{\sum_{j=1}^{9} Q_j} = 4.642 \qquad j_{sI} = \frac{\sum_{j=1}^{9} I_j \cdot j}{\sum_{j=1}^{9} I_j} = 2.222$$

j	$j-j_{SI}$	$(j-j_{SI})^2$	$(j-j_{SI})^2 I_j$	Q_j (υπολογ.)
1	-1.222	1.4933	7.4665	0.01
2	-0.222	0.0493	0.3451	1.56
3	+0.778	0.6053	1.8159	3.78
4	+1.778	3.1613	9.4839	4.28
5				3.98
6				2.58
7				1.27
8				0.45
9				0.09
Σ			19.1114	18.00

$$M_{Q_2} = \sum_{j=1}^{9} Q_j \, (j-j_{SQ})^2 \cdot \Delta t^2 = 41.8557$$

$$M_{I_2} = \sum_{j=1}^{9} I_j \, (j-j_{SI})^2 \cdot \Delta t^2 = 19.1114$$

$$\frac{M_{h_2}}{M_{h_0}} = \frac{M_{Q_2}}{M_{Q_0}} - \frac{M_{I_2}}{M_{I_0}} = \frac{41.86}{18} - \frac{19.11}{18} = 2.325 - 1.062 = 1.263$$

$$M_{h_0} = 1 \Rightarrow M_{h_2} = 1.263$$

$$k = M_{h_2} / M_{h_1} = 1.263 / 2.42 = 0.52$$

$$n = M_{h_1}^2 / M_{h_2} = 2.42^2 / 1.263 = 4.64$$

Υπολογισμός των h_j

$$h_j = \frac{[(j-0.5)\cdot \Delta t]^{n-1}}{K^n \cdot \Gamma(n)} \cdot e^{-(j-0.5)\cdot \Delta t / K}$$

$$h_j = h_o \cdot (j-0.5)^{n-1} \cdot e^{-(j-0.5)/K}$$

$$\Sigma h_j = 1 \Rightarrow h_o$$

j	1	2	3	4	5	6
h_j	0.05	0.36	0.34	0.17	0.06	0.02

$$Q_j = \sum_{K=1}^{j} I_{j-K+1} \cdot h_K$$

ΕΞΑΤΜΙΣΟΔΙΑΠΝΟΗ (Evapotranspiration)

Εξάτμιση (evaporation) : Μεταφορά του νερού με μορφή υδρατμών από γήινες και υδάτινες επιφάνειες προς την ατμόσφαιρα

Διαπνοή των φυτών (transpiration): Μετάπτωση του νερού από την υγρή στην αέρια κατάσταση μέσω του σώματος των φυτών (στόματα)

Εξατμισοδιαπνοή: Διαπνοή των φυτών και εξάτμιση από τα υγρά μέρη του φυτού και από το έδαφος.
Είναι δύσκολο να διαχωριστούν ποσοτικά.

Υδατοκατανάλωση ή αναγκαία κατανάλωση (consumptive use):
Ολική ποσότητα νερού που καταναλίσκεται μέσω της διαπνοής των φυτών, της εξάτμισης από τις επιφάνειες φυτών και εδάφους καθώς και για την κατασκευή των ιστών και του κορμού.

Δυνητική εξατμισοδιαπνοή της καλλιέργειας αναφοράς:
(potential evapotranspiration of reference crop, PET)
Εξατμισοδιαπνοή από μια επιφάνεια πλήρως καλυμμένη από χρασίδι ομοιόμορφου ύψους 8-15 cm, ελεύθερου από οποιαδήποτε ασθένεια με επαρκές διαθέσιμο εδαφικό νερό για την ανάπτυξή του.

$$\boxed{PET_c = k_c \cdot PET}$$

PET_c : δυνητική εξατμισοδιαπνοή τυχούσας καλλιέργειας
k_c : φυτικός συντελεστής

Μέθοδοι προσδιορισμού της δυνητικής εξατμισοδιαπνοής

Υδατικό ισοζύγιο (σε μια εδαφική κατατομή)

$$\boxed{P + \Delta SW \pm RO - D - ET = 0}$$

P : βροχόπτωση

ΔSW : μεταβολή του περιεχόμενου νερού της εδαφικής κατατομής

RO : επιφανειακή απορροή

D : βαθιά διήθηση

ET : εξατμισοδιαπνοή

Ενεργειακό ισοζύγιο (για ένα σύστημα στη γη)

$$\boxed{R_N = LE + H + G}$$

R_N : πυκνότητα ροής της καθαρά εισερχόμενης ακτινοβολίας

L : λανθάνουσα θερμότητα εξάτμισης

E : ρυθμός εξάτμισης

H : πυκνότητα ροής της αισθητής θερμότητας προς την (ή από την) ατμόσφαιρα

G : πυκνότητα ροής της θερμότητας που μεταφέρεται στο έδαφος

Άμεσες μέθοδοι

- Μέτρηση της μεταβολής της εδαφικής υγρασίας στο ριζόστρωμα
- Λυσίμετρα: ειδικά δοχεία όπου αναπτύσσονται τα φυτά
- Ισοζύγιο νερού

Έμμεσες μέθοδοι

- Εκτίμηση της εξατμισοδιαπνοής από μετεωρολογικές μεταβλητές: θερμοκρασία, υγρασία, ταχύτητα του ανέμου, ακτινοβολία (μικρομετεωρολογικές μέθοδοι)
- Διάκριση σε θεωρητικές, ημιθεωρητικές και εμπειρικές

Μέθοδος μαζικής μεταφοράς

- Αιτία της εξατμισοδιαπνοής: τυρβώδης κίνηση του αέρα κοντά στην επιφάνεια του εδάφους και η υφιστάμενη κλίση της πιέσεως των υδρατμών

$$\boxed{PET = c\,(a+bu)(e_a-e_d)}$$

PET : δυνητική εξατμισοδιαπνοή της καλλιέργειας αναφοράς

u : ταχύτητα ανέμου σ' ένα ορισμένο ύψος πάνω από την επιφάνεια (συνήθως 2 m)

e_a : πίεση (τάση) κορεσμένων υδρατμών στην υγρή εδαφική επιφάνεια

e_d : πίεση κορεσμένων υδρατμών στην ατμόσφαιρα (πάνω από την εδαφική επιφάνεια) για την αντίστοιχη θερμοκρασία

a, b, c : σταθερές που προσδιορίζονται εμπειρικά

Μέθοδος ακτινοβολίας

- Κύρια αιτία της εξατμισοδιαπνοής: η καθαρή ενέργεια που προσπίπτει πάνω στην επιφάνεια της γης υπό μορφή ακτινοβολίας

$$\boxed{PET = W \cdot R_S}$$

PET : [mm/ημέρα]

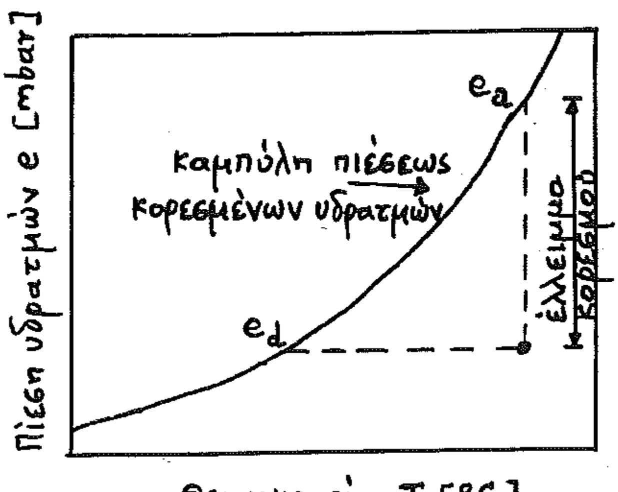
R_S : ηλιακή ακτινοβολία που προσπίπτει στη γήινη επιφάνεια εκφρασμένη σε ισοδύναμη εξάτμιση [mm/ημέρα]

W : όρος εξαρτώμενος από τη θερμοκρασία και το υψόμετρο

$$\boxed{W = \frac{\Delta}{\Delta + \gamma}}$$

Δ : κλίση της καμπύλης πιέσεως των κορεσμένων υδρατμών για τη μέση θερμοκρασία αέρα στην περίοδο που εξετάζουμε [mbar/°C]

γ : ψυχρομετρική σταθερά [mbar/°C]



$$\boxed{\Delta = 2\,(0.00738\,T + 0.8072)^7 - 0.00116}$$ (Bosen, 1960)

T : μέση ημερήσια θερμοκρασία [°C]
Δ : [mbar/°C]

$$\boxed{\gamma = \frac{0.386\,P}{L}}$$ (Brunt, 1952)

P : μέση βαρομετρική πίεση [mbar]
L : λανθάνουσα θερμότητα εξάτμισης [cal/g]

$$P = 1013 - 0.1055\,H$$

H : υψόμετρο της τοποθεσίας [m]

$$L = 595 - 0.51\,T$$

$$\boxed{R_s = \left(a + b\,\frac{n}{N}\right) R_a}$$

R_a : ηλιακή ακτινοβολία στο εξωτερικό όριο της ατμόσφαιρας $\left[\frac{mm}{ημέρα}\right]$
(συνάρτηση του γεωγραφικού πλάτους και του μήνα)
n : πραγματική διάρκεια λαμπρής ηλιοφάνειας [hr/ημέρα]
N : μέγιστη διάρκεια λαμπρής ηλιοφάνειας [hr/ημέρα]
(συνάρτηση του γεωγραφικού πλάτους και του μήνα)

$a = 0.25$ $\quad b = 0.50$

$$\boxed{PET = c \cdot W \cdot R_s}$$ (Doorenbos και Pruitt, 1977)

c : διορθωτικός συντελεστής για την επίδραση της μέσης σχετικής υγρασίας και της μέσης ημερήσιας ταχύτητας του ανέμου στην εξατμισοδιαπνοή

Μέθοδος συνδυασμού (Penman)

- Συνδυασμός της μεθόδου μαζικής μεταφοράς και της μεθόδου ακτινοβολίας

$$\boxed{PET = WR_n + (1-W)\, f(u)\, (e_a - e_d)}$$

PET : [mm/ημέρα]

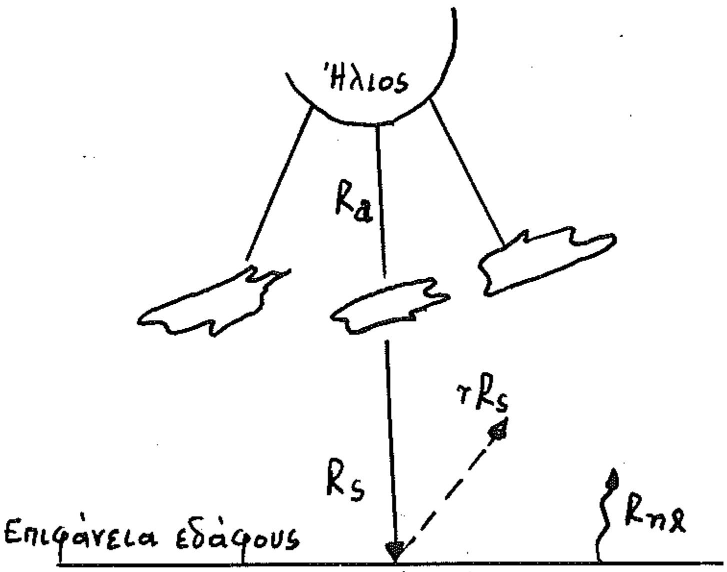
R_n : καθαρή ακτινοβολία εκφρασμένη σε ισοδύναμη εξάτμιση $[\frac{mm}{ημέρα}]$

$e_a - e_d$: έλλειμμα κορεσμού [mbar] για τη μέση θερμοκρασία του αέρα

$f(u)$: συνάρτηση της ταχύτητας του ανέμου

$$f(u) = 0.27\,(1 + \frac{u_2}{100})$$

u_2 : ταχύτητα του ανέμου σε ύψος 2 m από την επιφάνεια του εδάφους [km/24ωρο] (wind travel)



$$\boxed{R_n = (1-r)R_s - R_{nl}}$$

R_s : ηλιακή ακτινοβολία που προσπίπτει στην επιφάνεια του εδάφους $[\frac{mm}{ημέρα}]$
(ακτινοβολία μικρού μήκους κύματος)

r : συντελεστής ανακλαστικότητας της καλλιέργειας (albedo)
($r = 0.25$)

R_{nl} : γήινη ακτινοβολία [mm/ημέρα]
(ακτινοβολία μεγάλου μήκους κύματος)

$$\boxed{R_{nl} = \sigma(273+T)^4 (0.34 - 0.044\sqrt{e_d})(0.1 + 0.9\frac{n}{N})}$$

σ : σταθερά Stefan-Boltzmann

T : θερμοκρασία [°C]

$\sigma(273+T)^4$: θεωρητική ακτινοβολία του μέλανος σώματος στη θερμοκρασία T, εκφρασμένη σε ισοδύναμη εξάτμιση [mm]

e_d : πίεση των κορεσμένων υδρατμών στο σημείο δρόσου [mbar]

$\frac{n}{N}$: ημερήσια σχετική διάρκεια λαμπρής ηλιοφάνειας

$$e_a = 6.11\, e^x \qquad x = (5418.79 - 2.3T)\left(\frac{1}{273.16} - \frac{1}{T+273.16}\right)$$

e_a : [mbar]

T : [°C]

(Svehlik, 1977)

Αριθμητικό παράδειγμα

Δεδομένα:

- περιοχή γεωγραφικού πλάτους: 41° Β
- υψόμετρο: 95 m
- μήνας: Ιούλιος
- μέση θερμοκρασία: 25.5° C
- μέση σχετική υγρασία, RH = 55 % = 0.55
- μέση πραγματική διάρκεια λαμπρής ηλιοφάνειας (Ιούλιος) $n = 11.5 \frac{hr}{\text{ημέρα}}$
- μέση ταχύτητα ανέμου: 232 km/24 hr

Ζητείται η συνηθική εξατμισοδιαπνοή της καλλιέργειας αναφοράς

Λύση

$$PET = WR_n + (1-W)\, f(u)\,(e_a - e_d)$$

Ηλιακή ακτινοβολία R_s

$N = 14.8$ hr/ημέρα (από πίνακα συναρτήσει του γεωγραφικού πλάτους και του μήνα)

$n/N = 0.777$

$R_a = 16.7$ mm/ημέρα (από πίνακα συναρτήσει του γεωγραφικού πλάτους και του μήνα)

$$R_s = \left(0.25 + 0.50\,\frac{n}{N}\right) R_a = 10.663 \text{ mm/ημέρα}$$

Γήινη ακτινοβολία R_{nl}

$e_a = 32.65$ mbar (από πίνακα συναρτήσει της θερμοκρασίας)

$e_d = e_a \cdot RH = 32.65 \times 0.55 = 17.957$ mbar

$\sigma (273+T)^4 = 15.76$ (από πίνακα συναρτήσει της θερμοκρασίας)

$R_{nl} = \sigma (273+T)^4 (0.34 - 0.044\sqrt{e_d})(0.1 + 0.9\frac{n}{N}) = 1.936$ mm/ημέρα

Καθαρή ακτινοβολία R_n

$r = 0.25$

$R_n = (1-r)R_s - R_{nl} = 6.061$ mm/ημέρα

Συνάρτηση της ταχύτητας του ανέμου $f(u)$

$f(u) = 0.27\,(1 + \frac{u_2}{100}) = 0.896$

Δυνητική εξατμισοδιαπνοή της καλλιέργειας αναφοράς PET

$e_a - e_d = 14.693$ mbar

$W = 0.747$ (από πίνακα συναρτήσει της θερμοκρασίας και του υψομέτρου)

PET = 7.36 mm/ημέρα

Μέθοδος Thornthwaite

$$PET = 16 \cdot \frac{l_E}{12} \cdot \frac{N_E}{30} \cdot \left(\frac{10\,T}{T_E}\right)^{a}$$

PET : μηνιαία τιμή δυνητικής εξατμισοδιαπνοής [mm]

l_E : αριθμός πραγματικών ωρών ημέρας

N_E : αριθμός των ημερών του μήνα

T : μέση μηνιαία θερμοκρασία του αέρα [°C]

$$a = 6.75 \times 10^{-7}\, T_E^{3} - 7.71 \times 10^{-5}\, T_E^{2} + 0.01792\, T_E + 0.49239$$

T_E : ετήσιος θερμικός δείκτης του Thornthwaite

$$T_E = \sum_{1}^{12} \left(\frac{T}{5}\right)^{1.514}$$

Μειονεκτήματα

- Υποεκτίμηση της PET το καλοκαίρι
- " " " σε ξηρά και ημίξηρα κλίματα
- Η μέθοδος δεν είναι κατάλληλη για μικρά χρονικά διαστήματα

Μέθοδος Blaney-Criddle

$$\boxed{f = p\,(0.46\,T + 8)}$$ για συγκεκριμένο μήνα

f : κλιματικός παράγοντας [mm/ημέρα]

p : μέσο ημερήσιο ποσοστό της συνολικής ετήσιας διάρκειας των ωρών ημέρας,
συνάρτηση του μήνα και του γεωγραφικού πλάτους της περιοχής (από πίνακα)

T : μέση θερμοκρασία του μήνα [°C]

$$\boxed{PET = a + b\,f}$$

PET : δυνητική εξατμισοδιαπνοή της καλλιέργειας αναφοράς [$\frac{mm}{ημέρα}$]

a, b : σταθερές

$$\boxed{a = 0.0043\,RH_{min} - \frac{n}{N} - 1.41}$$

RH_{min} : ελάχιστη σχετική υγρασία [%]

$\frac{n}{N}$: ποσοστό λαμπρής ηλιοφάνειας

- Τιμές του b από πίνακα ως συνάρτηση των RH_{min}, $\frac{n}{N}$ και u_2

u_2 : μέση ταχύτητα ανέμου στο 24ωρο σε ύψος 2 m από την επιφάνεια του εδάφους [m/sec]

Μέθοδοι προσδιορισμού της πραγματικής εξατμισοδιαπνοής

- Δυνητική εξατμισοδιαπνοή : επαρκής εδαφική υγρασία
- Συνήθως πραγματική εξατμισοδιαπνοή μικρότερη της δυνητικής
- Μέση ετησία πραγματική εξατμισοδιαπνοή $\simeq$ έλλειμμα ροής
- Έλλειμμα ροής = διαφορά μεταξύ του μέσου ύψους βροχόπτωσης και του μέσου ύψους νερού που απορρέει σε μια περιοχή

Μέθοδος Turc

$$\boxed{E = \frac{P}{\sqrt{0.90 + \left(\frac{P}{L}\right)^2}}}$$

E : μέσο ετήσιο έλλειμμα ροής (μέση ετησία πραγματική εξατμισοδιαπνοή) [mm]

P : μέσο ετήσιο ύψος βροχόπτωσης [mm]

L : συνάρτηση της θερμοκρασίας [mm]

$$\boxed{L = 300 + 25T + 0.05\,T^3}$$

T : μέση ετησία θερμοκρασία αέρα [°C]

$$\boxed{\varepsilon = (0.90 + H^2)^{-\frac{1}{2}}} \qquad \varepsilon = \frac{E}{P} \quad H = \frac{P}{L} \qquad \text{αδιάστατη μορφή}$$

- για $H \geq 0.316 \Rightarrow \varepsilon \leq 1$
- για $H < 0.316 \Rightarrow \varepsilon = 1$

Μέθοδος Coutagne

$$\boxed{E = P\left(1 - \frac{P}{l}\right)} \qquad \text{για} \quad \frac{l}{8} \leq P \leq \frac{l}{2}$$

l : συνάρτηση της θερμοκρασίας [mm]

$$\boxed{l = 800 + 140\,T}$$

T : μέση ετησία θερμοκρασία αέρα [°C]

$$E = P \qquad \text{για} \quad P < \frac{l}{8}$$ ⇒ δεν υπάρχει απορροή

$$E = \frac{l}{4} = 200 + 35\,T \qquad \text{για} \quad P > \frac{l}{2}$$

Αδιάστατη μορφή

$$\varepsilon = \frac{E}{P} \qquad \eta = \frac{P}{l}$$

$$\varepsilon = 1 - \eta \qquad \text{για} \quad \frac{1}{8} \leq \eta \leq \frac{1}{2}$$

$$\varepsilon = 1 \qquad \text{για} \quad \eta < \frac{1}{8}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{4\eta} \qquad \text{για} \quad \eta > \frac{1}{2}$$

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΗ ΥΔΡΟΛΟΓΙΑ

Γενικότητες

- Στοχαστική Υδρολογία : θεωρία πιθανοτήτων, Στατιστική
  - υδρολογικά φαινόμενα : τυχαία γεγονότα, εξαρτώμενα συνήθως μόνο από μία παράμετρο, π.χ. το χρόνο

- Ντετερμινιστική Υδρολογία : Εξήγηση των υδρολογικών φαινομένων σύμφωνα με τους φυσικούς νόμους, βάσει της αρχής "του αίτιου και του αποτελέσματος"

  Περιγραφή των υδρολογικών φαινομένων με τη βοήθεια παραμέτρων που αναφέρονται στο κλίμα, στην τοπογραφία, στη γεωλογία, στη βιολογία κλπ.

- Βασικές έννοιες της Στοχαστικής Υδρολογίας
  - Πιθανότητα και συχνότητα εμφάνισης των υδρολογικών φαινομένων
  - Στατιστικές παράμετροι (για την περιγραφή των τυχαίων γεγονότων) :
    - μέση τιμή (αριθμητική, γεωμετρική)
    - τυπική απόκλιση

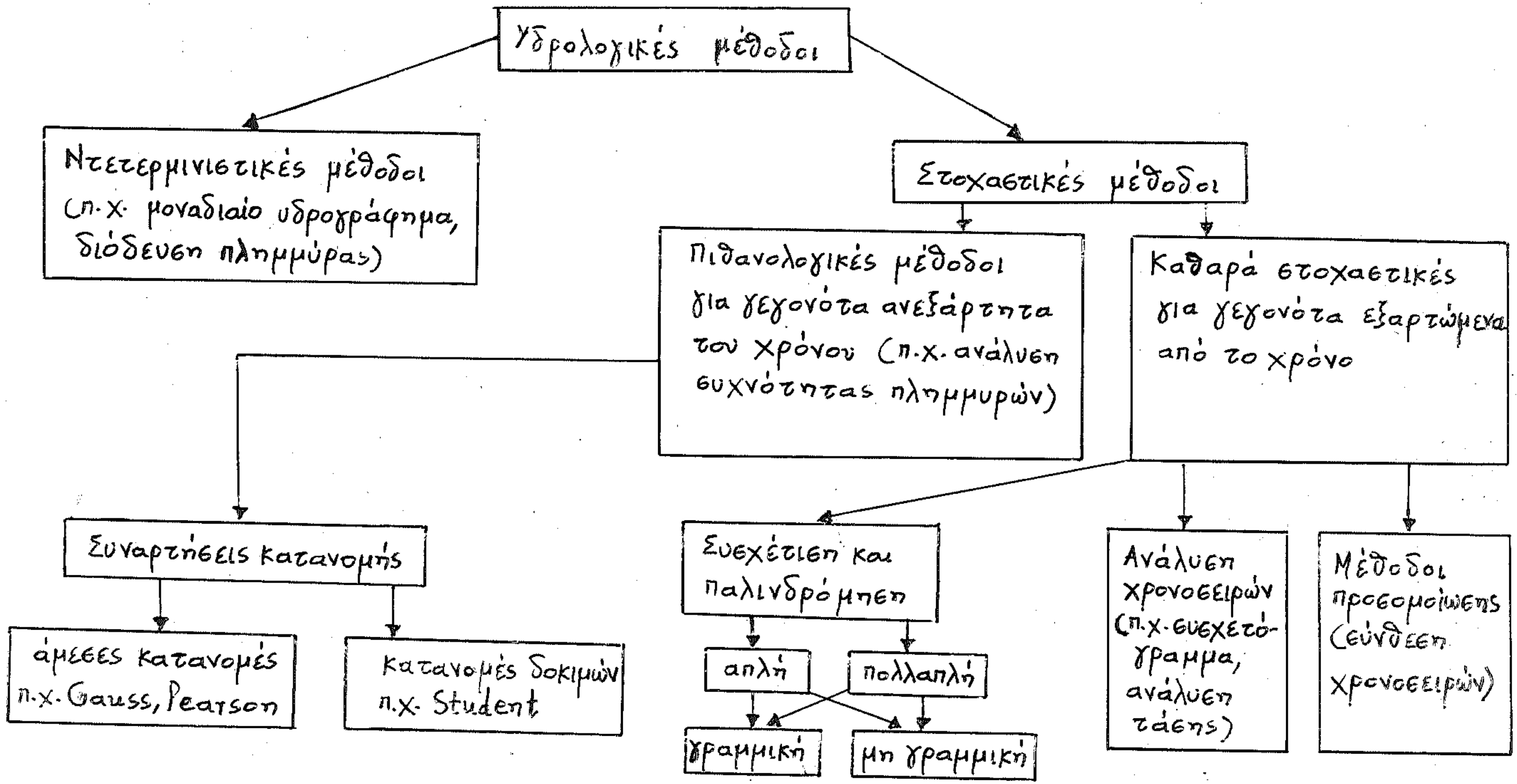
- Νόμοι κατανομής (συχνότητα εμφάνισης υδρολογικών φαινομένων):
  π.χ. κατά Gauss, Fechner, Fréchet, Gumbel, Pearson κλπ.

- Δοκιμές για τον έλεγχο της καταλληλότητας του εκλεγέντος νόμου κατανομής:
  π.χ. δοκιμή βάσει της στοχαστικής μεταβλητής X^2

- Μέθοδοι της "συσχέτισης" και της "παλινδρόμησης":
  εύρεση του βαθμού της αμοιβαίας εξάρτησης των υδρολογικών μεγεθών

- Χρονοσειρές (μέτρηση κάποιου υδρολογικού μεγέθους σε διαδοχικά χρονικά διαστήματα):
  Εύρεση της "τάσης" και της περιοδικότητας

- Μέθοδοι προσομοίωσης (π.χ. μέθοδος Monte-Carlo):
  Χρονική επέκταση μιας σειράς παρατηρήσεων ενός υδρολογικού μεγέθους κατά τεχνητόν τρόπον, έτσι ώστε να διατηρεί τα χαρακτηριστικά της


Υδρολογικές μέθοδοι
Ντετερμινιστικές μέθοδοι (π.χ. μοναδιαίο υδρογράφημα, διόδευση πλημμύρας)
Στοχαστικές μέθοδοι
Πιθανολογικές μέθοδοι για γεγονότα ανεξάρτητα του χρόνου (π.χ. ανάλυση συχνότητας πλημμυρών)
Καθαρά στοχαστικές για γεγονότα εξαρτώμενα από το χρόνο
Συναρτήσεις κατανομής
άμεσες κατανομές π.χ. Gauss, Pearson
κατανομές δοκιμών π.χ. Student
Συσχέτιση και παλινδρόμηση
απλή
πολλαπλή
γραμμική
μη γραμμική
Ανάλυση χρονοσειρών (π.χ. συσχετό-γραμμα, ανάλυση τάσης)
Μέθοδοι προσομοίωσης (σύνθεση χρονοσειρών)

Συνιστώσες μιας στοχαστικής διαδικασίας

$$\boxed{x(t) = x_t(t) + x_p(t) + x_r(t)}$$

$$x(i) = x_t(i) + x_p(i) + x_r(i) \qquad i = 1, 2, 3 \ldots$$

x_t : τάση (trend)

x_p : περιοδική συνιστώσα

x_r : τυχαία συνιστώσα

t : χρόνος

x_t, x_p : ντετερμινιστικές συναρτήσεις

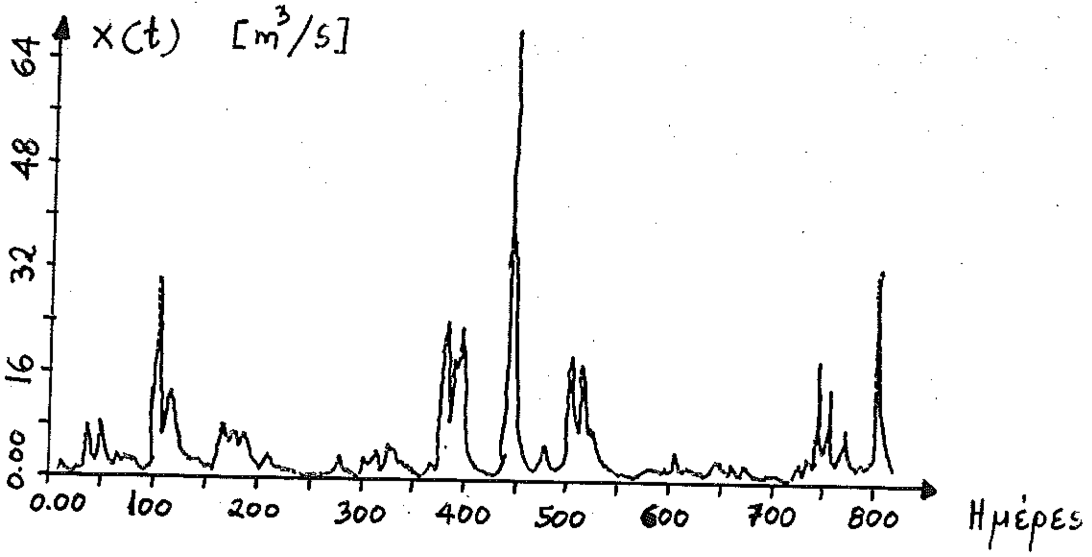
x_r : καθαρά στοχαστική συνιστώσα, δεν μπορεί να προσδιορισθεί εκ των προτέρων

$x(t)$: στάσιμη, όταν οι στατιστικές ροπές (π.χ. μέση τιμή, διασπορά) παραμένουν αμετάβλητες ως προς το χρόνο

x_t, x_p : μη στάσιμες

x_r : στάσιμη

Υδρογράφημα (στον υδρομετρικό σταθμό Gutach - Γερμανία - χρόνος 1.11.1949 - 30.10.1952)



- Μορφή του υδρογραφήματος : αστάθμητη
- Η καμπύλη του υδρογραφήματος παριστάνει μια χρονοσειρά
- Ανάλυση χρονοσειρών : μαθηματική επεξεργασία των καμπυλών

- Σκοπός της ανάλυσης χρονοσειρών : άντληση χρησίμων πληροφοριών για κάποιον υδρολογικό σχεδιασμό

- Τρεις διαδικασίες καθορίζουν τη μορφή του υδρογραφήματος

1η διαδικασία : - μεταβολή του κλίματος,
- αυξανόμενη γεωργική εκμετάλλευση της λεκάνης απορροής
- βαθμιαία αύξηση ή μείωση των μέσων ετησίων ή μηνιαίων τιμών της παροχής του νερού
- οι μετρήσεις της παροχής αποκτούν μία τάση

2η διαδικασία : - εποχική ή ημερήσια μεταβολή της ηλιακής ακτινοβολίας, που επαναλαμβάνεται συνεχώς
- περιοδική συνιστώσα στο υδρογράφημα

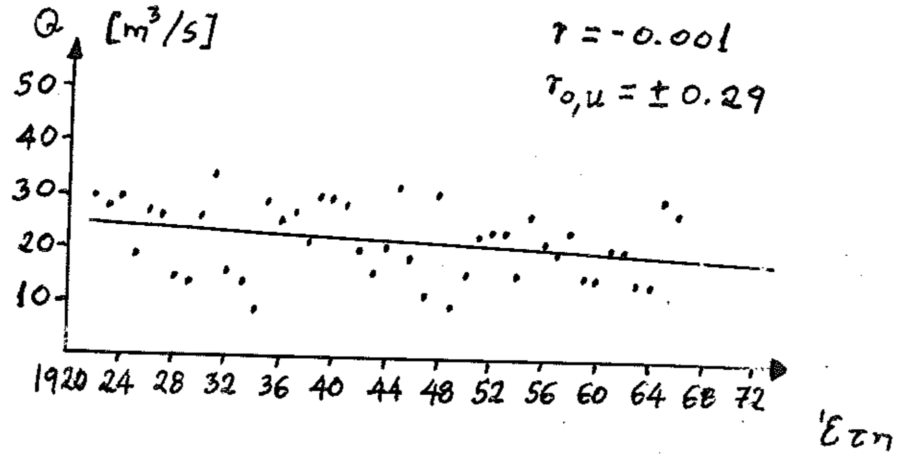
3η διαδικασία : - μεταβολές του καιρού
- τυχαία συνιστώσα στο υδρογράφημα

- Χρονοσειρές : παροχή ποταμών, στάθμη (νερού) ποταμών, ύψος βροχής, θερμοκρασία αέρα κλπ.

- Απομόνωση της επίδρασης των τριών διαδικασιών και χωριστή μελέτη κάθε συνιστώσας

Η τάση

- Τάση στα υδρογραφήματα και στα βροχογράμματα: πολύ μικρή (από την πείρα)
- Έλεγχος για την ύπαρξη γραμμικής τάσης στη μέση τιμή και στην τυπική απόκλιση (στατιστικές ροπές) των απορροών και των βροχομετρικών υψών
- Γραμμική παλινδρόμηση - Μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων.



- Έλεγχος, εάν η τάση είναι σημαντική ή τυχαία, βάσει του συντελεστή συσχέτισης r
- r εκφράζει τον βαθμό της γραμμικής εξάρτησης δύο μεταβλητών x και y
- x : έτη
- y : μέσες τιμές ημερησίων παροχών σε ετήσια βάση

$$\boxed{r = \frac{\sum_{i=1}^{n} [x(i)-\bar{x}]\cdot[y(i)-\bar{y}]}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} [x(i)-\bar{x}]^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} [y(i)-\bar{y}]^2}}}$$

$\bar{x}$: μέση τιμή της μεταβλητής x

$\bar{y}$: " " " " y

$\boxed{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} [x(i)-\bar{x}]^2}}$: τυπική απόκλιση της μεταβλητής x.

$\boxed{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} [x(i)-\bar{x}]\cdot[y(i)-\bar{y}]}$: "συσκεδασμός" (covariance)

- Εάν η τιμή του r βρίσκεται μέσα σ' ένα "διάστημα εμπιστοσύνης" (r_u, r_o) ⇒ γραμμική εξάρτηση τυχαία
- Βαθμός εμπιστοσύνης: 95%
- Τιμές των ορίων r_u και r_o από βιβλία Στατιστικής

Η περιοδική συνιστώσα

- Εποχικές μεταβολές της βροχής και της απορροής
- Περιοδική συνιστώσα στη μέση τιμή και στην τυπική απόκλιση των βροχομετρικών υψών και των απορροών
- Περιοδική συνάρτηση περιόδου P

$$\boxed{x_p(t) = x_p(t+iP)} \qquad i = 0, 1, 2, \ldots$$

- Προσδιορισμός της περιοδικής συνιστώσας

α. Σειρά Fourier:

$$\boxed{x_p(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\omega_o t + \sum_{n=0}^{\infty} b_n \cos n\omega_o t}$$

$\omega_o = \frac{2\pi}{P}$ $\qquad$ ω_o : συχνότητα

- Εύρεση των συντελεστών a_n και b_n από τη μετρηθείσα χρονοσειρά με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων

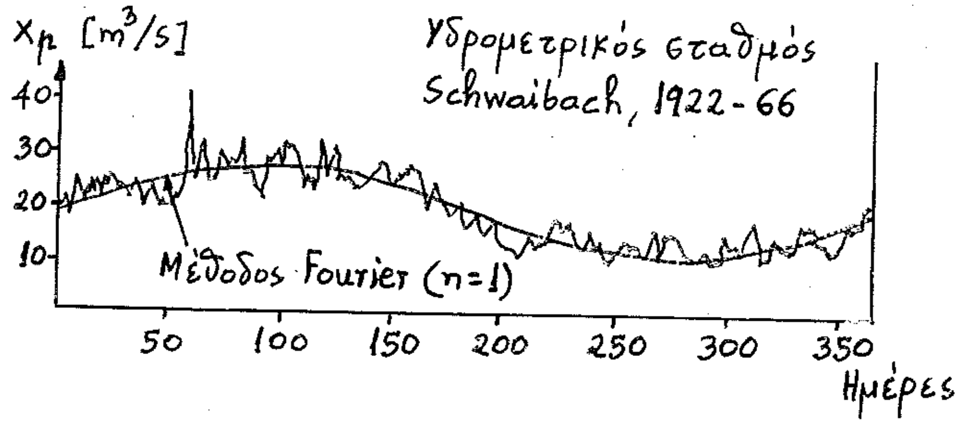
β. Εύρεση μέσων τιμών

- Χρονοσειρά ℓ ετών
- Τεμαχισμός σε ℓ επιμέρους χρονοσειρές
- Τοποθέτηση των ℓ χρονοσειρών τη μία κάτω από την άλλη
- Θεώρηση του υδρολογικού μεγέθους στην i ημέρα του έτους

- Μέση τιμή:

$$\boxed{m_x(i) = \frac{1}{\ell} \sum_{k=0}^{\ell-1} x(i+kP)} \qquad i = 1, 2, \ldots, 365$$

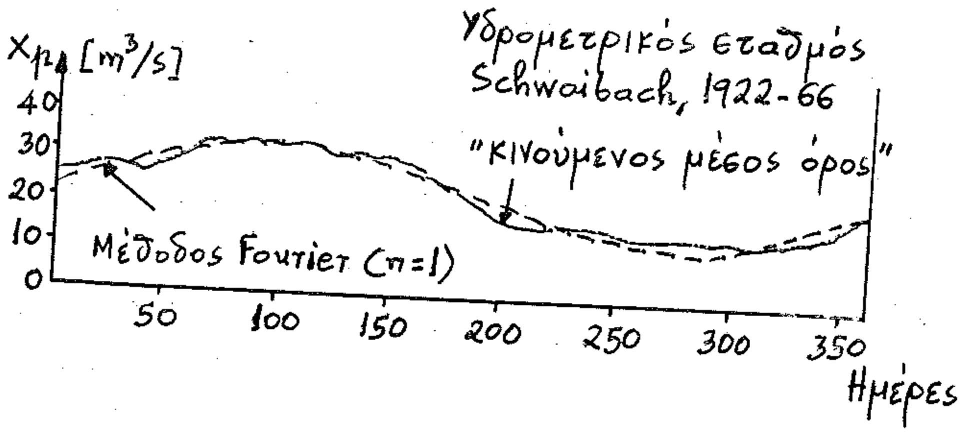
- Όταν το μήκος της χρονοσειράς $\to \infty$, τότε $m_x(i) \to x_p(i)$



- Όταν το ℓ μικρό, τότε $x_p(i)$ κυμαίνονται πολύ

γ. <u>Εύρεση του "κινούμενου μέσου όρου"</u>

- Για τον υπολογισμό της $x_p(i)$ λαμβάνουμε υπόψη όχι μόνο τις απορροές ή τα βροχομετρικά ύψη της ημέρας i, αλλά και τα αντίστοιχα μεγέθη των προηγούμενων $(i-1, i-2, \ldots)$ και των επόμενων ημερών $(i+1, i+2, \ldots)$.

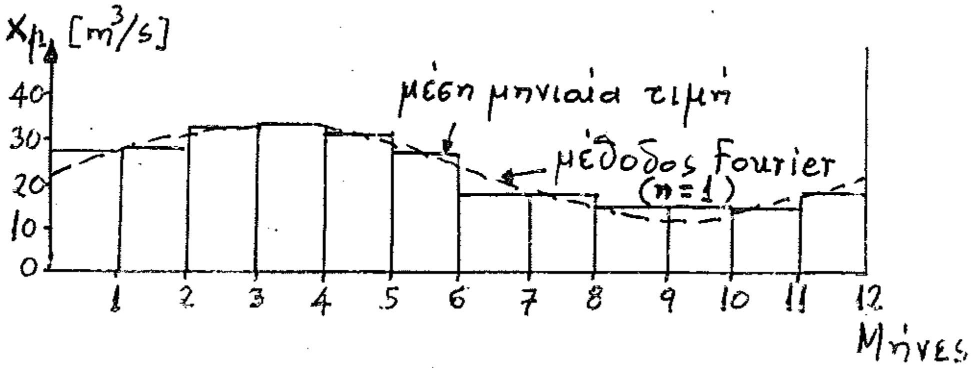


- Μέση μηνιαία τιμή:

$$\boxed{x_{pj} = \frac{1}{\ell(i_o - i_u + 1)} \sum_{i=i_u}^{i_o} \sum_{k=0}^{\ell-1} x(i+kP)}$$

i_u : πρώτη ημέρα του μήνα j

i_o : τελευταία " " " "



Η τυχαία συνιστώσα

$x_r(i)$: στάσιμη και καθαρά στοχαστική (η εξέλιξή της στο μέλλον δεν μπορεί να προσδιορίζεται εκ των προτέρων)

$$\boxed{x_r(i) = f\left[\begin{matrix} x_r(q) \\ z(q) \end{matrix}, \; q < i\right] + z(i)} \qquad q = i-1, i-2, \dots, 1$$

$x_r(i)$ → "συσχετισμένο" μέρος , $f[x_r(q), z(q)]$
$x_r(i)$ → καθαρά τυχαίο μέρος $z(i)$

Συντελεστής αυτοσυσχέτισης :

$$\boxed{r_k = \frac{\dfrac{1}{n-k} \displaystyle\sum_{i=1}^{n-k} [x(i) - \bar{x}] \cdot [x(i+k) - \bar{x}]}{\dfrac{1}{n-1} \displaystyle\sum_{i=1}^{n} [x(i) - \bar{x}]^2}} \qquad k = 0, 1, 2, \dots$$

r_k : βαθμός γραμμικής εξάρτησης διαδοχικών τιμών μιας χρονοσειράς

- Γραφική παράσταση $r_k = f(k)$: "συσχετόγραμμα"
- $z(i) \Rightarrow$ συνάρτηση κατανομής

"Συσχετισμένο" μέρος της τυχαίας συνιστώσας

Διαδικασία του κινούμενου μέσου όρου

(moving average process, MA-process)

$$\boxed{x_r(i) = \sum_{\tau=0}^{m} h(\tau)\cdot z(i-\tau)}$$

m : τάξη ή μνήμη της διαδικασίας

$h(\tau)$: βάρος ή φίλτρο ή συνάρτηση του συστήματος

$$\boxed{\sum_{\tau=0}^{m} h(\tau) = 1}, \quad \text{όταν} \quad \overline{x}_r(i) = \overline{z}(i)$$

$$\boxed{r_k = \frac{\sum_{\tau=0}^{m-k} h(\tau)\cdot h(\tau+k)}{\sum_{\tau=0}^{m} h(\tau)^2}} \qquad k = 1, 2, 3, \ldots, m$$

$h(\tau+k) = 0$, για $\tau + k > m$

<u>Υπολογισμός των τιμών $z(i)$:</u>

- Εκτίμηση των r_k από τη μετρηθείσα χρονοσειρά $x_r(i)$
- Υπολογισμός των $h(\tau)$ από την τελευταία εξίσωση
- Υπολογισμός των $z(i)$ από την πρώτη εξίσωση (σύστημα γραμμικών εξισώσεων)

Διαδικασία "αυτοπαλινδρόμησης" (Markov)

(autoregressive process, AR-process)

$$\boxed{x_r(i) = \sum_{\tau=1}^{m} a(\tau)\cdot x_r(i-\tau) + z(i)}$$

m: τάξη της διαδικασίας

- απείρως μεγάλη μνήμη

Προσδιορισμός των συντελεστών $a(\tau)$

$$\left.\begin{aligned}
r_1 &= a(1)\cdot r_0 + a(2)\cdot r_1 + \dots + a(m)\cdot r_{m-1}\\
r_2 &= a(1)\cdot r_1 + a(2)\cdot r_2 + \dots + a(m)\cdot r_{m-2}\\
r_3 &= a(1)\cdot r_2 + a(2)\cdot r_3 + \dots + a(m)\cdot r_{m-3}\\
&\vdots\\
r_m &= a(1)\cdot r_{m-1} + a(2)\cdot r_{m-2} + \dots + a(m)\cdot r_0
\end{aligned}\right\} \text{Εξισώσεις Yule-Walker}$$

Διαδικασία Markov πρώτης τάξης

$$\boxed{x_r(i) = a(1)\cdot x_r(i-1) + z(i)}$$

$$r_1 = a(1)$$

$$r_k = (r_1)^k = e^{\ln r_1 \cdot k} = e^{\beta k} \qquad \beta < 0, \text{ διότι } r_1 < 1$$

$$x_r(i) = z(i) + a(1)\cdot z(i-1) + a(1)^2\cdot z(i-2) + a(1)^3\cdot z(i-3) + \dots$$

$h_\tau = a(1)^\tau$: μοντέλο κινούμενου μέσου όρου με $m \to \infty$

ΞΗΡΑΣΙΑ

- Γενικός ορισμός ξηρασίας (για ένα υδατικό σύστημα)

  Φαινόμενο κατά τη διάρκεια εμφάνισης του οποίου το υδατικό σύστημα βρίσκεται κάτω από ένα κρίσιμο επίπεδο σε σχέση με την κανονική του λειτουργία.

- Ξηρότητα κλίματος (aridity)
  - Αναφέρεται στα μόνιμα μετεωρολογικά/υδρολογικά χαρακτηριστικά μιας περιοχής.
  - Δείκτης ξηρότητας : μέσο ετήσιο ύψος βροχής / μέσο ετήσιο ύψος δυνητικής εξατμισοδιαπνοής

υπερβολικά ξηρό	< 0.03
ξηρό	0.03 - 0.20
ημίξηρο	0.20 - 0.50
ύφυγρο	0.50 - 0.75
υγρό	> 0.75

- Μελέτη ξηρασίας
  - → ανάλυση συχνότητας ελαχίστων τιμών βροχής, απορροής κλπ.
  - → προσδιορισμός χαρακτηριστικών δεικτών (υδατικό έλλειμμα, ελλειμματική επιφάνεια)

- Περιοχή μελέτης
  - → υδρολογική λεκάνη
  - → σύνολο σημειακών πηγών (ταμιευτήρες)
  - → σημείο (μετεωρολογικός σταθμός)

Ορισμοί της ξηρασίας

- Μετεωρολογική ξηρασία: Περίοδος χωρίς αρκετή βροχή.

- Υδρολογική ξηρασία: Περίοδος υδρολογικού ελλείμματος (απορροή, αποθήκευση σε ταμιευτήρες, υπόγεια υδροφόρα στρώματα).

- Γεωργική ξηρασία: Επίπεδα εδαφικής υγρασίας και επάρκειας του νερού για την ανάπτυξη των καλλιεργειών.

- Κοινωνικο-οικονομική ξηρασία: Ελλείμματα υδατικών πόρων λόγω υπερκατανάλωσης, ανεπαρκούς υποδομής και προετοιμασίας.

- Δείκτης Palmer (Palmer Drought Severity Index - PDSI): Αθροιστική διαφορά της κανονικής βροχής και της βροχής που απαιτείται για εξατμισοδιαπνοή.

- Σημειακή ξηρασία: Χρονική περίοδος κατά την οποία το ύψος βροχής δεν υπερβαίνει την κρίσιμη τιμή του για το θεωρούμενο σταθμό.

  Χρονικό διάστημα κατά το οποίο ο αποθηκευμένος όγκος νερού σ' έναν ταμιευτήρα δεν υπερβαίνει τον κρίσιμο.

- Ξηρασία συστήματος: Χρονικό διάστημα κατά το οποίο ο αριθμός ταμιευτήρων του συστήματος είναι μεγαλύτερος ή ίσος του κρίσιμου.

- <u>Επιφανειακή ξηρασία</u>:
  - Κρίσιμη τιμή του ύψους βροχής σε κάθε σταθμό
  - Κρίσιμη ελλειμματική επιφάνεια (ποσοστό της επιφάνειας της περιοχής μελέτης)
  - Ελλειμματική επιφάνεια για κάποια χρονική περίοδο: επιφάνεια επιρροής ενός σταθμού, όταν το ύψος βροχής στο σταθμό δεν υπερβαίνει μια κρίσιμη τιμή κατά τη διάρκεια της περιόδου αυτής.
  - Οταν σ' έναν αριθμό σταθμών της περιοχής μελέτης τα ύψη βροχής δεν υπερβαίνουν τις κρίσιμες τιμές τους και η αντίστοιχη συνολική ελλειμματική επιφάνεια είναι μεγαλύτερη ή ίση της κρίσιμης, τότε υπάρχει επιφανειακή ξηρασία στην υπόψη περιοχή.

Μελέτη επιφανειακής ξηρασίας

- Προσδιορισμός ποσοτικών δεικτών
  (υδατικό έλλειμμα, ελλειμματική επιφάνεια)
- Ανάλυση επικινδυνότητας μιας ξηρασίας με προκαθορισμένα χαρακτηριστικά
  (συναρτήσεις επικινδυνότητας, επαναφοράς και ευπάθειας)

Δείκτες Ξηρασίας

Στιγμιαία ελλειμματική επιφάνεια A_S:

Μέρος της επιφάνειας μιας περιοχής, συνολικής έκτασης S, που πλήττεται από ξηρασία

$$\boxed{A_S(i) = \sum_{k=1}^{n} a_k \, I[h(i,k)]}$$

$A_S(i)$: ελλειμματική επιφάνεια για την i περίοδο (υδρολογικό έτος)

a_k : συντελεστής επιρροής του βροχομετρικού σταθμού k $(0 \leq a_k \leq 1)$

$$a_k = S_k / S$$

S_k : επιφάνεια που αντιστοιχεί στο βροχομετρικό σταθμό k $(k = 1, 2, ---, n)$

S : συνολική έκταση της μελετώμενης περιοχής

$h(i,k)$: βροχομετρικό ύψος του σταθμού k για το υδρολογικό έτος i

Αν $h(i,k) < CL$, τότε $I[h(i,k)] = 1$

Αν $h(i,k) \geq CL$, τότε $I[h(i,k)] = 0$

CL : κρίσιμο ύψος βροχής (κατώφλι βροχής) για το βροχομετρικό σταθμό k

Επιφανειακή ξηρασία:

Γεγονός κατά τη διάρκεια του οποίου η στιγμιαία ελλειμματική επιφάνεια A_s υπερβαίνει ή είναι ίση με μια κρίσιμη τιμή CA ($A_s \geq CA$)

Διάρκεια ξηρασίας L:

Χρονικό διάστημα κατά το οποίο το φαινόμενο της ξηρασίας επηρεάζει τη μελετώμενη περιοχή.

$$\boxed{L = t_e - t_o + 1}$$

$t_o \Rightarrow \quad A_s(t_o) \geq CA \quad$ και $\quad A_s(t_o - 1) < CA$

$t_e \Rightarrow \quad A_s(t_e) \geq CA \quad$ και $\quad A_s(t_e + 1) < CA$

Στιγμιαίο υδατικό έλλειμμα D_s

$$\boxed{D_s(i) = \sum_{k=1}^{n} a_k \left[CL - h(i,k)\right] I\left[h(i,k)\right]}$$

ένταση φαινομένου ξηρασίας

Μέση ελλειμματική επιφάνεια $\bar{A}$

$$\boxed{\bar{A} = \frac{\sum_{t_o}^{t_e} A_s(t)}{L}}$$

$A_s(t) \geq CA \qquad t_o \leq t \leq t_e$

Αθροιστικό υδατικό έλλειμμα D

$$\boxed{D = \sum_{t_o}^{t_e} D_s(t)}$$

Επικινδυνότητα μιας ξηρασίας (drought risk)

Βαθμός επικινδυνότητας:

Πιθανότητα να συμβεί ξηρασία σε οποιοδήποτε υδρολογικό έτος

$$\boxed{P(H < h) = \frac{1}{T}}$$

$P(H<h)$: πιθανότητα μη υπέρβασης της τιμής h

H : ετήσιο ύψος βροχής

T : περίοδος επαναφοράς σε έτη

Επαναφορά (resilience)

- Χρόνος επαναφοράς : Χρόνος αποκατάστασης ενός συστήματος μετά από ένα γεγονός ξηρασίας (t_r).
- Συνάρτηση επαναφοράς: Συνάρτηση κατανομής του χρόνου επαναφοράς μετά από διαφορετικά γεγονότα ξηρασίας.
- Δύο περιπτώσεις: → Χρόνος επαναφοράς = διάρκεια της προηγηθείσας ξηρασίας
  → " " > " "
- Εκτίμηση του χρόνου επαναφοράς:

$$e(t) = h(t) - RL \qquad RL < h(t)$$

$$e(t) = 0 \qquad RL \geq h(t)$$

$e(t)$: υδατικό πλεόνασμα στο χρόνο t μετά το πέρας της ξηρασίας t_e

RL : βροχομετρικό ύψος επαναφοράς (recovery level) ($\geq CL$)

$$E(t) = \sum_{t_e}^{t} e(t)$$

$E(t)$: αθροιστικό υδατικό πλεόνασμα της περιόδου (t_e, t)

$$\boxed{t_r = \min\left[(t - t_e) :\ E(t)/D \geqslant AR\right]}$$

D : αθροιστικό υδατικό έλλειμμα

AR : ποσοστό επαναπληρώσεως (recovery rate),
ποσοστό του αθροιστικού υδατικού ελλείμματος που χρειάζεται να καλυφθεί.

Ευπάθεια (vulnerability)

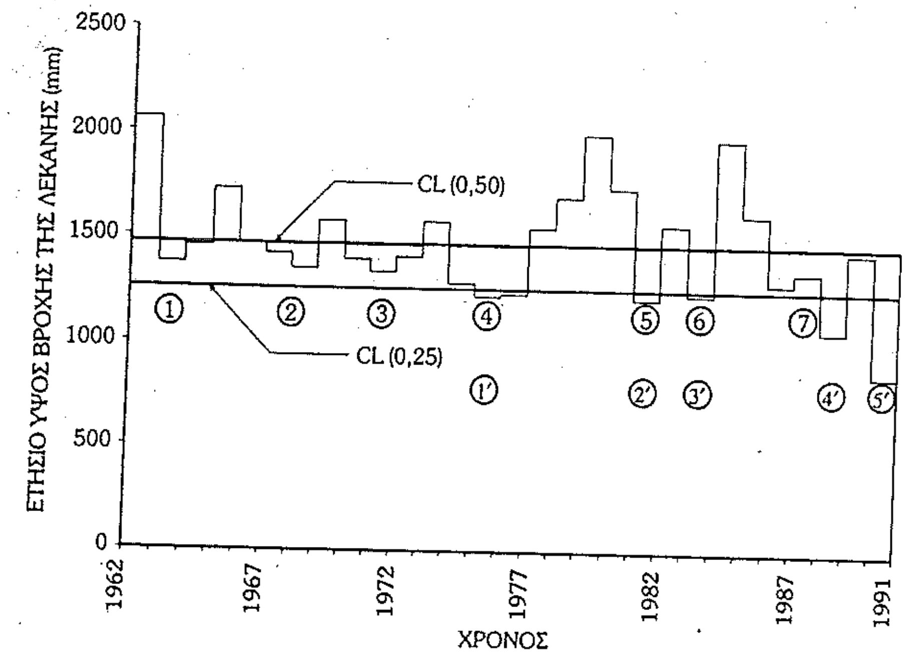
- Σοβαρότητα συνεπειών μιας ξηρασίας

$$\boxed{L_f = -\frac{1}{K} \ln\left(1 - \frac{D}{D_{max}}\right)}$$

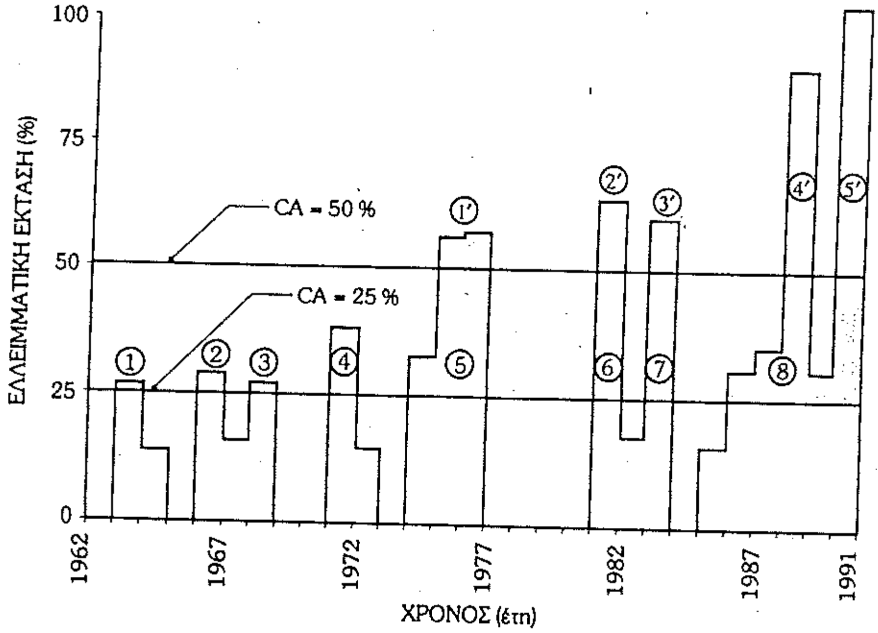
L_f : συνάρτηση απωλειών

D_{max} : οριακή τιμή του D που αντιστοιχεί σε μια ιδιαίτερη καταστροφική ξηρασία

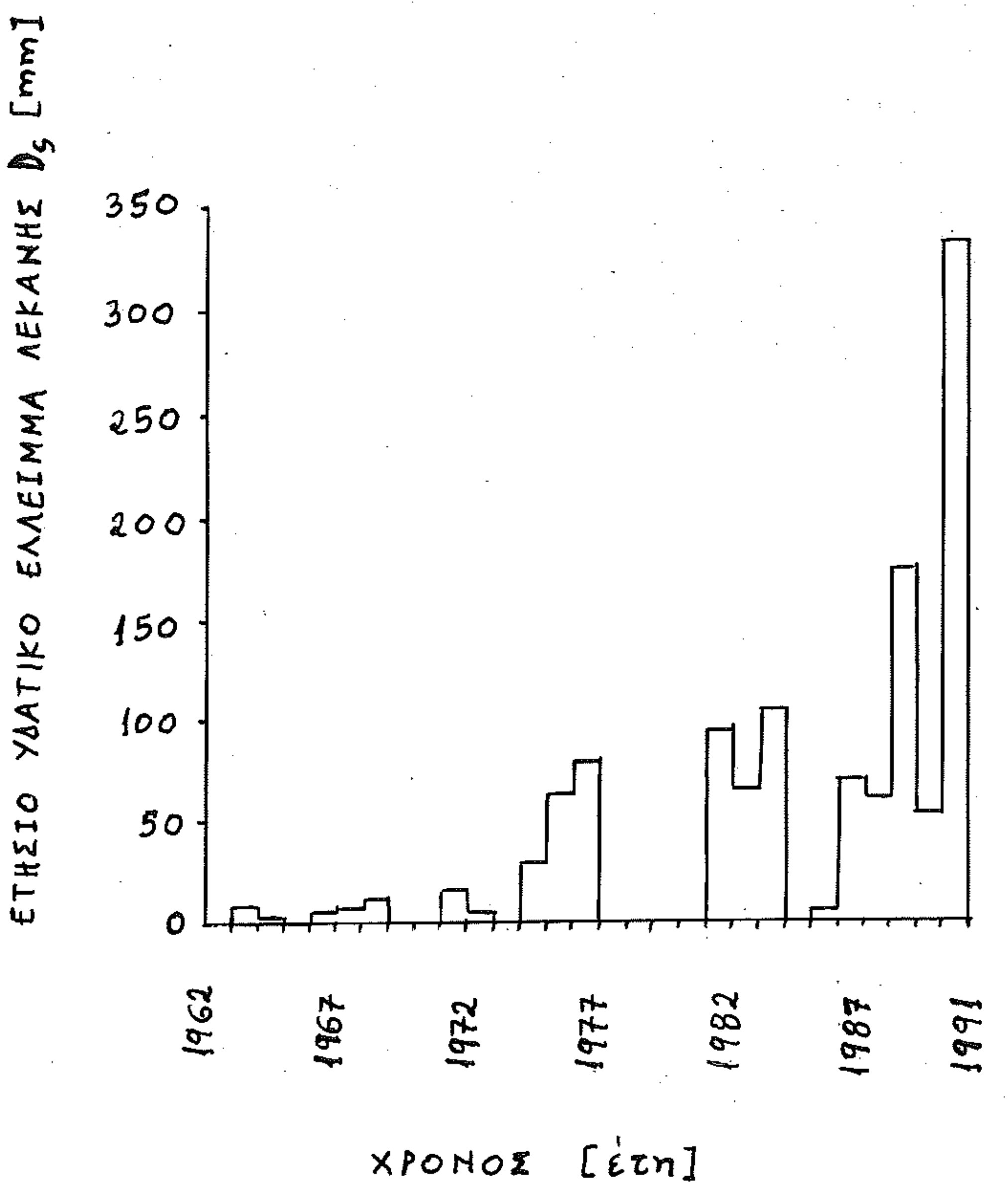
K : παράμετρος



Σχ. 13.6: *Γεγονότα ξηρασίας στην υδρολογική λεκάνη του Μόρνου για δύο επίπεδα κρίσιμου ετήσιου βροχομετρικού ύψους με πιθανότητα μη υπέρβασης 0.50 και 0.25 αντίστοιχα.*



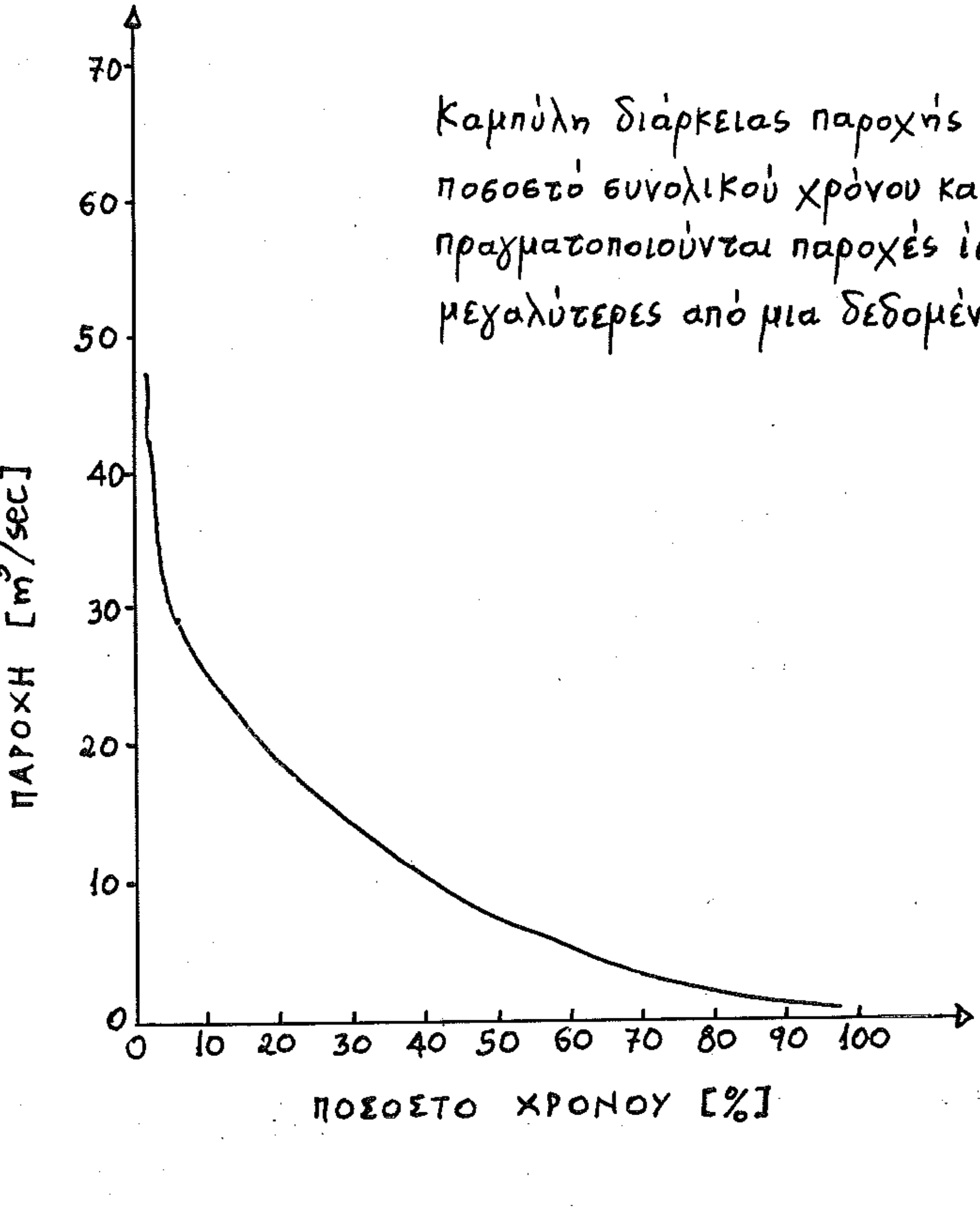
Σχ. 13.7: *Ελλειμματική έκταση για κρίσιμο βροχομετρικό ύψος πιθανότητας μη υπέρβασης 0.25 και κρίσιμη έκταση 50% και 25% αντίστοιχα.*



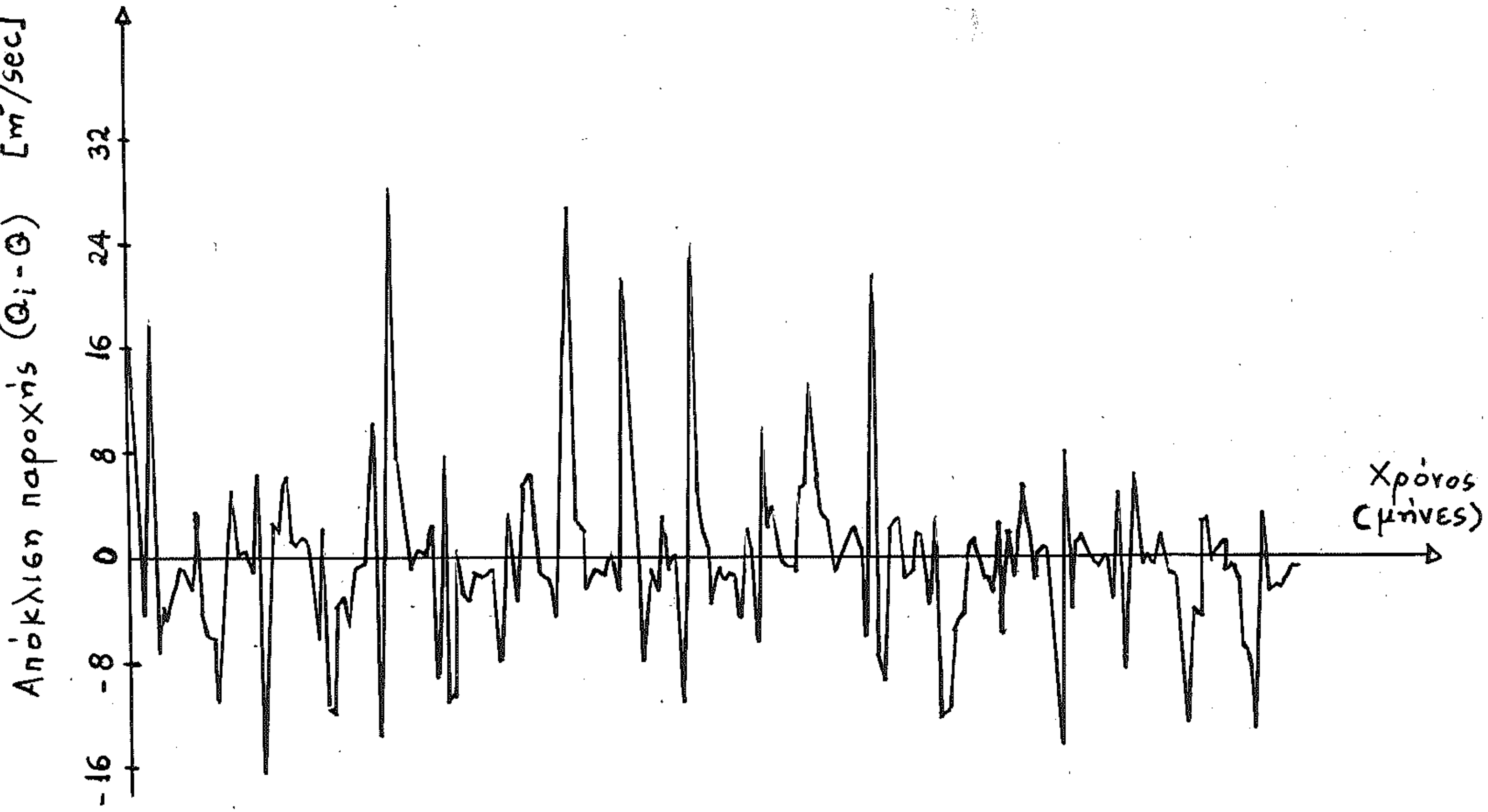
- Κρίσιμο ύψος βροχής που αντιστοιχεί σε πιθανότητα μη υπέρβασης 0.25

Δείκτες ξηρασίας με βάση τις χαμηλές απορροές

- Δείκτης υδρολογικής ξηρασίας:
  απόκλιση από τη μέση τιμή της παροχής συγκεκριμένης διάρκειας
- Δείκτης ξηρασίας με βάση την καμπύλη διάρκειας παροχής ενός ποταμού:
  π.χ. παροχή που ξεπερνιέται το 95% του χρόνου,
  ή το ποσοστό του χρόνου που το 1/4 της μέσης παροχής ξεπερνιέται.



Καμπύλη διάρκειας παροχής:
ποσοστό συνολικού χρόνου κατά το οποίο πραγματοποιούνται παροχές ίσες ή μεγαλύτερες από μια δεδομένη τιμή.



- Ποταμός Μόρνος (θέση φράγματος)
- 228 μηνιαίες τιμές παροχής

- Δείκτες ξηρασίας με βάση τη διάρκεια περιόδων χαμηλής παροχής:

  π.χ. διαστήματα M συνεχών μηνών καθένας από τους οποίους έχει παροχή ≤ Q95,

  ή αριθμός των M ξηρότερων συνεχών μηνών μαζί με το ποσοστό της μέσης παροχής των M μηνών σε σχέση με τη μέση τιμή της όλης θεωρούμενης περιόδου.

- Δείκτες ξηρασίας από την ανάλυση συχνότητας ελαχίστων

Κατανομή ακραίων τιμών τύπου III (Weibull)

- Ανάλυση ελαχίστων τιμών στις οποίες υπάρχει όριο προς την κατεύθυνση των ακραίων τιμών.
- Για τις παροχές το όριο είναι το μηδέν.
- Διπαραμετρική κατανομή

Συνάρτηση κατανομής πιθανότητας (ή πυκνότητας πιθανότητας):

$$\boxed{p(x) = a\,x^{a-1}\,\beta^{-a}\exp\left[\left(-\frac{x}{\beta}\right)^{a}\right]}$$

Συνάρτηση αθροιστικής πιθανότητας:

$$\boxed{P(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{a}\right]}$$

- Από πίνακες: $1/a$ ως συνάρτηση του λόγου $\bar{x}/\hat{\sigma}$

- $$\boxed{\beta = \frac{\bar{x}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{a}\right)}}$$

$\bar{x}$: μέση τιμή του δείγματος

$\hat{\sigma}$: τυπική απόκλιση του δείγματος

Γενικευμένη κατανομή ακραίων τιμών III (Weibull)

Συνάρτηση κατανομής πιθανότητας:

$$\boxed{p(x) = \frac{a}{\beta - C}\left(\frac{x-C}{\beta-C}\right)^{a-1} \exp\left[-\left(\frac{x-C}{\beta-C}\right)^{a}\right]} \qquad \text{για } x \geqslant C$$

Συνάρτηση αθροιστικής πιθανότητας:

$$\boxed{P(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-C}{\beta-C}\right)^{a}\right]} \qquad \text{για } x \geqslant C$$

$\beta > C, \quad a > 0$

Ανηγμένη μεταβλητή: $\boxed{y = \left(\frac{x-C}{\beta-C}\right)^{a}}$

$$g(y) = e^{-y}$$

$$G(y) = 1 - e^{-y}$$

$$\boxed{y_T = -\ln\left(1 - \frac{1}{T}\right)}$$

Εκτίμηση παραμέτρων:

$\mu = \beta - \sigma A_a$ $\qquad$ μ: μέσος όρος

$\sigma = \dfrac{\beta - C}{B_a}$ $\qquad$ σ: τυπική απόκλιση

$$\gamma = \left[\Gamma\left(\frac{3}{a}+1\right) - 3\Gamma\left(\frac{2}{a}+1\right)\Gamma\left(\frac{1}{a}+1\right) + 2\Gamma^3\left(\frac{1}{a}+1\right)\right] B_a^3$$

γ: συντελεστής ασυμμετρίας

$$B_a = \frac{1}{\sqrt{\Gamma\left(\frac{2}{a}+1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{a}+1\right)}}$$

$$A_a = \left[1 - \Gamma\left(\frac{1}{a}+1\right)\right] B_a$$

- Από πίνακα: a, A_a, B_a συναρτήσει του γ
- Προσδιορισμός των β και C από τις εξισώσεις του μέσου όρου και της τυπικής απόκλισης